



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- اگر $A = (-4, 2]$ و $B = (-1, 3]$ باشند، حاصل $A - B$ کدام گزینه است؟

(۲) $[2, 3]$

(۱) $(-4, -1]$

(۴) $(2, 3]$

(۳) $(-4, -1)$

۴۲- در دبیرستانی که ۲۵۰ دانش‌آموز دارد، ۱۷۰ نفر طرفدار تیم زرد و ۱۱۰ نفر طرفدار تیم نارنجی هستند و ۴۵ نفر طرفدار هر دو تیم هستند. چند نفر طرفدار هیچ کدام از این دو تیم نیستند؟

(۴) ۵

(۳) ۱۵

(۲) ۲۵

(۱) ۴۵

۴۳- کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۲) اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه هیچ عضو A عضوی از B نیست.

(۱) اگر $A \subseteq B$ و B نامتناهی باشد، A نیز نامتناهی است.

(۴) مجموعه اعداد اول زوج نامتناهی است.

(۳) اگر مجموعه مرجع را \mathbb{R} بگیریم، $1/5 \in (\mathbb{Z} - \mathbb{N})'$

۴۴- در یک الگوی خطی، تفاضل دو جمله متوالی برابر ۳ و مجموع جملات دوم و سوم برابر ۱۹ است. مجموع پنج جمله اول کدام است؟ (تمام جملات این الگو، مثبت هستند.)

(۴) ۵۵

(۳) ۵۰

(۲) ۴۵

(۱) ۴۰

۴۵- بین دو جمله -19 و -1 ، سه واسطه حسابی درج کرده‌ایم (-19 جمله اول است). قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۴) $4/5$

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۶

۴۶- اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، حاصل $n[(A \cap B') \cup (B \cap A')]$ برابر با کدام است؟

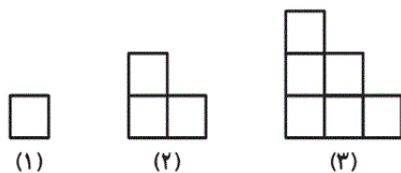
(۲) $\frac{1}{2}(n(A) + n(B))$

(۱) $2(n(A) + n(B))$

(۴) $\frac{1}{3}n(A \cup B)$

(۳) $n(A) + n(B)$

۴۷- در الگوی مقابل، تعداد مربع‌های کوچک شکل ۵۲ ام کدام است؟



۱۳۷۸ (۲)

۱۳۲۶ (۱)

۱۳۸۰ (۴)

۱۴۳۱ (۳)

۴۸- اگر $n(A \cap B) = 2n(A \cap B')$ باشد، حاصل $n(A \cap B')$ کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰ (۲)

۱۵ (۱)

۴۹- در یک دنباله هندسی، جمله هفتم برابر $\frac{1}{p}$ و جمله دهم برابر ۴ می‌باشد. چندمین جمله این دنباله برابر ۱۲۸ می‌باشد؟

۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۷ (۱)

۵۰- ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ فرد چنان تقسیم می‌کنیم که سهم‌های دریافت‌شده، تشکیل یک دنباله حسابی دهند. اگر یک‌سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر،

مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد، بیشترین سهم کدام است؟

۵۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۴۰ (۱)

ریاضی نهم - ۱۰ سوال -

۳۱- فاصله دو نقطه روی نقشه‌ای برابر ۱۵ سانتی‌متر است و فاصله این دو نقطه در اندازه واقعی برابر ۶۰۰ متر است. در این صورت مقیاس این نقشه

کدام است؟

۱:۴۰۰ (۲)

۱:۴۰ (۱)

۱:۴۰۰۰۰ (۴)

۱:۴۰۰۰ (۳)

۳۲- کدام یک از گزینه‌های زیر همواره صحیح نیست؟

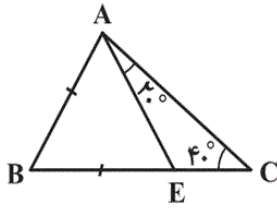
(۱) در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن برابر است.

(۲) در مثلث قائم‌الزاویه، نیمساز وارد بر وتر، میانه نیز می‌باشد.

