



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



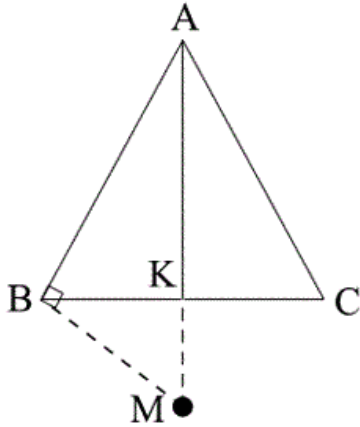
<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۷۸- در شکل زیر $AB = AC$ و نقطه M روی امتداد نیم‌ساز زاویه A طوری قرار گرفته که MB



عمود بر AB باشد. چند تا از احکام زیر همواره درست است؟

الف) $\hat{MCA} = 90^\circ$

ب) $\hat{BMC} = 90^\circ$

پ) AM عمود منصف BC است.

ت) $BM = CM$

ث) در چهارضلعی $ABMC$ قطرهای منصف یکدیگرند.

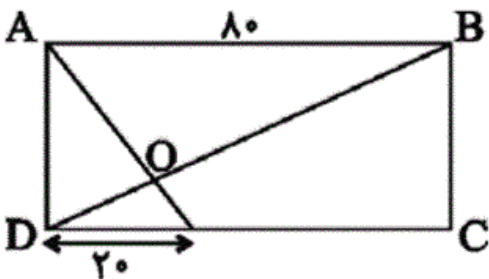
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۷۹- در مستطیل شکل زیر، فاصله نقطه O از ضلع AD چند واحد است؟



۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

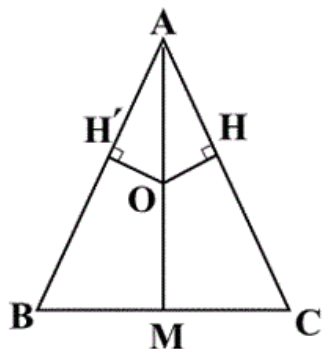
۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

۸۰- در شکل زیر M وسط ضلع BC است. اگر $OH = OH'$ باشد، چند مورد از نتایج زیر صحیح

است؟

الف) $\hat{A}MC = 90^\circ$ (ب) $\hat{M}AC = \hat{M}AB$ (پ) $\hat{A}MC \cong \hat{A}MB$ (ت) $AC = AB$



۱ (۱)

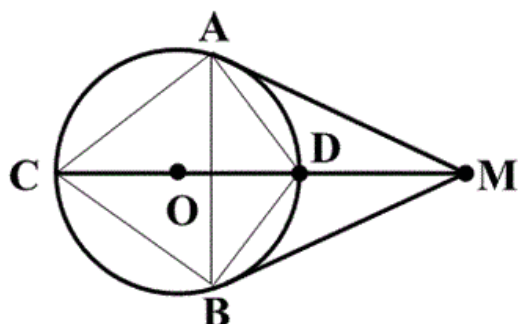
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۷۴- مطابق شکل زیر، اگر MA و MB مماس بر دایره‌ای به مرکز O باشند، آن‌گاه کدام‌یک از

گزینه‌های زیر الزاماً صحیح نیست؟



AB = AC (۱)

MA = MB (۲)

BC = AC (۳)

AD = BD (۴)

۷۵- اگر نسبت تشابه دو مثلث متساوی‌الاضلاع $\frac{2}{5}$ و اندازه ضلع مثلث کوچک‌تر ۸ سانتی‌متر باشد،

مساحت مثلث بزرگ‌تر چند سانتی‌متر مربع است؟

۱۰۰√۳ (۴)

۷۵√۳ (۳)

۵۰√۳ (۲)

۲۵√۳ (۱)

۷۱- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

(۱) هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه‌اند.

(۲) هر دو مستطیل که طولشان دو برابر عرضشان است با هم متشابه‌اند.

(۳) هر دو مربع با هم متشابه‌اند.

(۴) هر دو لوزی با هم متشابه‌اند.

۷۲- کدام گزینه در حالت کلی صحیح نیست؟

(۱) مثلثی که میانه نظیر یک ضلع آن نیم‌ساز زاویه مقابل به آن ضلع باشد، متساوی‌الساقین است.

(۲) اگر دو ضلع و میانه وارد بر یکی از آن‌ها در مثلثی با دو ضلع و میانه نظیرش از مثلث دیگر برابر باشند آن

دو مثلث هم‌نهشت‌اند.

