



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

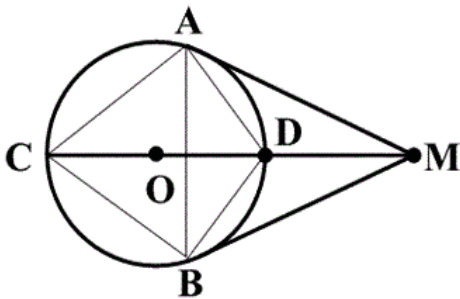
[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۳۴- مطابق شکل زیر، اگر  $MA$  و  $MB$  مماس بر دایره‌ای به مرکز  $O$  باشند، آن‌گاه کدام یک از گزینه‌های

زیر الزاماً صحیح نیست؟



(۱)  $AB = AC$

(۲)  $MA = MB$

(۳)  $BC = AC$

(۴)  $AD = BD$

۳۲- کدام گزینه در حالت کلی صحیح نیست؟

(۱) مثلثی که میانه نظیر یک ضلع آن نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع باشد، متساوی‌الساقین است.

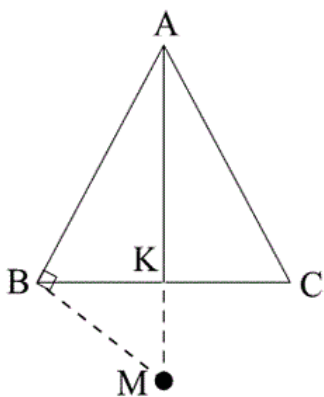
(۲) اگر دو ضلع و میانه وارد بر یکی از آن‌ها در مثلثی با دو ضلع و میانه نظیرش از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث هم‌نهشت‌اند.

(۳) اگر محیط مثلثی با محیط مثلثی دیگر برابر باشد دو مثلث هم‌نهشت‌اند.

(۴) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند آن‌گاه هم‌مساحت‌اند.

۳۸- در شکل زیر  $AB = AC$  و نقطه  $M$  روی امتداد نیمساز زاویه  $A$  طوری قرار گرفته که  $MB$  عمود بر

$AB$  باشد. چند تا از احکام زیر همواره درست است؟



(الف)  $\hat{MCA} = 90^\circ$

(ب)  $\hat{BMC} = 90^\circ$

(پ)  $AM$  عمود منصف  $BC$  است.

(ت)  $BM = CM$

(ث) در چهارضلعی  $ABMC$  قطرهای منصف یکدیگرند.

(۴) ۵

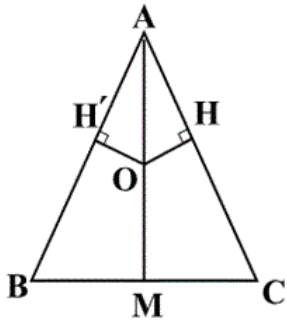
(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۴۰- در شکل زیر M وسط ضلع BC است. اگر  $OH = OH'$  باشد، چند مورد از نتایج زیر صحیح است؟

الف)  $\hat{A}MC = 90^\circ$  (ب)  $\hat{M}AC = \hat{M}AB$  (پ)  $\hat{A}MC \cong \hat{A}MB$  (ت)  $AC = AB$



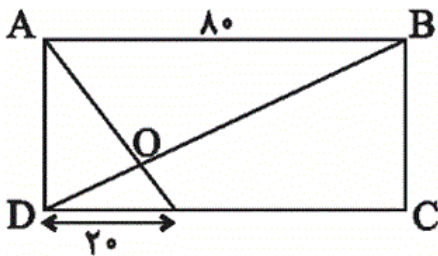
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

ریاضی نهم، شکل های متشابه - ۳ سوال

۳۱- کدامیک از گزینه های زیر صحیح نیست؟

- (۱) هر دو مثلث متساوی الاضلاع متشابه اند.
- (۲) هر دو مستطیل که طولشان دو برابر عرضشان است با هم متشابه اند.
- (۳) هر دو مربع با هم متشابه اند.
- (۴) هر دو لوزی با هم متشابه اند.

