



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- اگر $A = [a, b]$ ، $B = (c, d]$ ، $A \cup B = [1, 6]$ و $A \cap B = \emptyset$ باشد، مقدار $2a + b - c - d$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) نامعلوم

۴۲- کدام یک از مجموعه‌های زیر جدا از هم هستند؟

(۱) $A - B$ و $B - A$ (۲) $(A \cap B)'$ و A
 (۳) A و $A \cap B'$ (۴) $B - A$ و B

۴۳- اگر A و B زیرمجموعه‌های مجموعه مرجع U باشند به طوری که $n(A) = 80$ و $n(U) = 6n(A \cap B) = 120$ باشد، $n(A' \cup B')$ کدام است؟
 (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۰

۴۴- در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول ۲۱ و مجموع سه جمله بعدی ۷۵ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟
 (۱) ۵۰ (۲) ۵۵ (۳) ۶۲ (۴) ۶۸

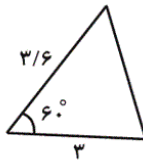
۴۵- چه عددی به هر یک از اعداد ۲، ۶ و ۱۳، اضافه شود تا اعداد حاصل، جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی باشند؟

(۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{11}{3}$

۴۶- جمله چندم دنباله حسابی «...، ۱۲، ۵، -۲» با جمله هفتم دنباله هندسی «...، ۶، ۳، $\frac{1}{5}$ » برابر است؟
 (۱) سیزدهم (۲) چهاردهم (۳) پانزدهم (۴) شانزدهم

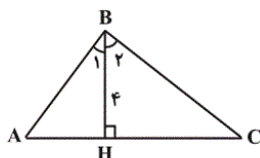
۴۷- جمله سی‌ام الگوی درجه دوم روبه‌رو کدام است؟
 ۲، ۷، ۱۴، ۲۳، ...
 (۱) ۸۹۸ (۲) ۸۹۹ (۳) ۹۵۸ (۴) ۹۵۹

۴۸- مساحت شش ضلعی منتظمی به طول ضلع ۶، چند برابر مساحت مثلث شکل زیر است؟



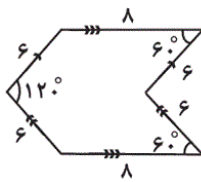
(۱) ۲۰ (۲) ۹ (۳) $9\sqrt{3}$ (۴) $18\sqrt{3}$

۴۹- در شکل زیر، اگر $\sin \hat{A} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ و $\tan \hat{B}_1 = \sin \hat{B}_2$ باشد، طول ضلع AC تقریباً کدام است؟ ($\sqrt{3} \approx 1/73$ ، $BH = 4$)



(۱) ۴/۰۸ (۲) ۴/۳۱ (۳) ۴/۵۲ (۴) ۴/۷۳

۵۰- مساحت شش ضلعی زیر کدام است؟



(۱) $48\sqrt{3}$

(۲) ۴۸

(۳) $24\sqrt{3}$

(۴) ۲۴

حسابان ۱۰-۱ سوال -

۵۱- مجموع بیست جمله اول یک دنباله حسابی با جمله اول ۸- و قدرنسبت ۶، کدام است؟

(۴) ۹۸۰

(۳) ۹۶۰

(۲) ۹۴۰

(۱) ۹۲۰

۵۲- در دنباله هندسی ...، ۱۲-، ۶، -۳، نسبت مجموع ۱۰ جمله اول به مجموع ۵ جمله اول کدام است؟

(۴) ۳۱

(۳) -۳۱

(۲) -۳۳

(۱) ۳۳

۵۳- علی هر ماه نسبت به ماه قبل ۵۰۰۰ تومان بیشتر پس انداز می کند. اگر پس انداز ماه اول علی ۲۰۰۰۰ تومان باشد، بعد از چند ماه مجموع

پس انداز او به ۹۲۰۰۰۰ تومان می رسد؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۸

(۲) ۱۶

(۱) ۱۴

۵۴- در یک دنباله حسابی اگر $a_7 + a_3 = 10$ و $a_6 - a_2 = 16$ باشد، حاصل $A = a_7 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100}$ کدام است؟

(۴) ۱۰۰۵۰

(۳) ۹۹۵۰

(۲) ۹۹۰۰

(۱) ۹۸۵۰

۵۵- اگر $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{1280} = \frac{511}{10}x$ باشد، مقدار x کدام است؟

(۴) 2^{-9}

(۳) 2^{-8}

(۲) 2^{-7}

(۱) 2^{-6}

۵۶- اگر α و β جواب های معادله $x^2 - 13x + 36 = 0$ و $\sqrt{\alpha}$ و $\sqrt{\beta}$ جواب های معادله $x^2 + bx + c = 0$ باشند، مقدار $b - c$ کدام است؟

(۴) -۱۱

(۳) ۱۱

(۲) -۱

(۱) ۱

۵۷- اگر مجموع معکوس جواب های معادله $2x^2 + (4 - m)x = 2m$ برابر با $0/1$ باشد، مقدار جواب بزرگ تر کدام است؟

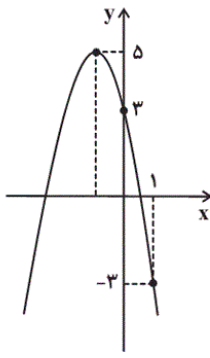
(۴) ۳

(۳) $2/5$

(۲) ۲

(۱) $1/5$

۵۸- اگر شکل روبه‌رو نمودار یک تابع درجه دوم باشد و α و β صفرهای آن باشند، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲) -۲
- (۳) $\frac{۲}{۳}$
- (۴) $-\frac{۲}{۳}$

۵۹- حدود m برای آن که معادله $x^4 - (2m-1)x^2 + 4 = 0$ دارای ۴ جواب باشد، کدام است؟

- (۱) $m < -\frac{۳}{۲}$
- (۲) $۱ < m < \frac{۵}{۲}$
- (۳) $m > \frac{۵}{۲}$
- (۴) $m < -\frac{۳}{۲}$ یا $m > \frac{۵}{۲}$

۶۰- معادله $\frac{|x-1|}{1-x} = 2 - x^2$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) صفر

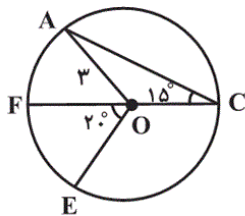
هندسه ۲-۱۰ سوال

۱۰۱- در دایره $(O, 4)$ ، قطر MN وتر AB را نصف کرده است. اگر محیط مثلث OAN برابر ۱۰ واحد

باشد، طول وتر BN کدام است؟

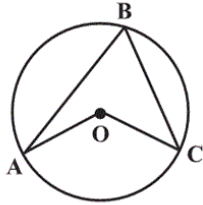
- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۱
- (۴) ۴

۱۰۲- در شکل زیر، طول کمان AFE و مساحت قطاع AOE به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (O مرکز دایره است.)



- (۱) $\frac{۳\pi}{۴}$ ، $\frac{۵\pi}{۶}$
- (۲) $\frac{۵\pi}{۴}$ ، $\frac{۳\pi}{۲}$
- (۳) $\frac{۵\pi}{۴}$ ، $\frac{۵\pi}{۶}$
- (۴) $\frac{۳\pi}{۴}$ ، $\frac{۳\pi}{۲}$

۱۰۳- در شکل زیر، O مرکز دایره است. اگر $\widehat{AOC} = (3\alpha + 15)^\circ$ ، $\widehat{AB} = (2\beta + \alpha)^\circ$ ، $\widehat{BC} = (\beta + 3\alpha)^\circ$ و $\widehat{ABC} = (\alpha + 12)^\circ$ باشد، آن‌گاه β کدام است؟

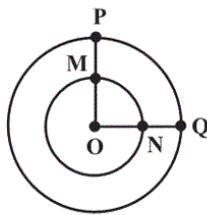


- (۱) ۸۴
- (۲) ۸۶
- (۳) ۹۱
- (۴) ۹۴

۱۰۴- نقطه A روی دایره (O, R) قرار دارد و B نقطه‌ای دلخواه از صفحه است و داریم $OA = 4(x + 1)$ و $OB = 7x + 1$. اگر خط d به فاصله $5 + 2x$ از نقطه O ، بر دایره مماس باشد، وضعیت نقطه B نسبت به دایره کدام است؟

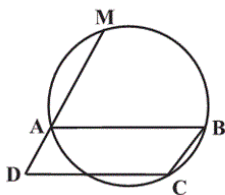
- (۱) درون دایره
- (۲) روی محیط دایره
- (۳) بیرون دایره
- (۴) غیرمشخص

۱۰۵- در شکل زیر برای دو دایره هم مرکز $C_1(O, r)$ و $C_2(O, 2r)$ ، پاره‌خطهای OP و OQ ، دایره کوچک‌تر را به ترتیب در نقاط M و N قطع می‌کنند. اگر طول کمان MN برابر ۴ باشد، طول کمان PQ کدام است؟



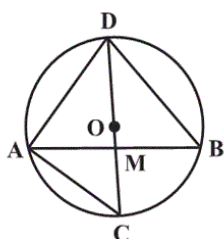
- (۱) ۶
- (۲) ۸
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۲

۱۰۶- در شکل زیر، اگر چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاعی به اضلاع $AB = 8$ و $BC = 2$ باشد و امتداد AD ، دایره را در نقطه M قطع کند، طول MC کدام است؟



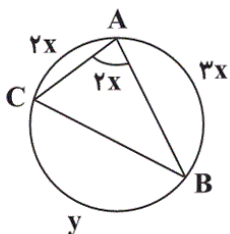
- (۱) ۶
- (۲) ۷
- (۳) ۸
- (۴) ۹

۱۰۷- در شکل زیر، O مرکز دایره، $\widehat{AD} = 100^\circ$ و $\widehat{BAC} = 25^\circ$ است. کدام گزینه نادرست است؟ (CD قطر دایره است.)



- (۱) $\widehat{DBA} = 50^\circ$
- (۲) $\widehat{BDC} = 25^\circ$
- (۳) $\widehat{DB} = 130^\circ$
- (۴) $\widehat{DMA} = 70^\circ$

۱۰۸- با توجه به شکل مقابل، حاصل $y - x$ کدام است؟



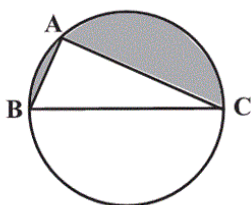
(۱) 90°

(۲) 120°

(۳) 150°

(۴) 135°

۱۰۹- در دایره زیر، $\widehat{AB} = \frac{\widehat{AC}}{5} = \frac{\widehat{BC}}{6}$ است. اگر شعاع دایره ۲ واحد باشد، مجموع مساحت قسمت‌های هاشورخورده کدام است؟



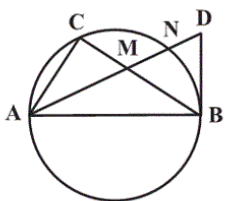
(۱) $2\pi - 1$

(۲) $4\pi - 1$

(۳) $2\pi - 2$

(۴) $4\pi - 2$

۱۱۰- در شکل زیر، AB قطر دایره، AD نیمساز زاویه داخلی A و BD مماس بر دایره است. $\triangle MBD$ الزاماً چگونه مثلثی است؟



(۱) قائم‌الزاویه

(۲) متساوی‌الساقین

(۳) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

(۴) غیر مشخص

هندسه ۱ - ۱۰ سوال -

۹۱- نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی B و C از مثلث ABC، یکدیگر را در نقطه O قطع کرده‌اند. اگر نقاط M، N و P به ترتیب پای عمودهای رسم شده از نقطه O بر اضلاع BC، AC و AB باشند، آن‌گاه نقطه O برای مثلث MNP همواره ... است.

