



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



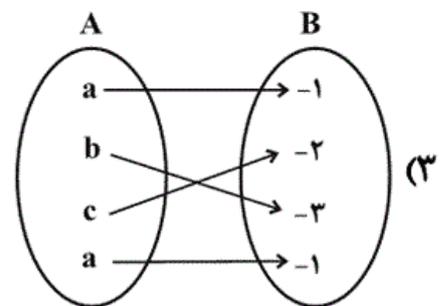
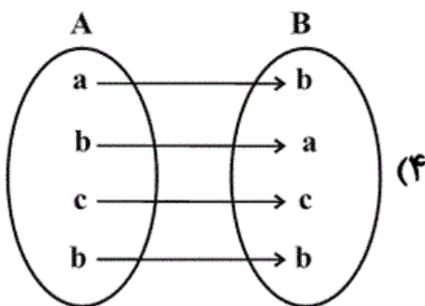
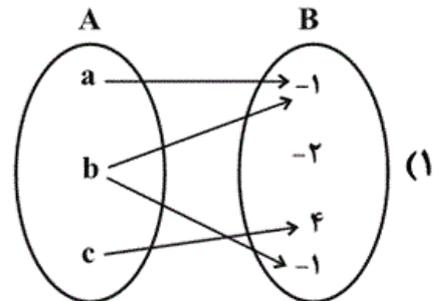
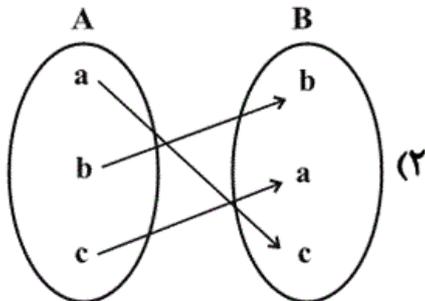
<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱- کدام یک از نمودارهای پیکانی زیر یک تابع نیست؟ (مقادیر a، b، c و d متمایزند).



۵۲- اگر رابطه $f = \{(3, x^2 + x), (-1, 4), (-1, x^2), (3, 2), (1 - x, 2y)\}$ تابع باشد،

مقدار y کدام است؟

۱ (۲)

-۲ (۱)

۴ (۴)

-۴ (۳)

۵۳- اگر برد تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ برابر با اعضای مجموعه $\{0, 1, -2, 3\}$ باشد، مجموع اعضای دامنه کدام

است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{13}{3}$ (۳)

$\frac{11}{2}$ (۲)

$\frac{8}{3}$ (۱)

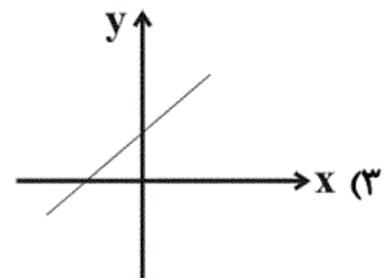
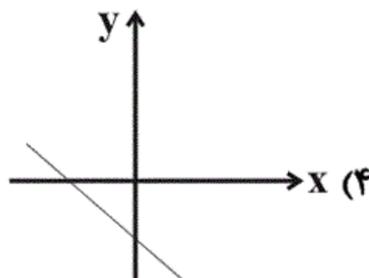
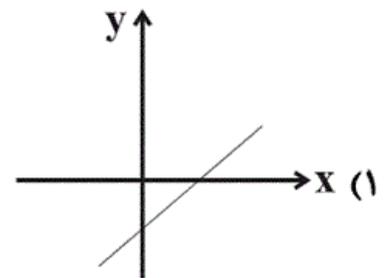
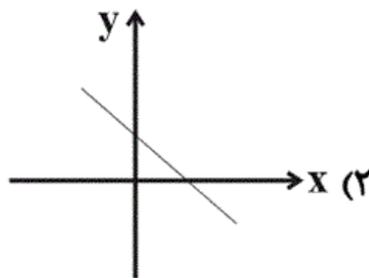
۵۴- جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برابر ۶۴۰,۰۰۰ نفر و در سال ۱۳۹۵ برابر ۸۶۰,۰۰۰ نفر بوده است. اگر برای رشد جمعیت این شهر، مدل الگوی رشد خطی را در نظر بگیریم، نرخ رشد جمعیت این شهر در هر سال چند نفر است؟

- ۲۲۰۰۰ (۱) ۲۲۰۰۰۰ (۲) ۱۶۰۰۰ (۳) ۱۶۰۰۰۰ (۴)

۵۵- نمودار یک تابع خطی از مبدأ عبور می‌کند و $f(-3) = 2$ است، در این صورت حاصل $f(2) + f(-4)$ کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۱) ۴ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) -۴ (۴)

۵۶- نمودار تابع خطی که از نقاط $(3, 2)$ و $(4, -1)$ عبور می‌کند، شبیه کدام گزینه است؟



۵۷- رأس سهمی $y = kx^2 - 2kx + 1$ روی خط $y = x - 3$ قرار دارد. مقدار k کدام است؟

