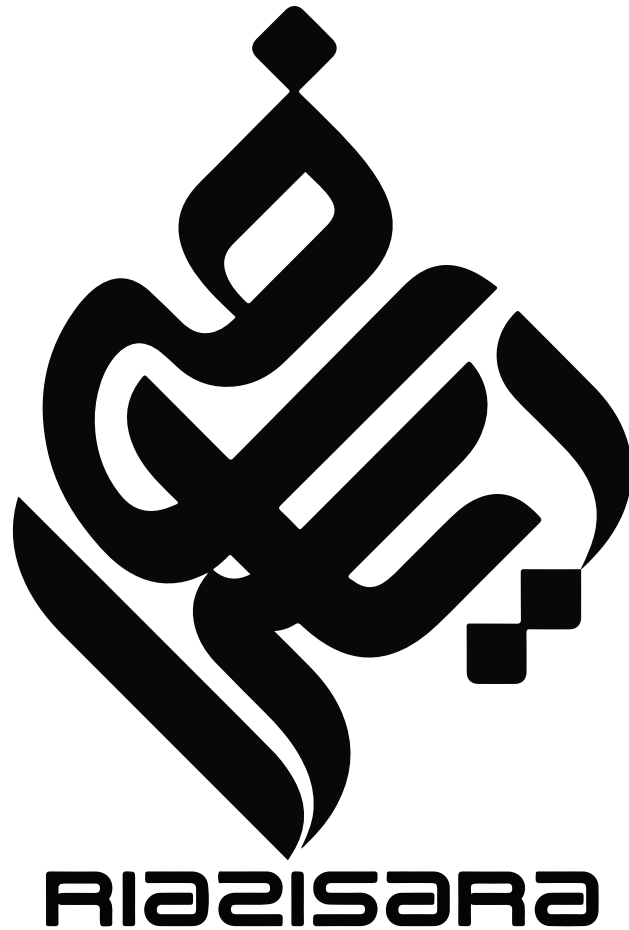




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



۴۱- اگر $2 \sin x + \cos x = -2$ باشد، حاصل $4 \sin x \cos x + 3 \sin^2 x$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۲- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

- (۱) $\cos 193^\circ < \sin(-210^\circ)$ (۲) $\cos(280^\circ) > \sin(193^\circ)$
(۳) $\tan(-100^\circ) < \cot(280^\circ)$ (۴) $\tan(-100^\circ) > \cot(-210^\circ)$

۴۳- حاصل عبارت $A = \left(1 + \frac{\sin x}{1 - \cos x}\right) \left(1 - \frac{\sin x}{1 + \cos x}\right)$ کدام است؟ (همه عبارت‌ها تعریف شده‌اند).

- (۱) $\frac{2}{\cot x}$ (۲) $\frac{2}{\tan x}$ (۳) $\frac{2}{\cos x}$ (۴) $\frac{2}{\sin x}$

۴۴- اگر انتهای کمان α در ناحیه دوم و $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ باشد، معادله خطی که محور x ها را در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{2}$ قطع می‌کند و با جهت مثبت محور x ها

زاویه α می‌سازد، کدام است؟

- (۱) $4y = 6x - 3$ (۲) $5y = 6 - 12x$ (۳) $5y = 12x - 6$ (۴) $4y = 3 - 6x$

۴۵- اگر $0 < a < 1$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{a}} < \sqrt{a} < \frac{1}{a} < a$ (۲) $\frac{1}{a} < \frac{1}{\sqrt{a}} < \sqrt{a} < a$ (۳) $a < \sqrt{a} < \frac{1}{\sqrt{a}} < \frac{1}{a}$ (۴) $\sqrt{a} < a < \frac{1}{a} < \frac{1}{\sqrt{a}}$

۴۶- کدام عامل زیر در تجزیه عبارت $a^4 + a^3b - ab^3 - b^4$ وجود ندارد؟

- (۱) $a + b$ (۲) $a - b$ (۳) $a^2 + ab + b^2$ (۴) $a^2 - ba + b^2$

۴۷- برای چند عدد حقیقی، همواره ریشه n ام و توان n ام عدد با خود عدد برابر است؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۴۸- حاصل عبارت $A = \left(\sqrt{\sqrt{625}} \times \sqrt[3]{5^{-3}} + \sqrt[3]{\sqrt{64}} \times \sqrt[4]{\frac{1}{128}} \right)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۴۹- ساده شده عبارت $(\sqrt{3} + 1)^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{2}) (\sqrt[3]{2} - \sqrt{3})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2^3}$ (۲) $\frac{2}{2^3}$ (۳) $\frac{1}{2^6}$ (۴) $\frac{3}{2^2}$

۵۰- حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt{\sqrt{x}-1}} + \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{\sqrt{x}+1}}{\sqrt[4]{x-1}}$ کدام است؟ (همه عبارت‌ها تعریف شده‌اند).

