



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

حسابان ۱، جبر و معادله

۸۱- صد جمله اول یک دنباله حسابی را در نظر بگیرید. اگر مجموع ۵ جمله اول و ۵ جمله آخر این دنباله برابر ۱۲۵ باشد، مجموع این صد جمله کدام است؟

- ۱۲۵۰ (۴)                      ۶۲۵ (۳)                      ۹۵۰ (۲)                      ۷۵۰ (۱)

۸۲- جمله اول یک دنباله هندسی ۵- و جمله آخر آن ۵ است. در صورتی که مجموع جملات این دنباله صفر باشد، قدرنسبت آن کدام است؟

- ۲ (۴)                       $-\frac{3}{2}$  (۳)                       $-\frac{1}{2}$  (۲)                      -۱ (۱)

۸۳- اگر معادله  $3x^2 - 4x - 1 = 0$  دارای جواب‌های  $\alpha$  و  $\beta$  باشد، حاصل  $\frac{3\alpha^2 - 4\alpha}{3\alpha^2 + 4\beta}$  کدام است؟

- $\frac{3}{2}$  (۴)                       $\frac{3}{19}$  (۳)                       $\frac{3}{11}$  (۲)                       $\frac{4}{5}$  (۱)

۸۴- اگر خط  $y = 5$  نمودار تابع  $f(x) = x^2 - 5x + k$  را در دو نقطه A و B قطع کند، به طوری که طول نقطه A قرینه و معکوس طول نقطه B باشد، قدرمطلق تفاضل صفرهای تابع f کدام است؟

- ۲ (۴)                      ۱ (۳)                      ۴ (۲)                      ۳ (۱)

۸۵- مجموع جواب‌های معادله  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} = 0$  کدام است؟

- $-\frac{3}{2}$  (۴)                       $-\frac{9}{2}$  (۳)                       $\frac{3}{2}$  (۲)                       $\frac{9}{2}$  (۱)

۸۶- اگر  $x = 1$ ، یک جواب معادله  $\sqrt{2(1+k)x - k} = 2x + 1$  باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

- ۴ (۴)                      ۳ (۳)                      ۲ (۲)                      صفر (۱)

۸۷- مجموع جواب‌های معادله  $2\sqrt{\frac{x}{2x+1}} + \sqrt{2 + \frac{1}{x}} = 3$  کدام است؟

- $\frac{3}{2}$  (۴)                       $-\frac{3}{2}$  (۳)                       $\frac{1}{2}$  (۲)                       $-\frac{1}{2}$  (۱)

۸۸- به ازای چند مقدار صحیح  $a$ ، معادله  $|x^2 - 4| - |x| = a$  دارای ۴ جواب است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۸۹- اگر  $A(2,1)$  یکی از رأس‌های مربع و  $O(-2,5)$  نقطه برخورد قطرهای آن باشد، مساحت آن کدام است؟

۶۴ (۴)

۱۶ (۳)

$8\sqrt{2}$  (۲)

$4\sqrt{2}$  (۱)

۹۰- دو نقطه روی خط  $y = \frac{x}{2}$  قرار دارند که فاصله آن‌ها از خط  $3x + 4y = 5$  برابر ۳ است. فاصله این دو نقطه از هم کدام است؟

$3\sqrt{5}$  (۴)

$5\sqrt{3}$  (۳)

$10\sqrt{2}$  (۲)

$2\sqrt{10}$  (۱)

هندسه ۲، دایره -

۱۱۱- در دایره‌ای به شعاع  $R$ ، طول کمان  $120^\circ$ ، برابر  $4\pi$  است. در این دایره طول کمان  $90^\circ$  کدام است؟

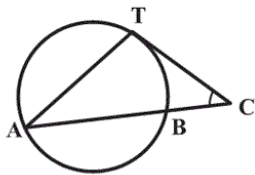
$\frac{9\pi}{4}$  (۴)

$\frac{10\pi}{3}$  (۳)

$3\pi$  (۲)

$2\pi$  (۱)

۱۱۲- در شکل مقابل  $\hat{C} = 51^\circ$ ،  $AT = AB$  و  $CT$  بر دایره مماس است. اندازه زاویه  $A$  کدام است؟