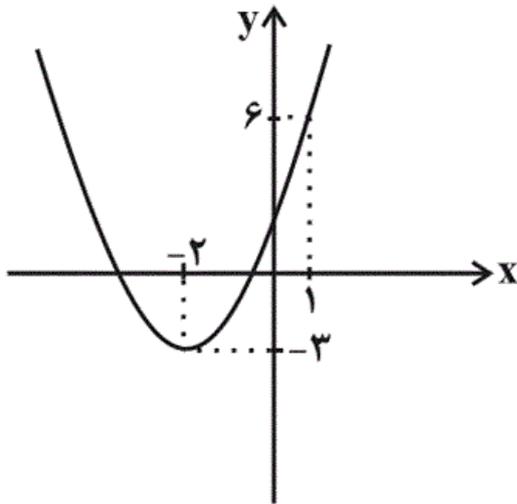
(۴) -۵

(۳) -۳

(۲) ۵

(۱) ۳

۵۸- ضابطهٔ مربوط به نمودار زیر کدام است؟



(۱) $y = -x^2 + 4x + 1$

(۲) $y = 2x^2 + 8x + 5$

(۳) $y = x^2 + 4x + 1$

(۴) $y = x^2 + 6x + 1$

۵۹- یک شرکت تولید مواد غذایی، برای هر بسته از محصول خود قیمت $400 - x$ را در نظر گرفته است

که x تعداد بسته‌های تولیدی روزانه است. اگر هزینهٔ ثابت شرکت روزانه ۱۰۰۰۰ تومان و هزینهٔ تولید

هر بسته ۴۰ تومان باشد، در این صورت به‌ازای تولید ۳۰۰ بسته در یک روز چه مقدار سود نصیب

کارخانه می‌شود؟

(۴) ۱۸۲۰۰۰

(۳) ۹۰۰۰۰

(۲) ۸۰۰۰

(۱) ۱۰۸۰۰۰

۶۰- تابع درآمد یک شرکت $R(x) = 300x - \frac{x^2}{20}$ و تابع هزینه آن $C(x) = 50x + 65000$ می باشد.

به ازای تولید چه تعداد کالا درآمد شرکت ماکزیمم می شود؟ (x تعداد کالا است)

۱۵۰۰۰ (۴)

۳۰۰۰ (۳)

۲۵۰۰ (۲)

۲۵۰۰۰ (۱)

ریاضی و آمار ۲، گزاره ها و ترکیب گزاره ها -

۶۱- کدام گزینه درباره «مفهوم گزاره» نادرست است؟

(۱) هیچ جمله پرسشی، نمی تواند گزاره باشد.

(۲) جملات امری و عاطفی، گزاره نیستند.

(۳) هر جمله خبری که قابل ارزش گذاری نباشد، گزاره نیست.

(۴) ارزش یک گزاره می تواند گاهی درست و گاهی نادرست باشد.

۶۲- نقیض کدام گزاره، اشتباه نوشته شده است؟ ($a \in R, b \in N$)

(۱) $\sim (4 \in N) \equiv (4 \notin N)$

(۲) $\sim (18 > -1) \equiv (18 \leq -1)$

(۳) a عددی منفی است. \equiv (a عددی مثبت است). \sim

(۴) b عدد طبیعی فرد است. \equiv (b عدد طبیعی زوج است). \sim

۶۳- اگر p گزاره‌ای نادرست و $r \sim q$ گزاره‌ای درست باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره با بقیه

متفاوت است؟

$$(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \quad (۲)$$

$$(p \wedge \sim q) \vee (r \vee \sim p) \quad (۱)$$

$$(q \vee \sim r) \wedge (\sim p \wedge q) \quad (۴)$$

$$\sim (p \wedge \sim q) \vee r \quad (۳)$$

۶۴- هم‌ارزی کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$$\sim(\sim p) \equiv p \quad (۲)$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \quad (۱)$$

$$\sim p \wedge \sim q \equiv \sim(p \wedge q) \quad (۴)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad (۳)$$

۶۵- ارزش کدام گزاره با بقیه گزاره‌ها متفاوت است؟

(۱) «وزن افراد یک خانواده، متغیر کمی نسبتی است» یا «خط $y = 4$ دارای شیب ۱ می‌باشد.»

(۲) «نمودار» تابع نیست» و «میانه یک‌سری از داده‌ها همیشه عضوی از آن داده‌هاست»



(۳) اگر «مجموع هر دو عدد زوج، عددی زوج است» آنگاه « $\sqrt{16}$ عددی گنگ است»

(۴) اگر «تساوی $x^2 + 4 = (x - 2)(x + 2)$ یک اتحاد باشد» آنگاه «عدد ۳ مقسوم علیه عدد ۳۰

است» و برعکس.