(۳) هر نقطه‌ای که روی نیمساز زاویه قرار دارد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

(۴) در مثلث، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر است.

۳۳- در شکل مقابل، $\hat{C} = 40^\circ$ ، $\hat{EAC} = 20^\circ$ و $AB = BE$ است. در این صورت زاویه B کدام است؟



(۲) 50°

(۱) 40°

(۴) 70°

(۳) 60°

۳۴- چند مورد از عبارتهای زیر همواره درست است؟

• اگر مجموع زوایای خارجی مثلثی 360° درجه باشد، آن مثلث متساوی الاضلاع است.

• چهارضلعی ABCD در شکل مقابل، محدب است.

• در مربع قطرها، نیمساز زوایای رأسهای آن است.



(۲) ۱

(۱) ۲

(۴) صفر

(۳) ۳

۳۵- اگر $xy \neq 0$ باشد، حاصل عبارت $(64x^6) \times (\frac{1}{2}x^{-2}y) \times (\frac{y^2}{x}) \times (4xy)^{-3}$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{16}y$

(۱) $\frac{1}{16}xy$

(۴) $\frac{1}{2}y$

(۳) $\frac{1}{2}x$

۳۶- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، فاصله نقطه O روی میانه AM از دو ساق به ترتیب برابر $OH = x - 1$ و $OH' = \frac{1}{2}x + 1$

می باشد. مقدار x کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

۳۷- در چهارضلعی محدب ABCD، قطر AC نیمساز زاویه A، $BC = 8$ و $AD = 14$ است. اگر $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ باشد، محیط چهارضلعی ABCD

کدام است؟

۴۴ (۲)

۳۰ (۱)

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۳۸- از نقطه M خارج دایره به مرکز O دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کرده‌ایم. اگر $OA = 6$ و $OM = 10$ باشد، طول MB کدام است؟

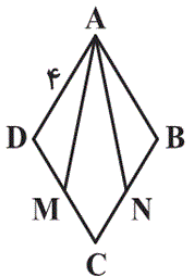
۷/۵ (۲)

۷ (۱)

۸/۵ (۴)

۸ (۳)

۳۹- در لوزی شکل زیر، اگر $\widehat{D} = 120^\circ$ باشد و دو نقطه M و N به ترتیب وسط ضلع‌های DC و BC باشند، فاصله دو نقطه M و N از یکدیگر کدام است؟



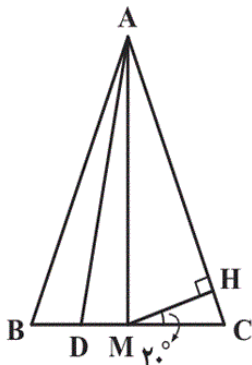
۱ (۱)

۱/۵ (۲)

۲ (۳)

۲/۵ (۴)

۴۰- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB=AC$)، AM میانه و در مثلث ABM، AD نیمساز زاویه A است. زاویه ADB چند درجه است؟



۱۱۰° (۱)

۱۰۸° (۲)

۱۰۰° (۳)

۹۶° (۴)

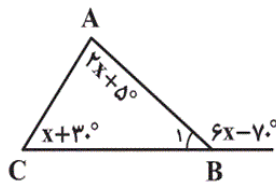
۵۱- کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) هر دو مثلث متساوی الساقین متشابه هستند.

(۲) هر دو لوزی متشابه هستند.

(۳) هر دو مثلث متساوی الاضلاع متشابه هستند.

(۴) هر دو متوازی الاضلاع متشابه هستند.