(۱) محل همرسی عمودمنصف‌ها

(۲) محل همرسی ارتفاع‌ها

(۳) محل همرسی نیمسازها

(۴) محل همرسی میانه‌ها

۹۲- عکس کدام یک از گزاره‌های زیر، یک قضیه شرطی است؟

(۱) مساحت‌های هر دو مثلث هم‌نهشت با هم برابرند.

(۲) اگر در دو مثلث، طول ضلع‌ها نظیر به نظیر با هم برابر باشند، آن‌گاه زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم برابرند.

(۳) متوازی‌الاضلاع، چهارضلعی‌ای است که قطرهایش منصف یکدیگرند.

(۴) مستطیل، چهارضلعی‌ای است که قطرهایش با هم برابرند.

- ۹۳- دو نقطه A و B را به فاصله d از هم در نظر بگیرید. d چه مقادیری بر حسب سانتی متر باشد تا دقیقاً دو نقطه در صفحه وجود داشته باشد، به طوری که فاصله این دو نقطه از A برابر ۲ سانتی متر و از B برابر ۵/۲ سانتی متر باشد؟
 (۱) مقداری برای d وجود ندارد.
 (۲) همه مقادیر مثبت d
 (۳) $d > 0.5$
 (۴) $0.5 < d < 4.5$

- ۹۴- در کدام گزینه زیر، با اطلاعات داده شده بی شمار چهارضلعی قابل رسم است؟
 (۱) یک لوزی که طول قطرهای آن ۳ و ۴ است.
 (۲) یک لوزی به طول ضلع ۵ و قطر ۶
 (۳) متوازی الاضلاعی که طول اضلاعش ۳ و ۵ و طول قطر آن ۶ باشد.
 (۴) متوازی الاضلاعی که طول قطرهای آن ۴ و ۶ است.

- ۹۵- حداکثر تعداد نقاطی از صفحه که از نقطه ثابت A و خط ثابت d به ترتیب به فاصله های r و s باشند، کدام است؟ (r و s دو عدد حقیقی مثبت و دلخواه هستند.)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

- ۹۶- در چهارضلعی ABCD، AB بزرگترین ضلع و DC کوچکترین ضلع است. چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟
 الف) $\hat{C} > \hat{A}$ (۱) ب) $\hat{D} > \hat{B}$ (۲) پ) $\hat{D} + \hat{C} > 180^\circ$ (۳)
 هیچ (۱) (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

- ۹۷- در مثلث ABC، نیمساز زاویه A پاره خط BC را در نقطه D قطع می کند. اگر $\hat{B} > \hat{C}$ باشد، کدام رابطه زیر لزوماً برقرار نیست؟
 (۱) $AC > AB$ (۲) $AC > AD$ (۳) $AB > BD$ (۴) $AB < AD$

- ۹۸- چه تعداد از گزاره های زیر را می توان با مثال نقض رد کرد؟
 الف) هر دو مثلث هم نهشت، متشابه هستند.
 ب) هر دو مثلث هم مساحت، هم نهشت هستند.
 ج) مجموع دو عدد گنگ، همیشه عددی گنگ است.
 د) هر دو مستطیل دلخواه، متشابه هستند.
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۹۹- در مثلث ABC، عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه داخلی C یکدیگر را در نقطه O قطع می کنند. اگر از این نقطه به رئوس A و B وصل کنیم و داشته باشیم: $OA = OB$ ، در مورد نوع مثلث ABC لزوماً چه می توان گفت؟
 (۱) قائم الزاویه (۲) متساوی الساقین (۳) متساوی الاضلاع (۴) غیر مشخص

- ۱۰۰- اگر محیط مثلث متساوی الساقینی ۴۰ باشد، بزرگترین بازه قابل قبول برای طول قاعده آن کدام است؟
 (۱) $0 < b < 10$ (۲) $0 < b < 20$ (۳) $5 < b < 15$ (۴) $5 < b < 20$

حسابان-گواه - ۱۰ سوال -

- ۶۱- جواب معادله $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{8}{15} n^2$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۱۸

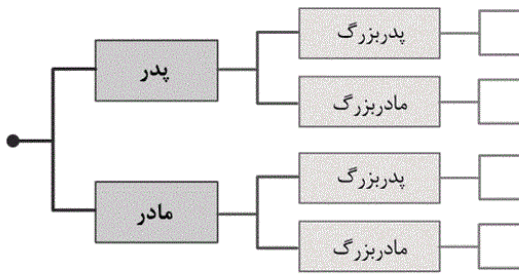
- ۶۲- حاصل عبارت $(1 - x + x^2 - \dots + x^8)(1 + x + x^2 + \dots + x^8)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

(۱) ۵۰۷ (۲) ۵۱۱ (۳) ۵۱۲ (۴) ۵۱۶

۶۳- بین دو عدد ۲ و $۱۶\sqrt{۲}$ ، شش عدد چنان درج شده‌اند که هشت عدد حاصل، دنباله هندسی تشکیل داده‌اند. مجموع این هشت عدد کدام است؟

- (۱) $۳۰(۲ + \sqrt{۲})$ (۲) $۴۸\sqrt{۲}$ (۳) $۳۰(\sqrt{۲} + ۱)$ (۴) $۳۶(\sqrt{۲} + ۱)$

۶۴- درخت شجره‌نامه خانوادگی هر فردی به شکل زیر است. مجموع تعداد اجداد یک فرد، از جد اول (پدر و مادر فرد) تا پایان جد هفتم چقدر است؟

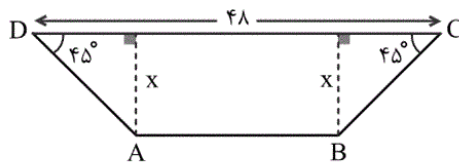


- (۱) ۶۱۷
(۲) ۱۲۶
(۳) ۲۵۴
(۴) ۱۰۲۲

۶۵- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{3\alpha}{\alpha^2 + 1} + \frac{4\beta}{\beta^2 + 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{7}$ (۲) ۷ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۶۶- شکل زیر، مقطع عرضی از یک قطعه فلزی به مساحت ۳۲۰ سانتی‌متر مربع است. X کدام است؟



- (۱) ۱۰
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) ۹

۶۷- به ازای کدام مقادیر a ، منحنی به معادله $y = (a - 4)x^2 + 3x + a - 3$ از هر چهار ناحیه مختصات می‌گذرد؟

- (۱) $a > 3$ (۲) $a < 4$ (۳) $3 < a < 4$ (۴) $a < 0$

۶۸- در یک کارگاه تولیدی، یکی از کارگران متعهد شده است که در پایان هر هفته ۸۰ قطعه با دستمزد هر قطعه ۴۵۰ تومان تحویل دهد. به ازای هر قطعه اضافه بر تعهد، مبلغ ۵ تومان از دستمزد هر قطعه تحویلی کسر می‌شود. بیشترین دستمزد هفته کارگر کدام است؟

- (۱) ۳۶۰۷۵ (۲) ۳۶۱۲۵ (۳) ۳۶۱۷۵ (۴) ۳۶۲۲۵

۶۹- اگر یکی از ریشه‌های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر آن کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۷۰- برای حل معادله $x^2 - ax + 1 = 0$ ، نمودار $y_1 = x^2$ و خط $y = ax - 1$ را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کرده‌ایم، در کدام حالت معادله ریشه دارد؟

- (۱) $a = 1$ (۲) $a = 2$ (۳) $a = 0$ (۴) $a = -1$

۷۱- اشتراک دو بازه $(a, 3]$ و $[-3, b)$ ، بازه $(-1, 1)$ است. بازه $[-(a-b)^2, (2a+b)^2]$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۷۲- چند گزاره از گزاره‌های زیر صحیح می‌باشند؟

الف) مجموعه اعداد اول، مجموعه‌ای متناهی است.

ب) می‌توان دو مجموعه نامتناهی یافت، که اشتراک آن‌ها متناهی باشد.

ج) بازه $(0/001, 0/002)$ ، متناهی است.

د) اگر B یک زیرمجموعه متناهی از مجموعه A باشد، A متناهی است.

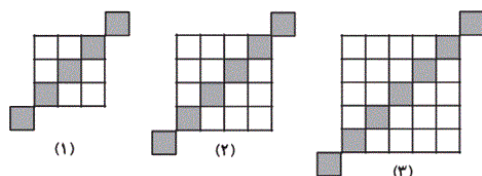
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۳- n نفر عضو تیم شنا و ۱۲ نفر عضو تیم دو و میدانی هستند. اگر نصف اعضای تیم شنا در تیم دو و میدانی هم عضو باشند، تعداد افرادی

که فقط در یکی از این رشته‌ها عضوند، کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)

۷۴- با توجه به الگوی روبه‌رو، تعداد مربع‌های سفید کوچک در شکل بیستم کدام است؟



- ۴۰۲ (۱)
۴۳۲ (۲)
۴۶۲ (۳)
۴۹۲ (۴)

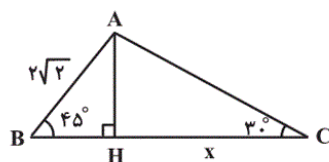
۷۵- جمله اول و قدرنسبت یک دنباله حسابی هر دو ۱۶ هستند. بین ۲۰۰ تا ۲۰۰۰ چند جمله از این دنباله وجود دارد؟

- ۱۱۱ (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۳ (۳) ۱۱۴ (۴)

۷۶- جملات اول، سوم و نهم یک دنباله حسابی، به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند. جمله پنجم این دنباله حسابی چند برابر جمله سوم آن است؟

- $\frac{5}{3}$ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

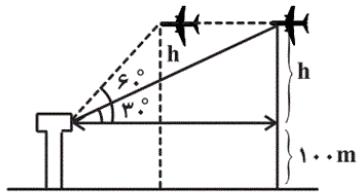
۷۷- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟ ($HC = x$)



