



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- اگر  $A = (-7, -2]$  و  $B = [-3, 3]$  باشد. عدد ۳ عضو کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

(۴)  $A \cap B'$

(۳)  $B - A$

(۲)  $A' - B$

(۱)  $A \cup B$

۴۲- کدام مجموعه متناهی است؟

- (۱) مجموعه اعداد طبیعی زوج (۲) مجموعه اعداد اول سه‌رقمی (۳) مجموعه مضارب صحیح عدد ۷ (۴) اعداد حقیقی بازه  $[0, 3]$

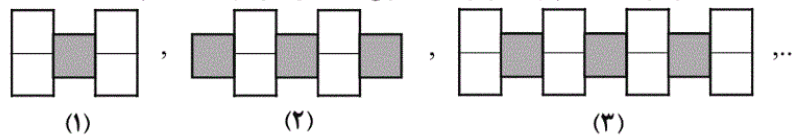
۴۳- اگر  $A = \{2n+1 | n \in \mathbb{Z} - \{0\}\}$  و  $B = \{1-2n | n \in \mathbb{N}\}$  باشد، آنگاه چند مجموعه زیر می‌تواند برابر مجموعه  $A - B$  باشد؟

- (الف)  $\{n | n \in \mathbb{N}\}$  (ب)  $\{2n-1 | n \in \mathbb{W}\}$  (ج)  $\left\{ \frac{n^2-n}{n} | n \in \mathbb{N} \right\}$  (د)  $\left\{ \frac{2n^2-n}{n} | n \in \mathbb{N} \right\}$
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۴- در یک جمع ۳۵ نفره، ۲۰ نفر واکسن کزاز و ۱۸ نفر واکسن فلج اطفال زدند. اگر ۶ نفر هیچکدام از واکسن‌ها را نزده باشند، چند نفر فقط یک واکسن را زده‌اند؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۴۵- با توجه به الگوی زیر، تعداد مربع‌های سفید در مرحله ۹۹ ام چند برابر تعداد مربع‌های تیره در مرحله ۵۰ ام است؟



- (۱)  $\frac{44}{25}$  (۲)  $\frac{66}{17}$  (۳)  $\frac{200}{51}$  (۴) ۴

۴۶- در یک دنباله حسابی با جمله اول ۲۱ و قدر نسبت ۹، اولین جمله‌ای که بزرگ‌تر از ۱۰۰۰ است، جمله چندم است؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۰۹ (۳) ۱۱۰ (۴) ۱۱۱

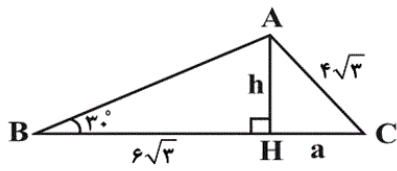
۴۷- اگر  $a_n$  یک دنباله هندسی با جمله اول ۱ و  $b_n$  یک دنباله حسابی با جمله اول ۱ باشند و  $a_3 = b_3$  و  $a_8 = b_8$  باشد، حاصل جمع قدر نسبت‌های مثبت دو دنباله کدام است؟ ( $a_3 > 1, b_3 \neq 1$ )

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۸

۴۸- در یک دنباله هندسی با قدر نسبت مثبت  $a_m = 2^m$  و  $a_n = 2^n$  است. حاصل  $\frac{a_{m+2}}{a_{n+3}}$  کدام است؟ ( $m$  و  $n$  اعداد طبیعی می‌باشند).

- (۱)  $\frac{2^{m-n}}{32}$  (۲)  $2^{n-m+1}$  (۳)  $\frac{1}{2^{m-n}}$  (۴)  $2^{m-n}$

۴۹- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟



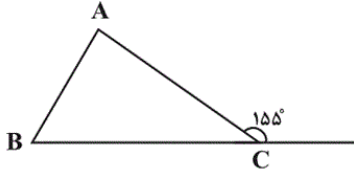
(۱) ۲۴

(۲) ۱۲

(۳) ۳۰

(۴) ۲۰

۵۰- در شکل مقابل، با فرض اینکه  $\sin 75^\circ = \frac{1}{2}$  و  $\widehat{ACB} = \frac{1}{3}(\widehat{A} - 5^\circ)$  باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱)  $\frac{1}{4} AB \times BC$