۳۹- در مستطیل شکل زیر، فاصله نقطه O از ضلع AD چند واحد است؟



- ۱۲ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۱۸ (۴)

۳۵- اگر نسبت تشابه دو مثلث متساوی الاضلاع  $\frac{2}{5}$  و اندازه ضلع مثلث کوچک تر ۸ سانتی متر باشد، مساحت

مثلث بزرگ تر چند سانتی متر مربع است؟

- ۱)  $25\sqrt{3}$
- ۲)  $50\sqrt{3}$
- ۳)  $75\sqrt{3}$
- ۴)  $100\sqrt{3}$

ریاضی نهم، توان صحیح - ۳ سوال

۳۶- حاصل عبارت  $A = 2^{-12} + 4^{-6} + 8^{-4} + 16^{-3}$  کدام است؟

- ۱)  $2^{-14}$
- ۲)  $2^{-10}$
- ۳)  $2^{-48}$
- ۴)  $8^{-12}$

۳۷- حاصل عبارت  $\frac{3^{2x+1} - 9^{x+1} - 3^{2x-2}}{3^{2x} + 9^{x+1}}$  کدام است؟

$-\frac{13}{108}$  (۴)

$-\frac{5}{9}$  (۳)

$-\frac{53}{90}$  (۲)

$-\frac{11}{18}$  (۱)

۳۳- حاصل  $\frac{4^{2a+1} \div 4^{2a-1}}{8^{2b+1} \times 8^{3-2b}}$  کدام است؟

$(\frac{1}{8})^4$  (۴)

$(\frac{1}{2})^3$  (۳)

$2^8$  (۲)

$(\frac{1}{2})^8$  (۱)

ریاضی ۱، مجموعه های متناهی و نا متناهی - ۳ سوال

۴۳- اگر  $A = (-4, 1]$  و  $B = [-2, 6)$  باشد، حاصل مجموعه  $(A \cup B) - (A \cap B)$  کدام است؟

$(-4, -2) \cup (1, 6)$  (۲)

$(-4, -2) \cup [1, 6)$  (۱)

$(-2, 1] \cup [2, 6)$  (۴)

$(-2, 1) \cup (2, 6)$  (۳)

۴۴- مجموعه  $A$  نامتناهی و  $B$  زیر مجموعه  $A$  است. کدام مجموعه قطعاً متناهی است؟

$(A - B) \cup (B - A)$  (۲)

$(A - B) \cup (A \cap B)$  (۱)

$(B - A) \cup (A \cup B)$  (۴)

$(B - A) \cap (A \cup B)$  (۳)

۴۱- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

$\{0, 5\} \subseteq [0, 5]$  (۲)

$Q \cap [(Z - N) \cap W] = \{0\}$  (۱)

$(-1, 0) \cap (2, 8) \subseteq \{-1, 1\}$  (۴)

$\sqrt{3} \in (-1, 4) \cap [2, 5)$  (۳)

ریاضی ۱، متمم یک مجموعه - ۳ سوال

۴۲- اگر  $U$  مجموعه مرجع باشد، آن گاه حاصل  $[U - (U - A)'] \cup (A \cap A')$  کدام است؟

$U$  (۴)

$A$  (۳)

$A'$  (۲)

$\emptyset$  (۱)

۴۵- تعداد شرکت‌کنندگان در یکی از حوزه‌های آزمون قلم‌چی ۲۰۰ نفر بود که در درس ریاضی از بین این تعداد ۱۰۰ نفر به سوالات عادی و ۸۰ نفر به سوالات موازی و ۲۰ نفر به اشتباه به هر دو نوع سؤال پاسخ داده‌اند. چه تعداد از دانش‌آموزان به سوالات درس ریاضی پاسخ نداده‌اند؟

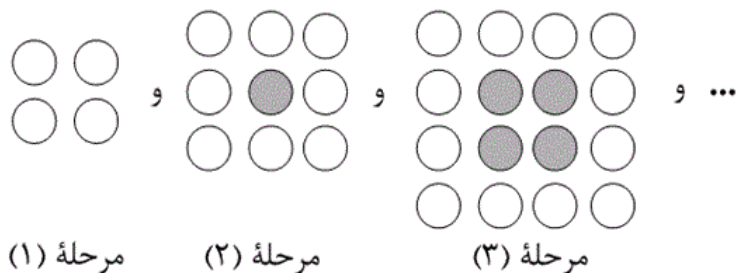
- ۲۰ (۱)      ۴۰ (۲)      ۶۰ (۳)      ۸۰ (۴)

۴۶- اگر  $U$  مجموعه مرجع،  $n((A \cap B)') = 11$  و  $n(A') + n(B') = 13$  باشد، مقدار  $n((A \cup B)')$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۷ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۳ (۴)

ریاضی ۱، الگو و دنباله - ۱ سوال

۴۷- با توجه به الگوی شکل زیر، اختلاف تعداد دایره‌های سفید و تیره در مرحله سیزدهم کدام است؟