- (۱) $\sqrt{x-1}$ (۲) $\sqrt{x+1}$ (۳) $\sqrt{x-1}$ (۴) $\sqrt{x+1}$

ریاضی ۲ - ۱۰ سوال

۵۱- از نقطه A به مختصات (۵, ۲) خطی بر دایره به مرکز (۳, ۱) در نقطه T روی دایره مماس رسم می‌کنیم. اگر شعاع دایره ۲ واحد باشد، طول پاره خط AT کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۲- نقاط $A(2, -3)$ ، $B(4, 8)$ ، $C(3, 5)$ سه رأس متوازی‌الاضلاع ABCD است. طول قطر BD کدام است؟

- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $\sqrt{205}$ (۳) $\sqrt{153}$ (۴) $\sqrt{130}$

۵۳- اگر مجموع ریشه‌های معادله $2x^2 - (k+1)x + k - 1 = 0$ برابر ۳- باشد، حاصل ضرب ریشه‌های آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) -۴

۵۴- اگر x_1 و x_2 طول و عرض یک مستطیل به محیط ۲۲ واحد و مساحت ۳۰ واحد مربع باشند، معادله درجه دوم معرف طول و عرض این مستطیل کدام است؟

- (۱) $2x^2 + 15x - 22 = 0$ (۲) $x^2 - 11x + 15 = 0$ (۳) $x^2 - 11x + 30 = 0$ (۴) $2x^2 + 12x + 11 = 0$

۵۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 5x - 1 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟

- (۱) $x^2 + 3x + 8 = 0$ (۲) $x^2 - 3x + 8 = 0$ (۳) $x^2 + 3x - 8 = 0$ (۴) $x^2 - 3x - 8 = 0$

۵۶- کمترین مقدار سهمی با ضابطه $y = 2x^2 + 8x - 56$ کدام است؟

- (۱) -۶۴ (۲) -۸ (۳) -۳۲ (۴) -۲

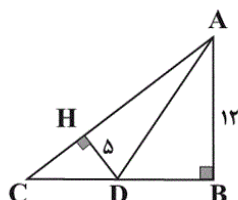
۵۷- مجموع جواب‌های معادله $\frac{2x}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = 1$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) معادله جواب ندارد.

۵۸- جواب معادله $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1$ در کدام بازه قرار دارد؟

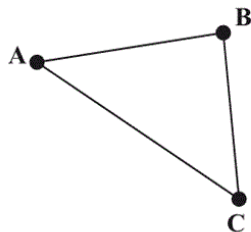
- (۱) $[0, 3]$ (۲) $[4, 6]$ (۳) $[-2, 0]$ (۴) $[7, 8]$

۵۹- در شکل مقابل، طول AD کدام است؟ (AD نیمساز زاویه A است.)



- (۱) $12\sqrt{2}$ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۳

۶۰-.... نقطه وجود دارد که از نقاط A، B و C به یک فاصله باشد و



(۱) یک - آن نقطه محل برخورد نیم‌سازهای $\hat{A}$ و $\hat{C}$ است.

(۲) بی‌شمار - آن نقاط روی نیم‌ساز زاویه A قرار دارند.

(۳) یک - آن نقطه محل برخورد عمودمنصف‌های AB و AC است.

(۴) بی‌شمار - آن نقاط روی پاره‌خطی هستند که وسط AB و AC را به هم وصل می‌کند.

ریاضی-۱- گواه-سوالات موازی - ۱۰ سوال -

۸۱- اگر $\tan \alpha + \sin \alpha < 0$ و $\sin \alpha \tan \alpha > 0$ ، آن‌گاه زاویه α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۸۲- نقطه $P\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ روی دایره مثلثاتی را 180° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول مبدأ مختصات دوران می‌دهیم، نقطه جدید چه زاویه‌ای بر روی دایره مثلثاتی به وجود می‌آورد؟

(۴) -120°

(۳) 135°

(۲) 240°

(۱) -240°

۸۳- اگر $\sin \theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان θ در ربع سوم باشد، آن‌گاه $\tan \theta$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) -۲

۸۴- ساده شده عبارت تعریف شده $A = \frac{1 - \cos^2 x \tan^2 x}{\cos^2 x}$ ، کدام است؟

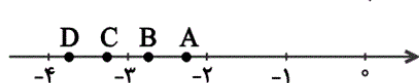
(۴) $\frac{1}{\tan^2 x}$

(۳) $\tan^2 x$

(۲) -۱

(۱) ۱

۸۵- مطابق شکل زیر، کدام یک از حروف A، B، C و D می‌تواند نشان‌دهنده عدد $-\sqrt[3]{17}$ بر روی محور اعداد باشد؟



(۲) B

(۴) D

(۱) A

(۳) C

۸۶- اگر $\sqrt[4]{3} = a$ ، آن‌گاه $\sqrt[4]{0.243}$ کدام است؟

(۴) a

(۳) $3a$

(۲) $0.3a$

(۱) $0.1a$

۸۷- حاصل عبارت $\sqrt[3]{\frac{3}{4a}} \times \sqrt[2]{\frac{2}{3}}$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

(۴) $\frac{1}{2a}$

(۳) $\frac{\sqrt[3]{3a}}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt[3]{4a^2}}{2a}$

(۱) $\frac{\sqrt[3]{6a^2}}{2a}$

۸۸- حاصل $\frac{1}{3} (125) + \frac{2}{5} (32) + \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$ برابر کدام است؟

(۱) ۴/۸ (۲) ۳/۷ (۳) ۵/۷ (۴) ۶/۲

۸۹- حاصل عبارت $(4x^2 - 6x + 9)(2x + 3)$ به ازای $x = \sqrt[3]{-3}$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) $3\sqrt[3]{-3}$

(۲) -۳

(۱) $-\sqrt[3]{3}$

۹۰- حاصل عبارت $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{x^2-1}$ (در صورت تعریف شدن) برابر کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

ریاضی ۱ - سوالات موازی - ۱۰ سوال -

۷۱- خطی که از نقطه $(\sqrt{3}, 5)$ می‌گذرد و عرض از مبدأ آن ۲ است، با قسمت مثبت محور x ها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

(۴) 75°

(۳) 60°

(۲) 45°

(۱) 30°

۷۲- با توجه به رابطه $3 \cos x + \frac{1}{3 \cos x} = -2$ ، اگر x در ناحیه دوم باشد، $\cot x$ کدام است؟