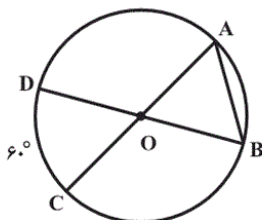
$31^\circ$  (۲)

$26^\circ$  (۱)

$39^\circ$  (۴)

$34^\circ$  (۳)

۱۱۳- در شکل زیر  $AC$  و  $BD$  دو قطر دایره هستند. اگر مساحت مثلث  $ABO$  برابر  $\sqrt{3}$  باشد، طول کمان  $AB$  کدام است؟



$(\widehat{CD} = 60^\circ)$

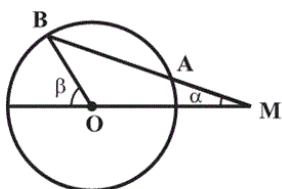
$\frac{2\pi}{3}$  (۲)

$\frac{4\pi}{3}$  (۱)

$\frac{7\pi}{3}$  (۴)

$\frac{5\pi}{3}$  (۳)

۱۱۴- در دایره  $C(O, R)$ ، اگر  $MA = R$  و  $\alpha = 22^\circ$  باشد، زاویه  $\beta$  چند درجه است؟



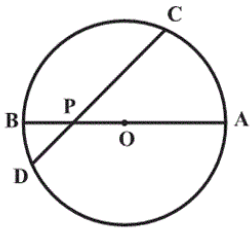
۴۴ (۲)

۳۳ (۱)

۸۸ (۴)

۶۶ (۳)

۱۱۵- مطابق شکل زیر، وتر  $CD$  و قطر  $AB$  در نقطه  $P$  با یکدیگر زاویه  $45^\circ$  می‌سازند. اگر  $PC = 7$  و  $PD = 1$  باشد، شعاع دایره کدام است؟



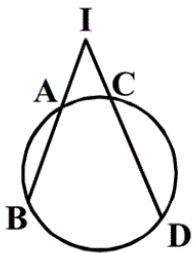
(۲)  $2\sqrt{6}$

(۱)  $2\sqrt{5}$

(۴) ۶

(۳) ۵

۱۱۶- مطابق شکل، امتداد وترهای  $AB$  و  $CD$  در نقطه  $I$  متقاطع‌اند. اگر  $IC = AB = 2$  و  $CD = 2IA$  باشد، طول پاره خط  $IA$  کدام است؟



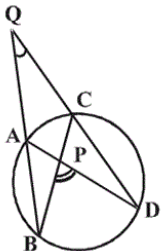
(۱)  $2 - \sqrt{2}$

(۲)  $\sqrt{5} - 1$

(۳)  $2 + \sqrt{2}$

(۴)  $1 + \sqrt{5}$

۱۱۷- در شکل زیر، اندازه زاویه  $\hat{BPD}$ ، ۳ برابر اندازه زاویه  $\hat{Q}$  است. اگر  $\widehat{AB} = 48^\circ$  و  $\widehat{CD} = 72^\circ$  باشد، اندازه کمان  $BD$  کدام است؟



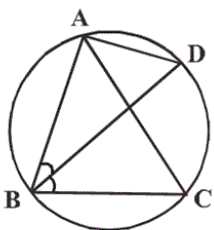
(۱)  $160^\circ$

(۲)  $150^\circ$

(۳)  $148^\circ$

(۴)  $140^\circ$

۱۱۸- نقاط  $A, B, C, D$  روی محیط یک دایره قرار دارند. اگر  $\widehat{BAC} = 50^\circ$  و  $BD$  نیمساز زاویه  $ABC$  باشد، حاصل  $\hat{BAD} - \hat{ABD}$  کدام است؟



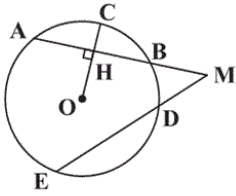
(۲)  $50^\circ$

(۱)  $40^\circ$

(۴)  $65^\circ$

(۳)  $55^\circ$

۱۱۹- مطابق شکل، از نقطه M خارج دایره‌ای به مرکز O، دو قاطع رسم می‌کنیم. اگر  $MB = x$ ،  $MD = 4$ ،



فاصله M از مرکز دایره کدام است؟  $CH = \frac{x}{2}$  و  $ME = 3x$  باشد.