- $\sqrt{3}$ (۱)
 $2\sqrt{3}$ (۲)
 $4\sqrt{3}$ (۳)
۴ (۴)

۷۸- مطابق شکل زیر، هواپیمایی با سرعت $400 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ از بالای فرودگاهی می‌گذرد. برج مراقبت در ارتفاع 100 متری، در یک لحظه هواپیما را از

زاویه 30° درجه و در 36 ثانیه بعدی با زاویه 60° درجه مشاهده می‌کند. ارتفاع هواپیما از سطح زمین چند کیلومتر است؟



- (۱) $\frac{10\sqrt{3}+1}{10}$
 (۲) $\frac{20\sqrt{3}+1}{10}$
 (۳) $\frac{20\sqrt{3}-1}{10}$
 (۴) $\frac{10\sqrt{3}-1}{10}$

۷۹- اگر مساحت یک شش ضلعی منتظم $12\sqrt{3}$ باشد، محیط آن کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $12\sqrt{2}$ (۳) $16\sqrt{2}$ (۴) $24\sqrt{2}$

۸۰- در مثلث ABC ، $AB=8$ ، $AC=4$ ، زاویه A زاویه حاده و مساحت مثلث برابر 8 است. اگر زاویه A را دو برابر کنیم، با حفظ اندازه

ضلع AB ، باید ضلع AC را چند برابر کنیم تا مساحت مثلث تغییر نکند؟

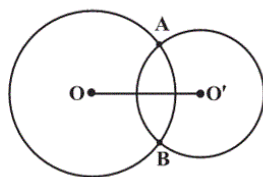
- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

هندسه ۱- سوالات موازی

۱۱۱- در اثبات یک قضیه به روش برهان غیرمستقیم یا برهان خلف از کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توان درستی حکم را نتیجه‌گیری کرد؟

- (۱) فرض را نادرست گرفته و به حکم درست رسیده‌ایم.
 (۲) فرض را نادرست گرفته و به حکم نادرست رسیده‌ایم.
 (۳) حکم را نادرست گرفته و به تناقض با فرض رسیده‌ایم.
 (۴) حکم را درست گرفته و به فرض درست رسیده‌ایم.

۱۱۲- مطابق شکل زیر، دو دایره، به مراکز O و O' در نقاط A و B متقاطع‌اند. در این صورت لزوماً:



- (۱) AB از وسط OO' می‌گذرد.
 (۲) OO' عمود منصف AB است.
 (۳) $\hat{O'AB} = \hat{OBA}$
 (۴) $\hat{AO'B} = \hat{AOB}$

«اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، کوچک‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر.»

(۱) مثلث با دو ضلع نابرابر، دو زاویه نابرابر دارد.

(۲) اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.

(۳) ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر در هر مثلث، از ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است.

(۴) مثلثی که دو ضلع برابر داشته باشد، دو زاویه برابر دارد.

۱۱۴- نقیض گزاره «هر عددی که بر ۴ و ۶ بخش‌پذیر باشد، بر ۱۲ بخش‌پذیر است» کدام گزاره است؟

(۱) هر عددی که بر ۱۲ بخش‌پذیر نباشد، بر ۴ یا ۶ بخش‌پذیر نیست.

(۲) عددی وجود دارد که مضرب ۴ و ۶ است ولی مضرب ۱۲ نیست.

(۳) عددی وجود دارد که بر ۴ یا ۶ بخش‌پذیر نباشد ولی مضرب ۱۲ باشد.

(۴) هیچ عددی وجود ندارد که مضرب ۱۲ باشد ولی مضرب ۴ و ۶ نباشد.

۱۱۵- در مثلث ABC ، نقطه M محل برخورد عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویه C است. اگر فاصله این نقطه از ضلع AC و رأس B

به ترتیب ۲ و ۴ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۴) $4\sqrt{5}$

(۳) $4\sqrt{3}$

۱۱۶- چند دوزنقه متساوی‌الساقین با طول قاعده‌های ۶ و ۱۲ و طول ساق ۳ می‌توان رسم کرد؟

(۲) ۱

(۱) هیچ

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

۱۱۷- خط d به فاصله ۲ واحد از مرکز دایره C به شعاع ۵ واحد قرار دارد. می‌خواهیم نقاطی را داخل یا روی دایره پیدا کنیم که از خط d به

فاصله x باشند. به ازای کدام محدوده برای x ، مسئله ۲ یا ۳ جواب دارد؟

(۲) $3 \leq x < 5$

(۱) $x < 3$

(۴) $7 < x$

(۳) $3 \leq x < 7$

۱۱۸- حداکثر چند نقطه درون مستطیل ABCD ($AB = 6$, $BC = 4$) وجود دارد که هر کدام از این نقاط، حداقل از سه ضلع مستطیل،

فاصله‌ای یکسان داشته باشند؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) بی‌شمار

۱۱۹- نقطه O محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث ABC است. اگر نقاط هم‌رسی ارتفاع‌های سه مثلث OAB، OAC و OBC به ترتیب A_1 ، A_2 و A_3 باشند، آن‌گاه مساحت مثلث $A_1A_2A_3$ چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۲

۱۲۰- اندازه دو ساق دوزنقه‌ای ۵ و ۷ و قاعده بزرگ ۱۲ است. بزرگ‌ترین بازه قابل قبول برای قاعده کوچک دوزنقه کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) $0 < x < 5$
(۲) $2 < x < 5$
(۳) $2 < x < 10$
(۴) $0 < x < 10$

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه

۸۱- در کدام بازه زیر، نامعادله $5x < 7$ برقرار است ولی نامعادله $5 - 3x \leq 7$ برقرار نیست؟

- (۱) $(-\infty, \frac{7}{5})$ (۲) $(\frac{-2}{3}, \frac{7}{5})$ (۳) $(-\infty, \frac{-2}{3})$ (۴) $(-\infty, \frac{-2}{3}]$

۸۲- اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U و $n(A) = 14$ ، $n(A') = 10$ و $n(B') = 8$ باشند، $n(B)$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۷

۸۳- اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند و U مجموعه مرجع آن‌ها باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $A \subset B'$ (۲) $A \cap B' = A$ (۳) $A \cup B' = B$ (۴) $A \cap B = \emptyset$

۸۴- در دنباله درجه دوم ...، ۳۵، ۲۲، ۱۲، ۵، ۱، جمله سی‌ام چه عددی است؟

- (۱) ۱۳۳۵ (۲) ۱۳۳۴ (۳) ۱۳۳۶ (۴) ۱۳۳۷

۸۵- در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ می‌باشد، جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

- ۷/۵ (۱) ۸ (۲) ۸/۵ (۳) ۹ (۴)

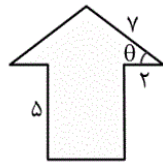
۸۶- چهار عدد مثبت، جملات متوالی یک دنباله هندسی‌اند. مجموع دو عدد کوچکتر برابر ۲۰ و مجموع دو عدد بزرگتر ۴۵ می‌باشد. بزرگ‌ترین این اعداد کدام است؟

- ۲۷ (۱) ۲۸ (۲) ۲۹ (۳) ۳۰ (۴)

۸۷- در یک دنباله هندسی که ۱۵ جمله دارد، جمله وسط برابر ۳ می‌باشد. حاصل ضرب ۱۵ جمله این دنباله کدام است؟

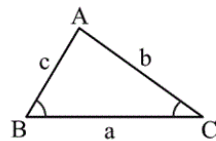
- $۳^۷\sqrt{۳}$ (۱) ۳۱۵ (۲) ۳۵ (۳) $۳^۶\sqrt{۳}$ (۴)

۸۸- مطابق شکل زیر، سیمی فلزی به طول ۳۱ سانتی‌متر به شکل یک پیکان متقارن درآمده است. $\cos\theta$ کدام است؟



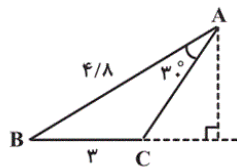
- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۲) $\frac{1}{۳}$ (۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۳)

۸۹- در مثلث ABC مقابل، اندازه ضلع a برابر کدام است؟



- $b \sin \hat{C} + c \sin \hat{B}$ (۱) $b \cos \hat{C} + c \cos \hat{B}$ (۲)
 $b \tan \hat{C} + c \tan \hat{B}$ (۳) $b \cot \hat{C} + c \cot \hat{B}$ (۴)

۹۰- در شکل زیر، فاصله نقطه A از امتداد ضلع BC، چند برابر طول AC است؟



- ۰/۵ (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۷ (۳) ۰/۸ (۴)

۴۱-

(علی شوراچی)

با توجه به داده‌های مساله نتیجه می‌گیریم نقطه پایانی بازه A با نقطه ابتدایی بازه B برابر است. $b = c$ ، $a = 1$ و $d = 6$ است.

$$2a + b - c - d = 2(1) + \underbrace{b - c}_{0} - 6 = -4 \quad \text{پس:}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۳ تا ۵)

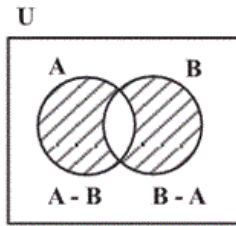
۴

۳

۲

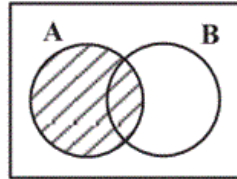
۱

اگر نمودار ون را رسم کنیم، می‌بینیم که دو مجموعه $A - B$ و $B - A$ هیچ عضو مشترکی ندارند و جدا از هم هستند.