۵۲- در شکل مقابل، زاویه B_1 چند درجه است؟

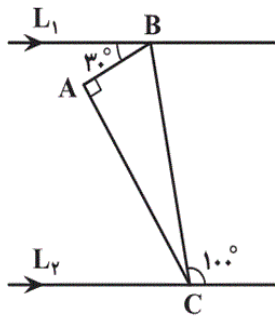
(۲) ۴۰

(۱) ۳۵

(۴) ۵۰

(۳) ۴۵

۵۳- در شکل زیر، دو خط L_1 و L_2 موازی هستند و مثلث ABC قائم الزاویه است. در این صورت اندازه زاویه C در مثلث ABC کدام است؟



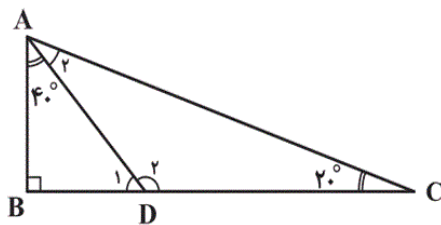
(۱) ۱۰°

(۲) ۲۰°

(۳) ۳۰°

(۴) ۴۰°

۵۴- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) $AD > AB$

(۲) $AC > BD$

(۳) $AD > DC$

(۴) $AC > DC$

۵۵- حاصل عبارت $A = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} \times (0/6)^7 \times \frac{25}{9}}{\left(-\frac{125}{27}\right)^2}$ کدام است؟

(۲) $\left(\frac{5}{3}\right)^7$

(۱) $0/6^7$

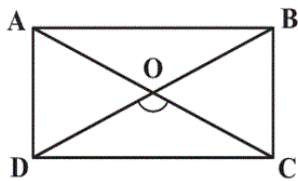
(۴) $0/6^5$

(۳) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-5}$

۵۶- حاصل عبارت $\frac{\left(\frac{2^7+2^8+2^9}{14}\right)^3 \times \left(\frac{10}{3^5+3^7}\right)^4}{2^{10} \times 3^{-8}}$ برابر است با:

- (۱) $\left(\frac{4}{27}\right)^4$
 (۲) $\left(\frac{2}{3}\right)^8$
 (۳) $\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$
 (۴) $\left(\frac{3}{2}\right)^{20}$

۵۷- در مستطیل زیر، اگر $BC = \frac{1}{3}BD$ باشد، زاویه $\angle DOC$ چند درجه است؟



- (۱) ۱۰۵
 (۲) ۱۲۰
 (۳) ۱۳۵
 (۴) ۱۵۰

۵۸- چند مورد از موارد زیر، همواره درست است؟

الف) در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه رأس از دو سر قاعده برابر است.



ب) در شکل مقابل $\widehat{ACD} = \widehat{DBA}$ است.

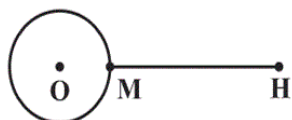
پ) در دو دایره اگر دو کمان برابر باشند، وترهای نظیر آنها با هم برابرند.

ت) در هر متوازی الاضلاع اگر وسط اضلاع را به طور متوالی به هم وصل کنیم همواره یک لوزی به دست می آید.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۵۹- در شکل زیر، امتداد پاره خط MH از مرکز دایره می‌گذرد. اگر قطر دایره برابر ۶ و اندازه مماس رسم شده از H بر دایره برابر با ۴ باشد، طول MH

چقدر است؟



۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

۳/۵ (۴)

۲ (۳)

۶۰- در مربعی به ضلع ۲ cm فاصله وسط ضلع مربع از قطر آن چند سانتی‌متر است؟

$\sqrt{2}$ (۲)

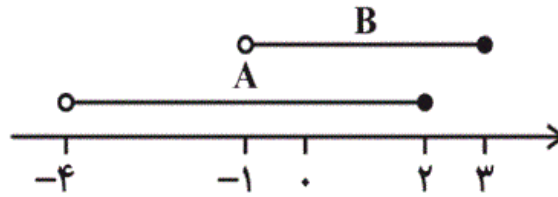
$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

۲ (۴)

۱ (۳)

(علیرضا پورقلی)

-۴۱



یعنی اشتراک را باید از A حذف کنیم. $A - B = A - (A \cap B)$

$$A - B = A - (A \cap B) = [-4, 2] - [-1, 2] = [-4, -1]$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

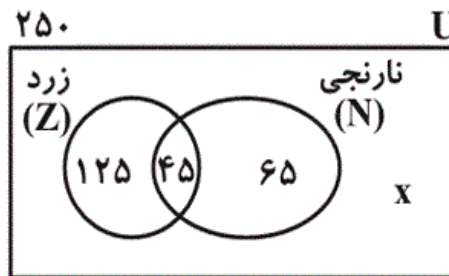
۲

۱

(رئیم مشتاق‌نظم)