- ۹۲ (۱)  
۹۶ (۲)  
۱۱۷ (۳)  
۱۲۱ (۴)

ریاضی ۱، دنباله های حسابی و هندسی - ۳ سوال

۴۸- در یک دنباله حسابی مجموع جملات دهم و بیستم  $m$  و جمله پانزدهم آن  $n$  می‌باشد، الزاماً کدام رابطه بین  $m$  و  $n$  برقرار است؟

- $m = n^2$  (۱)       $m = 2n$  (۲)       $m = 4n$  (۳)      هیچ کدام (۴)

۴۹- بین دو عدد ۲ و ۴۷ تعداد  $n$  واسطه حسابی درج کرده‌ایم. اگر  $a_{n+1} + a_1 = 40$  باشد، آن‌گاه جمله چهارم این دنباله کدام است؟ (۲ جمله اول دنباله است.)

- ۱۱ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۹ (۳)      ۳۸ (۴)

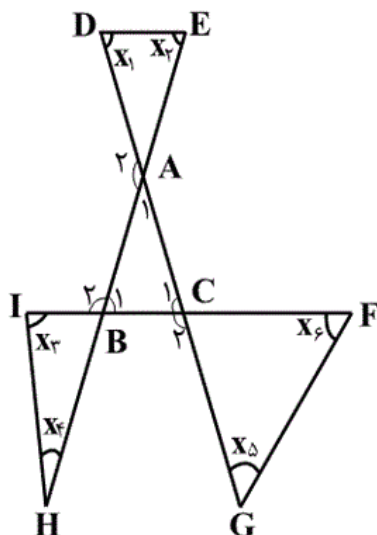
۵۰- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله اول ۲ و مجموع سه جمله آخر ۵۴ است. قدر نسبت این دنباله کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

۵۵- کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- (۱) اگر مثلثی دارای سه زاویه تند باشد، محل برخورد ارتفاعها درون مثلث است.
- (۲) مجموع طول دو ضلع مثلث از طول ضلع سوم بزرگتر است.
- (۳) محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث همواره درون مثلث است.
- (۴) هر ارتفاع مثلث از هر یک از اضلاع آن مثلث کوچکتر است.

۵۹- در شکل زیر مجموع زوایای  $x_1$  تا  $x_6$  کدام است؟



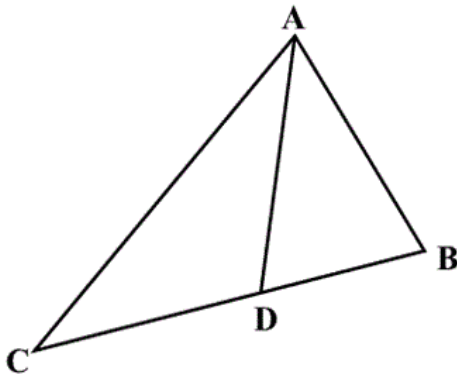
(۱)  $360^\circ$

(۲)  $180^\circ$

(۳)  $540^\circ$

(۴)  $270^\circ$

۶۰- در مثلث ABC، طول نیمساز AD برابر ضلع AB است. در این صورت چه تعداد از موارد زیر درست



است؟

الف)  $AC > CD$

ب)  $\hat{B} > \hat{C}$

پ)  $AB > BD$

ت)  $\hat{B} = 90 - \frac{\hat{A}}{4}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۱- زوایای  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  مکمل اند. اگر زاویه A دو برابر زاویه  $\hat{B}$  باشد، حاصل  $3\hat{B} - 2\hat{A}$  چقدر است؟

۶۰° (۴)

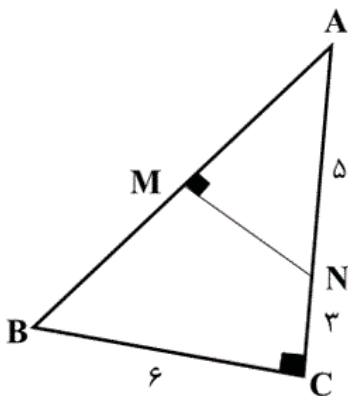
۱۲۰° (۳)

۳۰° (۲)

۹۰° (۱)

ریاضی نهم - سوالات موازی، شکل های متشابه - ۲ سوال

۵۷- اگر در شکل زیر، دو مثلث  $\triangle AMN$  و  $\triangle ABC$  متشابه باشند، طول BM کدام است؟



۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

۵۳- مثلثی به اضلاع a, ۸, ۶ با مثلثی به اضلاع ۹, b, ۱۸ متشابه است. حداکثر مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

$\frac{3}{8}$  (۴)

$\frac{8}{3}$  (۳)

۸ (۲)

$\frac{1}{8}$  (۱)

ریاضی نهم - سوالات موازی، توان صحیح - ۴ سوال

۵۴- کدام یک از تساوی‌های زیر درست است؟

$$\frac{\left(\frac{1}{15}\right)^2 \times \left(-\frac{6}{15}\right)^{-2}}{2^4 \times 3^{-2}} = 1 \quad (2)$$

$$\left[-\left(\frac{3}{8}\right)^2\right]^{-1} = \frac{9}{64} \quad (1)$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} \times 16^{-2} = 500 \quad (4)$$

$$(0/5)^{-6} \times 32^{-2} = 16 \quad (3)$$

۵۸- حاصل عبارت  $\left(\frac{a^{-7} + a^{-6} + a^{-5}}{a^{-5}} + \frac{a^7 + a^6}{a^6}\right) \times a^2$  همواره کدام است؟ ( $a \neq 0$ )

$$a^3 + a^2 + a + 2 \quad (2)$$

$$a^3 + a^2 + a + 1 \quad (1)$$

$$a^3 + 2a^2 + a + 1 \quad (4)$$

$$a^3 + a^2 + 2a + 1 \quad (3)$$

۵۶- اگر  $2^a = 9^b$  باشد، حاصل  $\frac{3^b}{8^{2a+1}}$  کدام است؟

$$2^{-5a} \quad (4)$$

$$\frac{3^{-11b}}{8} \quad (3)$$

$$\frac{3^{10b}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2^{6a}}{3} \quad (1)$$

۵۲- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\left[-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \frac{7}{4}\right]^{-2}$$

$$-4 \quad (4)$$

$$-\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$\frac{1}{9} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$



$$\left. \begin{array}{l} MA = MB \\ \hat{A}MO = \hat{B}MO \\ MC = MC \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}MC \cong \hat{B}MC \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow AC = BC$$

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ \hat{A}OD = \hat{B}OD \\ OD = OD \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}OD \cong \hat{B}OD \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow AD = BD$$

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱ ✓

«معمد پوراامری»

-۳۲

در دو مثلث اگر محیط‌ها با هم برابر باشند، الزماً دو مثلث هم‌نهشت نیستند.

بقیه موارد را می‌توان اثبات کرد. به عنوان تمرین آن‌ها را اثبات کنید.

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

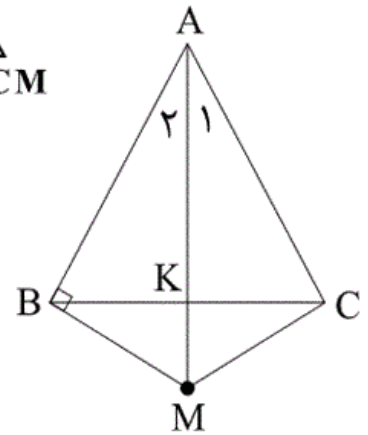
۳ ✓

۲

۱

$$\begin{cases} AC = AB \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AM = AM \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle ABM \cong \triangle ACM$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ \\ BM = CM \end{cases}$$



از طرفی در مثلث متساوی الساقین، نیم‌ساز وارد بر قاعده، عمود منصف قاعده است. بنابراین موارد (الف)، (پ) و (ت) درست هستند. اما موارد (ب) و (ث) نادرست هستند.

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استرلال و اثبات در هندسه)

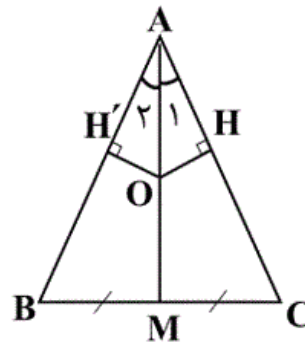
 ۴

 ۳

 ۲

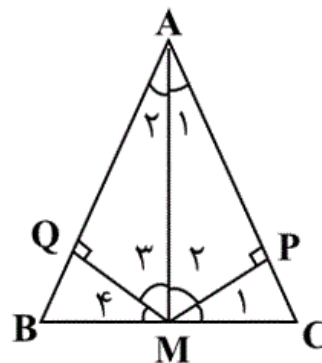
 ۱

$$\begin{cases} OH = OH' \\ OA = OA \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle AOH \cong \triangle AO'H' \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$



اکنون از رأس  $M$  ارتفاع‌های عمود به ضلع‌های  $AB$  و  $AC$  را رسم می‌کنیم.