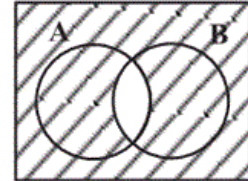


جدا از هم نبودن سایر گزینه‌ها را با نمودار ون بررسی می‌کنیم:

گزینه «۲»:

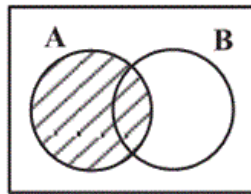


A

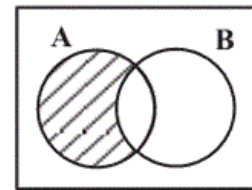


$(A \cap B)'$

گزینه «۳»:

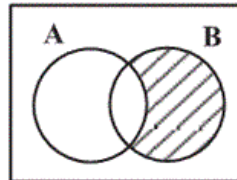


A

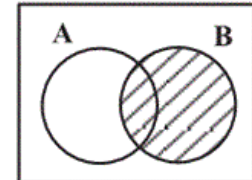


$A \cap B'$

گزینه «۴»:



$B - A$



B

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

طبق نتیجه کار در کلاس ۶ صفحه ۹ کتاب درسی داریم:

$$A' \cup B' = (A \cap B)' \Rightarrow n(A' \cup B') = n(U) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A' \cup B') = 120 - 20 = 100$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

-۴۴

(سینا ممبرپور)

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21 \Rightarrow 3a_2 = 21 \Rightarrow a_2 = 7$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 75 \Rightarrow 3a_5 = 75 \Rightarrow a_5 = 25$$

$$d = \frac{a_5 - a_2}{5 - 2} = \frac{25 - 7}{3} = 6$$

پس:

حال با داشتن $a_5 = 25$ و $d = 6$ ، مقدار a_1 را حساب می‌کنیم:

$$a_{10} = a_5 + 5d = 25 + 5(6) = 55$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

-۴۵

(کتاب تابستان)

عدد مورد نظر را برابر x در نظر می‌گیریم، داریم:جمله‌های متوالی دنباله هندسی $2 + x$ ، $6 + x$ ، $12 + x$:

$$\Rightarrow (6 + x)^2 = (12 + x)(2 + x)$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x + 36 = x^2 + 14x + 24$$

$$\Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

-۴۶

(علی شهبازی)

جمله هفتم دنباله هندسی را حساب می‌کنیم:

$$a_1 = \frac{3}{2}, \quad q = 2$$

$$\Rightarrow a_7 = a_1 q^6 = \frac{3}{2} \times 2^6 = 96$$

جمله عمومی دنباله حسابی را می‌نویسیم و برابر با ۹۶ قرار می‌دهیم:

$$a_1 = -2, \quad d = 7$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 96 = -2 + (n-1)(7)$$

$$\Rightarrow 14 = n - 1 \Rightarrow n = 15$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

جمله عمومی این دنباله به صورت $f_n = an^2 + bn + c$ است.

جملات به صورت روبرواند:

$$2, 7, 14, 23, \dots$$

$\xrightarrow{+5}$ $\xrightarrow{+7}$ $\xrightarrow{+9}$

اعداد ... , ۹ , ۷ , ۵ تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت $d = 2$

می‌دهند، پس ضریب n^2 برابر با نصف d یعنی ۱ است: $a = 1$

$$\Rightarrow f_n = n^2 + bn + c$$

حال با دو جمله اول و حل یک دستگاه، مقدار b و c را پیدا می‌کنیم

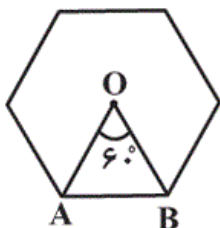
 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

طبق شکل زیر، یک شش ضلعی شامل ۶ مثلث متساوی الاضلاع است. اگر طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع برابر با a باشد، مساحت مثلث برابر است با:



$$S_{ABO} = \frac{1}{2} \overline{OA} \times \overline{OB} \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

پس مساحت شش ضلعی منتظم $S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$ می شود.

$$\xrightarrow{a=6} S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{3\sqrt{3} \times 36}{2} = 54\sqrt{3}$$

در مثلث داده شده با استفاده از رابطه مساحت داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times \sin 60^\circ \times 3/6 \times 3 = 2/7\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{54\sqrt{3}}{2/7\sqrt{3}} = 20$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه های ۲۹ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث ABH داریم:

$$AH^2 + HB^2 = AB^2 \Rightarrow AH^2 + 16 = 20 \Rightarrow AH = 2$$

حال می‌رویم سراغ رابطه $\tan \hat{B}_1 = \sin \hat{B}_2$:

$$\tan \hat{B}_1 = \sin \hat{B}_2 \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow \begin{cases} HC = x \\ BC = 2x \end{cases}$$

در مثلث BCH فیثاغورس می‌نویسیم:

$$(2x)^2 = x^2 + 4^2 \Rightarrow 3x^2 = 16 \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

پس:

$$\begin{aligned} AC &= AH + HC = 2 + \frac{4\sqrt{3}}{3} \approx 2 + \frac{4 \times 1.73}{3} \\ &= 2 + \frac{6.92}{3} \approx 4.31 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴

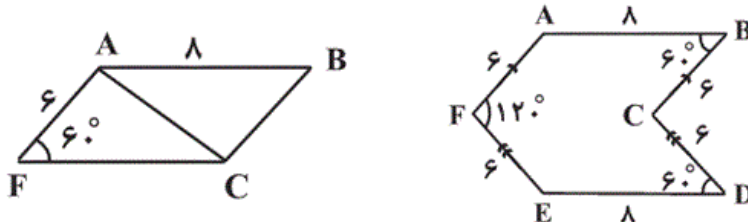
۳

۲ ✓

۱

پاره خط FC را رسم می کنیم. دو چهارضلعی به وجود آمده ABCF و FCDE متوازی الاضلاع می باشند. برای محاسبه مساحت متوازی الاضلاع

داریم:



$$S_{AFC} = \frac{1}{2} \sin 60^\circ \times AF \times FC = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 \times 8 = 12\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin 60^\circ \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 \times 6 = 12\sqrt{3}$$

به طریق مشابه مساحت متوازی الاضلاع FCDE نیز برابر $24\sqrt{3}$ خواهد

شد. بنابراین:

$$S_{ABCDEF} = S_{ABCF} + S_{CDEF} = 24\sqrt{3} + 24\sqrt{3} = 48\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه ۳۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۵۱

(موسا مسموزادگان)

با جای گذاری $a_1 = -8$ ، $d = 6$ و $n = 20$ در رابطه مجموع جملات،

داریم:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} (2(-8) + 19(6))$$

$$= 10(-16 + 114) = 980$$

(مسایان ۱- صفحه های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به جملات، قدرنسبت دنباله برابر ۲- است. پس:

$$\frac{S_{10}}{S_5} = \frac{a_1(r^{10} - 1)}{a_1(r^5 - 1)} = \frac{(r^5 - 1)(r^5 + 1)}{(r^5 - 1)} = r^5 + 1$$

$$\Rightarrow \frac{S_{10}}{S_5} = (-2)^5 + 1 = -32 + 1 = -31$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳✓

۲

۱

(علی شهبازی)

پس‌اندازهای ماهانه علی تشکیل یک دنباله حسابی با جمله اول $a_1 = 20000$ و قدرنسبت $d = 5000$ می‌دهند (ما $a_1 = 20$ و $d = 5$ را در نظر می‌گیریم). می‌خواهیم ببینیم بعد از چند ماه، مجموع این پس‌اندازها برابر با ۹۲۰ می‌شود:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow 920 = \frac{n}{2}(2(20) + (n-1)(5))$$

$$\Rightarrow 920 = \frac{n}{2}(40 + 5n - 5) \Rightarrow 920 = \frac{n}{2}(35 + 5n)$$

$$\Rightarrow 920 = \frac{5n}{2}(7 + n) \Rightarrow n(n+7) = 368$$

$$\Rightarrow n(n+7) = 16 \times 23 \Rightarrow n = 16$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲✓

۱

(مهرزاد اسپیکر)

ابتدا جمله اول و قدرنسبت دنباله را به دست می‌آوریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{cases} a_2 + a_3 = 10 \Rightarrow (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 10 \\ \Rightarrow 2a_1 + 3d = 10 \\ a_6 - a_2 = 16 \Rightarrow (a_1 + 5d) - (a_1 + d) = 16 \\ \Rightarrow 4d = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 4 \\ a_1 = -1 \end{cases}$$

توجه کنید A مجموع جملات یک دنباله حسابی را نشان می‌دهد که دارای ۵۰ جمله، جمله اول آن a_1 و قدرنسبت آن $2d$ می‌باشد.

۴

۳✓

۲

۱

(علی شوراوی)

اعداد $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \dots, \frac{1}{1280}$ جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت $q = \frac{1}{2}$ هستند.

ابتدا تعداد این جملات را حساب می‌کنیم:

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{1280} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow n-1=8 \Rightarrow n=9$$

حال با داشتن $a_1 = \frac{1}{5}$ ، $q = \frac{1}{2}$ و $n = 9$ ، مجموع جملات را حساب می‌کنیم:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_9 = \frac{\frac{1}{5}(1-\left(\frac{1}{2}\right)^9)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{5} \times \frac{511}{512}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \times \frac{511}{512}$$

$$\text{طبق فرض: } \frac{2}{5} \times \frac{511}{512} = \frac{511}{10} x \Rightarrow x = \frac{20}{5 \times 512} = \frac{4}{512} = \frac{1}{128} = 2^{-7}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

معادله اولیه را حل می‌کنیم:

$$x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = 9 \end{cases}$$

پس $\sqrt{\alpha}$ و $\sqrt{\beta}$ به ترتیب ۲ و ۳ هستند.

$$\begin{cases} S' = 2 + 3 = 5 \\ P' = 2 \times 3 = 6 \end{cases}$$

پس معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

در نتیجه:

$$b - c = -5 - 6 = -11$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

فرض کنیم α و β جواب‌های معادله $2x^2 + (4-m)x - 2m = 0$ هستند.

مجموع و حاصل ضرب جواب‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} S = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{m-4}{2} \\ P = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta = -\frac{2m}{2} = -m \end{cases}$$

مجموع معکوس جواب‌ها $1/0$ است، پس:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -\frac{1}{10} \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{m-4}{2}}{-m} = -\frac{1}{10} \Rightarrow \frac{m-4}{-2m} = -\frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 10m - 40 = 2m \Rightarrow m = 5$$

با جای گذاری $m = 5$ ، معادله به شکل $2x^2 - x - 10 = 0$ درمی‌آید. آن را حل می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 80 = 81$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm 9}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5}{2} = 2.5 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

جواب بزرگ‌تر $x_1 = \frac{5}{2} = 2.5$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر ضابطه این تابع به صورت $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، داریم:

$$f(0) = c \Rightarrow c = 3$$

$$f(1) = -3 \Rightarrow a + b + c = -3 \xrightarrow{c=3} a + b = -6$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = 5 \Rightarrow \frac{4ac - b^2}{4a} = 5 \Rightarrow 4ac - b^2 = 20a$$

$$\xrightarrow{c=3} 12a - b^2 = 20a \Rightarrow b^2 + 8a = 0$$

پس:

$$\begin{cases} a + b = -6 \\ b^2 + 8a = 0 \end{cases} \Rightarrow b^2 + 8(-b - 6) = 0 \Rightarrow b^2 - 8b - 48 = 0$$

$$\Rightarrow (b + 4)(b - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -4 \rightarrow a = -2 \\ b = 12 \rightarrow a = -18 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

طول رأس سهمی منفی است بنابراین:

$$x_S = -\frac{b}{2a} < 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$$

۴

۳

۲ ✓

۱

از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم و x^2 را t در نظر می‌گیریم ($x^2 = t$).
 باید معادله $t^2 - (2m-1)t + 4 = 0$ دارای دو جواب مثبت متمایز باشد
 تا چهار جواب برای معادله اولیه حاصل شود.