(۲)  $\sqrt{73}$

(۱)  $3\sqrt{7}$

(۴) ۹

(۳)  $5\sqrt{3}$

۱۲۰- از نقطه A بیرون دایره  $C(O, R)$ ، مماس‌هایی عمود بر هم به طول  $2\sqrt{2}$  بر این دایره رسم کرده‌ایم. مساحت ناحیه محصور بین دایره و دو مماس کدام است؟

(۴)  $8 - \pi$

(۳)  $4 - \frac{\pi}{2}$

(۲)  $8 - 2\pi$

(۱)  $4 - \pi$

### آمار و احتمال، آشنایی با مبانی ریاضی

۱۲۱- به ازای کدام مقدار x، گزاره‌نمای «در پرتاب دو تاس، احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده برابر x باشد،  $\frac{1}{6}$  است.» به گزاره‌ای

درست تبدیل می‌شود؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

۱۲۲- گزاره  $(p \Rightarrow q) \vee (\sim p \wedge q)$  در کدام حالت همواره درست است؟

(۴) q نادرست باشد.

(۳) q درست باشد.

(۲) p نادرست باشد.

(۱) p درست باشد.

۱۲۳- گزاره  $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$  در کدام حالت نادرست است؟

(۲) p، q و r همگی نادرست باشند.

(۱) p درست و q و r نادرست باشند.

(۴) p، q و r همگی درست باشند.

(۳) p نادرست و q و r درست باشند.

۱۲۴- اگر ارزش گزاره  $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q)$  نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام‌یک از گزاره‌های زیر قطعاً درست است؟

(۴)  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$

(۳)  $(p \vee \sim q) \vee r$

(۲)  $(p \vee q) \wedge r$

(۱)  $(p \vee r) \Rightarrow (q \vee r)$

۱۲۵- نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0$ » کدام است؟

(۲)  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x \neq 0$

(۱)  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x = 0$

(۴)  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x \neq 0$

(۳)  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x = 0$

۱۲۶- به ازای چند مقدار حقیقی  $a$ ، دو مجموعه  $A = \{a^2 - 3\}$  و  $B = \{2x - 1, x^2 - 4\}$  می‌توانند برابر یکدیگر باشند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

۱۲۷- اگر دو عضو جدید به مجموعه  $A$  اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی آن ۳۶ واحد بیش‌تر خواهد شد. مجموعه  $A$  در

حالت اول چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

۲۸ (۴)

۲۱ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۱۲۸- در چند زیرمجموعه از اعداد طبیعی یک رقمی، بزرگ‌ترین عضو سه برابر کوچک‌ترین عضو است؟

۵۲ (۴)

۴۸ (۳)

۴۲ (۲)

۴۰ (۱)

۱۲۹- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  را به چند طریق می‌توان به دو زیرمجموعه افراز کرد؟

۴۱ (۴)

۳۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۱ (۱)

۱۳۰- عکس کدام‌یک از قضایای شرطی زیر، لزوماً صحیح نیست؟

(۲) اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$  باشد، آنگاه  $A = B$  است.

(۱) اگر  $A \subseteq B$  باشد، آنگاه  $B' \subseteq A'$  است.

(۴) اگر  $A \subseteq B$  باشد، آنگاه  $A - B = \emptyset$  است.

(۳) اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C$  باشد، آنگاه  $A \subseteq C$  است.

(معمّر پیمانی)

۸۱-

در هر دنباله حسابی اگر  $m + n = s + t$  باشد، داریم:

$$. a_m + a_n = a_s + a_t$$

$$\begin{cases} A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \\ B = a_{100} + a_{99} + a_{98} + a_{97} + a_{96} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_{100}) + (a_2 + a_{99}) + (a_3 + a_{98}) + (a_4 + a_{97}) + (a_5 + a_{96})$$

$$= 5(a_1 + a_{100}) = 125 \Rightarrow a_1 + a_{100} = 25$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n] \Rightarrow S_{100} = \frac{100}{2} [a_1 + a_{100}] = \frac{100}{2} \times 25 = 1250$$