(۲)  $\frac{1}{4} AB \times AC$

(۳)  $\frac{1}{4} AC \times BC$

(۴)  $\frac{1}{96} AB \times AC$

ریاضی ۲ - ۱۰ سوال

۵۱- معادله خطی که از دو نقطه  $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$  می‌گذرد، محور yها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲)  $\frac{9}{2}$

(۱)  $\frac{7}{2}$

۵۲- اگر  $A(3, 5)$  و  $B(1, -3)$  باشند، طول پاره‌خطی که مبدأ مختصات را به وسط پاره‌خط AB وصل می‌کند، کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲)  $\sqrt{5}$

(۱)  $2\sqrt{5}$

۵۳- اگر نقطه  $A(3, 5)$  روی محیط دایره‌ای به مرکز  $O(1, 2)$  قرار داشته باشد، به ازای کدام مقدار m خط به معادله  $2x + 3y + m = 0$  می‌تواند بر دایره مماس باشد؟

(۴) ۵

(۳) ۶

(۲) ۷

(۱) ۳

۵۴- دو ضلع مربعی روی خطوط  $L_1: 6x + 8y - 12 = 0$  و  $L_2: 2x + 4y + m = 0$  قرار دارند. اگر مساحت مربع برابر با ۱۶ باشد، مقدار مثبت m کدام است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۸

(۲) ۱۴

(۱) ۱۰

۵۵- خط  $l$  از دو نقطه  $A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $B \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$  می‌گذرد. کدام یک از خطوط زیر با خط  $l$  موازی است و فاصله آن از خط  $l$  برابر ۵ است؟

(۴)  $4y - 3x = 24$

(۳)  $3y - 4x = 19$

(۲)  $3y - 4x = 26$

(۱)  $4y - 3x = 19$

۵۶- ضابطه سهمی‌ای که خط  $x = \frac{3}{2}$  محور تقارن آن باشد و محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کند، کدام است؟

(۱)  $y = 2x^2 + 3x + 4$  (۲)  $y = 2x^2 - 6x + 6$  (۳)  $y = 2x^2 - 3x + 4$  (۴)  $y = 2x^2 - 6x + 4$

۵۷- اگر مجموع ریشه‌های معادله  $3x^2 - 2kx + k - 1 = 0$  برابر ۲- باشد، حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

(۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $-\frac{5}{3}$

۵۸- اگر  $\alpha^2$  و  $\alpha$  ریشه‌های متمایز معادله  $x^2 - 6x + k = 0$  به شرط  $k > 0$  باشند، حاصل عبارت  $\alpha^3 + \frac{1}{k}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{33}{8}$  (۲)  $\frac{65}{8}$  (۳)  $\frac{82}{81}$  (۴)  $\frac{65}{81}$

۵۹- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، رأس سهمی  $y = x^2 + mx + m + 3$  در ناحیه چهارم محورهای مختصات واقع است؟

(۱)  $m < 0$  (۲)  $m < -2$  (۳)  $m > 6$  (۴)  $-2 < m < 0$

۶۰- اگر بیش‌ترین مقدار تابع  $f(x) = ax^2 + 2x - a + 1$  برابر با ۳ باشد،  $a$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-\sqrt{2}$  (۳)  $-1$  (۴)  $-2$

ریاضی ۱ - سوالات موازی

۶۱- اگر  $A = [1, 4]$ ،  $B = (-2, 3]$  و  $C = [1, 5)$  باشد، حاصل  $B \cup (A \cap C)$  کدام است؟

(۱)  $(-2, 3]$  (۲)  $(-2, 4]$  (۳)  $(-2, 5]$  (۴)  $[1, 3]$

۶۲- اگر  $A \subseteq B$ ،  $C \subseteq B$  و مجموعه  $D = A \cup C$  نامتناهی باشد، در مورد مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  از نظر متناهی یا نامتناهی بودن به ترتیب کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند درست باشد؟

(۱) متناهی - نامتناهی - متناهی (۲) متناهی - متناهی - نامتناهی (۳) متناهی - متناهی - متناهی (۴) نامتناهی - نامتناهی - نامتناهی