(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۳) $-2\sqrt{2}$

(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $-4\sqrt{2}$

۷۳- اگر $\frac{3 \sin x + 2 \cos x}{9 \sin x + 4 \cos x} = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت $1 + \cot x + \sin^2 x$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۴- حاصل عبارت $\sqrt{8 - \sqrt{2} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{2} + 1$

(۳) $\sqrt{2} - 1$

(۲) ۳

(۱) -۳

۷۵- ساده شده کسر $\frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2+a^2}{a^2-1}$ (اگر $a \neq 1$) کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

۷۶- حاصل عبارت $M = \frac{\sqrt[2]{\sqrt{5}} \times \sqrt[4]{\sqrt{5}} \times \sqrt[5]{\sqrt{5}} \times \sqrt[6]{\sqrt{5}}}{\sqrt[2]{5}^{15} \times 5^{24}}$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) $\sqrt[3]{5}$

(۲) $\sqrt{5}$

(۱) ۱

۷۷- اگر a و b اعداد حقیقی و n عدد طبیعی بزرگتر یا مساوی ۲ باشند، چه تعداد از روابط زیر همواره برقرارند؟

(الف) $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a+b}$

(ب) $\sqrt[n]{ab} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$

(پ) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

(۲) یک

(۴) سه

(۱) صفر

(۳) دو

۷۸- حاصل عبارت $A = \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+x-2}{x-1}$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۱) ۲

۷۹- حاصل عبارت $M = \frac{\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} + \sqrt[4]{17+12\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} - \sqrt[4]{17+12\sqrt{2}}}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $-\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

۸۰- اگر $a = 2 - \sqrt{3}$ باشد، حاصل $a + \frac{1}{a}$ کدام است؟

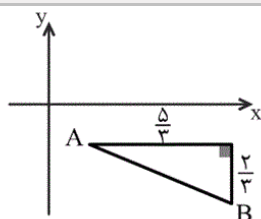
(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۱

(۱) -۱

ریاضی ۲ - گواه - ۱۰ سوال -



۶۱- در شکل زیر شیب خطی که از دو نقطه A و B می‌گذرد، کدام است؟

(۲) $\frac{2}{5}$

(۴) $-\frac{5}{2}$

(۱) $\frac{5}{2}$

(۳) $-\frac{2}{5}$

۶۲- عرض از مبدأ خط گذرا بر نقطه $(-1, 5)$ و عمود بر خط $y = 2x + 1$ کدام است؟

(۴) $2/5$

(۳) ۲

(۲) $1/5$

(۱) ۱

۶۳- فاصله مبدأ مختصات از نقطه تلاقی دو خط به معادلات $2y + x = 5$ و $3y = 2x + 11$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{10}$

(۳) ۳

(۲) $\sqrt{8}$

(۱) ۲

۶۴- اگر $A(2, 4)$ و $B(-4, 2)$ ، آنگاه عمودمنصف پاره‌خط AB ، محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

(۴) صفر

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) -۱

(۱) ۱

۶۵- فاصله دو خط $y = \sqrt{3}x + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ از یکدیگر کدام است؟

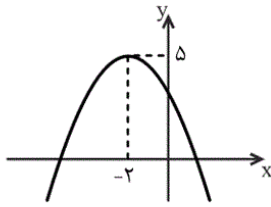
(۴) $2 + \sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{3} + 1$

(۲) $\sqrt{3} - 1$

(۱) $2 - \sqrt{3}$

۶۶- شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع زیر است؟



(۱) $y = x^2 + 4x + 3$

(۲) $y = -x^2 - 2x + 4$

(۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$

(۴) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

۶۷- جواب‌های معادله $2x + \frac{x^2 - 4x}{x - 2} - \frac{x - 6}{x - 2} = 0$ چگونه‌اند؟

- (۱) یک جواب مورد قبول (۲) دو جواب مساوی (۳) دو جواب قرینه (۴) دو جواب وارون هم

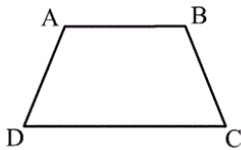
۶۸- تعداد و علامت جواب‌های معادله $\sqrt{x+6} - \sqrt{2x+5} = 1$ چگونه است؟

- (۱) فقط یک جواب منفی (۲) فقط یک جواب مثبت (۳) دو جواب مثبت و منفی (۴) دو جواب مثبت

۶۹- نقطه A به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر از نقطه B قرار دارد. در صفحه چند نقطه وجود دارد که از A به فاصله ۷ سانتی‌متر و از B به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۰- در یک دوزنقه، نقطه‌ای که از دو سر قاعده CD به یک فاصله و همچنین از قاعده CD و ساق AD به یک فاصله است، حاصل برخورد است.



- (۱) نیم‌سازهای $\hat{C}$ و $\hat{D}$
 (۲) عمودمنصف‌های دو ساق
 (۳) عمودمنصف CD و نیم‌ساز زاویه D
 (۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز اوساط قاعده‌ها

-۴۱

(پوریا مهرش)

$$(2 \sin x + \cos x)^2 = (-2)^2$$

$$\Rightarrow 4 \sin^2 x + \cos^2 x + 4 \sin x \cos x = 4$$

$$\Rightarrow 4 \sin x \cos x + 3 \sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = 4$$

$$\Rightarrow 3 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x + 1 = 4$$

$$\Rightarrow 3 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x = 3$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