(مسابان ۱- بپر و معادله، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ظاهر داستانی)

۸۲-

$$S_n = \frac{a_1 q^n - a_1}{q - 1} = \frac{q(a_1 q^{n-1}) - a_1}{q - 1}$$

$$= \frac{q a_n - a_1}{q - 1} \frac{a_1 = -5 \quad a_n = 5}{\Delta q + \Delta \quad q - 1} = 0 \Rightarrow q = -1$$

(مسابان ۱- بپر و معادله، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

می‌دانیم جواب معادله، عددی است که در معادله صدق می‌کند. پس داریم:

$$3\alpha^2 - 4\alpha - 1 = 0, \text{ پس } 3\alpha^2 - 4\alpha = 1 \text{ یا } 3\alpha^2 = 1 + 4\alpha \text{ خواهد بود.}$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{3} = \frac{4}{3} \quad \text{بنابراین خواهیم داشت:}$$

$$3\alpha^2 + 4\beta = 1 + 4\alpha + 4\beta = 1 + 4(\alpha + \beta) = 1 + 4S = 1 + 4\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{19}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3\alpha^2 - 4\alpha}{3\alpha^2 + 4\beta} = \frac{1}{\frac{19}{3}} = \frac{3}{19}$$

(مسایان ۱- پیر و معادله، صفحه‌های ۷ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$f(x) = x^2 - 5x + k = 5 \Rightarrow x^2 - 5x + k - 5 = 0$$

$$x_A = -\frac{1}{x_B} \Rightarrow x_A \cdot x_B = -1 \xrightarrow{P = \frac{c}{a} = -1} k - 5 = -1 \Rightarrow k = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 5x + 4 = (x - 4)(x - 1)$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = |4 - 1| = 3 \quad \text{صفرهای تابع } f \text{ هستند. } x = 4 \text{ و } x = 1$$

(مسایان ۱- پیر و معادله، صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}\right) + \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}\right)$$

$$= \frac{2x+3}{x^2+3x} + \frac{2x+3}{x^2+3x+2} = (2x+3) \left( \frac{1}{x^2+3x} + \frac{1}{x^2+3x+2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+3=0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{x^2+3x} + \frac{1}{x^2+3x+2} = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تغییر متغیر } x^2+3x=\alpha} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha+2} = 0 \Rightarrow \alpha = x^2+3x = -1$$

$$\Rightarrow x^2+3x+1=0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = -\frac{3}{2} + \frac{-3+\sqrt{5}}{2} + \frac{-3-\sqrt{5}}{2} = -\frac{9}{2}$$

(مسائل ۱- فیبر و معادله، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$x=1: 3 = \sqrt{k+2} \Rightarrow 9 = k+2 \Rightarrow k=7$$

$$\Rightarrow 2x+1 = \sqrt{16x-7}; x \geq \frac{7}{16} \xrightarrow{\text{توان دوم}} 4x^2 + 4x + 1 = 16x - 7$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 8 = 4(x^2 - 3x + 2) = 4(x-2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x=2: \text{ جواب دیگر}$$

البته با پیدا کردن مقدار  $k$ ، می‌توانستیم با جای‌گذاری گزینه‌ها نیز به جواب

صحیح برسیم.

(مسئله ۱- جبر و معادله، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی شهرابی)

$$2\sqrt{\frac{x}{2x+1}} + \sqrt{\frac{2x+1}{x}} = 3 \xrightarrow{\sqrt{\frac{x}{2x+1}}=t} 2t + \frac{1}{t} = 3$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow t = 1, \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{2x+1}} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2x+1} = 1 \Rightarrow x = -1 \\ \sqrt{\frac{x}{2x+1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{2x+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌ها برابر است با:  $-1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ .

(مسئله ۱- جبر و معادله، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴

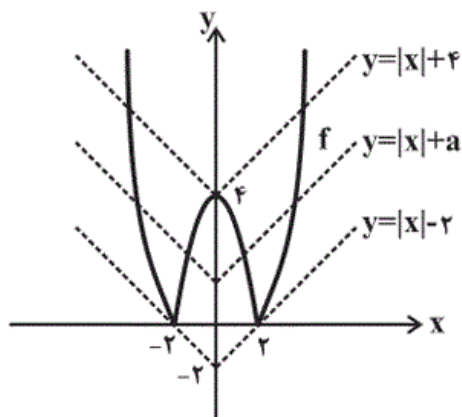
۳

۲

۱ ✓

معادله را به فرم  $|x^2 - 4| = |x| + a$  بازنویسی می‌کنیم. نمودارهای

$f(x) = |x^2 - 4|$  و  $g(x) = |x| + a$  را رسم می‌کنیم.



مطابق شکل، برای این که نمودار  $g$ ،  $f$  را در چهار نقطه قطع کند، باید نمودار  $g$ ، بالاتر از نمودار  $y = |x| - 2$  و پایین‌تر از  $y = |x| + 4$  قرار گیرد. یعنی باید  $-2 < a < 4$  باشد، پس  $a$  می‌تواند اعداد صحیح  $-1$ ،  $0$ ،  $1$ ،  $2$  و  $3$  را بپذیرد.

(مسئله ۱- جبر و معادله، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میلاد سبازی لاریجانی)

اندازه  $OA$  نصف اندازه قطر مربع می‌باشد.  $A(2, 1)$ ،  $O(-2, 5)$

$$|OA| = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (1 - 5)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{طول قطر مربع} = 8\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{(\text{طول قطر مربع})^2}{2} = \frac{64 \times 2}{2} = 64$$

(مسئله ۱- جبر و معادله، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فاصله نقطه  $(2\alpha, \alpha)$  از خط  $3x + 4y - 5 = 0$  برابر ۳ می‌باشد. داریم:

$$\frac{|3(2\alpha) + 4(\alpha) - 5|}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{|6\alpha + 4\alpha - 5|}{5} = 3 \Rightarrow |10\alpha - 5| = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10\alpha - 5 = 15 \Rightarrow \alpha = 2 \Rightarrow A(4, 2) \\ 10\alpha - 5 = -15 \Rightarrow \alpha = -1 \Rightarrow B(-2, -1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |AB| = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (2 - (-1))^2}$$

$$= \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

(مسابان ۱- جبر و معادله، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمبرضا حسینی فرد)

در دایره‌ای به شعاع  $R$ ، طول کمان روبه‌رو به زاویه  $\alpha$  درجه، برابر

$$l = \frac{\pi R \alpha}{180}$$

است، بنابراین طول کمان‌ها در یک دایره متناسب با اندازه زاویه

مقابل آنها می‌باشد و داریم:

$$\frac{90^\circ}{120^\circ} = \frac{l}{4\pi} \Rightarrow l = 3\pi$$

(هندسه ۲- دایره، صفحه ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\widehat{BT} = \frac{\widehat{BT}}{2} \Rightarrow \widehat{BT} = 2\hat{A} \quad (\text{زاویه محاطی})$$

$$AT = AB \Rightarrow \widehat{AT} = \widehat{AB} = \frac{36^\circ - 2\hat{A}}{2} = 18^\circ - \hat{A}$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AT} - \widehat{BT}}{2} \Rightarrow 51^\circ = \frac{(18^\circ - \hat{A}) - 2\hat{A}}{2} \Rightarrow 102^\circ = 18^\circ - 3\hat{A}$$

$$\Rightarrow 3\hat{A} = 78^\circ \Rightarrow \hat{A} = 26^\circ$$

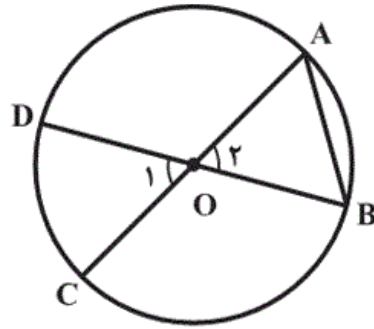
(هندسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓



$$\widehat{CD} = 60^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 60^\circ \xrightarrow{OA=OB}$$

⇒ مثلث ABO متساوی‌الاضلاع است.