$$t^2 - (2m-1)t + 4 = 0 \xrightarrow{\text{دو جواب مثبت متمایز}} \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

$$\Delta = (2m-1)^2 - 4 \times 4 > 0 \Rightarrow (2m-1)^2 > 16$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} |2m-1| > 4 \Rightarrow \begin{cases} 2m-1 > 4 \Rightarrow m > \frac{5}{2} \\ 2m-1 < -4 \Rightarrow m < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{2m-1}{1} > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} > 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow m > \frac{5}{2}$$

بین شرط‌های فوق اشتراک می‌گیریم:

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

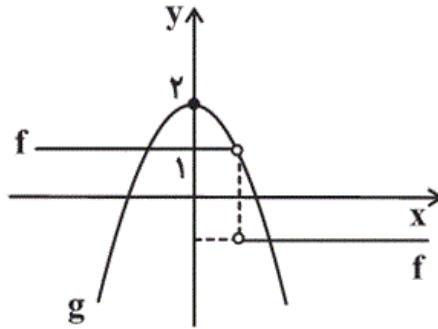
۳ ✓

۲

۱

نمودار دو تابع $f(x) = \frac{|x-1|}{1-x}$ و $g(x) = 2 - x^2$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{|x-1|}{1-x} = \begin{cases} -1 & x > 1 \\ 1 & x < 1 \end{cases}$$



توابع f و g در ۲ نقطه متقاطع‌اند، پس معادله ۲ جواب دارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

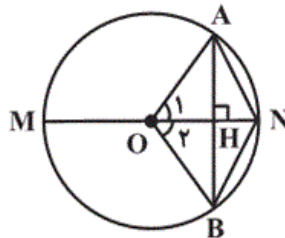
 ۲

 ۱

(یاسین سپهر)

-۱۰۱

با توجه به اطلاعات داده شده شکل زیر را رسم می‌کنیم:



$$OAN \text{ محیط مثلث} = OA + AN + ON = 4 + AN + 4 = 10 \Rightarrow AN = 2$$

از طرفی می‌دانیم اگر قطر MN ، وتر AB را نصف کند، بر آن عمود است و

در نتیجه کمان‌های نظیر آن وتر را نیز نصف می‌کند، پس $\widehat{AN} = \widehat{BN}$ و در

نتیجه چون وترهای نظیر دو کمان مساوی، برابر یکدیگرند، پس

$$BN = AN = 2 \text{ است.}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

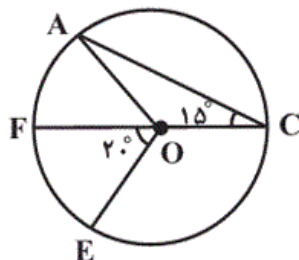
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میثا عبیری)



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{FE} = 20^\circ \\ \widehat{AF} = 2\widehat{ACF} = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{AFE} = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ \Rightarrow \angle AOE = 50^\circ$$

$$\widehat{AFE} \text{ طول: } l = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \times 3 \times 50^\circ}{180^\circ} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{AOE قطاع مساحت: } S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 3^2 \times 50^\circ}{360^\circ} = \frac{5\pi}{4}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(نوید میبیدی)

زوایای \widehat{AOC} و \widehat{ABC} ، به ترتیب زاویه محاطی و زاویه مرکزی روبه‌رو به کمان AC هستند، پس داریم:

$$3\alpha + 15 = 2(\alpha + 12) \Rightarrow \alpha = 9$$

از طرفی مجموع سه کمان AB ، AC و BC ، برابر 360° است، پس داریم:

$$\widehat{AB} + \widehat{AC} + \widehat{BC} = 360^\circ \Rightarrow (2\beta + \alpha)^\circ + (3\alpha + 15)^\circ + (\beta + 3\alpha)^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 3\beta + 7\alpha + 15 = 360^\circ \xrightarrow{\alpha=9} 3\beta + 78 = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 3\beta = 282 \Rightarrow \beta = 94$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(فرشاد فرامرزی)

$$OA = R \quad (۱)$$

نقطه A روی دایره است؛ پس:

همچنین خط d بر دایره مماس است:

$$R = \text{فاصله } d \text{ از مرکز دایره} \quad (۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$۴(x+۱) = ۲x + ۵ \Rightarrow ۴x + ۴ = ۲x + ۵$$

$$\Rightarrow ۲x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow R = ۴\left(\frac{۱}{۲} + ۱\right) = ۶$$

فاصله نقطه B از مرکز دایره برابر است با:

$$OB = ۷\left(\frac{۱}{۲}\right) + ۱ = \frac{۹}{۲}$$

نقطه B درون دایره است. $OB < R \Rightarrow$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(حامد یحیی اوغلی)

اگر طول کمان‌های MN و PQ را به ترتیب با l_1 و l_2 و زاویه MON رابا α نمایش دهیم، داریم:

$$l_1 = \frac{\pi r_1 \alpha}{180^\circ} \quad \text{و} \quad l_2 = \frac{\pi r_2 \alpha}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r}{2r} \Rightarrow \frac{4}{l_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow l_2 = ۸$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

نکته ۱: اندازه هر زاویه محاطی، نصف اندازه کمان روبه روی آن است.

نکته ۲: در هر متوازی الاضلاع، زوایای مقابل با هم برابرند.

چون ABCD متوازی الاضلاع است، بنابراین نکته ۲ داریم:

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} \quad (I)$$

از طرفی \widehat{ABC} و \widehat{AMC} هر دو محاطی و روبه رو به کمان \widehat{AC} می باشند،

پس با استفاده از نکته ۱ داریم:

$$\widehat{AMC} = \widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \quad (II)$$

حال بنابر (I) و (II) داریم:

پس مثلث CMD متساوی الساقین است و بنابراین:

$$MC = DC = 8$$

(هندسه ۲ - صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

DC قطر دایره است، پس $\widehat{AC} = 80^\circ$ و داریم:

$$\widehat{DBA} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow 25^\circ = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 25^\circ$$

$$\widehat{DB} = 180^\circ - \widehat{BC} = 130^\circ$$

Δ
DMA زاویه خارجی DMB است. بنابراین:

$$\widehat{DMA} = 25^\circ + 50^\circ = 75^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اندازه زاویه محاطی، نصف کمان روبه‌رو به آن است یعنی $\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$ پس

$2x = \frac{y}{2}$ ، در نتیجه: $y = 4x$. با توجه به این که در هر دایره مجموع کمان‌ها

برابر 360° است، داریم:

$$2x + y + 2x = 360^\circ \xrightarrow{y=4x} 4x + 4x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 8x = 360^\circ \Rightarrow \begin{cases} x = 45^\circ \\ y = 180^\circ \end{cases}$$

$$y - x = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

 ۴

 ۳

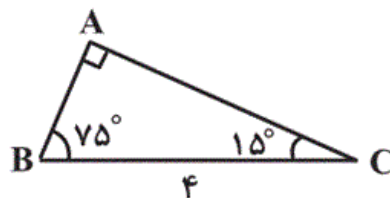
 ۲

 ۱

در هر دایره مجموع اندازه کمان‌های تشکیل دهنده دایره برابر 360° است. داریم:

$$\widehat{AB} = \frac{\widehat{AC}}{5} = \frac{\widehat{BC}}{6} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AC} = 5\widehat{AB} \\ \widehat{BC} = 6\widehat{AB} \end{cases} \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{AC} = 12\widehat{AB} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{AB} = 30^\circ \\ \widehat{AC} = 150^\circ \\ \widehat{BC} = 180^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{زاویه محاطی}} \begin{cases} \hat{C} = 15^\circ \\ \hat{B} = 75^\circ \\ \hat{A} = 90^\circ \end{cases}$$



با توجه به قائمه بودن زاویه A، BC قطر دایره است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در شکل زیر، AB قطر دایره است، پس چون \hat{N} زاویه محاطی رو به قطر است، 90° می‌باشد. همچنین AD نیمساز \hat{A} است، پس:

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad (1)$$

$$\hat{A}_1 = \frac{\widehat{CN}}{2} = \hat{B}_1 \quad (2)$$

$$\hat{A}_2 = \frac{\widehat{NB}}{2} \quad (3)$$

از آنجایی که DB در نقطه B مماس بر دایره می‌باشد لذا قطر AB بر آن عمود است. پس:

$$\widehat{DBA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} + \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ$$

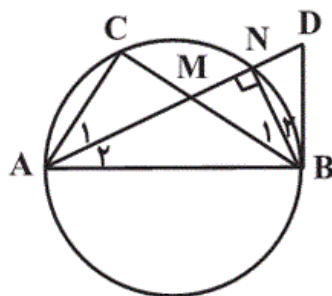
$$\Rightarrow \frac{\widehat{AC}}{2} + \frac{\widehat{CN}}{2} + \hat{B}_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}_2 = 90^\circ - \frac{\widehat{AN}}{2} \Rightarrow \hat{B}_2 = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{AN}}{2} = \frac{\widehat{NB}}{2} \quad (4)$$

$$\xrightarrow{(3), (4)} \hat{A}_2 = \hat{B}_2 \quad (5)$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (5)} \hat{B}_1 = \hat{B}_2$$

در مثلث MBD ، NB هم نیمساز و هم ارتفاع است، پس این مثلث الزاماً متساوی الساقین است.



(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

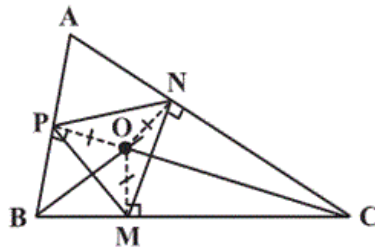
۴

۳

۲ ✓

۱

نقطه O ، نقطه هم‌رسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث ABC است، بنابراین از سه ضلع این مثلث به یک فاصله است و در نتیجه طول سه عمود OM ، ON و OP یکسان است. حال چون نقطه O از سه رأس مثلث MNP به یک فاصله می‌باشد، پس نقطه O ، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث MNP است.



(هنر سه ۱- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

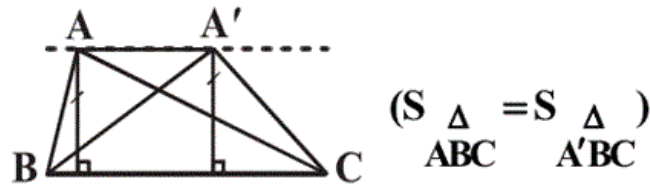
 ۴

 ۳

 ۲

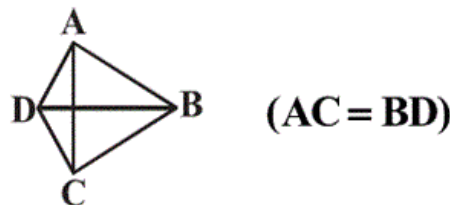
 ۱

عکس گزاره گزینۀ (۱)، قضیۀ شرطی نیست، زیرا اگر مساحت دو مثلث با هم برابر باشند، لزوماً آن دو مثلث، هم‌نهشت نیستند. (به شکل زیر دقت کنید.)