(۳) اگر محیط مثلثی با محیط مثلثی دیگر برابر باشد دو مثلث هم‌نهشت‌اند.

(۴) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند آن‌گاه هم‌مساحت‌اند.

ریاضی نهم، توان و ریشه - ۳ سوال -

۷۳- حاصل $\frac{4^{2a+1} \div 4^{2a-1}}{8^{2b+1} \times 8^{3-2b}}$ کدام است؟

$(\frac{1}{8})^4$ (۴)

$(\frac{1}{2})^3$ (۳)

2^8 (۲)

$(\frac{1}{2})^8$ (۱)

۷۶- حاصل عبارت $A = 2^{-12} + 4^{-6} + 8^{-4} + 16^{-3}$ کدام است؟

8^{-12} (۴)

2^{-48} (۳)

2^{-10} (۲)

2^{-14} (۱)

۷۷- حاصل عبارت $\frac{3^{2x+1} - 9^{x+1} - 3^{2x-2}}{3^{2x} + 9^{x+1}}$ کدام است؟

$-\frac{13}{108}$ (۴)

$-\frac{5}{9}$ (۳)

$-\frac{53}{90}$ (۲)

$-\frac{11}{18}$ (۱)

ریاضی و آمار ۱، چند اتحاد جبری و کاربردها - ۶ سوال -

۸۱- حاصل عبارت $(\frac{2}{5}x - \frac{5}{4})^2 - (0/4x + 1/25)^2$ به ازای $x = 0/2$ کدام است؟

$-0/4$ (۲)

$0/4$ (۱)

$-0/2$ (۴)

$0/2$ (۳)

۸۲- در اتحاد $(2x + k)(2x - 3k) = ax^2 - 4x + b$ حاصل kab کدام است؟

۲۴ (۲)

-۲۴ (۱)

۱۲ (۴)

-۱۲ (۳)

۸۳- با توجه به الگوی مثلث خیام حاصل 11^5 کدام است؟

۱۶۱۰۵۱ (۴)

۱۵۵۰۵۱ (۳)

۱۶۰۱۵۱ (۲)

۱۵۲۰۵۱ (۱)

۸۴- اگر $x^2 = y^2 + 18$ و $x = y + 3$ باشد، مقدار عبارت $2x^3 + 6x^2y + 6xy^2 + 2y^3$ کدام

است؟

۴۸۶ (۴)

۳۲۴ (۳)

۴۳۲ (۲)

۲۱۶ (۱)

۸۵- با توجه به اتحاد $(ax^3 - by^3) = (cx + 3y)(dx^2 - \frac{3}{2}xy + 9y^2)$ ، حاصل $\frac{a+c}{bd}$ کدام

است؟

$-\frac{5}{54}$ (۴)

$\frac{5}{54}$ (۳)

$-\frac{17}{108}$ (۲)

$\frac{17}{108}$ (۱)

۸۶- عبارت $x^4 - 7x^2 + 12$ را پس از تجزیه به شکل $(x^2 - A)(x - B)(x + C)$ نوشته‌ایم.

حاصل $A + B - C$ کدام است؟ (A، B و C اعداد طبیعی هستند).

۳ (۴)

۲ (۳)

۷ (۲)

۱ (۱)

ریاضی و آمار ۱، عبارت‌های گویا - ۴ سوال -

۸۷- مقدار m کدام باشد تا عبارت گویای $A = \frac{5x + m}{mx + 8}$ به‌ازای $x = -3$ تعریف نشده باشد؟

$-\frac{8}{3}$ (۴)

-۱۵ (۳)

$\frac{8}{3}$ (۲)

۱۵ (۱)

۸۸- ساده شده عبارت $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{(x^2 + x)(x^2 - 4)}$ کدام است؟

$\frac{x}{x-2}$ (۴)

$\frac{1}{x-2}$ (۳)

$\frac{1}{x}$ (۲)

$\frac{x}{x+2}$ (۱)

۸۹- کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت $P(x) = x^2 - x$ و $Q(x) = x^3 - 1$ کدام است؟

$x(x-1)$ (۴)

$x^4 - x$ (۳)

$x-1$ (۲)

$x^3 - 1$ (۱)

۹۰- حاصل عبارت $\frac{2x-3}{2x+2} - \frac{3}{x^2-1} + \frac{2x+3}{2x-2}$ کدام است؟

$\frac{2}{x-1}$ (۴)

$\frac{2x^2}{x+1}$ (۳)

$\frac{2x^2}{x^2-1}$ (۲)

$\frac{2x}{x^2-1}$ (۱)