۶۶- با توجه به جدول زیر، در جاهای خالی، چه ارزش‌هایی باید قرار گیرند؟

$(\sim p \wedge r) \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	r	$\sim q \Leftrightarrow \sim p$
F	○	□	Δ	∇

$$\Delta \equiv \nabla \equiv T, \square \equiv \circ \equiv F \quad (۲)$$

$$\Delta \equiv \nabla \equiv F, \square \equiv \circ \equiv T \quad (۱)$$

F همگی (۴)

T همگی (۳)

۶۷- اگر p, q و r سه گزاره باشند و ارزش گزاره $q \Rightarrow (p \vee r)$ نادرست باشد، ارزش چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟

ب) $p \wedge \sim q$

الف) $\sim p \Rightarrow \sim r$

ت) $\sim(\sim p)$

پ) $q \Leftrightarrow p$

یک (۴)

دو (۳)

سه (۲)

چهار (۱)

ریاضی و آمار ۲، استدلال ریاضی

۶۸- بازنویسی شده عبارت «قیمت کالایی از بیست درصد آن ۸۰۰۰ تومان بیشتر است» به صورت نماد ریاضی کدام است؟ (قیمت کالا را x در نظر بگیرید).

$$x = \frac{20}{100}x + 8000 \quad (۲)$$

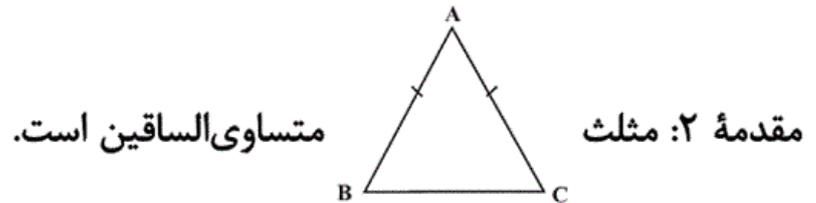
$$x + 8000 > \frac{20}{100}x \quad (۱)$$

$$x + 8000 = \frac{20}{100}x \quad (۴)$$

$$x > \frac{20}{100}x + 8000 \quad (۳)$$

۶۹- در مورد استدلال زیر، کدام گزینه صحیح نیست؟

مقدمه ۱: اگر مثلثی متساوی الاضلاع باشد، آنگاه متساوی الساقین هم می باشد.



∴ مثلث ABC متساوی الاضلاع است.

(۱) نام این استدلال مغالطه است.

(۲) نام این استدلال، قیاس استثنایی است.

(۳) نتیجه بدست آمده، ممکن است نادرست باشد. (۴) این روش استدلال کردن، نادرست است.

۷۰- دانش آموزی عبارت $x^6 - 64$ را به صورت زیر تجزیه کرده است. اولین ایراد این استدلال در کدام مرحله است؟

مرحله ۱ $x^6 - 64$

مرحله ۲ $x^6 - 2^6$

مرحله ۳ $(x^2)^3 - (2^2)^3$

مرحله ۴ $(x^2 - 2^2)(x^4 + 4x^2 - 16)$

مرحله ۵ $(x - 2)(x + 2)((x^2 + 2x)^2 - 4^2)$

مرحله ۶ $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 2x - 4)(x^2 + 2x + 4)$

(۲) مرحله سوم

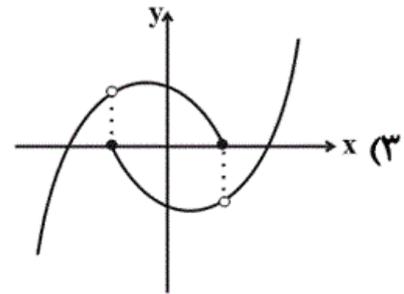
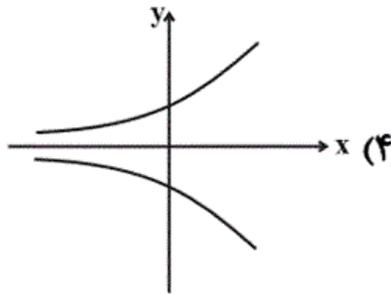
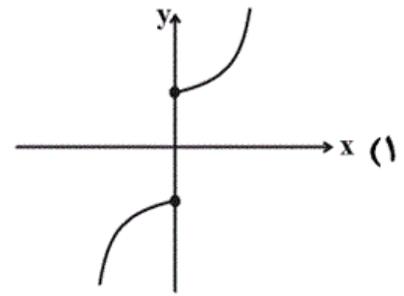
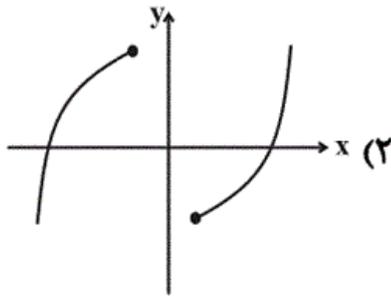
(۱) مرحله پنجم

(۴) مرحله ششم

(۳) مرحله چهارم

ریاضی و آمار-سوالت موازی ، مفهوم تابع

۷۱- کدام نمودار، نمایش یک تابع است؟



ریاضی و آمار-سوالات موازی ، ضابطه ی جبری تابع

۷۲- تابع f به هر عدد طبیعی x ، دو برابر جذر همان عدد، به علاوه 6 را نسبت می دهد، ضابطه f

کدام است؟

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt{x} + 6 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt{x+6} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt{x} + 6 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt{x+6} \end{cases} \quad (3)$$

۷۳- اگر مجموع اعضای دامنه تابع $f = \{(a^2, 2a), (-a, a^2), (-3, a-1)\}$ برابر با ۳ باشد،