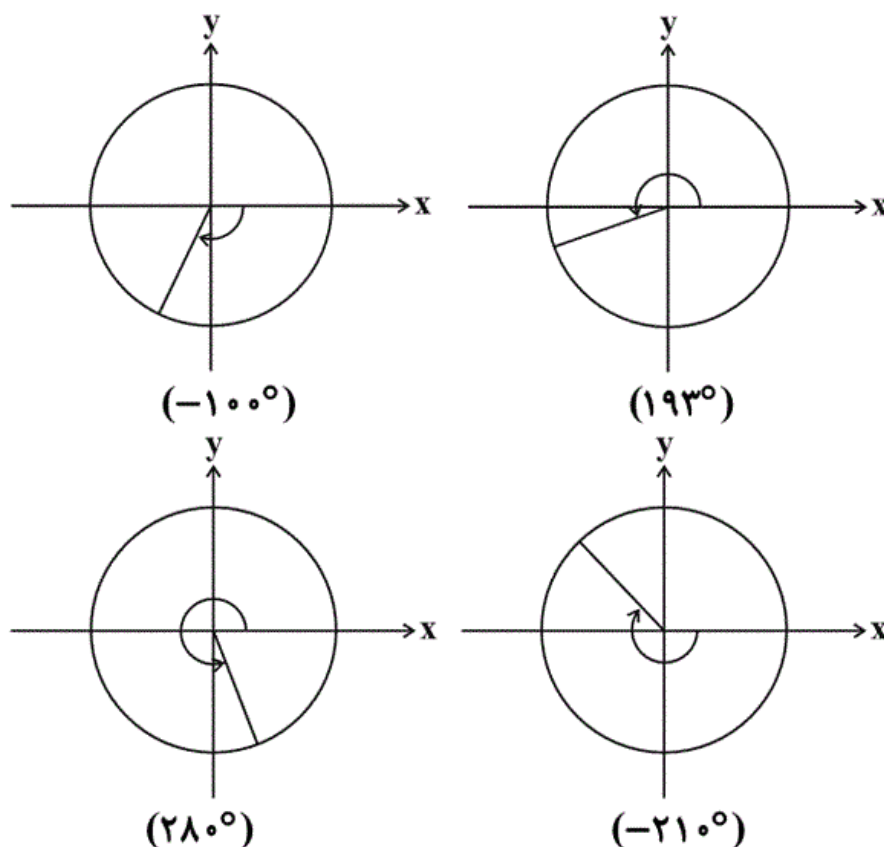
۳

۲ ✓

۱

-۴۲

(مهرادر قاجاری)



بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \cos(193^\circ) < 0, \sin(-210^\circ) > 0 \Rightarrow \cos(193^\circ) < \sin(-210^\circ)$$

$$۲) \cos(280^\circ) > 0, \sin(193^\circ) < 0 \Rightarrow \cos(280^\circ) > \sin(193^\circ)$$

$$۳) \tan(-100^\circ) > 0, \cot(280^\circ) < 0 \Rightarrow \tan(-100^\circ) > \cot(280^\circ)$$

$$۴) \tan(-100^\circ) > 0, \cot(-210^\circ) < 0 \Rightarrow \tan(-100^\circ) > \cot(-210^\circ)$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$۱) \frac{\sin x}{1 - \cos x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \frac{\sin x(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin x(1 + \cos x)}{\sin^2 x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$$

$$۲) \frac{\sin x}{1 + \cos x} \times \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x} = \frac{\sin x(1 - \cos x)}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin x(1 - \cos x)}{\sin^2 x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$۳) \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} = ۱$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲),(۳)} A = ۱ + \left(\frac{1 + \cos x}{\sin x} - \frac{1 - \cos x}{\sin x} \right) - ۱ = \frac{2 \cos x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow A = 2 \cot x \xrightarrow{\cot x = \frac{1}{\tan x}} A = \frac{2}{\tan x}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

چون شیب خط برابر $\tan \alpha$ است، ابتدا باید $\tan \alpha$ با استفاده از $\sin \alpha$ بدست آوریم.

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \xrightarrow{\sin \alpha = \frac{12}{13}}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{12}{13}\right)^2} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{169}{144}$$

$$\Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{169}{144} - 1$$

$$\Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{169 - 144}{144} = \frac{25}{144} \Rightarrow \cot \alpha = \pm \frac{5}{12}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه دوم}} \cot \alpha = -\frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{-\frac{5}{12}} = -\frac{12}{5} = m$$

$$m = -\frac{12}{5} \left| \begin{array}{l} \\ A(\frac{1}{2}, 0) \end{array} \right\} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = -\frac{12}{5}(x - \frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow y = -\frac{12}{5}x + \frac{6}{5} \xrightarrow{\times 5} 5y = -12x + 6$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

۴

۳

۲✓

۱

می‌دانیم که اگر عددی بین صفر و یک باشد، هر چه به توان کوچکتری برسد بزرگ‌تر می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} a = a^1 \\ \frac{1}{a} = a^{-1} \\ \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{a}} = a^{-\frac{1}{2}} \end{array} \right\} \Rightarrow a^1 < a^{\frac{1}{2}} < a^{-\frac{1}{2}} < a^{-1}$$

$$\Rightarrow a < \sqrt{a} < \frac{1}{\sqrt{a}} < \frac{1}{a}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{aligned} a^4 + a^3b - ab^3 - b^4 &= a^3(a+b) - b^3(a+b) \\ &= (a^3 - b^3)(a+b) = (a-b)(a^2 + ab + b^2)(a+b) \end{aligned}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴✓

۳

۲

۱

تنها دو عدد حقیقی صفر و یک هستند که در شرط گفته شده صدق می‌کنند:

$$\sqrt[n]{0} = (0)^n = 0$$

$$\sqrt[n]{1} = (1)^n = 1$$

نکته: درست است که برای n های فرد $(-1)^n = -1$ ولی برای n های زوج صحیح نمی‌باشد، $(-1)^n = 1$ و از طرفی $\sqrt[n]{-1}$ برای n های زوج تعریف نشده است، پس -1 نمی‌تواند ویژگی مطرح شده در سوال را داشته باشد.