ریاضی نهم - سوالات موازی ، استدلال و اثبات در هندسه - سوال ۶ -

۹۱- زوایای \hat{A} و \hat{B} مکمل‌اند. اگر زاویه A دو برابر زاویه \hat{B} باشد، حاصل $2\hat{A} - 3\hat{B}$ چقدر است؟

60° (۴)

120° (۳)

30° (۲)

90° (۱)

۹۳- مثلثی به اضلاع $a, 8, 6$ با مثلثی به اضلاع $9, b, 18$ متشابه است. حداکثر مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

$\frac{3}{8}$ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

۸ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

۹۵- کدام گزینه مثال نقض دارد؟

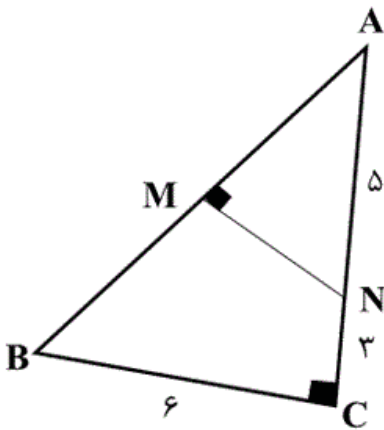
(۱) اگر مثلثی دارای سه زاویه تند باشد، محل برخورد ارتفاعها درون مثلث است.

(۲) مجموع طول دو ضلع مثلث از طول ضلع سوم بزرگتر است.

(۳) محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث همواره درون مثلث است.

(۴) هر ارتفاع مثلث از هر یک از اضلاع آن مثلث کوچکتر است.

۹۷- اگر در شکل زیر، دو مثلث $\triangle AMN$ و $\triangle ABC$ متشابه باشند، طول BM کدام است؟



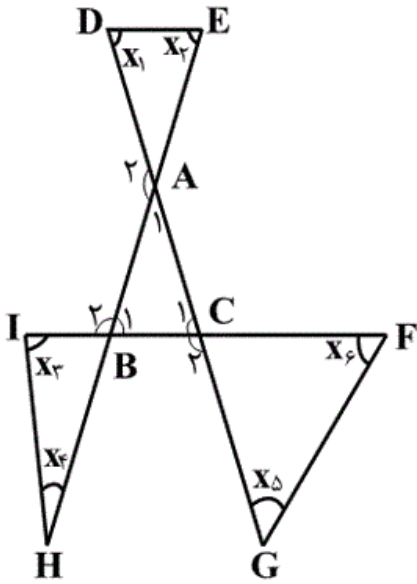
(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۹۹- در شکل زیر مجموع زوایای x_1 تا x_6 کدام است؟



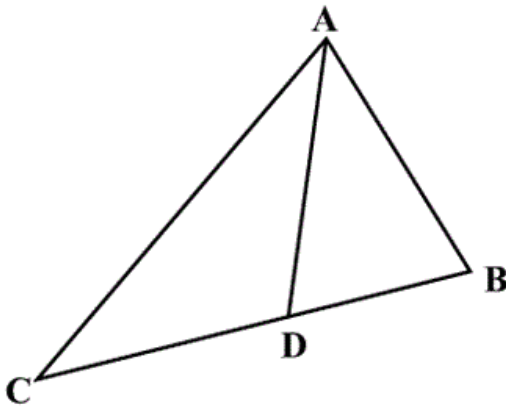
(۱) 360°

(۲) 180°

(۳) 540°

(۴) 270°

۱۰۰- در مثلث ABC ، طول نیمساز AD برابر ضلع AB است. در این صورت چه تعداد از موارد زیر



درست است؟

(الف) $AC > CD$

(ب) $\hat{B} > \hat{C}$

(پ) $AB > BD$

(ت) $\hat{B} = 90 - \frac{\hat{A}}{4}$

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

ریاضی نهم - سوالات موازی، توان و ریشه - ۴ سوال -

۹۸- حاصل عبارت $(\frac{a^{-7} + a^{-6} + a^{-5}}{a^{-5}} + \frac{a^7 + a^6}{a^6}) \times a^2$ همواره کدام است؟ ($a \neq 0$)

$a^3 + a^2 + a + 2$ (۲)

$a^3 + a^2 + a + 1$ (۱)

$a^3 + 2a^2 + a + 1$ (۴)

$a^3 + a^2 + 2a + 1$ (۳)

۹۶- اگر $2^a = 9^b$ باشد، حاصل $\frac{3^b}{8^{2a+1}}$ کدام است؟

2^{-5a} (۴)