مجموع اعضای برد تابع کدام است؟

(۴) -۹

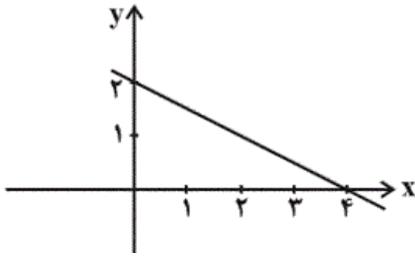
(۳) ۵

(۲) -۳

(۱) ۱۷

ریاضی و آمار-سوالات موازی ، نمودار تابع خطی

۷۴- اگر نمودار تابع خطی f به صورت زیر باشد، حاصل $f(2) - f(-2)$ کدام است؟



۱ (۲)

-۳ (۱)

-۲ (۴)

۴ (۳)

۷۵- طول یک فنر (y) وابسته به جرم وزنه‌ای است که به آن آویزان می‌شود (x). اگر رابطه بین x

و y خطی باشد و طول اولیه فنر (بدون داشتن وزنه) برابر ۲۰ سانتی‌متر بوده و به ازای هر ۵

کیلوگرم وزنه‌ای که به آن آویزان شود ۲ سانتی‌متر به طول فنر اضافه شود، طول فنر به ازای وزنه

۲۵ کیلوگرمی چند سانتی‌متر است؟

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۴ (۱)

۷۶- یک شرکت تولیدی برای تولید x کالا مقدار $C(x) = 2000 + 10x$ تومان هزینه می‌کند و هر

کالا را ۱۰۰ تومان می‌فروشد. تابع سود این شرکت برای تولید x کالا کدام است؟

$P(x) = 90x - 2000$ (۲)

$P(x) = 90x + 2000$ (۱)

$P(x) = 100x + 200$ (۴)

$P(x) = 100x - 200$ (۳)

ریاضی و آمار-سوالات موازی، نمودار تابع درجه ۲

۷۷- در مورد تابع $f(x) = 2x^2 - x - 3$ کدام گزینه نادرست است؟

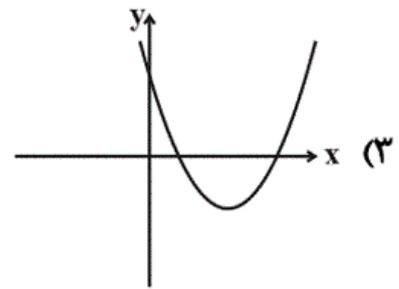
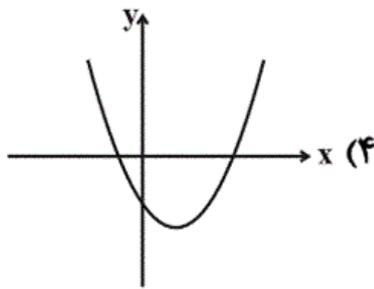
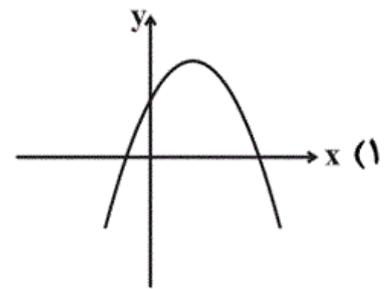
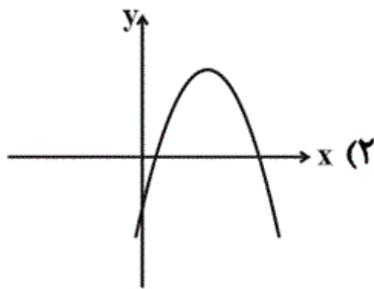
(۱) نمودار این تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -3 قطع می‌کند.

(۲) خط $x = \frac{1}{4}$ محور تقارن این سهمی است.

(۳) کمترین مقدار تابع برابر با $\frac{1}{4}$ است.

(۴) نمودار تابع در $x = -1$ محور x ها را قطع می‌کند.

۷۸- نمودار سهمی به معادله $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 5$ شبیه کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



۷۹- اگر نمودار توابع $f(x) = -x^2 + ax + 3$ و $g(x) = 2x^2 - x + 2 - a$ یکدیگر را در نقطه‌ای

به طول ۲ قطع کنند، محور تقارن تابع $f(x)$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

۳ (۲)

-3 (۱)

۸۰- یک کشاورز در زمین خود ۴۰ درخت به فواصل مساوی می‌کارد و در پایان سال به‌طور متوسط از هر درخت

۳۰۰ کیلو محصول برداشت می‌کند. به‌ازای هر درخت اضافی که کاشته می‌شود ۵ کیلوگرم از محصول

هر درخت کم می‌شود. برای برداشت ماکسیمم محصول چند درخت اضافه می‌تواند بکارد و ماکسیمم

محصول برداشتی چند کیلوگرم می‌باشد؟

۱۵۰۰۰، ۵ (۴)

۱۵۰۰۰، ۱۰ (۳)

۱۲۵۰۰، ۵ (۲)

۱۲۵۰۰، ۱۰ (۱)

۵۱-

(عمید زرین کفش، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

نمودار پیکانی یک رابطه زمانی تابع است که از هر عضو مجموعه اول تنها یک پیکان خارج شود دقت کنید که در نمودارهای پیکانی اعضای تکراری در هر مجموعه عضو به حساب می‌آیند.