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AM = AM \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \triangle AMP \cong \triangle AMQ \Rightarrow \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ MP = MQ \end{cases} \quad (1)$$



$$\Rightarrow \begin{cases} MP = MQ \\ MC = MB \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle PMC \cong \triangle QMB \Rightarrow \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ \hat{C} = \hat{B} \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{متساوی الساقین } ABC} AB = AC$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \hat{AMC} = \hat{AMB} = 90^\circ$$

$$\begin{cases} AC = AB \\ AM = AM \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle AMC \cong \triangle AMB$$

بنابراین تمام نتایج ذکر شده در صورت سوال صحیح می‌باشد.

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴ ✓

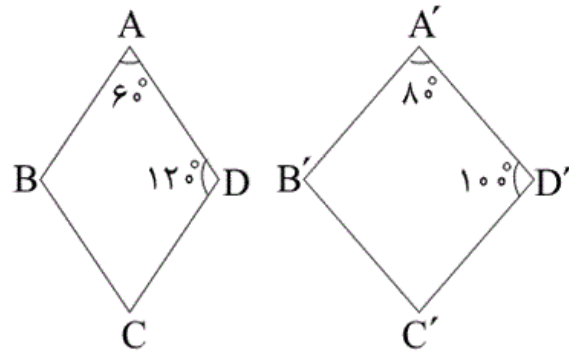
۳

۲

۱

تمام گزینه‌ها به جزء گزینه «۴» صحیح هستند. باید توجه کرد که هر دو لوزی الزاماً با هم متشابه نیستند.

به عنوان مثال دو لوزی زیر با هم متشابه نیستند.



(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

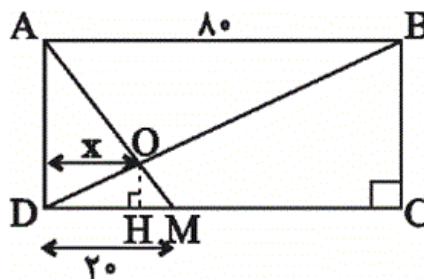
 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

از نقطه  $O$  خطی عمود بر  $DC$  رسم می‌کنیم. فاصله نقطه  $O$  از  $AD$  برابر طول  $DH$  است که آن را  $x$  فرض می‌کنیم:



سه زاویه دو مثلث  $DOH$  و  $DBC$  دوجه‌دو مساوی‌اند، پس این دو مثلث متشابه‌اند. داریم:

$$\frac{DH}{DC} = \frac{OH}{BC} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{OH}{80} \quad (1)$$

از طرفی دو مثلث  $MAD$  و  $MOH$  نیز به دلیل تساوی دوجه‌دوی سه زاویه، متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{MH}{MD} = \frac{OH}{AD} \Rightarrow \frac{20-x}{20} = \frac{OH}{80} \xrightarrow{AD=BC} \frac{20-x}{20} = \frac{OH}{80} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{20-x}{20} = \frac{x}{80} \Rightarrow 1 - \frac{x}{20} = \frac{x}{80}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} + \frac{x}{80} = 1 \Rightarrow \frac{4x}{80} + \frac{x}{80} = 1 \Rightarrow \frac{5x}{80} = 1$$

$$\Rightarrow 5x = 80 \Rightarrow x = 16$$

(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

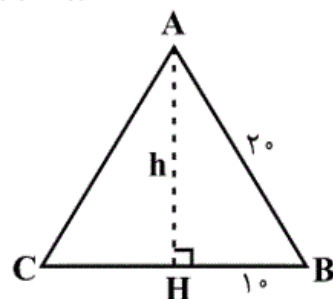
اگر  $x$  ضلع مثلث بزرگتر باشد، داریم:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 20$$

حال مساحت مثلث بزرگتر را به دست می‌آوریم، با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$h^2 = 400 - 100 \Rightarrow h^2 = 300 \Rightarrow h = 10\sqrt{3}$$

$$S = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow S = \frac{10\sqrt{3} \times 20}{2} = 100\sqrt{3}$$



