



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



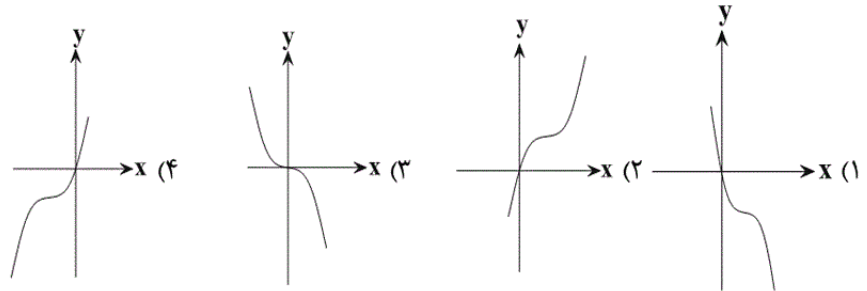
<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- نمودار تابع $f(x) = 6x^2 - x^3 - 12x$ شبیه کدام گزینه است؟



۹۲- تابع $y = 2x + \frac{|x|}{x}$ در دامنه خود چگونه است؟

- (۱) اکیداً صعودی (۲) اکیداً نزولی (۳) هم صعودی و هم نزولی (۴) غیریکنوا

۹۳- به ازای چند عدد صحیح x ، تابع $f = \{(x^2, 9), (x^2, 0), (-2, 4x - 3)\}$ صعودی است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۹۴- تابع $f(x) = |\sin x|$ مفروض است، در کدام یک از بازه‌های زیر، برای هر x_1 و x_2 عضو این بازه رابطه $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ برقرار است؟

- (۱) $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ (۲) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ (۳) $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ (۴) $[0, \frac{\pi}{2}]$

۹۵- تابع $f(x) = |x(x^2 + 3x + 3)| + 2$ در بازه $[a, +\infty)$ صعودی اکید است. حداقل مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) $-\sqrt[3]{2}$ (۴) $-1 - \sqrt[3]{2}$

۹۶- اگر تابع f اکیداً صعودی و $f(1) = 0$ باشد، آنگاه دامنه تابع $y = \sqrt{(x^3 - x)f(x)}$ برابر $\mathbb{R} - (a, b)$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۲

۹۷- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 2x - x|x|$ در بازه $(-1, 1)$ چگونه است؟

- (۱) ابتدا نزولی، سپس صعودی (۲) صعودی (۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی (۴) نزولی

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 & , x > 3 \\ \frac{4}{5}x + \frac{8}{5} & , -2 \leq x \leq 3 \\ x^2 + 6x + 8 & , x < -2 \end{cases}$$

۹۸- اگر ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 & , x > 3 \\ \frac{4}{5}x + \frac{8}{5} & , -2 \leq x \leq 3 \\ x^2 + 6x + 8 & , x < -2 \end{cases}$ باشد، آن گاه طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن $f(x)$ اکیداً صعودی است، کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

۹۹- تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x - 3$ با دامنه $\{x : |x - 1| < 2\}$ ، همواره چگونه است؟

(۱) منفی (۲) مثبت (۳) صعودی (۴) نزولی

۱۰۰- به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $f(x) = \left(\frac{3m+1}{4}\right)^x$ نزولی است؟

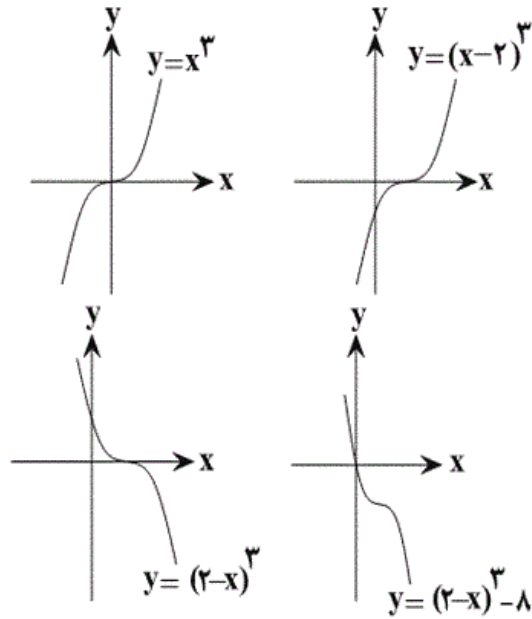
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار m