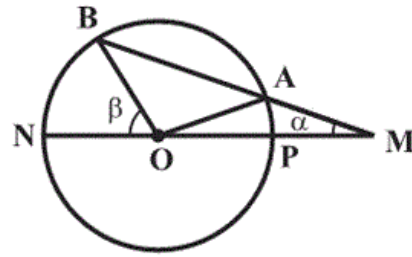
$$\Rightarrow S_{\Delta ABO} = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 = \sqrt{3} \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\left. \begin{array}{l} OA = R \\ MA = R \end{array} \right\} \Rightarrow OA = MA \Rightarrow \widehat{AOM} = \widehat{M} = \alpha \Rightarrow \widehat{AP} = \alpha$$

$$\Rightarrow \widehat{M} = \frac{\widehat{BN} - \widehat{AP}}{2} = \frac{\beta - \alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\beta - \alpha}{2} \Rightarrow \beta - \alpha = 2\alpha \Rightarrow \beta = 3\alpha = 3 \times 22^\circ = 66^\circ$$

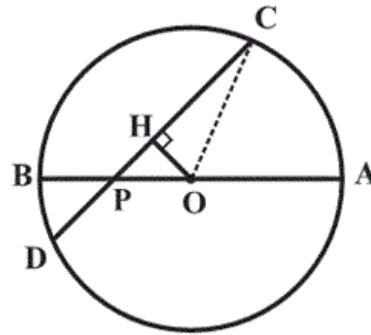
(هندسه ۲- دایره، مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱



عمود OH را بر وتر CD رسم می‌کنیم. نقطه H وسط CD قرار دارد و

مثلث OHP، مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. داریم:

$$CD = PC + PD = 7 + 1 = 8 \Rightarrow CH = DH = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow OH = PH = DH - PD = 4 - 1 = 3$$

$$\triangle OHC : OC^2 = OH^2 + CH^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow R = OC = 5$$

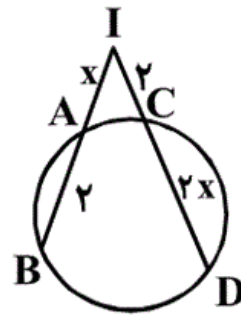
(هندسه ۲- دایره، صفحه ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱



اگر  $IA = x$  فرض شود، آنگاه داریم:

$$IA \times IB = IC \times ID \Rightarrow x(x+2) = 2(2+2x)$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 4 + 4x \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + \sqrt{5} \\ x_2 = 1 - \sqrt{5} < 0 \text{ غ.ق.ق.} \end{cases}$$

(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

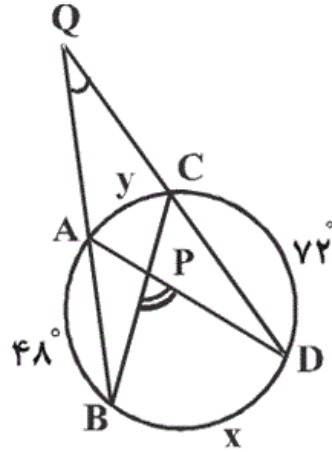
۴

۳

۲

۱





اگر فرض کنیم  $\widehat{BD} = x$  و  $\widehat{AC} = y$ ، آنگاه با توجه به شکل داریم:

$$\widehat{BPD} = 2\widehat{Q} \Rightarrow \frac{1}{2}(x+y) = \frac{3}{2}(x-y) \Rightarrow x = 2y \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$x+y = 36^\circ - (48^\circ + 72^\circ) = 24^\circ \Rightarrow 2y + y = 24^\circ \quad (*)$$

$$\Rightarrow 3y = 24^\circ \Rightarrow y = 8^\circ \Rightarrow x = 16^\circ$$

(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرمسین ابومحبوب)

-۱۱۸

$\widehat{BD}$  نیمساز زاویه  $B$  است.  $\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{CBD} \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{DC}$

$$\widehat{BAD} - \widehat{ABD} = \frac{\widehat{BCD}}{2} - \frac{\widehat{AD}}{2} = \left(\frac{\widehat{BC}}{2} + \frac{\widehat{CD}}{2}\right) - \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 5^\circ$$

توجه کنید که طبق فرض  $\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 5^\circ$  است.