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: از عضو b دو پیکان خارج شده است ولی هر دو پیکان به یک عضو a وارد شده‌اند، پس این نمودار، تابع است.

گزینه «۲»: از هر عضو یک پیکان خارج شده است و این نمودار پیکانی، تابع است.

گزینه «۳»: در مجموعه اول عضو a و در مجموعه دوم عضو a تکرار شده است و پیکان‌های a تنها به عضو a وارد می‌شود پس این نمودار تابع است.

گزینه «۴»: از عضو تکراری b در مجموعه اول دو پیکان متفاوت به a و b خارج شده که شرط تابع بودن را نقض می‌کند.

۴

۳

۲

۱

۵۲-

(امیر محمودیان، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

در دو زوج مرتب $(3, 2)$ و $(3, x^2 + x)$ مؤلفه‌های اول یکسان است. پس مؤلفه‌های دوم نیز باید یکسان باشند:

$$x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases} *$$

دو زوج مرتب $(-1, 4)$ و $(-1, x^2)$ نیز مؤلفه‌های اول یکسان دارند، پس باید مؤلفه‌های دومشان هم برابر باشد.

$$x^2 = 4 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x=2 \text{ یا } x=-2 **$$

از اشتراک $*$ و $**$ $x=-2$ قابل قبول است.

زوج مرتب $(1-x, 2y)$ به ازای $x=-2$ برابر است با $(3, 2y)$ ، پس رابطه ساده شده تابع به صورت زیر است:

$$f = \{(3, 2), (-1, 4), (3, 2), (3, 2y)\}$$

دو زوج مرتب $(3, 2y)$ و $(3, 2)$ نیز مؤلفه اول برابر دارند؛ پس باید مؤلفه دومشان نیز برابر باشد.

$$2y = 2 \Rightarrow y = 1$$

۴

۳

۲

۱

(امیر مضموریان، ضابطه جبری تابع، صفحه‌ی ۶۶ تا ۷۱)

تک تک اعضای دامنه را به کمک مقادیر برد تابع به دست می آوریم:

$$\frac{2x}{x-1} = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{2x}{x-1} = 1 \Rightarrow 2x = x-1 \Rightarrow x = -1$$

$$\frac{2x}{x-1} = -2 \Rightarrow 2x = -2x+2 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x}{x-1} = 3 \Rightarrow 2x = 3x-3 \Rightarrow x = 3$$

اعضای دامنه $\{0, -1, \frac{1}{2}, 3\}$ هستند که مجموعشان برابر است با:

$$0 + (-1) + \frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2}$$

۴

۳

۲

۱

(فریره هاشمی، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

نرخ رشد جمعیت همان شیب تابع خطی می باشد که با استفاده از مختصات دو نقطه

$A(1385, 640000)$ و $B(1395, 860000)$ آن را به دست می آوریم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{860000 - 640000}{1395 - 1385} = \frac{220000}{10} = 22000 \text{ نفر}$$

۴

۳

۲

۱

ضابطه تابع خطی که نمودار آن از مبدأ عبور می‌کند به صورت $f(x) = ax$ است که با

جایگذاری $f(-۳) = ۲$ در ضابطه تابع مقدار a را می‌یابیم:

$$f(x) = ax \xrightarrow{f(-۳)=۲} ۲ = a \times (-۳) \Rightarrow a = -\frac{۲}{۳}$$

$$f(x) = -\frac{۲}{۳}x \Rightarrow \begin{cases} f(۲) = -\frac{۲}{۳} \times ۲ = -\frac{۴}{۳} \\ f(-۴) = -\frac{۲}{۳} \times (-۴) = \frac{۸}{۳} \end{cases}$$

$$f(۲) + f(-۴) = -\frac{۴}{۳} + \frac{۸}{۳} = \frac{۴}{۳}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا ضابطهٔ تابع را با توجه به مختصات دو نقطه می‌یابیم:

$$A(۴, -۱), B(۳, ۲)$$

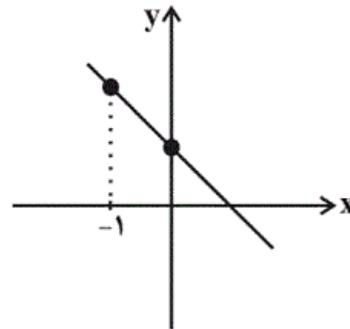
$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{۲ - (-۱)}{۳ - ۴} = \frac{۳}{-۱} = -۳$$

$$y - y_B = m_{AB}(x - x_B) \Rightarrow y - ۲ = -۳(x - ۳) \Rightarrow y - ۲ = -۳x + ۹$$

$$\Rightarrow y = -۳x + ۱۱$$

که با توجه به جدول زیر و رسم نمودار آن داریم:

x	۰	-۱
y	۱۱	۱۴



در نتیجه نمودار تابع شبیه نمودار گزینهٔ «۲» می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زرانروز، نمودار تابع درجهٔ ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

$$y = kx^2 - ۲kx + ۱ \Rightarrow x_S = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲k}{۲k} = ۱ \xrightarrow{\text{در تابع قرار می‌دهیم}}$$

$$y_S = k(۱)^2 - ۲k(۱) + ۱ = k - ۲k + ۱ = ۱ - k$$

حالا مختصات رأس را در معادلهٔ خط داده شده قرار می‌دهیم:

$$y = x - ۳ \xrightarrow{S(۱, ۱-k)} ۱ - k = ۱ - ۳ \Rightarrow k = ۳$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید زرین‌کفش، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