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{aligned}
 A &= (\sqrt{\sqrt{625}} \times \sqrt[3]{5^{-3}} + \sqrt[3]{\sqrt{64}} \times \sqrt[4]{\frac{1}{128}}) \\
 &= \sqrt{25} \times 5^{-\frac{3}{3}} + \sqrt[3]{8} \times \frac{1}{2} \\
 &= (5 \times \frac{1}{5}) + (2 \times \frac{1}{2}) = 1 + 1 = 2
 \end{aligned}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{aligned}
 &(\sqrt{3} + 1)^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{2(2 - \sqrt{3})}) = \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)^2} (\sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}}) \\
 &= \sqrt[3]{(3 + 1 + 2\sqrt{3})} \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(4 + 2\sqrt{3})} \sqrt[3]{(4 - 2\sqrt{3})} \\
 &= \sqrt[3]{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} = \sqrt[3]{16 - 12} = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۴

۳

۲✓

۱

$$A = \underbrace{\frac{\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt{\sqrt{x-1}}}}_{(1)} + \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} - \underbrace{\frac{\sqrt{\sqrt{x+1}}}{\sqrt[4]{x-1}}}_{(2)}$$

$$(1): \frac{\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt{\sqrt{x-1}}} \times \frac{\sqrt{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{\sqrt{x+1}}} = \frac{(\sqrt[4]{x-1})(\sqrt{\sqrt{x+1}})}{\sqrt{x-1}}$$

$$(2): \frac{\sqrt{\sqrt{x+1}}}{\sqrt[4]{x-1}} \times \frac{\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt[4]{x-1}} = \frac{(\sqrt{\sqrt{x+1}})(\sqrt[4]{x-1})}{\sqrt{x-1}}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود موارد (۱) و (۲) عبارت‌های یکسانی هستند. بنابراین:

$$A = \frac{(\sqrt[4]{x-1})(\sqrt{\sqrt{x+1}})}{\sqrt{x-1}} + \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} - \frac{(\sqrt{\sqrt{x+1}})(\sqrt[4]{x-1})}{\sqrt{x-1}}$$

$$= \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \times \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳

۲

۱✓

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ΔATC داریم:

$$AC^2 = AT^2 + CT^2 \Rightarrow (\sqrt{5})^2 = AT^2 + 2^2$$

$$\Rightarrow 5 = AT^2 + 4 \Rightarrow AT = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴✓

۳

۲

۱

با توجه به اینکه قطره‌های متوازی الاضلاع منصف یکدیگرند، پس:

$$\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \Rightarrow x_A + x_C = x_B + x_D$$

$$\Rightarrow 2 + 3 = 4 + x_D \Rightarrow x_D = 1$$

به همین ترتیب داریم:

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow -3 + 5 = 8 + y_D$$

$$\Rightarrow y_D = -6 \Rightarrow D(1, -6), B(4, 8)$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{(4-1)^2 + (8+6)^2} = \sqrt{9+196} = \sqrt{205}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۴ تا ۷)

۴

۳

۲✓

۱

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ، مجموع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ و

حاصل ضرب آن‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است. بنابراین:

$$\frac{k+1}{2} = -3 \Rightarrow k+1 = -6 \Rightarrow k = -7$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{k-1}{2} = \frac{-7-1}{2} = -4$$

دقت کنید که به ازای $k = -7$ مقدار Δ مثبت و معادله دارای دو ریشه است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴✓

۳

۲

۱

$$P = 2(x_1 + x_2) = 22 \Rightarrow x_1 + x_2 = 11$$

$$S = x_1 x_2 = 30$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0 \Rightarrow x^2 - 11x + 30 = 0$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳✓

۲

۱

(ابراهیم نبفی)

$$4x^2 - 5x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{5}{4} \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S' = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) + \left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 = \frac{\frac{5}{4}}{-\frac{1}{4}} + 2 = -5 + 2 = -3 \\ P' = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 = \frac{1}{-\frac{1}{4}} + \frac{\frac{5}{4}}{-\frac{1}{4}} + 1 \end{cases}$$

$$= -4 - 5 + 1 = -8$$

$$x^2 - S'x + P' = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - (-3)x + (-8) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 8 = 0$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳✓

۲

۱

-۵۶

(حسن نصرتی ناهوک)

در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به شرط آنکه $a > 0$ باشد،

کمترین مقدار سهمی به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می‌آید. در

نتیجه:

$$x = -\frac{8}{+4} = -2$$

$$\xrightarrow{x=-2} y = 2 \times (-2)^2 + 8 \times (-2) - 56 = -64$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۵۷

(ابراهیم نیفی)

روش اول:

$$\frac{2x}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = 1$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+1) \left(\frac{2x}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} \right) = (x-1)(x+1)(1)$$

$$\Rightarrow 2x(x+1) - (x+3)(x-1) = x^2 - 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - (x^2 + 2x - 3) = x^2 - 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 3 = x^2 - 1 \Rightarrow 3 = -1$$

به تساوی‌ای رسیدیم که امکان‌پذیر نیست. بنابراین معادله جواب

ندارد.