-۴۲

راه حل اول: به کمک نمودار ون زیر خواهیم داشت:



$$125 + 45 + 65 + x = 250$$

$$235 + x = 250 \Rightarrow x = 15$$

راه حل دوم:

$$n(Z \cup N) = n(Z) + n(N) - n(Z \cap N) = 125 + 65 - 45 = 145$$

$$n(Z' \cap N') = n(U) - n(Z \cup N) = 250 - 145 = 105$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

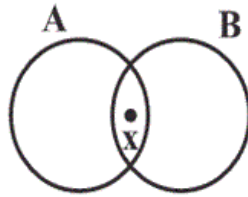
۳

۲

۱

گزینه «۱» صحیح نیست. می‌توانیم از یک مجموعه نامتناهی تنها چند عضو متناهی به عنوان زیرمجموعه انتخاب کنیم. اما اگر فرض مسأله به شکل زیر بود، صحیح بود:

$A \subseteq B$ و A نامتناهی $\leftarrow B$ نامتناهی



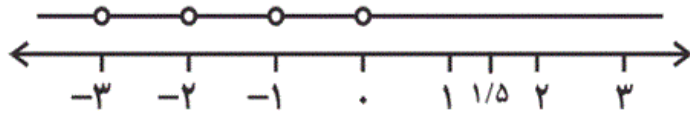
گزینه «۲» صحیح نیست. A و B را می‌توان به

صورت نمودار مقابل نمایش داد که $A \not\subseteq B$

$x \in A$ و همچنین $x \in B$ است.

گزینه «۳» صحیح است. $(\mathbb{Z} - \mathbb{N})'$ در شکل زیر نمایش داده شده است که

$$1/5 \in (\mathbb{Z} - \mathbb{N})'$$



گزینه «۴» صحیح نیست. زیرا ۲ تنها عدد اول زوج می‌باشد.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۹ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

به‌طور کلی جمله عمومی الگوهای خطی به صورت $t_n = an + b$ است که میزان

تغییر جملات متوالی برابر a است. بنابراین:

$$t_4 + t_3 = 19 \Rightarrow 3(2) + b + 3(3) + b = 19 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow t_n = 3n + 2 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \Rightarrow t_1 = 5 \\ n = 4 \Rightarrow t_4 = 14 \\ n = 5 \Rightarrow t_5 = 17 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع پنج جمله اول} : 5 + 19 + 14 + 17 = 55$$

مجموع جمله‌های دوم و سوم

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۴۵

(حسن توابعی)

$$-۱۹, ۰, ۰, ۰, -۱$$

راه حل اول:

$$d = \frac{b-a}{k+1} = \frac{-1-(-19)}{3+1} = \frac{-1+19}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = ۴/۵$$

$$t_1 = -۱۹$$

راه حل دوم:

$$t_5 = -۱ \Rightarrow t_5 - t_1 = ۴d = ۱۸ \Rightarrow d = ۴/۵$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۴۶

(حسن نصرتی ناهوک)

$$A \text{ و } B \text{ دو مجموعه مجزا} \Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow n(A \cap B) = ۰$$

$$n[(A \cap B') \cup (B \cap A')] = n[(A - B) \cup (B - A)]$$

$$= n(A - B) + n(B - A) = n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= n(A) + n(B)$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

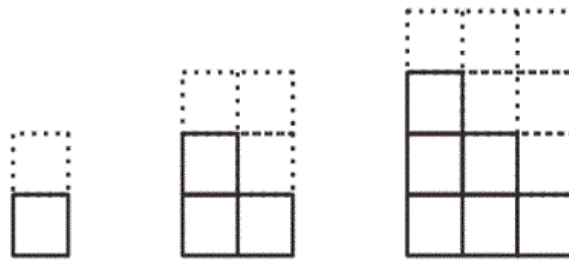
۴

۳

۲

۱

مربع‌های فرضی را به صورت زیر به شکل اضافه می‌کنیم:



$$\frac{1 \times 2}{2}$$

$$\frac{2 \times 3}{2}$$

$$\frac{3 \times 4}{2}$$

که قسمت مورد نظر نصف کل شکل حاصل است. بنابراین تعداد مربع‌های شکل

$$\frac{52 \times 53}{2} = 1378 \text{ با } 1378 \text{ برابر است}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ کتاب درسی)