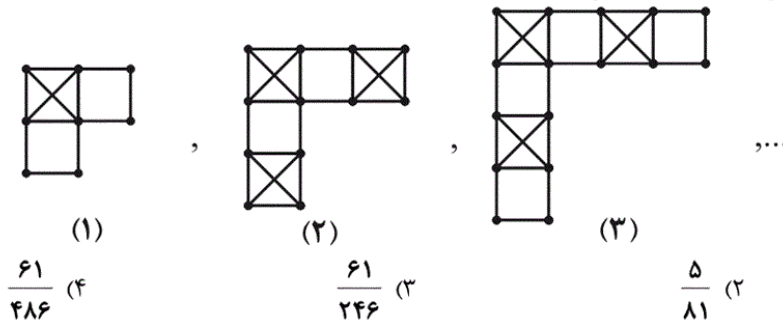
۶۳- اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی با تعداد شمارنده‌های طبیعی زوج،  $B$  مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ و  $C$  مجموعه اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۵۱ باشد، تعداد اعضای مجموعه  $(A' \cap B) \cup C$  کدام است؟

(۱) ۳۴ (۲) ۳۱ (۳) ۳۰ (۴) ۹۴

۶۴- مجموع سه جمله اول دنباله  $t_n = 3n^3 + 1$  کدام است؟

(۱) ۴۷ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۱۱

۶۵- با توجه به الگوی زیر، در مرحله سی‌ام نسبت تعداد مربع‌های تشکیل شده به تعداد چوب کبریت‌ها کدام است؟



۶۶- در دنباله حسابی  $\dots, 1 + \sqrt{3}, a, 1 - \sqrt{3}, -1$  حاصل  $\frac{a_{15} + a_{17} + a_{19}}{a_{33} + a_{35} + a_{37}}$  برابر کدام است؟

- (۴)  $\frac{5}{11}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{5}{13}$  (۱)  $\frac{3}{11}$

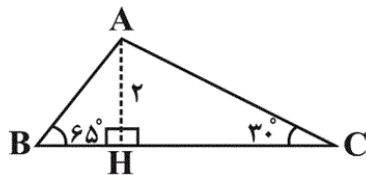
۶۷- اگر اعداد  $3x-1$ ،  $x+1$  و  $x-1$ ، جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار  $x$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱) -۱

۶۸- در یک دنباله هندسی، جمله دوم برابر ۵ و جمله هفتم برابر ۱۶۰ است. حاصل  $\frac{t_1 \times t_3 \times t_5}{t_2}$  کدام است؟

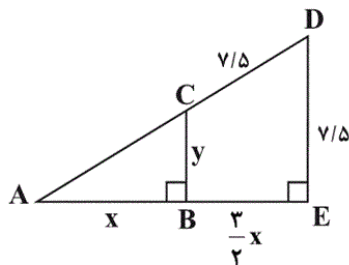
- (۴) ۲۵۰ (۳) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۱) ۱۵۰۰

۶۹- در مثلث  $ABC$ ، حاصل  $\frac{BH}{CH}$  کدام است؟  $(\sin 65^\circ = 0.9)$



- (۱)  $\frac{\sqrt{19}}{9\sqrt{3}}$   
 (۲)  $\frac{10}{9\sqrt{3}}$   
 (۳)  $\frac{9}{10\sqrt{3}}$   
 (۴)  $\frac{2\sqrt{19}}{\sqrt{3}}$

۷۰- با توجه به شکل مقابل، حاصل  $\sin \hat{A} + \tan \hat{A}$  کدام است؟



- (۱)  $1/5$   
 (۲)  $1/75$   
 (۳)  $1/25$   
 (۴)  $1/35$

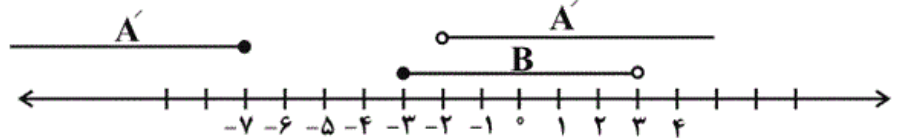
-۴۱

(سینا ممبرپور)

کافیست مجموعه  $A'$  را مشخص نموده و روی محور نمایش دهیم:

$$A = (-7, -2] \Rightarrow A' = (-\infty, -7] \cup (-2, +\infty)$$

لذا با توجه به محور داریم:



$$A' - B = (-\infty, -7] \cup [3, +\infty)$$

پس عدد ۳، عضوی از مجموعه  $A' - B$  است.