عکس گزاره گزینۀ (۲)، قضیۀ شرطی نیست، زیرا اگر در دو مثلث، زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم برابر باشند، آن‌گاه آن دو مثلث با هم متشابه‌اند و لزوماً طول ضلع‌هایشان نظیر به نظیر با هم برابر نیست.

عکس گزاره گزینۀ (۴)، قضیۀ شرطی نیست، زیرا اگر دو قطر یک چهارضلعی با هم برابر باشد، لزوماً آن چهارضلعی، مستطیل نیست. (به شکل زیر دقت کنید.)



(هنر سه ۱- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

چون دقیقاً دو نقطه با شرایط مسئله وجود دارد، باید دو کمانی که به مراکز A و B به ترتیب به طول شعاع‌های ۲ و ۲/۵ سانتی‌متر رسم می‌شود، در دو نقطه متقاطع باشند. بنابراین $2/5 + 2 < d < 2/5 - 2$ یعنی

$$0/5 < d < 4/5$$

(هنر سه ۱- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲

۱

۹۴-

(معمد پورا ممدی)

ابتدا دایره‌ای به قطر ۶ رسم کرده و یکی از قطرهای آن را AC می‌نامیم. مرکز این دایره را O نامیده و دایره دیگری به مرکز O و قطر ۴ رسم کرده و یکی از قطرهای آن را BD می‌نامیم. چهارضلعی $ABCD$ جواب مسئله است. حال چون قطر BD دلخواه است، می‌توان بی‌شمار متوازی‌الاضلاع به قطرهای ۴ و ۶ رسم کرد. در سایر گزینه‌ها، تنها یک چهارضلعی با اطلاعات داده شده قابل رسم است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

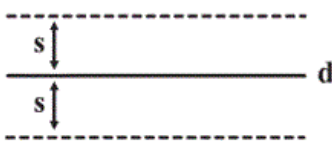
۲

۱

۹۵-

(سروش موئینی)

نقطاتی که از خط d به فاصله s هستند روی دو خط موازی d قرار می‌گیرند.



نقطاتی که از A به فاصله r هستند روی دایره به مرکز A و شعاع r هستند.



تعداد نقاط برخورد یک دایره و دو خط موازی می‌تواند $\{0, 1, 2, 3, \text{یا } 4\}$ باشد.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

با رسم قطر AC داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB > BC \Rightarrow \hat{C}_1 > \hat{A}_1 \\ AD > DC \Rightarrow \hat{C}_2 > \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 > \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{C} > \hat{A}$$

به همین ترتیب با رسم قطر BD ثابت می‌شود: $\hat{D} > \hat{B}$.

با توجه به این که مجموع زوایای داخلی 360° است، از این دو موضوع ثابت

می‌شود که $\hat{D} + \hat{C} > 180^\circ$ است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

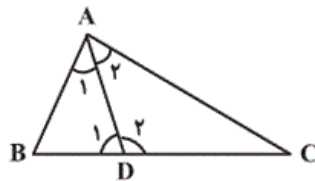
۳

۲

۱

-۹۷

(امیر غلامی)



در مثلث ABC داریم: $\hat{B} > \hat{C}$ ، بنابراین $AC > AB$ است.

در مثلث ADC:

$$\hat{D}_2 = \hat{A}_1 + \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AD$$

در مثلث ABD:

$$\hat{D}_1 = \hat{A}_2 + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{C} > \hat{A}_1 \Rightarrow AB > BD$$

اما گزینه «۴» لزوماً برقرار نیست.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

الف) درست است و نسبت تشابه برابر ۱ است.

ب) مثال نقض: $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

پ) مثال نقض: مثلث قائم الزاویه با دو ضلع قائمه ۱۰ و ۴ و مثلث قائم الزاویه

دیگری با دو ضلع قائمه ۸ و ۵

ت) مثال نقض: مستطیل اول با طول ۳ و عرض ۲ و مستطیل دوم با طول ۵ و

عرض ۱

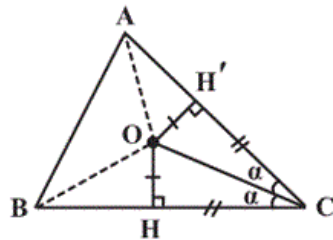
(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱



با توجه به این که فاصله هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه یکسان است، می توان گفت $OH = OH'$ و بنابراین به حالت وتر و یک

ضلع مثلث های $\triangle OCH$ و $\triangle OCH'$ هم نهشتند و داریم:

$$CH = CH' \quad (1)$$

با توجه به فرض مسئله $OA = OB$ ، پس می توان گفت مثلث های $\triangle BOH$ و

$$AH' = BH \quad (2) \quad \triangle AOH' \text{ هم نهشت بوده و بنابراین:}$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} CH' = CH \\ AH' = BH \end{cases} \Rightarrow CH' + AH' = BH + CH$$

$\Rightarrow AC = BC \Rightarrow$ مثلث متساوی الساقین است.

(هندسه ۱ - صفحه های ۱۰ تا ۲۰)

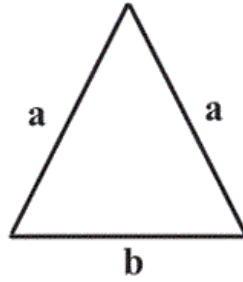
۴

۳

۲ ✓

۱

نابرابری مثلثی را برای اضلاع این مثلث می‌نویسیم:



$$\begin{cases} a + a > b \Rightarrow 2a > b & (*) \\ a + b > a \Rightarrow b > 0 & (1) \end{cases}$$

از طرفی:

$$2a + b = 40 \Rightarrow 2a = 40 - b \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} 40 - b > b \Rightarrow b < 20 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 0 < b < 20$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

-۶۱

سمت چپ، مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n است، این مجموع

برابر $\frac{n(n+1)}{2}$ است، بنابراین:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{8}{15}n^2 \xrightarrow{n \neq 0} n+1 = \frac{16}{15}n \Rightarrow \frac{1}{15}n = 1 \Rightarrow n = 15$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض می‌کنیم: $B = 1 + x + x^2 + \dots + x^8$ ، بنابراین B مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول (۱) و قدر نسبت x می‌باشد و

برابر $B = \frac{(1-x^9)}{1-x}$ است. همچنین اگر $C = 1 - x + x^2 - \dots + x^8$ را

فرض کنیم، C مجموع ۹ جمله اول دنباله هندسی با جمله اول (۱) و قدر

نسبت $(-x)$ و برابر $C = \frac{1(1-(-x)^9)}{1+(-x)} = \frac{1+x^9}{1+x}$ است.

$$\Rightarrow A = B \times C = \left(\frac{1-x^9}{1-x} \right) \left(\frac{1+x^9}{1+x} \right) = \frac{1-x^{18}}{1-x^2}$$

$$\xrightarrow{x=\sqrt{2}} A = 511$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

□۴

□۳

□۲✓

□۱

اگر بین دو عدد a و b و n واسطه هندسی قرار دهیم، قدر نسبت دنباله هندسی حاصل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q^{n+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow q^7 = \frac{16\sqrt{2}}{2} \Rightarrow q = \sqrt[7]{\frac{16\sqrt{2}}{2}} = \sqrt[7]{8\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow q = (8\sqrt{2})^{\frac{1}{7}} = (2^3\sqrt{2})^{\frac{1}{7}} = (2^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{7}} = \sqrt{2}$$

حال می‌توانیم S_8 را بیابیم:

$$\Rightarrow S_8 = \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{2(1-(\sqrt{2})^8)}{1-\sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{2}-1}$$

صورت و مخرج را در $\sqrt{2}+1$ ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow S_8 = \frac{30(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 30(\sqrt{2}+1)$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(کتاب آبی)

جملات این الگو به صورت ... , ۸ , ۴ , ۲ است، پس در واقع یک دنباله هندسی با جمله اول $a = ۲$ و قدر نسبت $q = ۲$ داریم، در نتیجه:

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_7 = \frac{2(1-2^7)}{1-2} = ۲۵۴$$

(مسئله ۱- صفحه های ۳ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

می‌دانیم ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس:

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 4x \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + 1 = 4\alpha \\ \beta^2 + 1 = 4\beta \end{cases}$$

در عبارت خواسته شده خواهیم داشت:

$$\frac{3\alpha}{\alpha^2 + 1} + \frac{4\beta}{\beta^2 + 1} = \frac{3\alpha}{4\alpha} + \frac{4\beta}{4\beta} = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

(مسئله ۱- صفحه های ۷ تا ۹)

۴

۳ ✓

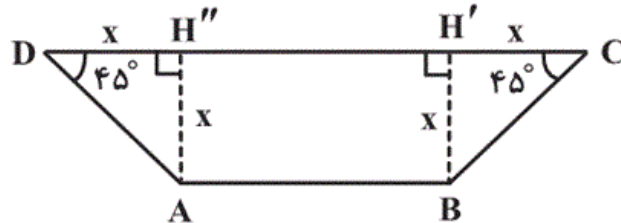
۲

۱

می‌دانیم مساحت ذوزنقه برابر است با:

$$\text{مجموع دو قاعده} \times \text{ارتفاع} \div 2$$

ذوزنقه متساوی‌الساقین است، پس:



$$S = x \left(\frac{48 + (48 - 2x)}{2} \right) = x(48 - x)$$

بنابراین:

$$-x^2 + 48x = 320 \Rightarrow x^2 - 48x + 320 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 40)(x - 8) = 0 \Rightarrow x = 40, x = 8$$

از آنجایی که $48 - 2x > 0$ ، پس:

$$\xrightarrow{x < 24} x = 8$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای آنکه نمودار تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ از هر چهار

ناحیه دستگاه مختصات عبور کند باید $ac < 0$ باشد، پس:

$$(a - 3)(a - 4) < 0 \Rightarrow 3 < a < 4$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

این کارگر اگر x قطعه اضافه بر ۸۰ قطعه تحویل دهد یعنی $(۸۰+x)$ ،
در این حالت، $۵x$ تومان از دستمزد هر قطعه وی کسر می‌گردد
یعنی $(۴۵۰-۵x)$. بنابراین میزان دستمزد کلی وی با x قطعه اضافه،
برابر است با:

قیمت هر قطعه \times تعداد قطعه = دستمزد کلی

$$A = (۸۰+x)(۴۵۰-۵x) \quad ; \quad x \geq ۰$$

$$A = ۳۶۰۰۰ - ۴۰۰x + ۴۵۰x - ۵x^2$$

$$A = -۵x^2 + ۵۰x + ۳۶۰۰۰$$

$$A_{\max} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(-۵)(۳۶۰۰۰) - ۵۰^2}{4(-۵)}$$

$$= \frac{-۷۲۰۰۰۰ - ۲۵۰۰}{-۲۰} = \frac{-۷۲۲۵۰۰}{-۲۰} = ۳۶۱۲۵$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{array}{r}
2x^3 - x^2 - 5x - 2 \quad | \quad x - 2 \\
-(2x^3 - 4x^2) \quad \quad 2x^2 + 3x + 1 \\
\hline
3x^2 - 5x - 2 \\
-(3x^2 - 6x) \\
\hline
x - 2 \\
-(x - 2) \\
\hline
0
\end{array}$$