۴

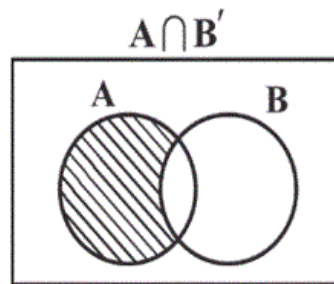
۳

۲ ✓

۱

(حامد یحیی اوغلی)

با توجه به نمودار ون مقابل:



$$n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$$

طبق فرض‌های سؤال داریم:

$$n(A) = 20$$

$$2n(A \cap B) = 20$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = \frac{20}{2} = 10$$

و لذا خواهیم داشت: $n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 10 = 10$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سهند ولی زاده)

$$\begin{cases} t_V = \frac{1}{2} \\ t_{10} = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_{10}}{t_V} = \frac{4}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{t_1 r^9}{t_1 r^0} = 8 \Rightarrow r^9 = 8 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

$$t_V = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 r^0 = \frac{1}{2} \xrightarrow{r=2} 64 t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{128}$$

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

$$\frac{1}{128} (2)^{n-1} = 128 \Rightarrow 2^{n-1} = (128)^2 = (2^7)^2 = 2^{14}$$

$$n-1=14 \Rightarrow n=15$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

راه حل اول: فرض می‌کنیم سهم نان‌های دریافت‌شده به صورت زیر باشد:

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$$

$$\text{مجموع نان‌ها} = 100 \Rightarrow a-2d+a-d+a+a+d+a+2d=100$$

$$\Rightarrow 5a=100 \Rightarrow a=20$$

$$\frac{1}{3}[a+a+d+a+2d]=a-2d+a-d$$

$$\Rightarrow a+d=2a-3d \Rightarrow a=4d \Rightarrow 4d=20 \Rightarrow d=5$$

$$\Rightarrow \text{بیشترین سهم: } a+2d=20+2 \times 5=30$$

$$a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d$$

راه حل دوم:

$$\text{مجموع نان‌ها} = 100 \Rightarrow a+a+d+a+2d+a+3d+a+4d=100$$

$$\Rightarrow 5a+10d=100 \Rightarrow a+2d=20 \quad (1)$$

از طرف دیگر:

$$a+a+d=\frac{1}{3}[a+2d+a+3d+a+4d]$$

$$2a+d=a+3d \Rightarrow a=2d \quad (2)$$

$$(2), (1) \Rightarrow \begin{cases} a+2d=20 \\ a=2d \end{cases} \Rightarrow a=10, d=5$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \quad \text{یا} \quad a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_5 = 10 + (5-1) \times 5 = 10 + 20 = 30$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رہیم مشتاق نظم)

$$600\text{m} = 60000\text{cm} \Rightarrow \frac{60000}{15} = 4000$$

مقیاس ۱:۴۰۰۰

(استرلال و اثبات در ہندسہ، صفحہ ہای ۵۳ تا ۵۵ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سعید آزر ہزین)

عبارت صحیح: در مثلث متساوی الساقین، نیمساز وارد بر قاعدہ، میانہ نیز می باشد.