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+4+x-1-2\sqrt{(x+4)(x-1)} = 1$$

$$\Rightarrow 2x+2 = 2\sqrt{x^2+3x-4}$$

$$\Rightarrow x+1 = \sqrt{x^2+3x-4}$$

$$\Rightarrow x^2+2x+1 = x^2+3x-4$$

$$\Rightarrow x = 5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

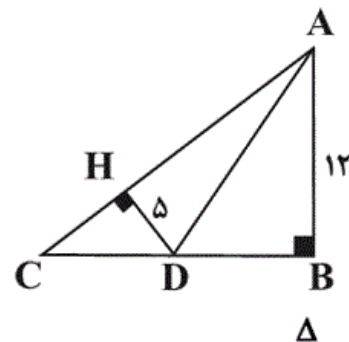
۳

۲✓

۱

هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک اندازه است. بنابراین:

$$DH = BD = 5$$



در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABD$ داریم:

$$AD^2 = AB^2 + DB^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 144 + 25 = 169$$

$$\Rightarrow AD = 13$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴✓

۳

۲

۱

هر نقطه روی عمودمنصف پاره خط، از دو سر پاره خط به یک فاصله است. بنابراین نقاط روی عمودمنصف AB از A و B به یک فاصله و نقاط روی عمودمنصف AC از A و C به یک فاصله اند. بنابراین محل برخورد عمودمنصف های AB و AC یک نقطه است که از A ، B و C به یک فاصله قرار دارد.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\tan \alpha + \sin \alpha < 0 \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \sin \alpha < 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha} < 0 \Rightarrow \frac{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)}{\cos \alpha} < 0$$

$$\Rightarrow \tan \alpha (1 + \cos \alpha) < 0$$

از آن جا که همواره $1 + \cos \alpha \geq 0$ ، پس باید $\tan \alpha < 0$ ، در نتیجه زاویه α در ناحیه دوم یا چهارم قرار دارد.

از طرفی:

$$\sin \alpha \tan \alpha = \sin \alpha \times \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} > 0$$

از آن جا که همواره $\sin^2 \alpha \geq 0$ ، پس باید $\cos \alpha > 0$ ، در نتیجه زاویه α یا در ناحیه اول یا چهارم است.

از اشتراک نواحی به دست آمده در می یابیم که زاویه α در ناحیه چهارم است.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه های ۳۶ تا ۴۱)

۴✓

۳

۲

۱

وقتی این زاویه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت 180° حرکت کند، پس زاویه‌ی θ' برابر است با:

$$\theta' = -180^\circ + \theta = -180^\circ - 6^\circ = -240^\circ$$

(ریاضی ا، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۳

(کتاب آبی)

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{-2}{\sqrt{5}} \quad (\cos \theta \text{ در ناحیه سوم، منفی است.})$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{5}}{-\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ا، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۸۴

(کتاب آبی)

$$A = \frac{1 - \cos^2 x \tan^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1 - \cos^2 x \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 1$$

(ریاضی ا، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

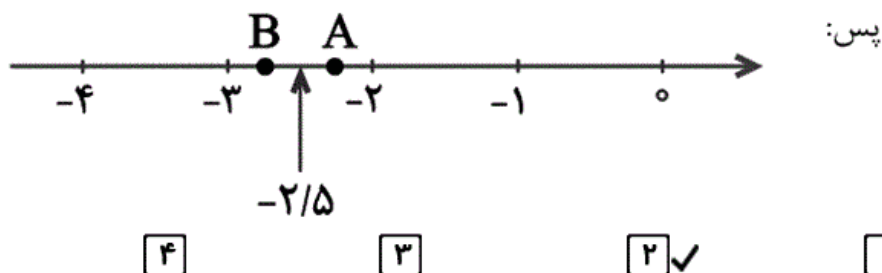
۳

۲

۱ ✓

می‌دانیم $۲^۳ < ۱۷ < ۳^۳$ ، پس $۲ < \sqrt[۳]{۱۷} < ۳$ ، لذا
 $-۳ < -\sqrt[۳]{۱۷} < -۲$ ، با انتخاب نقطهٔ وسط آنها یعنی $-۲/۵$ داریم:

$$(-۲/۵)^۳ = \underbrace{(-۲/۵)(-۲/۵)(-۲/۵)}_{۶/۲۵} = -۱۵/۶۲۵$$



$$\begin{aligned}\sqrt[۴]{۰/۰۲۴۳} &= \sqrt[۴]{\frac{۲۴۳}{۱۰^۴}} = \sqrt[۴]{\frac{۳^۵}{۱۰^۴}} \\ &= \sqrt[۴]{\frac{۳^۴ \times ۳}{۱۰^۴}} = \frac{۳}{۱۰} \sqrt[۴]{۳} = ۰/۳a\end{aligned}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱
۲ ✓
۳
۴

$$\begin{aligned}\sqrt[۳]{\frac{۳}{۴a}} \times \sqrt[۳]{\frac{۲}{۳}} &= \sqrt[۳]{\left(\frac{۳}{۴a}\right)\left(\frac{۲}{۳}\right)} = \sqrt[۳]{\frac{۲}{۴a}} = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲a}} \\ &= \frac{۱}{\sqrt[۳]{۲a}} \times \frac{(\sqrt[۳]{۲a})^۲}{(\sqrt[۳]{۲a})^۲} = \frac{\sqrt[۳]{۴a^۲}}{۲a}\end{aligned}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۲ تا ۶۷)

۱
۲ ✓
۳
۴

$$\begin{aligned} & \left(\left(\frac{2}{3} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} + \left((2)^5 \right)^{\frac{2}{5}} + \left((5)^3 \right)^{-\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} + (2)^2 + (5)^{-1} \\ &= \frac{3}{2} + 4 + \frac{1}{5} = \frac{3 \times 5 + 4 \times 10 + 2}{10} \end{aligned}$$

۴

۳✓

۲

۱

$$(2x+3)(4x^2-6x+9) = 8x^3 + 27$$

به جای x ، عدد $\sqrt[3]{-3}$ قرار می‌دهیم:

$$= 8(\sqrt[3]{-3})^3 + 27 = -24 + 27 = 3$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۷)