بررسی گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»:  $A \cup B = (-7, 3)$

گزینه «۳»:  $B - A = (-2, 3)$

گزینه «۴»:  $A \cap B' = (-7, -3)$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

-۴۲

(سینا ممبرپور)

می‌دانیم مجموعه‌ای نامتناهی است که تعداد اعضای آن عددی حسابی باشد.

حال به بررسی سایر گزینه‌ها می‌پردازیم:

نامتناهی است.  $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$  = مجموعه اعداد طبیعی زوج: گزینه «۱»

نامتناهی است.  $\{\dots, -7, 0, 7, 14, \dots\}$  = مجموعه مضرب صحیح عدد ۷: گزینه «۳»

بازه‌ها همواره نامتناهی می‌باشند. : بازه  $(0, 3]$ : گزینه «۴»

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

(مهرداد فابی)

$$A = \{-1, 3, -3, 5, -5, \dots\} \Rightarrow A - B = \{3, 5, 7, \dots\}$$

$$B = \{-1, -3, -5, \dots\}$$

$$\{1, 2, 3, \dots\} \text{ (الف) } \quad \{-1, 1, 3, 5, \dots\} \text{ (ب)}$$

$$\{0, 1, 2, \dots\} \text{ (ج) } \quad \{1, 3, 5, \dots\} \text{ (د)}$$

هیچ یک از مجموعه‌های فوق، مجموعه  $A - B$  نیستند.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(پوریا مهرث)

 $A =$  واکسن کزاز،  $B =$  واکسن فلج اطفال

$$n(A \cup B) = 35 - 6 = 29 \Rightarrow n(A \cup B) = 29$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 29 = 20 + 18 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 9$$

$$\left. \begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 20 - 9 = 11 \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 18 - 9 = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 11 + 9 = 20$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهرداد فابی)

تعداد مربع‌های سفید در مراحل فرد به صورت زیر است:

مرحله	۱	۳	۵	...	n	...	۹۹
تعداد مربع‌های سفید	۲(۲)	۲(۴)	۲(۶)	...	۲(n+۱)	...	۲۰۰

و تعداد مربع‌های تیره برای مراحل زوج به صورت زیر است:

مرحله	۲	۴	۶	...	n	...	۵۰
تعداد مربع‌های تیره	(۲+۱)	(۴+۱)	(۶+۱)	...	(n+۱)	...	۵۱

$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد مربع‌های سفید در مرحله ۹۹}}{\text{تعداد مربع‌های تیره در مرحله ۵۰}} = \frac{۲۰۰}{۵۱}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(معدری ملا، مضامنی)

$$a_n = 21 + (n-1)9 \Rightarrow a_n = 12 + 9n$$

$$12 + 9n > 1000 \Rightarrow 9n > 988 \Rightarrow n > \frac{988}{9} \Rightarrow n > 109.8$$

$$\Rightarrow n \geq 110$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیرمهد سلطانی)

$$a_3 = b_2 \Rightarrow a_1 r^2 = b_1 + d \Rightarrow r^2 = 1 + d \Rightarrow r^4 = (1 + d)^2$$

$$a_5 = b_{11} \Rightarrow a_1 r^4 = b_1 + 10d \Rightarrow r^4 = 1 + 10d$$

$$\Rightarrow (1 + d)^2 = 1 + 10d \Rightarrow d^2 + 2d + 1 = 1 + 10d \Rightarrow d(d - 8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 & \text{غ ق ق} \\ d = 8 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow r^2 = 1 + d = 9 \Rightarrow \begin{cases} r = 3 & \text{ق ق} \\ r = -3 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d + r = 8 + 3 = 11$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{(m-n)} = r^{(m-n)} \xrightarrow{r > 0} r = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_{m+2}}{a_{n+2}} = \frac{a_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{m+1}}{a_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}} = 2^{(n-m+1)}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