(استرلال و اثبات در ہندسہ، صفحہ ہای ۳۳ تا ۴۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رہیم مشتاق نظم)

چون در ہر مثلث، اندازہ ہر زاویہ خارجی با مجموع دو زاویہ داخلی غیرمجاور برابر است، داریم:

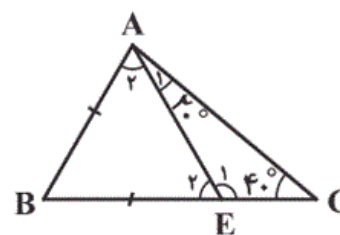
$$\hat{E}_\gamma = \hat{A}_1 + \hat{C} = 60^\circ$$

$$AB = BE \Rightarrow \hat{A}_\gamma = \hat{E}_\gamma = 60^\circ$$

چون مجموع زوایای داخلی ہر مثلث 180° است پس می توان نوشت:

$$\triangle ABE: \hat{A}_\gamma + \hat{E}_\gamma + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

(استرلال و اثبات در ہندسہ، صفحہ ۴۲ کتاب درسی)



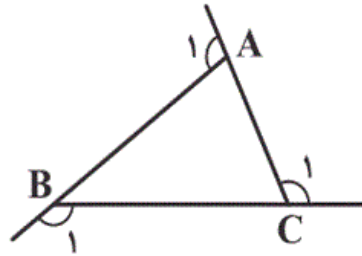
۴

۳ ✓

۲

۱

عبارت اول (لزوماً درست نیست):



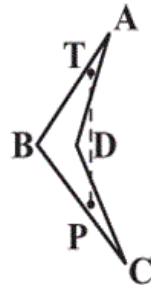
$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{B} + \hat{C} \\ \hat{B}_1 &= \hat{A} + \hat{C} \\ \hat{C}_1 &= \hat{A} + \hat{B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1$$

$$= \overbrace{2(\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})}^{180^\circ} = 2 \times 90^\circ = 180^\circ$$

پس در هر مثلث مجموع زاویه‌های خارجی ۳۶۰ درجه است.

عبارت دوم (غلط است): پاره خط TP به‌طور کامل درون

چهارضلعی نیست.



۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{aligned} & (64x^6) \times \left(\frac{1}{2}x^{-2}y\right) \times \left(\frac{y^2}{x}\right) \times (4xy)^{-3} \\ &= 2^6 \times x^6 \times 2^{-1} \times x^{-2} \times y^1 \times y^2 \times (2^2)^{-3} \times x^{-3} \times y^{-3} \\ &= 2^{6-1-6} \times x^{6-2-3} \times y^{1+2-3} = 2^{-1} \times x^1 \times y^0 = \frac{1}{2}x \end{aligned}$$

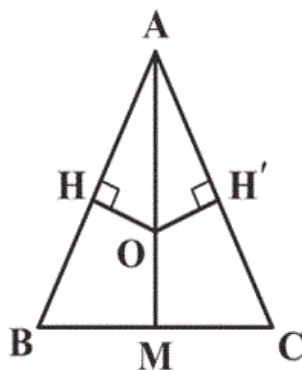
(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱



در مثلث متساوی‌الساقین، میانه و نیمساز وارد بر قاعده بر هم منطبق هستند؛ یعنی AM نیمساز زاویه A است و هر نقطه روی نیمساز زاویه، از دو ضلع آن به یک فاصله است. پس:

$$\begin{aligned} OH = OH' &\Rightarrow x - 1 = \frac{1}{2}x + 1 \\ \Rightarrow \frac{1}{2}x &= 2 \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

(استرالال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی)

۴

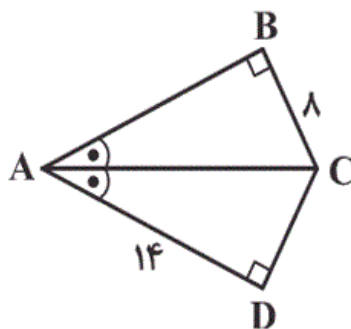
۳

۲

۱ ✓

-۳۷

(معمد ظاهر شعاعی)



هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از هر ضلع آن زاویه به یک فاصله است، پس $CD = BC = 8$ و از طرفی دو مثلث قائم الزاویه ABC و ADC هم‌نهشت هستند، پس:

$$AB = AD = 14$$

$$ABCD \text{ محیط} = AB + BC + CD + AD = 14 + 8 + 8 + 14 = 44$$

(استرلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۳۸

(معمد بگیری)

شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است. پس:

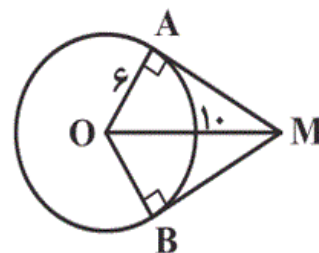
$$\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$$