بنابراین:

$$2x^3 - x^2 - 5x - 2 = (x - 2)(2x^2 + 3x + 1) = 0$$

مجموع دو ریشه دیگر از معادله $2x^2 + 3x + 1 = 0$ به دست می‌آید که

$$\text{برابر } x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{2} \text{ است.}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

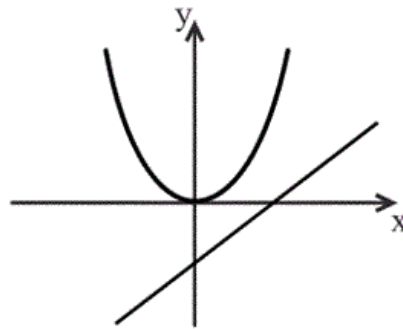
۳

۲

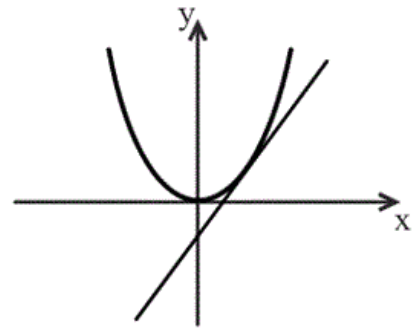
۱

در هر چهار حالت، نمودارها را رسم می‌کنیم.

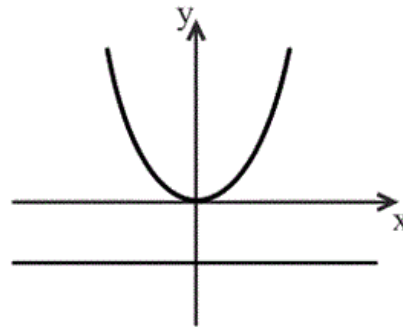
(۱) $a = ۱: y = x - ۱$



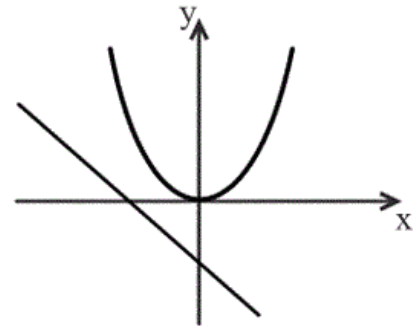
(۲) $a = ۲: y = ۲x - ۱$



(۳) $a = ۰: y = -۱$



(۴) $a = -۱: y = -x - ۱$



بنابراین وقتی $a = ۲$ باشد معادله ریشه دارد.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سید عادل حسینی)

-۷۱

$$(a, ۳] \cap [-۳, b) = (-۱, ۱) \Rightarrow a = -۱, b = ۱$$

$$\Rightarrow [-(a-b)^2, (۲a+b)^2] = [-۴, ۱]$$

این بازه شامل $۱ - (-۴) + ۱ = ۶$ عدد صحیح است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۳ تا ۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

الف) غلط است.

ب) مجموعه‌های زیر، مجموعه‌هایی نامتناهی هستند که دارای اشتراک متناهی می‌باشند.

$$A = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{0, 1, 2\}$$

$$B = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

ج) غلط است. نامتناهی است.

د) نادرست است. به عنوان مثال مجموعه $B = \{1, 2, 3\}$ یک زیرمجموعه از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ است که A نامتناهی می‌باشد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۵ تا ۷)

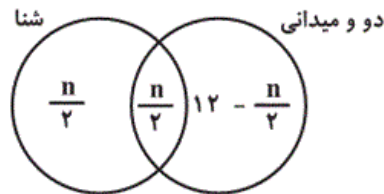
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عزیزالله علی‌اصغری)



$$12 - \frac{n}{2} + \frac{n}{2} = 12$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شورابی)

تعداد کل مربع‌ها در مرحله n برابر با $(n+2)^2 + 2$ است. تعداد مربع‌های رنگی هم $n+2+2$ یعنی $n+4$ است. پس تعداد مربع‌های سفید برابر است با:

$$(n+2)^2 + 2 - (n+4) = n^2 + 3n + 2$$

$$20^2 + 3(20) + 2 = 462 \quad \text{با جای گذاری } n = 20, \text{ داریم:}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

جمله عمومی دنباله:

$$a_n = a + (n-1)d = 16 + (n-1)16 \Rightarrow a_n = 16n$$

برای یافتن تعداد جملات بین ۲۰۰ تا ۲۰۰۰ باید تمام a_n هایی را پیدا کنیم که در رابطه زیر صدق می کنند:

$$200 < a_n < 2000 \Rightarrow 200 < 16n < 2000$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(رسول مهسنی منش)

جملات دنباله حسابی: $a_1, a_3 = a_1 + 2d, a_5 = a_1 + 4d$

سه جمله متوالی
دنباله هندسی $(a_1 + 2d)^2 = a_1(a_1 + 4d) \Rightarrow 4d^2 = 4a_1d \Rightarrow d = a_1$

$$a_5 = a_1 + 4d = 5a_1, \quad a_3 = a_1 + 2d = 3a_1$$

$$\Rightarrow \frac{a_5}{a_3} = \frac{5}{3}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی بهرمندپور)

$$\sin \hat{B} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{AH}{2\sqrt{2}} \Rightarrow AH = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$$

$$\tan \hat{C} = \frac{AH}{HC} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{\tan 30^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه های ۳۱ تا ۳۵)

۴

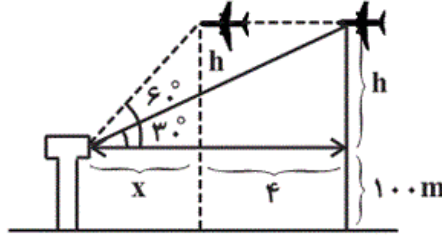
۳

۲ ✓

۱

هواپیما با سرعت $400 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ طی ۳۶ ثانیه مسافت زیر را طی می کند:

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \frac{d}{t} \\ t = 36 \text{ s} = \frac{36}{60} \text{ min} = \frac{36}{60 \times 60} \text{ h} \end{array} \right. \Rightarrow d = 400 \times \frac{36}{3600} = 4 \text{ km}$$



$$\tan 3^\circ = \frac{h}{x+4} \quad (1)$$

$$\tan 6^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}x$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}x}{x+4} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

$$\text{ارتفاع از سطح زمین} = h' + h = 2\sqrt{3} + \frac{100}{1000} = 2\sqrt{3} + \frac{1}{10} = \frac{20\sqrt{3} + 1}{10} \text{ km}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

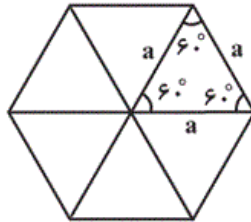
۴

۳

۲ ✓

۱

(علی شعرابی)



مطابق شکل، هر شش ضلعی منتظم، قابل تبدیل به ۶ مثلث متساوی الاضلاع است. مساحت یکی از این مثلث‌ها را حساب می‌کنیم:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

مساحت کل برابر است با:

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

پس:

$$P = 6a = 6(2\sqrt{2}) = 12\sqrt{2}$$

محیط برابر است با:

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی بهرمن‌پور)

مساحت مثلث ABC:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin \hat{A} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ$$

$$S_{\Delta ABC'} = \frac{1}{2} AB \times AC' \times \sin 2\hat{A}$$

$$8 = \frac{1}{2} \times 8 \times AC' \times \sin 60^\circ \Rightarrow AC' = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{AC'}{AC} = \frac{4\frac{\sqrt{3}}{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مراحل برهان غیرمستقیم یا برهان خلف (صفحه ۲۴ کتاب درسی)

(هندسه ۱- صفحه ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

$OA = OB = R \Rightarrow AB$ روی عمودمنصف O

$O'A = O'B = R' \Rightarrow AB$ روی عمودمنصف O'

بنابراین نتیجه می‌شود که OO' روی عمودمنصف AB می‌باشد.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴

۳

۲✓

۱

اگر در یک قضیه، جای «فرض» و «حکم» را عوض کنیم به آنچه حاصل

می‌شود عکس قضیه گفته می‌شود. بنابراین عکس قضیه، عبارت گزینه «۲»

می‌باشد.

(هندسه ۱- صفحه ۲۲)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به تعاریف نقیض گزاره، گزینه «۲» صحیح است.

(هندسه ۱- صفحه ۲۳)

۴

۳

۲✓

۱

چون M روی نیمساز زاویه C واقع شده است، $MH' = MH = 2$ می‌باشد
 و بنابر فرض مسئله $BM = 4$ است. بنابراین با استفاده از قضیه فیثاغورس
 می‌توان نتیجه گرفت $BH = 2\sqrt{3}$ و $BC = 4\sqrt{3}$ است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۱ تا ۲۰)

۴

۳

۲

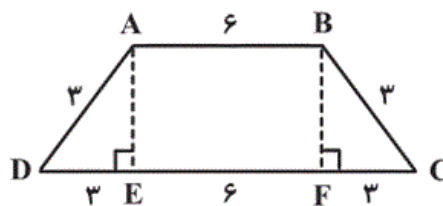
۱

-۱۱۶

(رضا عباسی اصل)

فرض کنیم چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه مفروض باشد، از A و B بر DC

عمود می‌کنیم. در این صورت در مثلث‌های قائم‌الزاویه $\triangle ADE$ و $\triangle BFC$ ، طول
 وتر با یکی از اضلاع قائمه برابر می‌شود و این غیرممکن است.



(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

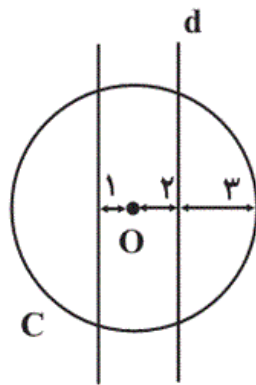
۴

۳

۲

۱

خط d و دایره C را رسم می‌کنیم.



شکل (۱)

نقطاتی که از خط d به فاصله x هستند، دو خط به موازات خط d ، در دو

طرف آن و به فاصله x از آن می‌باشند. اگر $x = 3$ ، آن‌گاه مسئله سه جواب

دارد (شکل ۱) و اگر $3 < x < 7$ ، مسئله دارای دو جواب می‌باشد.

همچنین در حالت $x = 7$ ، مسئله یک جواب دارد (شکل ۲) و اگر $x > 7$ ،

مسئله فاقد جواب می‌باشد. بنابراین برای این که دو یا سه جواب داشته

باشیم، باید $3 \leq x < 7$ باشد.