با توجه به مختصات رأس سهمی که نقطه $(-۲, -۳)$ می‌باشد، می‌توان ضابطه سهمی را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$y = a(x - (-۲))^2 - ۳ \Rightarrow y = a(x + ۲)^2 - ۳ \xrightarrow{\text{قراردادن مختصات نقطه } (۱, ۶) \text{ در ضابطه سهمی}}$$

$$۶ = a(۱ + ۲)^2 - ۳ \Rightarrow ۹a - ۳ = ۶ \Rightarrow ۹a = ۹ \Rightarrow a = ۱$$

پس ضابطه سهمی به صورت $y = (x + ۲)^2 - ۳$ می‌باشد که آن را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای باز می‌کنیم:

$$y = x^2 + ۴x + ۴ - ۳ = x^2 + ۴x + ۱$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریره هاشمی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

ابتدا تابع درآمد شرکت را به دست می‌آوریم:

تعداد بسته‌ها \times قیمت هر بسته = تابع درآمد

$$R(x) = (۴۰۰ - x) \times x = -x^2 + ۴۰۰x$$

حال تابع هزینه شرکت برابر است با:

$$C(x) = ۴۰x + ۱۰۰۰۰$$

پس تابع سود شرکت برابر می‌شود با:

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = -x^2 + ۴۰۰x - (۴۰x + ۱۰۰۰۰)$$

$$\Rightarrow P(x) = -x^2 + ۳۶۰x - ۱۰۰۰۰$$

$$P(۳۰۰) = -(۳۰۰)^2 + ۳۶۰ \times ۳۰۰ - ۱۰۰۰۰$$

$$= -۹۰۰۰۰ + ۱۰۸۰۰۰ - ۱۰۰۰۰ = ۸۰۰۰$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۶۰

(معمد بگیری، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

برای بدست آوردن تعداد کالا که به‌ازای آن درآمد شرکت ماکزیمم شود کافی است طول رأس سهمی تابع درآمد را به‌دست آوریم:

$$R(x) = -\frac{x^2}{20} + 300x$$

$$x = \frac{-300}{2 \times (-\frac{1}{20})} = \frac{-300}{-\frac{1}{10}} = 3000$$

طول رأس سهمی

۴

۳ ✓

۲

۱

-۶۱

(فهریره هاشمی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

تمام مطالب ذکر شده در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ در مورد گزاره، درست هستند ولی مطلب گزینه «۴» نادرست است چون ارزش یک گزاره یا درست است یا نادرست ولی نمی‌تواند گاهی درست و گاهی نادرست باشد.

۴ ✓

۳

۲

۱

-۶۲

(معمد بگیری، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

طبق فرض، a عددی حقیقی است، پس اگر a مثبت نباشد لزوماً منفی نیست چون ممکن است صفر باشد.

۴

۳ ✓

۲

۱

گزارهٔ عطفی $q \wedge \sim r$ دارای ارزش درست است، لذا q و $\sim r$ هر دو دارای ارزش درست می‌باشند در نتیجه r دارای ارزش نادرست می‌باشد.

حال به بررسی ارزش هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) (p \wedge \sim q) \vee (r \vee \sim p) \equiv \underbrace{(F \wedge \sim T)}_F \vee \underbrace{(F \vee \sim F)}_T \equiv F \vee T \equiv T$$

$$۲) (p \wedge r) \vee (q \wedge r) \equiv \underbrace{(F \wedge F)}_F \vee \underbrace{(T \wedge F)}_F \equiv F \vee F \equiv F$$

$$۳) \sim (p \wedge \sim q) \vee r \equiv \sim \underbrace{(F \wedge \sim T)}_F \vee F \equiv T \vee F \equiv T$$

$$۴) (q \vee \sim r) \wedge (\sim p \wedge q) \equiv \underbrace{(T \vee \sim F)}_T \wedge \underbrace{(\sim F \wedge T)}_T \equiv T \wedge T \equiv T$$

۴

۳

۲ ✓

۱

هم‌ارز گزارهٔ $\sim p \wedge \sim q$ طبق قوانین دمورگان به صورت $\sim (p \vee q)$ می‌باشد که با استفاده از جدول هم‌ارزی گزاره‌ها نیز بدست می‌آید.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim (p \vee q)$
د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د
ن	د	د	ن	ن	د
ن	ن	د	د	د	د

همانطور که در جدول می‌بینیم هم‌ارزی گزینهٔ «۴» نادرست است.