هم‌چنین طول مماس‌های رسم‌شده از نقطه M بر دایره برابرند. پس:

$$MA = MB$$

$$MA^2 = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$\Rightarrow MB = 8$$



(استرلال و اثبات در هندسه، صفحه ۴۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

M و N وسط اضلاع DC و BC هستند، همچنین اضلاع لوزی با هم برابرند

بنابراین:

$$NC = MC = \frac{BC}{2} = \frac{DC}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

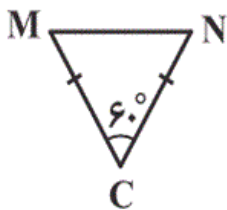
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{B} = 12^\circ \\ \hat{A} = \hat{C} \end{array} \right. \quad \text{از طرفی زاویه‌های روبه‌رو به هم در لوزی برابرند:}$$

همچنین چون مجموع زاویه‌های داخلی یک چهارضلعی 360° است، بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow 2\hat{D} + 2\hat{C} = 360^\circ \Rightarrow \hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 12^\circ + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 6^\circ$$

M را به N وصل می‌کنیم و مثلث MNC به شکل زیر درمی‌آید:



چون دو ضلع MC و NC برابرند، مثلث MNC متساوی‌الساقین است بنابراین:

$$\hat{M} = \hat{N}$$

از طرفی مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است، پس:

$$\hat{M} = \hat{N} = \hat{C} = 6^\circ$$

بنابراین این مثلث متساوی‌الاضلاع است در نتیجه:

$$MN = MC = NC = 2$$

(استرالال و اثبات در هنرسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

در مثلث متساوی الساقین ABC ، میانه وارد بر قاعده، نیمساز هم هست. یعنی:

$$\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$$

در مثلث $\triangle CMH$:

$$\widehat{HMC} = 20^\circ, \widehat{H} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

$$\text{میانۀ } AM \Rightarrow \text{نیمساز } AM \Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{MAC} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\text{نیمساز } AD \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{DAM} = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$$

$$\triangle ABD \text{ در مثلث: } \widehat{BAD} = 10^\circ, \widehat{B} = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ADB} = 180^\circ - (70^\circ + 10^\circ) = 100^\circ$$

(استرلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۹ و ۴۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ریم مشتاق نظم)

فقط هر دو مثلث متساوی الاضلاع همواره متشابه هستند.

(استرلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور است پس داریم:

$$6x - 70^\circ = 2x + 5^\circ + x + 30^\circ \Rightarrow 6x - 70^\circ = 3x + 35^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 105^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$$

$$\Rightarrow 6x - 70^\circ = 6(35^\circ) - 70^\circ = 140^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

(استرالال و اثبات در هندسه، صفحه ۴۲ کتاب درسی)

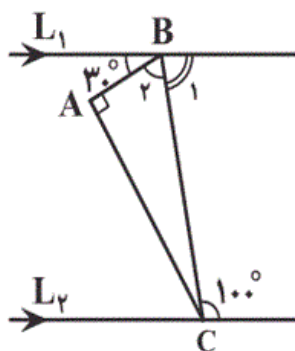
۴

۳

۲ ✓

۱

(ریم مشتاق نظم)



می توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_1 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \\ \hat{B}_2 = 180^\circ - (80^\circ + 30^\circ) = 70^\circ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

(استرالال و اثبات در هندسه، صفحه های ۴۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعید آذرگزین)

$$\begin{aligned} \triangle ABC: \hat{B} = 90^\circ > \hat{A} &\Rightarrow AC > BD + DC \Rightarrow \begin{cases} AC > BD \\ AC > DC \end{cases} \\ \triangle ABD: \hat{B} = 90^\circ > \hat{D}_1 &\Rightarrow AD > AB \end{aligned}$$

$$\hat{A}_2 = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

$$\triangle DAC: \hat{C} < \hat{A}_2 \Rightarrow AD < DC$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه ۳۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمربیرایی)