۴

۳ ✓

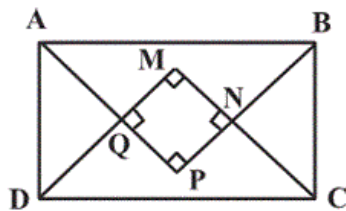
۲

۱

هر نقطه‌ای که روی محل تلاقی نیمسازهای دو زاویه مجاور مستطیل باشد، از سه ضلع آن به یک فاصله است. مثلاً اگر M محل تلاقی نیمسازهای زوایای C و D در مستطیل $ABCD$ باشد، آن گاه داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} M \text{ از } BC \text{ و } CD \text{ به یک فاصله است} \Rightarrow M \text{ روی نیمساز زاویه } C \text{ است.} \\ M \text{ از } AD \text{ و } CD \text{ به یک فاصله است} \Rightarrow M \text{ روی نیمساز زاویه } D \text{ است.} \end{array} \right.$$

در نتیجه نقطه M از اضلاع BC ، CD و AD به یک فاصله می‌باشد. مطابق شکل، نقاط M ، N ، P و Q که محل تلاقی نیمسازهای داخلی زوایای مجاور مستطیل هستند، هر کدام از سه ضلع مستطیل $ABCD$ ، فاصله‌ای یکسان دارند. واضح است که نقطه‌ای وجود ندارد که از هر چهار ضلع این مستطیل، فاصله‌ای برابر داشته باشد.

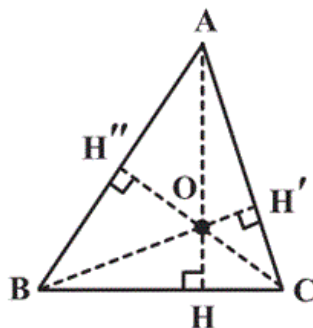


(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۸ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


(هندسه ۱- صفحه ۱۹)

 ۴

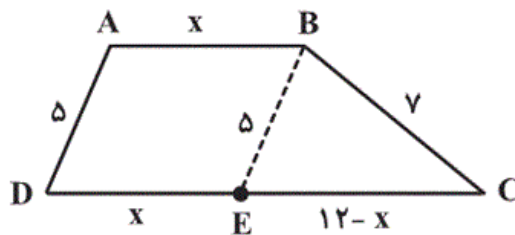
 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل زیر، از رأس B خطی به موازات ساق AD رسم می‌کنیم تا قاعدهٔ بزرگ را در نقطهٔ E قطع کند. چهارضلعی ABED متوازی‌الاضلاع می‌باشد، بنابراین:

$$\begin{cases} AD = BE = 5 \\ AB = DE = x \end{cases}$$



حال قضیهٔ نامساوی مثلث را در $\triangle BCE$ می‌نویسیم:

$$\triangle BCE : |BC - BE| < CE < BE + BC$$

$$\Rightarrow 7 - 5 < 12 - x < 7 + 5 \Rightarrow 2 < 12 - x < 12$$

$$\xrightarrow{(-12)} 2 - 12 < -x < 12 - 12 \Rightarrow -10 < -x < 0$$

$$\Rightarrow 0 < x < 10$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ و ۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

ابتدا مجموعه جواب هر یک از نامعادله‌ها را تعیین کرده و روی محور رسم می‌کنیم.

$$\begin{cases} 5x < 7 \rightarrow x < \frac{7}{5} & (1) \\ 5 - 3x \leq 7 \Rightarrow 3x \geq -2 \Rightarrow x \geq \frac{-2}{3} & (2) \end{cases}$$

بنابراین:

$$(1) \text{ مجموعه جواب } = \left(-\infty, \frac{7}{5}\right)$$

$$(2) \text{ مجموعه جواب } = \left[\frac{-2}{3}, +\infty\right)$$

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

می‌دانیم A و A' ، دو مجموعه جدا از هم هستند و $A \cup A' = U$ پس:

$$n(A \cup A') = n(A) + n(A') = n(U) \Rightarrow n(U) = 14 + 10 = 24$$

از طرفی B و B' دو مجموعه جدا از هم هستند و $B \cup B' = U$ پس:

$$n(B \cup B') = n(B) + n(B') = n(U)$$

$$\Rightarrow n(U) = n(B) + 8 = 24 \Rightarrow n(B) = 16$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱✓

وقتی A و B دو مجموعه جدا از هم هستند، $A \cap B = \emptyset$

با توجه به نمودار ون داریم:

گزینه (۱): درست است.

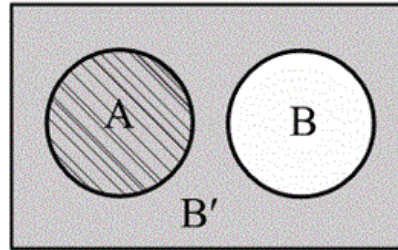
$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \subset B'$$

گزینه (۲): $A \cap B' = A$

گزینه (۳): $A \cup B' = B'$

پس گزینه (۳) درست نیست.

گزینه (۴): $A \cap B = \emptyset$



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$a_1 = 1$$

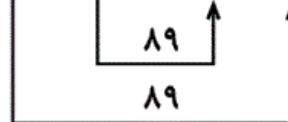
$$a_2 = 5 = 2 + 3$$

$$a_3 = 12 = 3 + 4 + 5$$

$$a_4 = 22 = 4 + 5 + 6 + 7$$

طبق روندی که برای هر جمله دیده می‌شود، هر جمله برابر با مجموع اعداد طبیعی شروع از شماره جمله و ختم به دو برابر شماره جمله منهای یک است، پس:

$$a_{30} = 30 + 31 + \dots + 58 + 59$$



مجموع هر جفت از اعداد، ۸۹ است و تعداد این جفت از اعداد ۱۵ تا است، لذا:

$$a_{30} = 15 \times 89 = 15(90 - 1) = 1350 - 15 = 1335$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

می‌دانیم جمله n ام از رابطه $t_n = t_1 + (n-1)d$ بدست می‌آید، پس:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 15 \\ t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9 = 30 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) = 15 \\ (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) + (t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) \\ + (t_1 + 8d) = 30 \end{cases}$$

پس:

$$\begin{cases} -5 \times \{ 4t_1 + 6d = 15 \\ 4 \times \{ 5t_1 + 30d = 30 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 90d = 45 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

با توجه به $4t_1 + 6d = 15$ ، به ازای $d = \frac{1}{2}$ ، $t_1 = 3$ به دست می‌آید
لذا، جمله یازدهم برابر است با:

$$t_{11} = t_1 + 10d \Rightarrow t_{11} = 3 + 10\left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 = 20 &\Rightarrow \underbrace{t_1 + t_1 r}_{\text{فاکتور از } t_1} = 20 \\ t_3 + t_4 = 45 &\Rightarrow \underbrace{t_1 r^2 + t_1 r^3}_{\text{فاکتور از } t_1 r^2} = 45 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} t_1(1+r) = 20 \\ t_1 r^2(1+r) = 45 \end{cases}$$

عبارت بالا را بر پایین تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{t_1(1+r)}{t_1 r^2(1+r)} = \frac{20}{45} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow 4r^2 = 9 \Rightarrow r^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow r = \pm \frac{3}{2}$$

چون جملات مثبت‌اند، پس $r = \frac{3}{2}$:

$$t_1(1+r) = 20 \Rightarrow t_1 \left(1 + \frac{3}{2}\right) = 20 \Rightarrow \frac{5}{2} t_1 = 20 \Rightarrow t_1 = \frac{2 \times 20}{5} = 8$$

قدر نسبت از یک بزرگ‌تر است، پس بزرگ‌ترین جمله، جمله چهارم است.

$$t_4 = t_1 r^3 = 8 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 8 \times \frac{27}{8} = 27$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$P = t_1 \times t_2 \times \dots \times t_{14} \times t_{15}$$

$$t_1 t_{15} = t_1 \times t_1 r^{14} = t_1^2 r^{14} = (t_1 r^7)^2 = (t_8)^2$$

$$t_2 t_{14} = t_1 r \times t_1 r^{13} = t_1^2 r^{14} = (t_1 r^7)^2 = (t_8)^2$$

$$t_1 t_{15} = t_2 t_{14} = t_3 t_{13} = \dots = (t_8)^2$$

بنابراین:

$$P = (t_8)^{15} = 3^{15}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

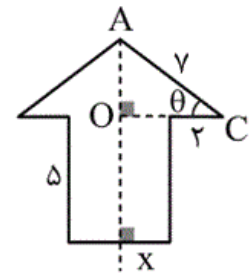
۳

۲ ✓

۱

$$2x = 31 - (2 \times 2 + 5 \times 2 + 7 \times 2)$$

$$\Rightarrow x = 1/5 \text{ سانتی‌متر}$$



بنابراین در مثلث قائم‌الزاویه OAC داریم:

$$\cos \theta = \frac{OC}{AC} = \frac{2 + 1/5}{7} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

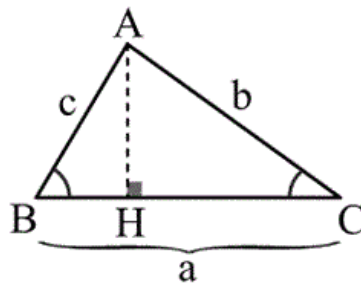
۴

۳

۲

۱ ✓

در شکل زیر با رسم ارتفاع وارد بر ضلع BC خواهیم داشت:



$$BC = BH + HC$$

$$\Rightarrow a = BH + HC$$

از طرفی در مثلث‌های قائم‌الزاویه ABH و AHC داریم:

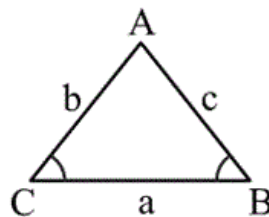
$$\Delta ABH : \cos \hat{B} = \frac{BH}{c} \Rightarrow BH = c \cos \hat{B}$$

$$\Delta AHC : \cos \hat{C} = \frac{HC}{b} \Rightarrow HC = b \cos \hat{C}$$

$$a = c \cos \hat{B} + b \cos \hat{C}$$

در نتیجه:

نکته: در یک مثلث به اضلاع a, b و c داریم:



$$(۱) a = b \cos \hat{C} + c \cos \hat{B}$$

$$(۲) b = a \cos \hat{C} + c \cos \hat{A}$$

$$(۳) c = a \cos \hat{B} + b \cos \hat{A}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} S(\Delta ABC) = \frac{1}{2} AC \times AB \times \sin \hat{A} \\ S(\Delta ABC) = \frac{1}{2} AH \times BC \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} AH \times BC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} \times AC \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} AH \times 3 \Rightarrow AH = \frac{1}{8} AC$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱