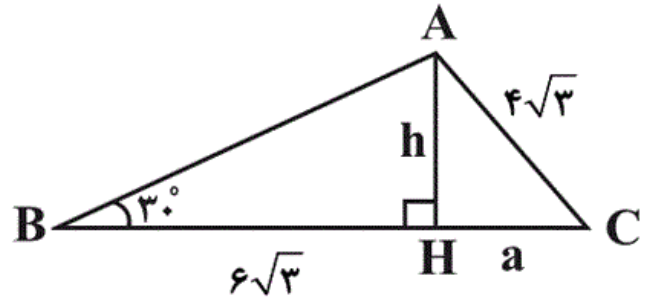
۴

۳

۲ ✓

۱





$$\tan 30^\circ = \frac{h}{6\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{6\sqrt{3}} \Rightarrow h = 6$$

$$a^2 + h^2 = (4\sqrt{3})^2 \xrightarrow{h=6} a^2 = 48 - 36 = 12$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow BC = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{8\sqrt{3} \times 6}{2} = 24\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱✓

(مصدر بصرایی)

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$$

$$25^\circ = \frac{1}{3}(\widehat{A} - 5^\circ) \Rightarrow \widehat{A} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 75^\circ$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \widehat{B}$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times BC \times 0.96 = 0.48 AB \times BC$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱✓

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 4$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$\xrightarrow{x=0} y = \frac{7}{2}$$

محل برخورد با محور  $y$ ها:

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

-۵۲

(معمد بگیری)

$$AB \text{ وسط پاره خط } M = \begin{bmatrix} \frac{1+3}{2} \\ \frac{-3+5}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۴ تا ۷)

۴

۳

۲

۱

-۵۳

(فردود فارسی‌بانی)

نقطه  $A(3,5)$  روی محیط دایره قرار دارد. بنابراین فاصله آن تا مرکز دایره برابر شعاع دایره است:

$$r = \sqrt{(3-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{13} \text{ (شعاع دایره)}$$

اگر خط  $2x + 3y + m = 0$  بر دایره مماس باشد، باید فاصله مرکز دایره تا این خط برابر شعاع دایره باشد:

$$d = \frac{|2(1) + 3(2) + m|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \sqrt{13} \text{ (فاصله مرکز دایره تا خط)}$$

$$\Rightarrow \frac{|8 + m|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \Rightarrow |8 + m| = 13$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 + m = 13 \Rightarrow m = 5 \\ 8 + m = -13 \Rightarrow m = -21 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها  $m = 5$  جواب است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

$$L_r: 3x + 4y + m = 0 \text{ از خط } \left(0, \frac{3}{2}\right) \text{ فاصله} = \frac{|0 + 4 \times \frac{3}{2} + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{|6 + m|}{5} = 4 \Rightarrow |6 + m| = 20 \Rightarrow \begin{cases} m = 14 \\ m = -26 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۵۵

(امیرمهر سلطانی)

$$\text{شیب خط } l = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - 2}{-1 - 3} = \frac{3}{4}$$

با توجه به اینکه شیب دو خط موازی با هم برابر است، گزینه‌های ۲ و ۳ حذف می‌شوند.

بررسی گزینه‌های ۱ و ۴:

$$\text{گزینه «۱»: فاصله خط } l \text{ از خط } 4y - 3x = 19$$

برابر با فاصله نقطه A از خط  $4y - 3x = 19$  است.

$$\Rightarrow d = \frac{|-9 + 8 - 19|}{5} = 4$$

$$\text{گزینه «۴»: فاصله خط } l \text{ از خط } 4y - 3x = 24$$

برابر با فاصله نقطه A از خط  $4y - 3x = 24$  است.

$$\Rightarrow d = \frac{|-9 + 8 - 24|}{5} = 5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معمد بصیرایی)

در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  خط  $x = -\frac{b}{2a}$  محور تقارن سهمی است. در نتیجه:

$$-\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \Rightarrow b = -3a \quad (1)$$

$$\xrightarrow{(0,4)} 4 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 4$$

$$\xrightarrow{(2,0)} 0 = 4a + 2b + 4$$

$$\xrightarrow{(1)} 0 = 4a + 2 \times (-3a) + 4$$

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow b = -3 \times 2 = -6$$

$$\Rightarrow \text{ضابطه سهمی: } y = 2x^2 - 6x + 4$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معمد بصیرایی)

در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  به شرط  $\Delta \geq 0$ ، مجموع ریشه‌ها برابر  $-\frac{b}{a}$  و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر  $\frac{c}{a}$  است. در نتیجه:

$$\text{حاصل جمع ریشه‌ها: } \frac{2k}{3} = -2 \Rightarrow k = -3$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها: } \frac{k-1}{3} = \frac{-3-1}{3} = -\frac{4}{3}$$

تذکر: توجه داشته باشید که با توجه اینکه به  $k = -3$ ، مبین معادله  $(\Delta)$  مثبت است و معادله دو ریشه دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به رابطه بین ریشه‌ها در معادله درجه دوم داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = k \end{array} \right. \xrightarrow{\text{دو ریشه متمایز } \{\alpha, \alpha^2\}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha^2 + \alpha = 6 \Rightarrow \alpha^2 + \alpha - 6 = 0 \Rightarrow (\alpha + 3)(\alpha - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -3 \\ \alpha = 2 \end{cases} \\ \alpha^2 \alpha = \alpha^3 = k \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \Rightarrow k = 8 \\ \alpha = -3 \Rightarrow k = -27 \end{cases} \end{array} \right.$$

با توجه به شرط  $k > 0$  پس  $k = 8$  است.

$$\Rightarrow \alpha^3 + \frac{1}{k} \xrightarrow{\alpha=2} 8 + \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$= \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-\Delta}{4a}$$

پس رأس سهمی نقطه‌ای است با مختصات  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$  ، بنابراین

خواهیم داشت:

$$x > 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{-m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0 \quad (1)$$

$$y < 0 \Rightarrow \frac{-\Delta}{4a} < 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{4a} > 0 \xrightarrow{a=1} \Delta > 0 \Rightarrow m^2 - 4(m+3) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m - 12 > 0 \Rightarrow (m-6)(m+2) > 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cc} m & -2 & 6 \\ \Delta & + & - & + \end{array}$$

(2)  $m < -2$  یا  $m > 6$  : مجموعه جواب

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m < -2$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و بیژر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

نمودار تابع  $f(x)$ ، یک سهمی است که مختصات رأس آن  $S \left( -\frac{b}{2a}, \frac{\Delta}{4a} \right)$

است. بیشترین مقدار تابع در رأس سهمی اتفاق می‌افتد. ( $a < 0$ )

پس  $y$  رأس سهمی یعنی  $-\frac{\Delta}{4a}$  باید برابر عدد ۳ باشد:

$$\Delta = 4 - 4(a)(-a + 1) = 4 + 4a^2 - 4a$$

$$\Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4 + 4a^2 - 4a}{4a} = -a + 1 - \frac{1}{a}$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = 3 \Rightarrow -a + 1 - \frac{1}{a} = 3 \xrightarrow{\times a} -a^2 - 1 = 2a$$

$$\Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a + 1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(پوریا مهرث)

-۶۱

$$A \cap C = [1, 4] \cap [1, 5) = [1, 4]$$

$$B \cup (A \cap C) = (-2, 3] \cup [1, 4] = (-2, 4]$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرمهر سلطانی)

با توجه به اینکه **D** نامتناهی است، حداقل یکی از مجموعه‌های **A** و **C** باید نامتناهی باشد، پس گزینه‌های ۱ و ۳ غلط هستند. از طرفی چون حداقل یکی از مجموعه‌های **A** و **C** نامتناهی هستند، پس **B** نیز نامتناهی است (اگر زیر مجموعه یک مجموعه نامتناهی باشد، آن مجموعه نیز نامتناهی است). در نتیجه گزینه ۲ نیز غلط است و تنها حالت گزینه (۴) می‌تواند درست باشد.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرمهر سلطانی)

اعداد طبیعی با تعداد شمارنده‌های زوج، تمام اعداد طبیعی بجز اعداد مربع کامل هستند. پس متمم مجموعه **A** تمام اعداد طبیعی مربع کامل است. حال مجموعه  $A' \cap B$  برابر می‌شود با اعداد مربع کامل کوچک‌تر از ۱۰۰ که شامل اعداد زیر می‌شود:

$$A' \cap B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\} \Rightarrow n((A' \cap B) \cap C) = 3$$

$$\Rightarrow n((A' \cap B) \cup C) = n(A' \cap B) + n(C) - n((A' \cap B) \cap C)$$

$$= 9 + 25 - 3 = 31$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهر بهیرایی)

$$t_n = 3n^3 + 1$$

$$n = 1 \Rightarrow t_1 = 3 \times 1^3 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$n = 2 \Rightarrow t_2 = 3 \times 2^3 + 1 = 3 \times 8 + 1 = 25$$

$$n = 3 \Rightarrow t_3 = 3 \times 3^3 + 1 = 3 \times 27 + 1 = 82$$

$$\Rightarrow 4 + 25 + 82 = 111$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



الگوی تعداد مربع‌ها در هر مرحله به صورت زیر است:

مرحله	۱	۲	۳	...	n	...	۳۰
تعداد مربع‌ها	$2(1)+1$	$2(2)+1$	$2(3)+1$	...	$2n+1$	...	۶۱

الگوی تعداد چوب کبریت‌ها در مراحل زوج به صورت زیر است:

مرحله	۲	۴	...	n	...	۳۰
تعداد چوب کبریت‌ها	$8 \times 2 + 6$	$8 \times 4 + 6$	...	$8n + 6$	...	۲۴۶

بنابراین در مرحله ۳۰ام نسبت تعداد مربع‌های تشکیل شده به تعداد چوب

کبریت‌ها برابر  $\frac{61}{246}$  است.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نفی)

$$-1 - \sqrt{3}, a, 1 + \sqrt{3}, \dots \longrightarrow (1 + \sqrt{3}) - (-1 - \sqrt{3}) = 2d$$

$$\Rightarrow 2 + 2\sqrt{3} = 2d \Rightarrow d = 1 + \sqrt{3}, a_1 = -1 - \sqrt{3}$$

$$\frac{a_n = a_1 + (n-1)d}{\longrightarrow} \frac{a_{15} + a_{17} + a_{19}}{a_{33} + a_{35} + a_{37}}$$

$$= \frac{a_1 + 14d + a_1 + 16d + a_1 + 18d}{a_1 + 32d + a_1 + 34d + a_1 + 36d}$$

$$= \frac{3a_1 + 48d}{3a_1 + 102d} \xrightarrow{a_1 = -d} = \frac{-3d + 48d}{-3d + 102d} = \frac{45d}{99d} = \frac{5}{11}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امید زرین کفش)

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{3x-1}{x+1}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 2x^2 - 6x = 0$$

$$2x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ ق ق} \\ x=3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمر بصیرایی)

$$t_7 = 5 \Rightarrow t_1 r = 5$$

$$t_7 = 160 \Rightarrow t_1 r^6 = 160$$

$$\Rightarrow \frac{t_7}{t_1} = r^5 = \frac{160}{5} = 32 \Rightarrow r = 2$$

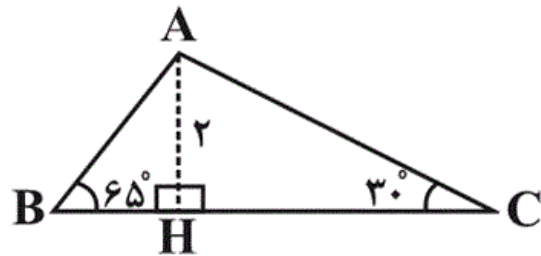
$$\Rightarrow t_1 = \frac{t_7}{r} = \frac{5}{2} \Rightarrow \text{جملات دنباله: } \frac{5}{2}, 5, 10, 20, 40, \dots$$

۴

۳ ✓

۲

۱



$$\Delta ABH : \sin 65^\circ = \frac{2}{AB} \Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{2}{AB} \Rightarrow AB = \frac{20}{9}$$

$$(AB)^2 - (AH)^2 = (BH)^2 \Rightarrow BH^2 = \frac{400}{81} - 4 = \frac{76}{81}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{19}}{9}$$

$$\Delta ACH : \tan 30^\circ = \frac{2}{CH} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{CH} \Rightarrow CH = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{BH}{CH} = \frac{\sqrt{19}}{9\sqrt{3}}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد بصیرایی)

$$BC \parallel ED \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED} \Rightarrow \frac{x}{x + \frac{3}{2}x} = \frac{y}{7/5}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y}{7/5} \Rightarrow y = 3$$

$$BC \parallel ED \Rightarrow \frac{x}{\frac{3}{2}x} = \frac{AC}{7/5} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{AC}{7/5} \Rightarrow AC = 5$$

$$AC^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 25 = x^2 + 9 \xrightarrow{x > 0} x = 4$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{y}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\tan A = \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{12 + 15}{20} = \frac{27}{20} = 1/35$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴ ✓

۳

۲

۱