(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{cases} 4^{-6} = (2^2)^{-6} = 2^{-12} & (1) \\ 8^{-4} = (2^3)^{-4} = 2^{-12} & (2) \\ 16^{-3} = (2^4)^{-3} = 2^{-12} & (3) \end{cases}$$

$$A = 2^{-12} + 4^{-6} + 8^{-4} + 16^{-3}$$

$$\xrightarrow{(3),(2),(1)} A = 2^{-12} + 2^{-12} + 2^{-12} + 2^{-12}$$

$$= 4 \times 2^{-12} = 2^2 \times 2^{-12} = 2^{2-12} = 2^{-10}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{3^{2x+1} - 9^{x+1} - 3^{2x-2}}{3^{2x} + 9^{x+1}} = \frac{3^{2x+1} - 3^2(x+1) - 3^{2x-2}}{3^{2x} + 3^2(x+1)}$$

$$= \frac{3^{2x} \times 3^1 - 3^{2x} \times 3^2 - 3^{2x} \times 3^{-2}}{3^{2x} + 3^{2x} \times 3^2} = \frac{3^{2x}(3^1 - 3^2 - 3^{-2})}{3^{2x}(1 + 3^2)}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{4^{2a+1} \div 4^{2a-1}}{8^{2b+1} \times 8^{3-2b}} = \frac{4^{(2a+1)-(2a-1)}}{8^{2b+1+3-2b}} = \frac{4^2}{8^4} = \frac{2^4}{2^{12}} = \frac{1}{2^8} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

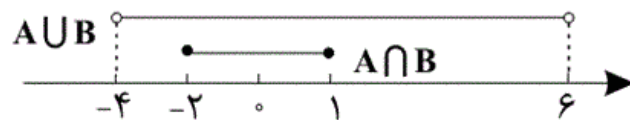
۴

۳

۲

۱ ✓

$$\left. \begin{array}{l} A \cup B = (-4, 6) \\ A \cap B = [-2, 1] \end{array} \right\} \Rightarrow (A \cup B) - (A \cap B) = (-4, -2) \cup (1, 6)$$



(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

چون  $B$  زیرمجموعه  $A$  است، پس  $B - A = \emptyset$  خواهد بود و این مجموعه هیچ اشتراکی با  $A \cup B$  ندارد. پس گزینه «۳» یک مجموعه تهی خواهد شد که متناهی است. در مورد سایر گزینه‌ها نمی‌توان گفت قطعاً متناهی هستند.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

تمام گزینه‌ها به جز گزینه «۳» صحیح هستند:

$$\left. \begin{aligned} (-1, 4) \cap [2, 5) &= [2, 4) \\ \sqrt{3} &= 1/\sqrt{3} \end{aligned} \right\} \sqrt{3} \notin [2, 4)$$

(صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{aligned} [U - (U - A)'] \cup (A \cap A') &= [U - (A')'] \cup \emptyset \\ &= [U - A] \cup \emptyset = A' \cup \emptyset = A' \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۱ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱



«علی غلامپور سرابی»

$$\left. \begin{array}{l} \text{عادی: } n(A) = 100 \\ \text{موازی: } n(B) = 80 \\ \text{هم موازی هم عادی: } n(A \cap B) = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 100 + 80 - 20 = 160$$

تعداد کل = ۲۰۰

تعداد کسانی که به درس ریاضی پاسخ نداده‌اند:  $200 - 160 = 40$ 

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

«وهاب نادری»

$$n((A \cap B)') = 11 \Rightarrow n(U) - n(A \cap B) = 11 \Rightarrow n(A \cap B) = n(U) - 11 \quad (1)$$

$$\frac{n(A')}{n(U) - n(A)} + \frac{n(B')}{n(U) - n(B)} = 13 \Rightarrow 2n(U) - n(A) - n(B) = 13$$

$$\Rightarrow -n(A) - n(B) = 13 - 2n(U) \quad (2)$$

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) \xrightarrow{(2), (1)}$$

$$= n(U) + 13 - 2n(U) + n(U) - 11 = 2$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

شماره مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد دایره های تیره	۰	۱	۴		
الگو	$(1-1)^2$	$(2-1)^2$	$(3-1)^2$	...	$(n-1)^2$

شماره مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد دایره های سفید	۴	۸	۱۲		
الگو	$4(1)$	$4(2)$	$4(3)$	...	$4(n)$

بنابراین در مرحله سیزدهم اختلاف تعداد دایره های سفید و تیره برابر است با:

$$(13-1)^2 - 4(13) = 92$$

(صفحه های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر جمله اول و قدر نسبت دنباله حسابی را به ترتیب  $t_1$  و  $d$  در نظر

بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = m \\ t_1 = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 9d + t_1 + 19d = m \\ t_1 + 14d = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t_1 + 28d = m \\ t_1 + 14d = n \end{cases}$$

$$2t_1 + 28d - t_1 - 14d = m - n \Rightarrow t_1 + 14d = m - n \Rightarrow n = m - n \Rightarrow m = 2n$$

(صفحه های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر  $n$  واسطه حسابی بین دو عدد ۴۷ و ۲ درج کنیم قدر نسبت دنباله برابر خواهد بود با:

$$d = \frac{47-2}{n+1} = \frac{45}{n+1} \quad (1)$$

طبق صورت سؤال داریم:

$$a_{n+1} + a_1 = 40 \Rightarrow a_1 + (n+1-1)d + a_1 = 2a_1 + nd = 40$$

$$\xrightarrow{a_1=2} 2 \times 2 + nd = 40 \Rightarrow nd = 36 \xrightarrow{(1)} n \times \frac{45}{n+1} = 36$$

$$\Rightarrow 45n = 36n + 36 \Rightarrow n = 4 \text{ و } d = \frac{45}{4+1} = 9$$

در نتیجه جملات دنباله به صورت ۲، ۱۱، ۲۰، ۲۹، ۳۸، ۴۷ می شود.

بنابراین، جمله چهارم برابر با ۲۹ است.

(صفحه های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

اگر جمله اول و قدر نسبت دنباله هندسی را به ترتیب  $a_1$  و  $r$  در نظر بگیریم:

$$\frac{a_1 + a_1 r + a_1 r^2}{a_1 r^{n-3} + a_1 r^{n-2} + a_1 r^{n-1}} = \frac{2}{54}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1(1+r+r^2)}{a_1 r^{n-3}(1+r+r^2)} = \frac{1}{27} \Rightarrow \frac{1}{r^{n-3}} = \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow r^{n-3} = 27 = 3^3$$

تنها گزینه «۲» می‌تواند قدر نسبت این دنباله باشد، زیرا در غیر این صورت

$n$  عدد صحیح به دست نمی‌آید.

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۵۵

«معمد بصیرایی»

می‌توان برای گزینه «۴» مثال نقض مطرح کرد. در مثلث  $ABC$  رسم شده،

طول ارتفاع  $AH$  از طول ضلع  $BC$  بزرگ‌تر است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از طرفی اندازه هر زاویه خارجی در مثلث برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور آن است، پس:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADE \text{ زاویه خارجی در مثلث} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{x}_1 + \hat{x}_2 \\ \triangle IHB \text{ زاویه خارجی در مثلث} \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{x}_3 + \hat{x}_4 \\ \triangle CFG \text{ زاویه خارجی در مثلث} \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{x}_5 + \hat{x}_6 \end{array} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{نیم صفحه} : \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 180^\circ - \hat{A}_2 \\ \text{نیم صفحه} : \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 180^\circ - \hat{B}_2 \\ \text{نیم صفحه} : \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 180^\circ - \hat{C}_2 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{(1)} 180^\circ - \hat{A}_2 + 180^\circ - \hat{B}_2 + 180^\circ - \hat{C}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 360^\circ \xrightarrow{(2)}$$

$$\hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3 + \hat{x}_4 + \hat{x}_5 + \hat{x}_6 = 360^\circ$$

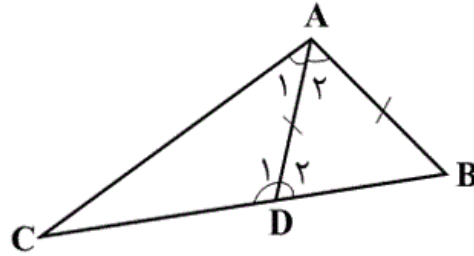
(صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱ ✓



AD نیمساز زاویه A است پس:  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

$$\triangle ABD : AD = AB \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{B}$$

چون  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$  است، پس:

$$\hat{D}_1 > \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \Rightarrow AC > CD$$

در مثلث ADC،  $\hat{D}_2$  زاویه خارجی است. بنابراین:

$$\hat{D}_2 = \hat{A}_1 + \hat{C} \Rightarrow \begin{cases} \hat{D}_2 > \hat{C} \xrightarrow{\hat{B} = \hat{D}_2} \hat{B} > \hat{C} \\ \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{D}_2 > \hat{A}_2 \Rightarrow AB > BD \end{cases}$$

$$\triangle ABD : \begin{cases} \hat{A}_2 + \hat{D}_2 + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{D}_2 = \hat{B} \\ \hat{A}_2 = \frac{\hat{A}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\hat{A}}{2} + 2\hat{B} = 180^\circ \\ \hat{B} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{4} \end{cases}$$

پس هر ۴ مورد صحیح هستند.

(صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱

دو زاویه  $A$  و  $B$  مکمل هم هستند، پس مجموعشان  $۱۸۰^\circ$  است.

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{A} = ۲\hat{B} \end{cases} \Rightarrow ۲\hat{B} + \hat{B} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳\hat{B} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۶۰^\circ$$

حال زاویه  $A$  را حساب می‌کنیم:

$$\hat{A} + \hat{B} = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{\hat{B} = ۶۰^\circ} \hat{A} + ۶۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۱۲۰^\circ$$

$$\text{خواسته سوال: } ۲\hat{A} - ۳\hat{B} = ۲ \times ۱۲۰^\circ - ۳ \times ۶۰^\circ = ۲۴۰^\circ - ۱۸۰^\circ = ۶۰^\circ$$

(صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث  $ABC$  داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = ۶۴ + ۳۶ \Rightarrow AB = ۱۰$$

دو مثلث  $ABC$  و  $AMN$  متشابه‌اند، پس:

$$\triangle ABC \sim \triangle ANM \Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{BC}{MN} = \frac{AC}{AM}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰}{۵} = \frac{۶}{MN} = \frac{۸}{AM}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{۴۰}{۱۰} \Rightarrow AM = ۴$$

$$BM = AB - AM = ۱۰ - ۴ = ۶$$

(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مثلث اول =  $a, 6, 8$

مثلث دوم =  $9, 18, b$

چون دو ضلع متناظر دو مثلث ۶ و ۱۸ هستند، پس نسبت تشابه این دو مثلث برابر است با:

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{18}{6} = 3$$

حال  $a$  و  $b$  را به دست می آوریم:

$$\text{نسبت تشابه} = 3 = \frac{b}{8} = \frac{9}{a}$$

$$3 = \frac{b}{8} \Rightarrow b = 24 ; \frac{9}{a} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{b}{a} \text{ حداکثر مقدار} = \frac{24}{3} = 8$$

(صفحه های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲ ✓

۱



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$\left[-\left(\frac{3}{8}\right)^2\right]^{-1} = \left[-\left(\frac{9}{64}\right)\right]^{-1} = \left[-\frac{9}{64}\right]^{-1} = -\frac{64}{9}$$

گزینه «۲»:

$$\frac{\left(\frac{1}{15}\right)^2 \times \left(-\frac{6}{15}\right)^{-2}}{2^4 \times 3^{-2}} = \frac{\left(\frac{2^3}{15}\right)^2 \times \left(-\frac{2 \times 3}{15}\right)^{-2}}{2^4 \times 3^{-2}}$$

$$= \frac{2^6 \times 15^2}{15^2 \times 2^2 \times 3^2} = \frac{2^6}{2^4 \times 3^{-2} \times 2^2 \times 3^2} = 1$$

گزینه «۳»:

$$\left(\frac{0}{5}\right)^{-6} \times 32^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} \times (2^5)^{-2} = 2^6 \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

گزینه «۴»:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} \times 16^{-2} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 \times (2^4)^{-2} = \frac{2^6}{5^3} \times \frac{1}{2^8} = \frac{1}{5^3} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{500}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲✓

۱

«سویل حسن خان پور»

$$\left(\frac{a^{-5}(a^{-2} + a^{-1} + 1)}{a^{-5}} + \frac{a^6(a+1)}{a^6}\right) \times a^2$$

$$= (a^{-2} + a^{-1} + a + 2)a^2 = 1 + a + a^3 + 2a^2 = a^3 + 2a^2 + a + 1$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴✓

۳

۲

۱

«شلیب ربیبی»

$$\frac{3b}{8^{2a+1}} = \frac{3b}{2^{6a} \times 8} = \frac{3b}{(2^a)^6 \times 8} = \frac{3b}{(9^a)^6 \times 8}$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{3b}{9^6 b} = \frac{1}{8} \times \frac{3b}{3^{12} b} = \frac{1}{8} \times 3^{-11} b = \frac{3^{-11} b}{8}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳ ✓

۲

۱

«علی ارجمند»

$$\left(-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \frac{7}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{9}{4} + \frac{7}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲

۱ ✓