$\frac{3^{-11b}}{8}$ (۳)

$\frac{3^{10b}}{2}$ (۲)

$\frac{2^{6a}}{3}$ (۱)

۹۴- کدام یک از تساوی‌های زیر درست است؟

$\frac{(\frac{1}{15})^2 \times (-\frac{6}{15})^{-2}}{2^4 \times 3^{-2}} = 1$ (۲)

$[-(\frac{3}{8})^2]^{-1} = \frac{9}{64}$ (۱)

$(\frac{5}{4})^{-3} \times 16^{-2} = 500$ (۴)

$(0/5)^{-6} \times 32^{-2} = 16$ (۳)

۹۲- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\left[-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \frac{7}{4}\right]^{-2}$$

-۴ (۴)

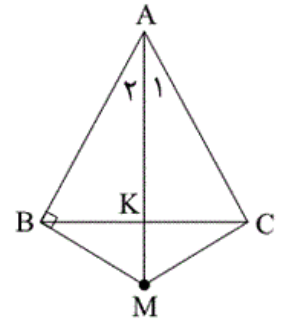
$-\frac{8}{9}$ (۳)

$\frac{8}{9}$ (۲)

۴ (۱)

«معمد بهیرایی»

$$\begin{cases} AC = AB \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AM = AM \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle ABM \cong \triangle ACM$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ \\ BM = CM \end{cases}$$

از طرفی در مثلث متساوی الساقین، نیم‌ساز وارد بر قاعده، عمودمنصف قاعده است.

بنابراین موارد (الف)، (پ) و (ت) درست هستند. اما موارد (ب) و (ث) نادرست

هستند.

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

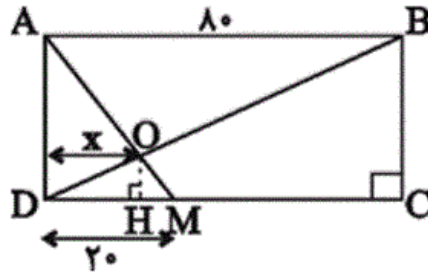
۳

۲ ✓

۱

از نقطه O خطی عمود بر DC رسم می‌کنیم. فاصله نقطه O از AD برابر طول

DH است که آن را x فرض می‌کنیم:



سه زاویه دو مثلث DOH و DBC دوجه دو مساوی‌اند، پس این دو مثلث

متشابه‌اند. داریم:

$$\frac{DH}{DC} = \frac{OH}{BC} \Rightarrow \frac{x}{80} = \frac{OH}{BC} \quad (1)$$

از طرفی دو مثلث MOH و MAD نیز به دلیل تساوی دوجه‌دوی سه زاویه،

متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{MH}{MD} = \frac{OH}{AD} \Rightarrow \frac{20-x}{20} = \frac{OH}{AD} \xrightarrow{AD=BC} \frac{20-x}{20} = \frac{OH}{BC} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{20-x}{20} = \frac{x}{80} \Rightarrow 1 - \frac{x}{20} = \frac{x}{80}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} + \frac{x}{80} = 1 \Rightarrow \frac{4x}{80} + \frac{x}{80} = 1 \Rightarrow \frac{5x}{80} = 1$$

$$\Rightarrow 5x = 80 \Rightarrow x = 16$$

(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هنرسه)

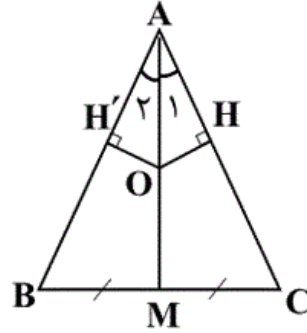
۴

۳✓

۲

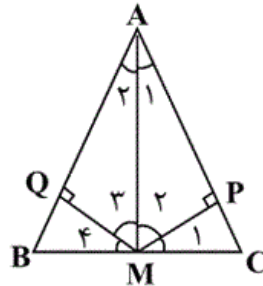
۱

$$\begin{cases} OH = OH' \\ OA = OA \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle AOH \cong \triangle AO'H' \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$



اکنون از رأس M ارتفاع‌های عمود به ضلع‌های AB و AC را رسم می‌کنیم.

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AM = AM \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \triangle AMP \cong \triangle AMQ \Rightarrow \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ MP = MQ \end{cases} \quad (1)$$



$$\Rightarrow \begin{cases} MP = MQ \\ MC = MB \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle PMC \cong \triangle QMB \Rightarrow \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ \hat{C} = \hat{B} \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{متساوی الساقین ABC}} AB = AC$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \hat{A}MC = \hat{A}MB = 90^\circ$$

$$\begin{cases} AC = AB \\ AM = AM \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle AMC \cong \triangle AMB$$

بنابراین تمام نتایج ذکر شده در صورت سوال صحیح می‌باشد.

