



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، مثلثات

۱۱۱- در مثلث ABC ، اگر $3AB = 2BC$ ، $\hat{B} = 60^\circ$ و مساحت مثلث $6\sqrt{3}$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

- ۶ (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) ۴ (۴)

۱۱۲- در یک لوزی به طول ضلع ۵ واحد، کسینوس زاویه بزرگتر برابر $-\frac{3}{5}$ است. مساحت این لوزی چند واحد مربع است؟

- ۱۵ (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

۱۱۶- در مثلث ABC ، اگر ضلع $BC = 8\text{cm}$ و نقطه D روی این ضلع طوری قرار داشته باشد که $AD = \sqrt{27}\text{cm}$ و $\hat{CDA} = 120^\circ$.

آنگاه مساحت مثلث ABC چند سانتی متر مربع است؟

- ۳ (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴)

ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله

۱۱۷- مجموع جملات اول، سوم و چهارم یک دنباله هندسی برابر ۵ و مجموع جملات دوم، چهارم و پنجم آن برابر ۴ است. جمله اول این دنباله

کدام است؟

- $\frac{269}{625}$ (۱) $\frac{625}{269}$ (۲) $\frac{269}{125}$ (۳) $\frac{125}{269}$ (۴)

۱۱۸- متمم مجموعه $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$ کدام است؟

- A (۱) B' (۲) $A' \cup B'$ (۳) \emptyset (۴)

۱۱۹- اگر طول اضلاع یک مثلث قائم الزاویه به مساحت $\frac{3}{4}$ ، سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، محیط این مثلث برابر با کدام است؟

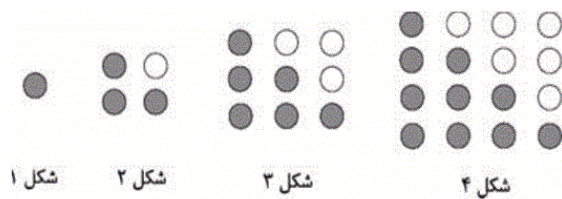
- $\frac{5}{2}$ (۱) ۶ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۱۰ (۴)

۱۲۰- در دنباله هندسی ...، $x + 10$ ، $x + 4$ ، x اگر جملات اول و سوم به ترتیب جملات اول و دوم یک دنباله حسابی باشند، جمله چندم

دنباله حسابی، چهار برابر جمله دوم دنباله هندسی است؟

- سوم (۱) چهارم (۲) پنجم (۳) ششم (۴)

۱۱۳- با توجه به الگوی زیر، اختلاف تعداد دایره‌های سیاه و سفید در شکل یازدهم کدام است؟



۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۱۱۴- در دنباله حسابی $4^x, 3, 16^x, \dots$ جمله بیستم کدام است؟

۶۳ (۴)

۱۹ (۳)

۶۵ (۲)

۲۱ (۱)

۱۱۵- اگر $A_i = (-\frac{1}{i}, \frac{1}{i})$ و $B = (-2, 1] \cap [-1, 2)$ باشند، مجموعه $B \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$ چند عضو صحیح دارد؟

بی‌شمار (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

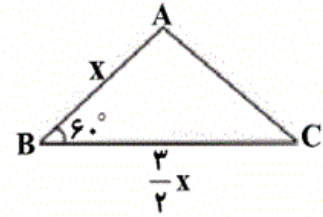
صفر (۱)

۱۱۱- گزینه «۴»

(یغما کلانترین)

$$3AB = 2BC \Rightarrow BC = \frac{3}{2} AB$$

$$\xrightarrow{AB=x} BC = \frac{3}{2} x$$



از طرفی می‌دانیم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B} \Rightarrow 6\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times x \times \frac{3}{2} x \times \sin 60^\circ$$

۴

۳

۲

۱

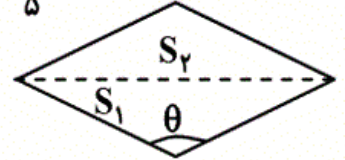
۱۱۲- گزینه «۳»

(شادمان ویسی)

$$\cos \theta = -\frac{3}{5} \Rightarrow \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times (5) \times (5) \times (\sin \theta) = \frac{1}{2} \times (25) \times \left(\frac{4}{5}\right) = 10$$

$$S_{\text{لوزی}} = S_1 + S_2 \xrightarrow{S_2=S_1} 10 + 10 = 20$$



(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱

۱۱۶- گزینه «۲»

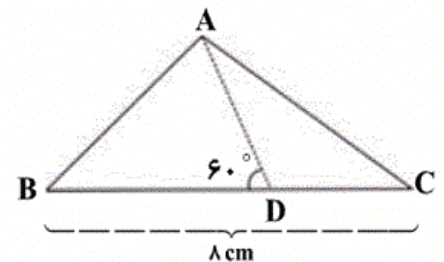
(عرفان غلامی)

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta ADC}$$

$$= \frac{1}{2} AD \times BD \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} AD \times DC \times \sin 120^\circ$$

$$= \frac{1}{2} AD \times \sin 60^\circ (BD + DC)$$

$$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 18 \text{ cm}^2$$



(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱

$$a_1 + a_3 + a_4 = 5 \Rightarrow a_1 + a_1q^2 + a_1q^3 = 5$$

$$\Rightarrow a_1(1 + q^2 + q^3) = 5 \quad (1)$$

$$a_2 + a_4 + a_5 = 4 \Rightarrow a_1q + a_1q^3 + a_1q^4 = 4$$

$$\Rightarrow a_1q(1 + q^2 + q^3) = 4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} q = \frac{4}{5} \xrightarrow{(1)} a_1 \left(1 + \frac{16}{25} + \frac{64}{125}\right) = 5$$

$$\Rightarrow a_1 \left(\frac{269}{125}\right) = 5 \Rightarrow a_1 = \frac{625}{269}$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