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} \times (0.6)^y \times \frac{25}{9}}{\left(-\frac{125}{27}\right)^2} = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{-4+y} \times \left(\frac{5}{3}\right)^2}{\left(\left(-\frac{5}{3}\right)^3\right)^2} \\ &= \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{5}{3}\right)^6} = \left(\frac{3}{5}\right)^1 \times \left(\frac{3}{5}\right)^6 = \left(\frac{3}{5}\right)^7 = 0.6^7 \end{aligned}$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ریم مشتاق نظم)

$$\begin{aligned} & \frac{\left(\frac{2^7+2^8+2^9}{14}\right)^3 \times \left(\frac{10}{3^5+3^7}\right)^4}{2^{10} \times 3^{-8}} \\ &= \frac{\left(\frac{2^7+2 \times 2^7+2^2 \times 2^7}{14}\right)^3 \times \left(\frac{10}{3^5+3^2 \times 3^5}\right)^4}{2^{10} \times 3^{-8}} \\ &= \frac{\left(\frac{7 \times 2^7}{14}\right)^3 \times \left(\frac{10}{10 \times 3^5}\right)^4}{2^{10} \times 3^{-8}} = \frac{(2^6)^3 \times (3^{-5})^4}{2^{10} \times 3^{-8}} = \frac{2^{18} \times 3^{-20}}{2^{10} \times 3^{-8}} \\ &= \frac{2^8}{3^{12}} = \left(\frac{2^2}{3^3}\right)^4 = \left(\frac{4}{27}\right)^4 \end{aligned}$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی)

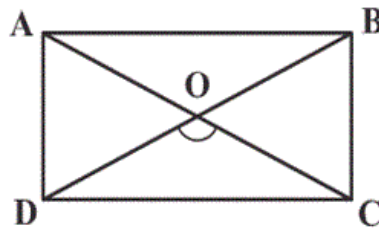
۴

۳

۲

۱ ✓

(زهرا رامشینی)



در مستطیل قطرها برابرند و یکدیگر را نصف می‌کنند، بنابراین:

$$BO = OD = OC = AO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} AC$$

$$BC = \frac{1}{2} BD$$

از طرفی:

$$BO = OC = BC = \frac{1}{2} BD$$

در نتیجه در مثلث $\triangle BOC$ داریم:پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است و زوایای داخلی آن همگی 60° هستند.

$$\widehat{BOC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{DOC} = 180^\circ - \widehat{BOC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

(استرلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

موارد (الف) و (ب) درست هستند.

در مورد (پ) در یک دایره می‌توان گفت اگر دو کمان برابر باشند وترهای نظیر آنها با هم برابرند.

در مورد (ت) شکل حاصل یک متوازی‌الاضلاع است.

(استرالال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ کتاب درسی)

۴

۳

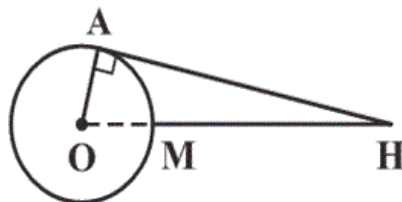
۲ ✓

۱

(سعید آزره‌زین)

از نقطه H یک مماس بر دایره رسم می‌کنیم که در نقطه A بر دایره مماس می‌شود.

مرکز دایره را به نقطه A وصل می‌کنیم:



$$\triangle AOH: OA^2 + AH^2 = OH^2 \Rightarrow \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 4^2 = OH^2$$

$$\Rightarrow OH^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow OH = 5$$

$$OH = MH + OM \Rightarrow 5 = MH + 3 \Rightarrow MH = 2$$

(استرالال و اثبات در هندسه، صفحه ۴۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = 45^\circ \\ \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{E}_1 + \hat{H} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{E}_1 = 45^\circ$$

بنابراین مثلث AEH یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین است. بنابراین:

$$AH = EH$$

طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AE^2 = AH^2 + EH^2 \\ AH = EH \\ AE = \frac{AB}{2} = 1 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow 1^2 = EH^2 + EH^2 = 2EH^2$$

$$\Rightarrow EH^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow EH = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ cm}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه ۳۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