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴ ✓

۳

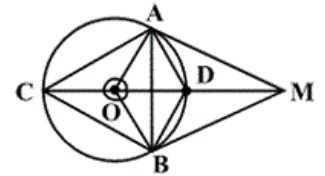
۲

۱

شعاع‌های OA و OB را رسم می‌کنیم، در مثلث‌های قائم‌الزاویه OAM و OBM طول وتر MO با هم برابر و $OA = OB$ است. پس بنا بر قضیه فیثاغورس $AM = BM$ است.

$$\left. \begin{array}{l} MA = MB \\ \Rightarrow MO = MO \\ OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM \text{ (ض ض ض)}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{AOD} = \hat{BOD} \\ \hat{AMO} = \hat{BMO} \end{array} \right.$$



$$\left. \begin{array}{l} MA = MB \\ \hat{AMO} = \hat{BMO} \\ MC = MC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMC \cong \triangle BMC \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow AC = BC$$

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ \hat{AOD} = \hat{BOD} \\ OD = OD \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle BOD \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow AD = BD$$

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱ ✓

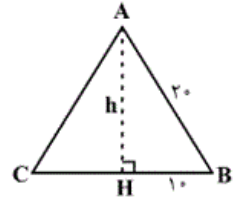
اگر x ضلع مثلث بزرگ‌تر باشد، داریم:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 20$$

حال مساحت مثلث بزرگ‌تر را به دست می‌آوریم، با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$h^2 = 400 - 100 \Rightarrow h^2 = 300 \Rightarrow h = 10\sqrt{3}$$

$$S = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow S = \frac{10\sqrt{3} \times 20}{2} = 100\sqrt{3}$$



(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

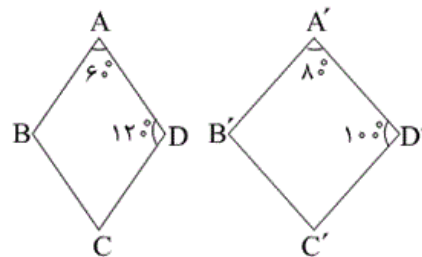
 ۲

 ۱

«علی ارجمند»

تمام گزینه‌ها به جزء گزینه «۴» صحیح هستند. باید توجه کرد که هر دو لوزی الزاماً با هم متشابه نیستند.

به عنوان مثال دو لوزی زیر با هم متشابه نیستند.



(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«مهمبر پورا احمدی»

در دو مثلث اگر محیط‌ها با هم برابر باشند، الزاماً دو مثلث هم‌نهشت نیستند. بقیه موارد را می‌توان اثبات کرد. به عنوان تمرین آن‌ها را اثبات کنید.

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«مهمبر پورا آمدی»

$$\frac{4^{2a+1} \div 4^{2a-1}}{8^{2b+1} \times 8^{3-2b}} = \frac{4^{(2a+1)-(2a-1)}}{8^{2b+1+3-2b}} = \frac{4^2}{8^4} = \frac{2^4}{2^{12}} = \frac{1}{2^8} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲

۱ ✓

«حمید زرین کفش»

$$\begin{cases} 4^{-6} = (2^2)^{-6} = 2^{-12} & (1) \\ 8^{-4} = (2^3)^{-4} = 2^{-12} & (2) \\ 16^{-3} = (2^4)^{-3} = 2^{-12} & (3) \end{cases}$$

$$A = 2^{-12} + 4^{-6} + 8^{-4} + 16^{-3}$$

$$\xrightarrow{(3),(2),(1)} A = 2^{-12} + 2^{-12} + 2^{-12} + 2^{-12}$$

$$= 4 \times 2^{-12} = 2^2 \times 2^{-12} = 2^{2-12} = 2^{-10}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\frac{3^{2x+1} - 9^{x+1} - 3^{2x-2}}{3^{2x} + 9^{x+1}} = \frac{3^{2x+1} - 3^2(x+1) - 3^{2x-2}}{3^{2x} + 3^2(x+1)}$$

$$= \frac{3^{2x} \times 3^1 - 3^{2x} \times 3^2 - 3^{2x} \times 3^{-2}}{3^{2x} + 3^{2x} \times 3^2} = \frac{3^{2x}(3^1 - 3^2 - 3^{-2})}{3^{2x}(1 + 3^2)}$$

$$= \frac{3 - 9 - \frac{1}{9}}{1 + 9} = \frac{-6 - \frac{1}{9}}{10} = \frac{-\frac{55}{9}}{\frac{10}{1}} = -\frac{55}{90} = -\frac{11}{18}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر محمودیان، چند اتحاد جبری و کاربرددها، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