۴ ✓

۳

۲

۱

ارزش گزاره‌های ذکر شده در گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) همگی نادرست است ولی ارزش گزارهٔ گزینهٔ «۱» درست است:
گزینهٔ «۱»:

$$\underbrace{\underbrace{\text{(شیب خط } y = 4 \text{ برابر ۱ است.)}}_F \vee \underbrace{\text{(وزن افراد، متغیر کمی نسبتی است.)}}_T}_{T}$$

گزینهٔ «۲»:

$$\underbrace{\left(\underbrace{\left(\begin{array}{c} \text{نمودار} \\ \text{تابع نیست.} \end{array} \right)}_T \wedge \underbrace{\left(\begin{array}{c} \text{میانۀ یک سری از داده‌ها} \\ \text{همیشه عضوی از داده‌هاست.} \end{array} \right)}_F \right)}_F$$

گزینهٔ «۳»:

$$\underbrace{\underbrace{\text{(مجموع هر دو عدد زوج عددی زوج است.)}}_T \Rightarrow \underbrace{\text{(}\sqrt{16}\text{ عددی گنگ است.)}}_F}_F$$

گزینهٔ «۴»:

$$\underbrace{\underbrace{\text{(عدد ۳ مقسوم‌علیه عدد ۳۰ است.)}}_T \Leftrightarrow \underbrace{\text{(تساوی } x^2 + 4 = (x-2)(x+2) \text{ یک اتحاد است.)}}_F}_F$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ارزش $q \Rightarrow (\sim p \wedge r)$ نادرست است. پس ارزش $(\sim p \wedge r)$ درست و ارزش q نادرست است. از درستی ارزش $(\sim p \wedge r)$ هم نتیجه می‌گیریم که $\sim p$ درست و r هم درست می‌باشد، لذا داریم:

$$\sim p \equiv T, \quad \sim q \equiv T, \quad r \equiv T$$

$$\nabla \equiv (T \Leftrightarrow T) \equiv T$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر زرانروز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

ارزش $(p \vee r) \Rightarrow q$ نادرست است؛ پس ارزش q درست و ارزش $(p \vee r)$ نادرست است. لذا نتیجه می‌گیریم که ارزش‌های p و r هر دو نادرست هستند، بنابراین داریم:

الف) $(\sim p \Rightarrow \sim r) \equiv (\sim F \Rightarrow \sim F) \equiv (T \Rightarrow T) \equiv T$

ب) $(p \wedge \sim q) \equiv (F \wedge \sim T) \equiv (F \wedge F) \equiv F$

پ) $(q \Leftrightarrow p) \equiv (T \Leftrightarrow F) \equiv F$

ت) $\sim(\sim p) \equiv p \equiv F$

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر محمودیان، استدلال ریاضی، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

اگر قیمت کالا را با x نشان دهیم، $\frac{20}{100}x$ قیمت آن برابر است با: $\frac{20}{100}x$.

این عبارت به صورت نماد ریاضی به صورت زیر است:

$$x = \frac{20}{100}x + 8000$$

دقت شود $x > \frac{20}{100}x + 8000$ ، نماد ریاضی عبارت «قیمت کالایی از بیست درصد

قیمت آن بیش از ۸۰۰۰ تومان بیشتر است.» می‌باشد.

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زرانروز، استدلال ریاضی، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

نام استدلال، مغالطه است چون به شکل زیر است:

$$p \Rightarrow q$$

$$q$$

$$\therefore p$$

نتیجه بدست آمده، می‌تواند درست یا نادرست باشد چون اگر مثلث ABC متساوی‌الساقین باشد می‌تواند متساوی‌الاضلاع هم باشد یا نباشد. ضمناً روش به کار رفته در مغالطه، همیشه نادرست است.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۷۰

(امیر محمودیان، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۶ تا ۱۸)

مرحله چهارم غلط است زیرا در اتحاد تفاضل مکعبات (چاق و لاغر) در پرانتز دوم باید $+16$ قرار می‌گرفت، یعنی:

$$(x^2)^3 - (2^2)^3 = (x^2 - 2^2)(x^4 + 4x^2 + 16)$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۷۱

(میا اصغری، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

نمودار یک رابطه زمانی تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند که با توجه به این تعریف نمودار مربوط به گزینه «۲» تابع می‌باشد.

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۷۲

(مهدی بهیرایی، ضابطه جبری تابع، صفحه‌ی ۶۶ تا ۷۱)

دامنه تابع f ، اعداد طبیعی است پس گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست می‌باشند.

دو برابر جذر عدد معادل $2\sqrt{x}$ می‌باشد که به علاوه عدد ۶ به صورت $2\sqrt{x} + 6$

است، پس ضابطه تابع به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt{x} + 6 \end{cases}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

در توابع زوج مرتبی، مؤلفه‌های اول زوج مرتبها دامنه تابع می‌باشند که در این تابع داریم:

$$D_f = \{a^2, -a, -3\}$$

$$R_f = \{2a, a^2, a-1\}$$

$$\text{مجموع اعضای دامنه} = 3 \Rightarrow a^2 - a - 3 = 3 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a-3)(a+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=-2 \end{cases}$$

حال به‌ازای $a=3$ و $a=-2$ شرط تابع بودن را بررسی می‌کنیم:

$$\text{اگر } a=3 \Rightarrow f = \{(9,6), (-3,9), (-3,2)\} \Rightarrow \text{تابع نیست}$$

$$\text{اگر } a=-2 \Rightarrow f = \{(4,-4), (2,4), (-3,-3)\} \Rightarrow \text{تابع است}$$

پس $a=-2$ قابل قبول است و مجموع اعضای برد برابر است با:

$$-4 + 4 - 3 = -3$$

۴

۳

۲ ✓

۱

در تابع مورد نظر $f(0)=2$ و $f(4)=0$ است. ابتدا شیب تابع خطی را محاسبه می‌کنیم و سپس ضابطه $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

$$m = \frac{0-2}{4-0} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$y = mx + h \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + h \xrightarrow{f(0)=2} 2 = -\frac{1}{2}(0) + h \Rightarrow h = 2$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= -\frac{1}{2}(2) + 2 = 1 \\ f(-2) &= -\frac{1}{2}(-2) + 2 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(2) - f(-2) = 1 - 3 = -2$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر زرانروز، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

اگر رابطه خطی مورد نظر را به شکل $y = ax + b$ در نظر بگیریم با توجه به اطلاعات سؤال، می‌توان به صورت زیر عمل کرد:

$$y = ax + b \Rightarrow \begin{cases} \begin{array}{l} x=0 \\ y=20 \end{array} \rightarrow 20 = 0 \times x + b \Rightarrow b = 20 \\ \begin{array}{l} x=5 \\ y=22 \end{array} \rightarrow 22 = 5a + 20 \Rightarrow a = \frac{2}{5} \end{cases}$$

پس ضابطه تابع به صورت $y = \frac{2}{5}x + 20$ می‌باشد. حال به ازای وزنه ۲۵ کیلوگرمی طول فنر برابر است با:

$$y = \frac{2}{5} \times 25 + 20 = 30$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زرانروز، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

تابع هزینه: $C(x) = 2000 + 10x$

تابع درآمد: $R(x) = x \times 100 = 100x$

تابع سود: $P(x) = R(x) - C(x) = 100x - 2000 - 10x = 90x - 2000$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

نمودار تابع محور y ها را به‌ازای $x=0$ قطع می‌کند، لذا داریم:
گزینه «۱»:

$$f(x) = 2x^2 - x - 3 \xrightarrow{x=0} f(0) = 2 \times (0)^2 - 0 - 3 = -3$$

پس تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -3 قطع می‌کند. (این گزینه صحیح است.)

گزینه «۲»: طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ نقطه‌ای به طول $x = -\frac{b}{2a}$ است که همان محور تقارن تابع است.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

پس خط $x = \frac{1}{4}$ محور تقارن سهمی است (این گزینه صحیح است).

گزینه «۳»: $x = \frac{1}{4}$ طول رأس سهمی است که در این نقطه کمترین مقدار تابع رخ

می‌دهد و این کمترین مقدار برابر است با $f\left(\frac{1}{4}\right)$.

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} - 3 = 2 \times \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 3 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 3 = -\frac{25}{8}$$

گزینه «۴»:

$$f(-1) = 2(-1)^2 - (-1) - 3 = 2 \times 1 + 1 - 3 = 0$$

۴

۳

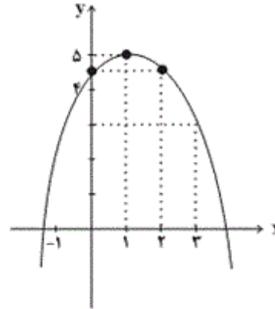
۲

۱

با استفاده از جدول زیر و با توجه به اینکه مختصات رأس سهمی نقطه (۱,۵)

می‌باشد، داریم:

x	-۱	۰	۱	۲	۳
y	۳	۴/۵	۵	۴/۵	۳



پس نمودار آن شبیه نمودار گزینه «۱» می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر محمودیان، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

دو نمودار $f(x)$ و $g(x)$ یکدیگر را در نقطه‌ای به طول $x=2$ قطع می‌کنند لذا

داریم:

$$f(2) = g(2)$$

$$\Rightarrow -(2)^2 + 2a + 3 = 2(2)^2 - 2 + 2 - a \Rightarrow -4 + 2a + 3 = 8 - 2 + 2 - a$$

$$\Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = -x^2 + 3x + 3 \Rightarrow \text{طول رأس سهمی} : x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{-2} = \frac{3}{2}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض می‌کنیم که کشاورز x درخت اضافی بکارد در این صورت محصول هر درخت به‌ازای درخت‌های اضافی $5x$ کیلوگرم کمتر می‌شود، پس کل محصول برداشتی برابر می‌شود با:

$$y = (x + 40)(300 - 5x) = -5x^2 + 100x + 12000$$

برای به دست آوردن ماکسیمم برداشت کافی است مختصات رأس سهمی تابع محصول را بیابیم:

$$x_V = \frac{-100}{2 \times (-5)} = \frac{-100}{-10} = 10$$

پس با کاشت ۱۰ درخت اضافی به ماکسیمم برداشت می‌رسد و در این حالت ماکسیمم محصول برداشتی برابر است با:

$$y = -5 \times (10)^2 + 100 \times 10 + 12000 = -500 + 1000 + 12000 = 12500 \text{ کیلوگرم}$$

۴

۳

۲

۱ ✓