۴✓

۳

۲

۱

راه حل اول: بین مخرج ها ک.م.م می گیریم که برابر $(x+1)(x-1)$

است. (با شرط $x \neq \pm 1$)

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{\underbrace{x^2-1}_{\text{اتحاد مزدوج}}} \\ &= \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{(4x-2)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x(x+1) + 3(x-1) - (4x-2)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2 + \overbrace{x+3x}^{4x} - 3 - 4x + 2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 - 1}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 1 \end{aligned}$$

راه حل دوم: به جای x عدد دلخواهی قرار می دهیم به شرط آنکه

مخرج کسر صفر نشود. در این سؤال مثلاً $x = 0$:

$$\text{عبارت} = \frac{0}{0-1} + \frac{3}{0+1} - \frac{4(0)-2}{(0)^2-1} = 0 + 3 - \frac{-2}{-1} = 3 - 2 = 1$$

(ریاضی ۱، توان های گویا و عبارت های جبری، صفحه های ۶۲ تا ۶۷)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

عرض از مبدأ خط برابر ۲ است، یعنی خط از نقطه (۰، ۲) می‌گذرد.

$$\left. \begin{matrix} A(\sqrt{3}, 5) \\ B(0, 2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 2}{\sqrt{3} - 0} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

شیب خط با تانژانت زاویه خواسته شده برابر است.

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۴

۳✓

۲

۱

(عمید علینازره)

$$3 \cos x + \frac{1}{3 \cos x} = -2 \Rightarrow \frac{9 \cos^2 x + 1}{3 \cos x} = -2$$

$$\Rightarrow 9 \cos^2 x + 1 = -6 \cos x$$

$$\Rightarrow 9 \cos^2 x + 6 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow (3 \cos x + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 3 \cos x = -1 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \xrightarrow{\cos x = -\frac{1}{3}} 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 x = 9$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = 8 \Rightarrow \tan x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{x \in \text{ناحیه دوم}} \tan x = -2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \cot x = \frac{-1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \cot x = \frac{-\sqrt{2}}{4}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴✓

۳

۲

۱

$$9 \sin x + 4 \cos x = 9 \sin x + 6 \cos x$$

$$\Rightarrow 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow \cot x = 0$$

$$\cos x = 0, \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \text{حاصل عبارت} = 1 + 0 + 1 = 2$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{aligned} \sqrt{8 - \sqrt{2} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} &= \sqrt{8 - \sqrt{2} + \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2}} \\ &= \sqrt{8 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{aligned} &\frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2+a^2}{a^3-1} \\ &= \frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2+a^2}{(a-1)(a^2+a+1)} \\ &= \frac{(a^3+a^2+a) - (a-1) - (2+a^2)}{a^3-1} \\ &= \frac{a^3+a^2+a-a+1-2-a^2}{a^3-1} = \frac{a^3-1}{a^3-1} = 1 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳

۲

۱✓

$$M = \frac{(\sqrt[3]{\sqrt{5}} \times \sqrt[5]{\sqrt{5}})(\sqrt[4]{\sqrt{5}} \times \sqrt[6]{\sqrt{5}})}{\frac{2}{2515} \times \frac{5}{524}}$$

$$= \frac{(\frac{1}{5^6} \times \frac{1}{5^{10}})(\frac{1}{5^8} \times \frac{1}{5^{12}})}{\frac{4}{515} \times \frac{5}{524}} = \frac{\frac{4}{(5^{15})} \times \frac{5}{(5^{24})}}{\frac{4}{(5^{15})} \times \frac{5}{(5^{24})}} = 1$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱✓

(رضا ذاکر)

مثال نقض: $a = ۴$ ، $b = ۹$ و $n = ۲$. در نتیجه:

$$\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a+b} \text{ نادرست}$$

اگر a و b هر دو منفی و n زوج باشد، آنگاه:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} \text{ و } \sqrt[n]{a \times b} \text{ تعریف می‌شوند، اما } \sqrt[n]{a} \text{ و } \sqrt[n]{b} \text{ تعریف نمی‌شوند.}$$

۴

۳

۲

۱✓

(رضا ذاکر)

$$A = \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+x-2}{x-1}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2-3\sqrt{x}-x+2}{x-1}$$

$$= \frac{-x+1}{x-1} = \frac{-(x-1)}{(x-1)} = -1$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴✓

۳

۲

۱

ابتدا دو عدد $۱۷-۱۲\sqrt{۲}$ و $۱۷+۱۲\sqrt{۲}$ را به صورت مربع کامل

می‌نویسیم:

$$۱۷-۱۲\sqrt{۲} = ۹-۲(۳)(۲\sqrt{۲})+۸ = (۳-۲\sqrt{۲})^۲$$

$$۱۷+۱۲\sqrt{۲} = ۹+۲(۳)(۲\sqrt{۲})+۸ = (۳+۲\sqrt{۲})^۲$$

دو عدد $۳-۲\sqrt{۲}$ و $۳+۲\sqrt{۲}$ را نیز به صورت مربع کامل

می‌توان نوشت:

$$۳-۲\sqrt{۲} = ۲-۲\sqrt{۲}+۱ = (\sqrt{۲}-۱)^۲$$

$$۳+۲\sqrt{۲} = ۲+۲\sqrt{۲}+۱ = (\sqrt{۲}+۱)^۲$$

حال مقدار M را بدست می‌آوریم:

$$M = \frac{\sqrt[۴]{(\sqrt{۲}-۱)^۴} + \sqrt[۴]{(\sqrt{۲}+۱)^۴}}{\sqrt[۴]{(\sqrt{۲}-۱)^۴} - \sqrt[۴]{(\sqrt{۲}+۱)^۴}} = \frac{(\sqrt{۲}-۱) + (\sqrt{۲}+۱)}{(\sqrt{۲}-۱) - (\sqrt{۲}+۱)}$$

$$M = \frac{۲\sqrt{۲}}{-۲} = -\sqrt{۲}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$= \frac{۴-۴\sqrt{۳}+۳+۱}{۲-\sqrt{۳}} = \frac{۸-۴\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}} = \frac{۴(۲-\sqrt{۳})}{(۲-\sqrt{۳})} = ۴$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