-۸۱

$$0/4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, \quad 1/25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

$$\text{عبارت} = \left(\frac{2}{5}x - \frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}x + \frac{5}{4}\right)^2 \xrightarrow{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}}$$

$$= \left(\frac{2}{5}x\right)^2 - 2\left(\frac{2}{5}x\right)\left(\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left[\left(\frac{2}{5}x\right)^2 + 2\left(\frac{2}{5}x\right)\left(\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{5}{4}\right)^2\right]$$

$$= -4\left(\frac{2}{5}x\right)\left(\frac{5}{4}\right) = -2x \xrightarrow{x=0/2} -0/4$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمرب بیرایی، چند اتحاد جبری و کاربردھا، صفه‌ی ۱۰ و ۱۱)

با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک و در نظر گرفتن $2x$ به عنوان جمله مشترک داریم:

$$\begin{aligned}(2x+k)(2x-3k) &= (2x)^2 + (k-3k) \times (2x) + (k) \times (-3k) \\ &= 4x^2 - 4kx - 3k^2\end{aligned}$$

که با هم‌ارز قراردادن با طرف راست تساوی داریم:

$$4x^2 - 4kx - 3k^2 = ax^2 - 4x + b \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ -4k = -4 \Rightarrow k = 1 \\ b = -3k^2 = -3 \times (1)^2 = -3 \end{cases}$$

$$kab = 1 \times 4 \times (-3) = -12$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریره هاشمی، چند اتحاد جبری و کاربردھا، صفه‌ی ۱۲ و ۱۳)

با استفاده از اعداد سطر ششم مثلث خیام که ضرایب بسط $(a+b)^5$ می‌باشد،

داریم:

اعداد سطر ششم: ۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱

$$\begin{aligned}11^5 &= (10+1)^5 = 1 \times (10)^5 + 5 \times (10)^4 \times (1) + 10 \times (10)^3 \times (1)^2 \\ &+ 10 \times (10)^2 \times (1)^3 + 5 \times (10) \times (1)^4 + 1^5 \\ &= 100000 + 50000 + 10000 + 1000 + 50 + 1 = 161051\end{aligned}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر مهموریان، چند اتحاد جبری و کاربردھا، صفه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

$$\begin{aligned}x^2 &= y^2 + 18 \Rightarrow x^2 - y^2 = 18 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 18 \quad (1) \\ x &= y + 3 \Rightarrow x - y = 3 \quad (2)\end{aligned}$$

$$3(x+y) = 18 \Rightarrow x+y = 6$$

$$\text{عبارت} = 2x^3 + 6x^2y + 6xy^2 + 2y^3 = 2(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$$

$$= 2(x+y)^3 = 2 \times 6^3 = 2 \times 216 = 432$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اتحاد داده شده اتحاد تفاضل یا مجموع مکعب دوجمله‌ای است. با توجه به علامت

پرانتهز اول $(cx + 3y)$ مشخص می‌شود که اتحاد مجموع مکعب دوجمله‌ای است:

$$m^3 + n^3 = (m + n)(m^2 - mn + n^2)$$

$$ax^3 - by^3 = (cx + 3y)(dx^2 - \frac{3}{2}xy + 9y^2)$$

$$\begin{cases} -by^3 = (3y)^3 \Rightarrow -by^3 = 27y^3 \Rightarrow b = -27 \\ -3cxy = -\frac{3}{2}xy \Rightarrow c = \frac{1}{2} \\ dx^2 = (cx)^2 \Rightarrow dx^2 = (\frac{1}{2}x)^2 = \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow d = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$ax^3 = (\frac{1}{2}x)^3 \Rightarrow ax^3 = \frac{1}{8}x^3 \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

$$\frac{a+c}{bd} = \frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{2}}{-27 \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{8}}{-\frac{27}{4}} = -\frac{5}{54}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا عبارت را با استفاده از اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم، سپس از اتحاد

مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$x^4 - 7x^2 + 12 = (x^2)^2 - 7x^2 + 12 = (x^2 - 4)(x^2 - 3)$$

$$= (x - 2)(x + 2)(x^2 - 3) \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = 2 \Rightarrow A + B - C = 3 + 2 - 2 = 3 \\ C = 2 \end{cases}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت گویا به ازای ریشهٔ مخرج تعریف نمی‌شود، لذا به ازای $x = -3$ می‌بایست مخرج برابر صفر باشد، در نتیجه داریم:

$$A = \frac{5x + m}{mx + 8}$$

$$mx + 8 = 0 \xrightarrow{x = -3} -3m + 8 = 0 \Rightarrow m = \frac{8}{3}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا عبارتهای صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم، سپس عوامل مشترک صورت و مخرج را با یکدیگر ساده می‌کنیم:

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{(x^2 + x)(x^2 - 4)} = \frac{x(x^2 + 3x + 2)}{x(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{x(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{1}{x-2}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا عبارتهای صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم، سپس عوامل مشترک با بیشترین توان را در عوامل غیرمشترک ضرب می‌کنیم:

$$P(x) = x^2 - x = x(x-1)$$

$$Q(x) = x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$م.م.ک = x \underbrace{(x-1)(x^2 + x + 1)}_{(x^3 - 1)} = x(x^3 - 1) = x^4 - x$$

۴

۳ ✓

۲

۱

مخرج مشترک عبارت برابر است با ک. م. م. مخرج‌ها:

$$\begin{cases} 2x+2=2(x+1) \\ x^2-1=(x-1)(x+1) \Rightarrow \text{م. م. ک} = 2(x-1)(x+1) \\ 2x-2=2(x-1) \end{cases}$$

$$\frac{2x-3}{2x+2} - \frac{3}{x^2-1} + \frac{2x+3}{2x-2} = \frac{(2x-3)(x-1)}{2(x-1)(x+1)} - \frac{3 \times 2}{2(x-1)(x+1)}$$

$$\begin{aligned} + \frac{(2x+3)(x+1)}{2(x-1)(x+1)} &= \frac{2x^2 - 5x + 3 - 6 + 2x^2 + 5x + 3}{2(x-1)(x+1)} = \frac{4x^2}{2(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{4x^2}{2(x^2-1)} = \frac{2x^2}{x^2-1} \end{aligned}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

«علی غلام‌پور سرابی»

دو زاویه A و B مکمل هم هستند، پس مجموعشان 180° است.

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{A} = 2\hat{B} \end{cases} \Rightarrow 2\hat{B} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow 3\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

حال زاویه A را حساب می‌کنیم:

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B}=60^\circ} \hat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

$$2\hat{A} - 3\hat{B} = 2 \times 120^\circ - 3 \times 60^\circ = 240^\circ - 180^\circ = 60^\circ$$

(صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴ ✓

۳

۲

۱

چون در صورت سوال گفته شده حداکثر مقدار $\frac{b}{a}$ پس b باید بیشترین مقدار ممکن خود یعنی بزرگترین ضلع مثلث و a کوچکترین مقدار خود یعنی کوچکترین ضلع مثلث باشد بنابراین ترتیب اضلاع برابر است با:

$$\text{مثلث اول} = a, 6, 8$$

$$\text{مثلث دوم} = 9, 18, b$$

چون دو ضلع متناظر دو مثلث ۶ و ۱۸ هستند، پس نسبت تشابه این دو مثلث برابر است با:

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{18}{6} = 3$$

حال a و b را به دست می‌آوریم:

$$\text{نسبت تشابه} = \underbrace{3}_{\frac{9}{8}} = \frac{b}{a}$$

$$3 = \frac{b}{8} \Rightarrow b = 24 \quad ; \quad \frac{9}{a} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{b}{a} \text{ حداکثر مقدار} = \frac{24}{3} = 8$$

(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

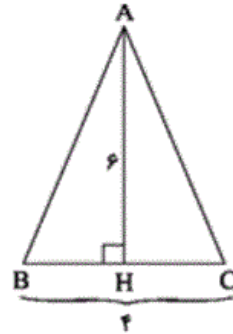
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌توان برای گزینه «۴» مثال نقض مطرح کرد. در مثلث ABC طول ارتفاع AH از طول ضلع BC بزرگ‌تر است.



(صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱

با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 64 + 36 \Rightarrow AB = 10$$

دو مثلث ABC و AMN متشابه‌اند، پس:

$$\triangle ABC \sim \triangle ANM \Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{BC}{MN} = \frac{AC}{AM}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{6}{MN} = \frac{8}{AM}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{40}{10} \Rightarrow AM = 4$$

$$BM = AB - AM = 10 - 4 = 6$$

(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱

مجموع زوایای هر مثلث 180° است. پس در مثلث ABC داریم:

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ \quad (1)$$

از طرفی اندازه هر زاویه خارجی در مثلث برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور آن است، پس:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADE \text{ در مثلث} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{x}_1 + \hat{x}_2 \\ \triangle IHB \text{ در مثلث} \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{x}_3 + \hat{x}_4 \\ \triangle CFG \text{ در مثلث} \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{x}_5 + \hat{x}_6 \end{array} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{نیم صفحه} : \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 180^\circ - \hat{A}_2 \\ \text{نیم صفحه} : \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 180^\circ - \hat{B}_2 \\ \text{نیم صفحه} : \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 180^\circ - \hat{C}_2 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{(1)} 180^\circ - \hat{A}_2 + 180^\circ - \hat{B}_2 + 180^\circ - \hat{C}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 360^\circ$$

$$\xrightarrow{(2)} \hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3 + \hat{x}_4 + \hat{x}_5 + \hat{x}_6 = 360^\circ$$

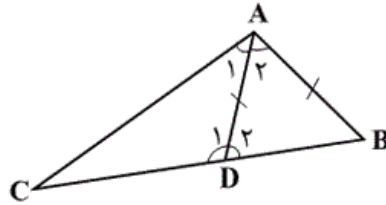
(صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱ ✓



AD نیمساز زاویه A است پس: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

$$\triangle ABD: AD = AB \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{B}$$

\hat{D}_1 زاویه خارجی مثلث ABD است و چون $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است، پس:

$$\hat{D}_1 > \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \Rightarrow AC > CD$$

در مثلث ADC، \hat{D}_2 زاویه خارجی است. بنابراین:

$$\hat{D}_2 = \hat{A}_1 + \hat{C} \Rightarrow \begin{cases} \hat{D}_2 > \hat{C} \xrightarrow{\hat{B} = \hat{D}_2} \hat{B} > \hat{C} \\ \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{D}_2 > \hat{A}_2 \Rightarrow AB > BD \end{cases}$$

$$\triangle ABD: \begin{cases} \hat{A}_2 + \hat{D}_2 + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{D}_2 = \hat{B} \\ \hat{A}_2 = \frac{\hat{A}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\hat{A}}{2} + 2\hat{B} = 180^\circ \\ \hat{B} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{4} \end{cases}$$

پس هر ۴ مورد صحیح هستند.

(صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left(\frac{a^{-5}(a^{-2} + a^{-1} + 1)}{a^{-5}} + \frac{a^6(a+1)}{a^6} \right) \times a^2$$

$$= (a^{-2} + a^{-1} + a + 2)a^2 = 1 + a + a^3 + 2a^2 = a^3 + 2a^2 + a + 1$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«شکلیب رجبی»

$$\frac{3^b}{8^{2a+1}} = \frac{3^b}{2^{6a} \times 8} = \frac{3^b}{(2^a)^6 \times 8} = \frac{3^b}{(9^a)^6 \times 8}$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{3^b}{9^{6a}} = \frac{1}{8} \times \frac{3^b}{3^{12a}} = \frac{1}{8} \times 3^{-11a} = \frac{3^{-11a}}{8}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳✓

۲

۱

«حامد فاکلی»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$\left[-\left(\frac{3}{8}\right)^2\right]^{-1} = \left[-\left(\frac{9}{64}\right)\right]^{-1} = \left[-\frac{9}{64}\right]^{-1} = -\frac{64}{9}$$

گزینه «۲»:

$$\frac{\left(\frac{1}{15}\right)^2 \times \left(-\frac{6}{15}\right)^{-2}}{2^4 \times 3^{-2}} = \frac{\left(\frac{2^3}{15}\right)^2 \times \left(-\frac{2 \times 3}{15}\right)^{-2}}{2^4 \times 3^{-2}}$$

$$= \frac{2^6 \times 15^2}{15^2 \times 2^2 \times 3^2} = \frac{2^6}{2^4 \times 3^{-2} \times 2^2 \times 3^2} = 1$$

گزینه «۳»:

$$(0/5)^{-6} \times 32^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} \times (2^5)^{-2} = 2^6 \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

گزینه «۴»:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} \times 16^{-2} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 \times (2^4)^{-2} = \frac{2^6}{5^3} \times \frac{1}{2^8} = \frac{1}{5^3} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{500}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲✓

۱

«علی ارجمند»

$$\left(-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \frac{7}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{9}{4} + \frac{7}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲

۱✓