-۹۱

(مصطفی کرمی)

$$f(x) = \frac{6x^2 - x^3 - 12x + 8}{(2-x)^3} - 8 = (2-x)^3 - 8$$

حالا مرحله به مرحله نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴

۳

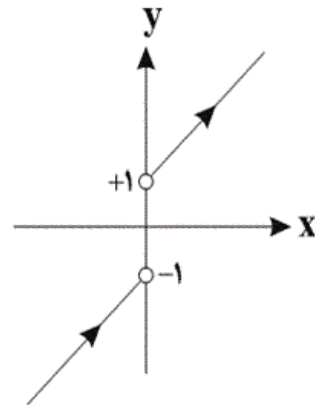
۲

۱ ✓

-۹۲

(میثم فلاح)

$$y = 2x + \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 2x+1 & x > 0 \\ 2x-1 & x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، تابع مورد نظر اکیداً صعودی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

چون f صعودی است، با توجه به دو زوج مرتب $(0, x^2)$ و $(-2, 4x-3)$ می‌توان نوشت:

$$-2 < 0 \Rightarrow 4x - 3 \leq x^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-3) \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq 1$$

با توجه به دو زوج مرتب $(x^2, 9)$ و $(-2, 4x-3)$ می‌توان نوشت:

$$-2 < x^2 \Rightarrow 4x - 3 \leq 9 \Rightarrow 4x \leq 12 \Rightarrow x \leq 3$$

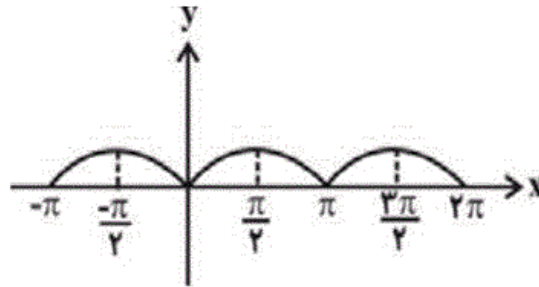
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعریف $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ ، نشان‌دهنده نزولی اکید بودن تابع f در بازه مورد نظر است. نمودار تابع f به صورت زیر است:



با توجه به شکل و با توجه به گزینه‌ها، تابع در فاصله $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ اکیداً نزولی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

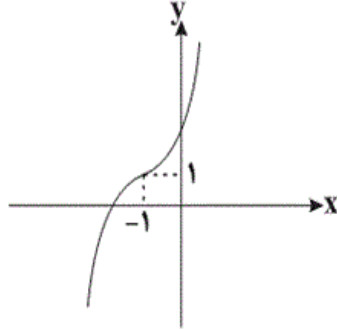
 ۲

 ۱

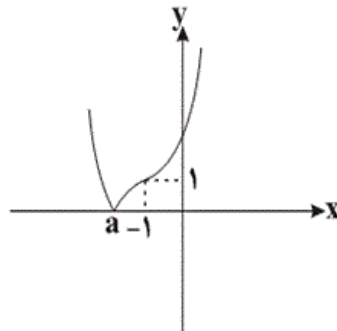
ابتدا ضابطه f را ساده تر می کنیم:

$$f(x) = |x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1| = |(x+1)^3 + 1|$$

نمودار تابع $y = (x+1)^3 + 1$ را به کمک انتقال تابع $y = x^3$ رسم می کنیم:



برای رسم نمودار f ، کفایت قسمتی از نمودار را که زیر محور x هاست، نسبت به محور x ها قرینه کنیم و آن قسمت از نمودار را که بالای محور x هاست حفظ کنیم:



۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به آن که تابع f اکیداً صعودی است، به ازای $x < 1$ منفی و به ازای $x > 1$ مثبت است. حال با تعیین علامت عبارت زیر رادیکال داریم:

$$(x^3 - x)f(x) \geq 0$$

$$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

	-1	0	1
$x^3 - x$	-	+	-
$f(x)$	-	-	+
P	+	-	+

دامنه تابع $y = \sqrt{(x^3 - x)f(x)}$ برابر $\mathbb{R} - (-1, 0)$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳ ✓

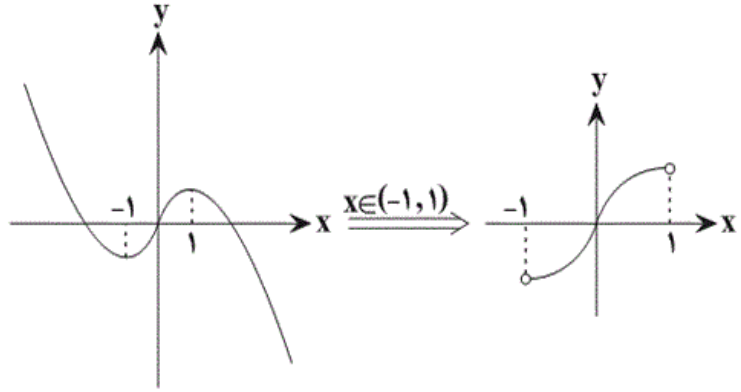
۲

۱

با تعیین علامت $|x|$ ، داریم:

$$f(x) = 2x - x|x| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & x \geq 0 \\ x^2 + 2x & x < 0 \end{cases}$$

حال تابع $f(x)$ را در بازه داده شده، رسم می‌کنیم:



بنابراین تابع در بازه $(-1, 1)$ ، صعودی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

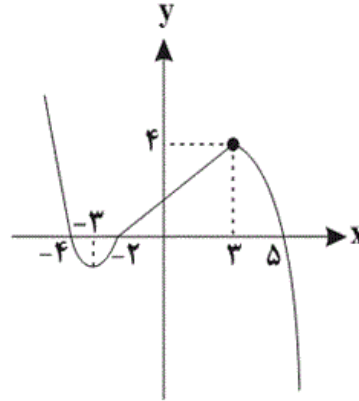
 ۲

 ۱

با ساده‌سازی تابع $f(x)$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -(x-1)(x-5) & , \quad x > 3 \\ \frac{4}{5}x + \frac{8}{5} & , \quad -2 \leq x \leq 3 \\ (x+4)(x+2) & , \quad x < -2 \end{cases}$$

تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:



طبق نمودار، تابع $f(x)$ در بازه $[-3, 3]$ اکیداً صعودی بوده و طول این بازه $3 - (-3) = 6$ است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی - ۹۱)

$$2 < |x-1| \text{ دامنه}$$

چون طرفین نامعادله نامنفی هستند، می‌توانیم به توان ۲ برسانیم:

$$\Rightarrow (x-1)^2 < 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 < 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow f(x) < 0$$

بنابراین تابع f همواره منفی است. محور تقارن $x=1$ است، با توجه به دامنه که بازه $(-1, 3)$ است، تابع ابتدا نزولی و بعد صعودی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تابع $f(x) = a^x$:به ازای $0 < a < 1$ اکیداً نزولی است.به ازای $a > 1$ اکیداً صعودی است.به ازای $a = 0$ و $a = 1$ تابع ثابت و در نتیجه هم صعودی و هم نزولی است.

پس برای آن که تابع داده شده نزولی باشد، باید داشته باشیم:

$$0 \leq \frac{3m+1}{4} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 3m+1 \leq 4 \Rightarrow -1 \leq 3m \leq 3 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1$$

در محدوده بالا فقط اعداد صحیح صفر و ۱ قرار می گیرند.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