شیب هر خط برابر است با نسبت تغییرات عرض‌ها به تغییرات طول‌ها، بنابراین:

$$m_{AB} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = -\frac{2}{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳✓

۲

۱

شیب خط $y = 2x + 1$ برابر ۲ است و خط مفروض بر این خط عمود است، پس شیب آن، عکس و قرینه شیب این خط است، یعنی:

$$m = \frac{-1}{2}$$

هم‌چنین خط از نقطه $A(5, -1)$ می‌گذرد، بنابراین:

$$\Rightarrow y - (-1) = \frac{-1}{2}(x - 5)$$

$$\Rightarrow y + 1 = \frac{-1}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{-1}{2}x + \frac{5}{2} - 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{2}x + \frac{3}{2} \Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = \frac{3}{2} = 1.5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$\xrightarrow{y=3} 2y + x = 5 \Rightarrow 6 + x = 5 \Rightarrow x = -1$$

محل تلاقی دو خط، نقطه $A(-1, 3)$ است، پس:

$$\text{فاصله } A \text{ از مبدأ: } OA = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{10}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۶)

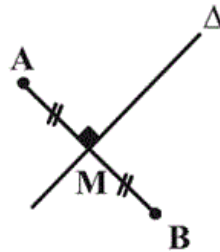
۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)



عمودمنصف پاره خط AB ،
خطی است که از نقطه وسط آن
(M) گذشته و بر آن عمود است.

$$A(۲, ۴) \text{ و } B(-۴, ۲)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_B}{۲}, \frac{y_A + y_B}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow M = \left(\frac{۲-۴}{۲}, \frac{۴+۲}{۲}\right) = (-۱, ۳)$$

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{۴-۲}{۲+۴} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow m_{\Delta} = \frac{-۱}{\frac{۱}{۳}} = \frac{-۱}{\frac{۱}{۳}} = -۳$$

$$\Delta: y - y_M = m_{\Delta}(x - x_M)$$

$$\Rightarrow \Delta: y - ۳ = -۳(x + ۱) \Rightarrow \Delta: y + ۳x = ۰$$

$$y = ۰ \Rightarrow ۰ + ۳x = ۰ \Rightarrow x = ۰$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

دو خط موازی اند. فاصله بین دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و

$$ax + by + c' = 0 \text{ از فرمول } d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ به دست می آید.}$$

ابتدا دو معادله را به شکل زیر می نویسیم:

$$-\sqrt{3}x + y - 2 = 0 \Rightarrow y - x\sqrt{3} - 2 = 0$$

$$\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \xrightarrow{\div \sqrt{3}} y - x\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\Rightarrow y - x\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow d = \frac{|2\sqrt{3} + 2|}{\sqrt{1+3}} = \frac{2\sqrt{3} + 2}{2} = \sqrt{3} + 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه های ۸ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

اولاً سهمی رو به پایین باز می شود، پس باید $a < 0$ باشد و گزینه (۱) نادرست است. ثانیاً سهمی محور y ها را با عرض کمتر از ۵ قطع کرده است پس گزینه (۳) هم نادرست است. اما با توجه به شکل، طول رأس این سهمی $x_S = -2$ است. در گزینه های (۲) و (۴) طول رأس را پیدا می کنیم:

$$\text{گزینه (۲): } y = -x^2 - 2x + 4$$

$$\Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(-1)} = -1 \text{ نادرست:}$$

$$\text{گزینه (۴): } y = \frac{-1}{2}x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2\left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{2}{-1} = -2$$

پس گزینه (۴) درست است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه های ۱۴ تا ۱۸)

۴✓

۳

۲

۱

طرفین تساوی را با فرض $x-2 \neq 0$ در $(x-2)$ ضرب می‌کنیم.

$$(x-2) \left(2x + \frac{x^2 - 4x}{x-2} - \frac{x-6}{x-2} = 0 \right)$$

$$2x(x-2) + x^2 - 4x - (x-6) = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + x^2 - 4x - x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 9x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3(x^2 - 3x + 2) = 0 \Rightarrow 3(x-2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases} \quad \text{غلق، زیرا مخرج را صفر می‌کند.}$$

معادله یک جواب حقیقی قابل قبول دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱✓

$$3x+11-1=2\sqrt{x+6} \times \sqrt{2x+5}$$

$$\Rightarrow 3x+10=2\sqrt{x+6} \times \sqrt{2x+5}$$

(طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم)

$$\Rightarrow (3x+10)^2 = 4(\sqrt{x+6})^2 (\sqrt{2x+5})^2$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 60x + 100 = 4 \underbrace{(x+6)(2x+5)}_{2x^2 + 17x + 30}$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 60x + 100 = 8x^2 + 68x + 120$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 60x + 100 - 8x^2 - 68x - 120 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \Rightarrow (x-10)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-10=0 \Rightarrow x=10 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

$x=10$ در معادله صدق نمی‌کند پس غیر قابل قبول است.

پس فقط $x=-2$ قابل قبول است و معادله فقط یک جواب حقیقی منفی دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱✓