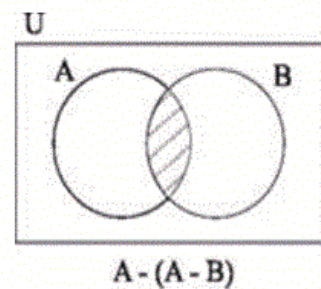
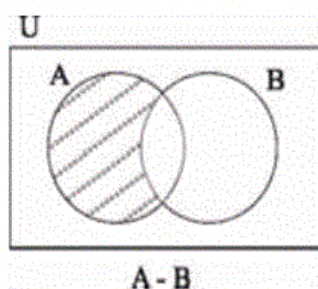
۴

۳

۲ ✓

۱

با استفاده از نمودار ون داریم:



$$A - (A - B) = A \cap B$$

$$\Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap B)' = U \xrightarrow{\text{متمم}} U' = \emptyset$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر طول ضلع کوچک این مثلث a باشد، طول بقیه اضلاع بر حسب a ،
 $a + d$ و $a + 2d$ است که در آن‌ها عدد مثبت d ، قدر نسبت دنباله
 حسابی است. با استفاده از رابطه فیثاغورس خواهیم داشت:

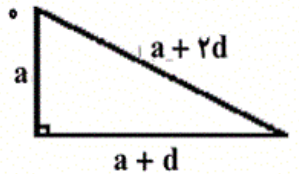
$$(a + 2d)^2 = a^2 + (a + d)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + 4ad + 4d^2 = a^2 + a^2 + 2ad + d^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 2ad - 3d^2 = 0 \Rightarrow (a - 3d)(a + d) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 3d = 0 \Rightarrow a = 3d \\ \text{یا} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + d = 0 \Rightarrow a = -d \xrightarrow{d > 0} a < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$



$$a = 3d \Rightarrow \begin{cases} a + d = 3d + d = 4d \\ a + 2d = 3d + 2d = 5d \end{cases}$$

بنابراین، طول اضلاع مثلث مذکور بر حسب d عبارتند از: $4d$ ، $5d$ و $3d$.

$$S = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \frac{1}{2} \times 4d \times 3d$$

$$S = \frac{3}{2} \Rightarrow 6d^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow d^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow |d| = \frac{1}{2} \xrightarrow{d > 0} d = \frac{1}{2}$$

$$\text{محیط مثلث} = 3d + 4d + 5d = 12d = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

در یک دنباله هندسی مربع جمله دوم، برابر با حاصل ضرب جملات اول و سوم می‌باشد، پس:

$$(x+4)^2 = x(x+10) \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = x^2 + 10x \Rightarrow x = 8$$

پس دنباله هندسی به صورت $8, 12, 18, \dots$ است.

در نتیجه دنباله حسابی ذکر شده در صورت سؤال به صورت $8, 18, 28, 38, 48, \dots$ می‌باشد. می‌دانیم جمله دوم دنباله هندسی ۱۲ است که چهار برابر آن ۴۸ می‌باشد و طبق دنباله حسابی به دست آمده ۴۸ جمله پنجم دنباله حسابی است.

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

راه حل اول: تعداد دایره‌های شکل n ام از رابطه n^2 به دست می‌آید و تعداد دایره‌های سیاه از رابطه $\frac{n(n+1)}{2}$ به دست می‌آید. پس در شکل یازدهم داریم:

$$\text{تعداد کل دایره‌ها} = 11^2 = 121$$

$$\text{تعداد دایره‌های سیاه} = \frac{11 \times 12}{2} = 66$$

$$\text{تعداد دایره‌های سفید} = 121 - 66 = 55$$

$$11 = 66 - 55 = \text{اختلاف دایره‌های سیاه و سفید}$$

راه حل دوم:

اختلاف دایره‌های سیاه و سفید در هر مرحله برابر با شماره مرحله است، پس این عدد در مرحله یازدهم برابر با ۱۱ است.

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، ۱، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رضا آژار)

$$\frac{4^x + 16^x}{2} = 3 \Rightarrow 4^x + (4^x)^2 = 6 \xrightarrow{4^x = A} A + A^2 = 6$$

$$\Rightarrow A^2 + A - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (A - 2)(A + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ A = -3 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

$$\Rightarrow 4^x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

جملات دنباله $2, 3, 4, \dots \Rightarrow a_1 = 2, d = 1$

$$a_{20} = a_1 + 19d = 2 + 19 = 21$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

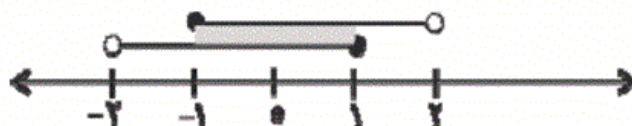
۴

۳

۲

۱ ✓

$$B = (-2, 1] \cap [-1, 2) \Rightarrow B = [-1, 1]$$



$$\Rightarrow B \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = B \cap A_1$$

$$= [-1, 1] \cap (-1, 1) = (-1, 1)$$

در این مجموعه تنها یک عضو صحیح وجود دارد.

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴

۳

۲ ✓

۱