(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

 ۴

 ۳

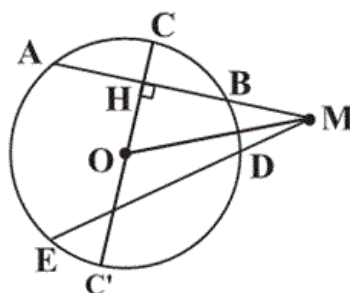
 ۲

 ۱

طبق روابط طولی برای دو قاطع MBA و MDE داریم:

$$MB \cdot MA = MD \cdot ME \Rightarrow x \cdot 3x = 4 \times (3x)$$

$$\Rightarrow x = 4 \Rightarrow CH = \frac{x}{2} = 2$$



اگر قطر  $CC'$  را رسم کنیم، داریم:

$$CH \cdot HC' = AH \cdot BH \Rightarrow 2 \times (2OH + 2) = 4 \times 4 \Rightarrow OH = 3$$

$$\Delta OHM : OM^2 = OH^2 + HM^2 = 9 + 64 = 73$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{73}$$

توجه:

$$HC' = CC' - CH = 2OC - 2 = 2(OH + 2) - 2 = 2OH + 2$$

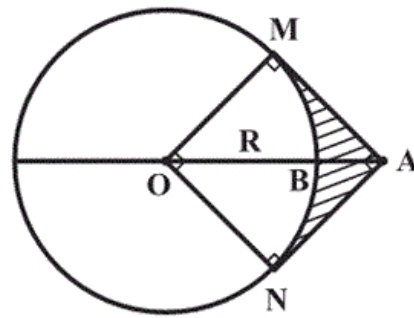
(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۳، ۱۷ و ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



چون دو مماس رسم شده از نقطه A بر هم عمود هستند و طول دو مماس

برابر یکدیگر است، پس چهارضلعی AMON قطعاً یک مربع است و شعاع

دایره نیز برابر طول ضلع مربع، یعنی برابر  $2\sqrt{2}$  است. داریم:

$$S_{\text{سایه زده}} = S_{\text{AMON}} - S_{90^\circ \text{ قطاع}} = (2\sqrt{2})^2 - \frac{\pi}{4}(2\sqrt{2})^2 = 8 - 2\pi$$

(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۲، ۱۹ و ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرمسین ابومحبوب)

۱۲۱ -

در پرتاب دو تاس، تعداد اعضای فضای نمونه برابر  $n(S) = 36$  است. اگر A پیشامد آن باشد که مجموع اعداد رو شده برابر ۷ گردد، داریم:

$$A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

اگر X برابر ۵ باشد، احتمال مورد نظر برابر  $\frac{1}{9}$  و در صورتی که X برابر ۶

یا ۸ باشد، احتمال مورد نظر برابر  $\frac{5}{36}$  است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۵ و ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر گزاره  $q$  درست باشد، آنگاه گزاره  $p \Rightarrow q$  به دلیل درست بودن تالی همواره درست است و در نتیجه ترکیب عطفی  $(p \Rightarrow q) \wedge q$  نیز درست می‌باشد. بنابراین گزاره فصلی صورت سؤال به دلیل درست بودن یکی از گزاره‌های سازنده آن قطعاً درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

یک ترکیب فصلی زمانی نادرست است که هر دو گزاره سازنده آن نادرست باشند و یک ترکیب شرطی زمانی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. بنابراین برای این که هر دو گزاره  $p \Rightarrow q$  و  $p \Rightarrow r$  نادرست باشند، لازم است که  $p$  درست و  $q$  و  $r$  نادرست باشند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱✓

چون ارزش گزاره  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$  نادرست است، پس ارزش دو گزاره  $(p \wedge q)$  و  $(p \vee q)$  مخالف یکدیگر است. اگر گزاره  $(p \wedge q)$  درست باشد، آنگاه گزاره  $(p \vee q)$  قطعاً درست است، بنابراین لزوماً باید  $(p \wedge q)$  نادرست و  $(p \vee q)$  درست باشند که در این صورت ارزش یکی از دو گزاره  $p$  و  $q$  درست و دیگری نادرست است.

گزینه «۱»: اگر  $p$  درست و  $q$  و  $r$  نادرست باشند، آنگاه داریم:

$$(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

گزینه «۲»: اگر  $r$  نادرست باشد، آنگاه داریم:

$$(p \vee q) \wedge r \equiv T \wedge F \equiv F$$

گزینه «۳»: اگر  $p$  و  $r$  نادرست و  $q$  درست باشد، آنگاه داریم:

$$p \vee \sim q \vee r \equiv F \vee F \vee F \equiv F$$

گزینه «۴»: ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  قطعاً مخالف یکدیگر است، پس گزاره  $p \Leftrightarrow q$  نادرست بوده و در نتیجه گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$  به انتفای مقدم درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴✓

۳

۲

۱

(مرتضی فویم علوی)

نقیض گزاره « $\forall x \in A; p(x)$ » به صورت « $\exists x \in A; \sim p(x)$ » و نقیض گزاره « $p(x) \Rightarrow q(x)$ » به صورت « $p(x) \wedge \sim q(x)$ » است. در نتیجه داریم:

$$\sim(\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x = 0$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$x^2 - 4 = 2x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$x = 3 \Rightarrow B = \{5\} \Rightarrow a^2 - 3 = 5 \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = -1 \Rightarrow B = \{-3\} \Rightarrow a^2 - 3 = -3 \Rightarrow a^2 = 0 \Rightarrow a = 0$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۱۹ و ۲۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهرداد ملوندی)

اگر  $A$  یک مجموعه  $n$  عضوی باشد، آنگاه داریم:

$$\binom{n+2}{3} - \binom{n}{3} = 36 \Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)n}{6} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{n}{6} [(n+2)(n+1) - (n-1)(n-2)] = 36$$

$$\Rightarrow \frac{n}{6} (n^2 + 3n + 2 - n^2 + 3n - 2) = 36$$

$$\Rightarrow \frac{n}{6} \times 6n = 36 \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

تعداد زیر مجموعه‌های دو عضوی یک مجموعه ۶ عضوی برابر است با:

$$\binom{6}{2} = 15$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

(۱) بزرگ‌ترین عضو ۳ و کوچک‌ترین عضو ۱ باشد. در این صورت تنها دو زیرمجموعه  $\{1,3\}$  و  $\{1,2,3\}$  وجود دارد.

(۲) بزرگ‌ترین عضو ۶ و کوچک‌ترین عضو ۲ باشد. در این حالت تعداد زیرمجموعه‌های موردنظر برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{3,4,5\}$ ، یعنی برابر  $2^3 = 8$  است.

(۳) بزرگ‌ترین عضو ۹ و کوچک‌ترین عضو ۳ باشد. در این حالت تعداد زیرمجموعه‌های موردنظر برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{4,5,6,7,8\}$ ، یعنی  $2^5 = 32$  است.

بنابراین تعداد کل زیرمجموعه‌ها برابر است با:  $2 + 8 + 32 = 42$   
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

مجموعه A را به روش‌های زیر می‌توان به دو زیرمجموعه افراز کرد:

(۱) یک زیرمجموعه ۵ عضوی و یک زیرمجموعه تک عضوی:

$$\text{تعداد افرازاها} = \binom{6}{1} \binom{5}{5} = 6 \times 1 = 6$$

(۲) یک زیرمجموعه ۴ عضوی و یک زیرمجموعه ۲ عضوی:

$$\text{تعداد افرازاها} = \binom{6}{2} \binom{4}{4} = 15 \times 1 = 15$$

$$\text{تعداد افرازاها} = \frac{\binom{6}{3} \binom{3}{3}}{2!} = \frac{20 \times 1}{2} = 10$$

(۳) دو زیرمجموعه ۳ عضوی:

بنابراین تعداد کل افرازاها برابر است با:  $6 + 15 + 10 = 31$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه ۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

عکس قضیه شرطی گزینه «۳» لزوماً صحیح نیست. مثلاً اگر  $A = \{1,2\}$  و  $B = \{1,3\}$  و  $C = \{1,2,4\}$  باشد، آنگاه  $A \subseteq C$  است ولی هیچ‌کدام از روابط  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C$  صحیح نیستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۴

۳ ✓

۲

۱