



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۱، چند اتحاد جبری و کاربردها

۴۱- اگر عبارت  $3x^2 + 2kx + 6$  به صورت توان دوم مجموع دو جمله باشد، مقدار  $k^2$  کدام است؟

- (۱) ۲۵      (۲) ۱۲      (۳) ۱۸      (۴) ۳۶

۴۲- در اتحاد  $(x-k)(x+3k) = x^2 - 8x + b$  حاصل  $k+b$  کدام است؟

- (۱) ۴۴      (۲) -۴۴      (۳) -۵۲      (۴) ۵۲

۴۳- حاصل  $31^3 + 29^3$  با استفاده از اتحادها کدام است؟

- (۱) ۵۴۰۰۰      (۲) ۵۴۱۸۰      (۳) ۵۳۸۲۰      (۴) ۵۹۵۸۲

۴۴- ضریب  $x^2$  در ساده شده عبارت  $(\frac{1}{x} - 2x)^4$  کدام است؟

- (۱) -۸      (۲) ۲۴      (۳) -۳۲      (۴) ۱۶

۴۵- در تجزیه عبارت  $x^7 - 64x$  کدام عامل نمی‌تواند وجود داشته باشد؟

(۱)  $x^2 - 2x + 4$       (۲)  $x^2 - 4x + 16$

(۳)  $x^4 + 4x^2 + 16$       (۴)  $x^2 + 2x + 4$

ریاضی و آمار ۱، عبارت های گویا

۴۶- عبارت گویای  $A = \frac{3x+2}{x^2+ax+b}$  فقط به‌ازای  $x = -2$  تعریف نشده است، در این

صورت  $a + b$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) ۴

۴۷- ساده شده عبارت تعریف شده  $\frac{x^4 - 8x}{2x^2 - 8x + 8} \times \frac{2x - 4}{x^2 + 2x + 4}$  کدام است؟

- (۱)  $x$  (۲)  $x + 2$   
(۳)  $x + 4$  (۴)  $x - 2$

۴۸- حاصل عبارت تعریف شده  $\frac{x^2 + 3}{x^2 - x} + \frac{3}{x} - \frac{4}{x - 1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{x}{x - 1}$  (۲)  $x$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{x - 1}{x}$

۴۹- ساده شده عبارت تعریف شده  $(x + 1 + \frac{x - 5}{x - 1}) \times \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x + 3}$  کدام است؟

- (۱)  $x - 2$  (۲)  $x + 2$  (۳)  $x + 4$  (۴)  $x - 4$

۵۰- حاصل عبارت  $\frac{2x+2}{x^2-2x+1} - \frac{x+3}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{x^2 - 1}$  (۲)  $\frac{4}{(x - 1)^2}$  (۳)  $\frac{4}{x - 1}$  (۴)  $\frac{4}{x + 1}$

۵۱- چه تعداد از موارد زیر گزاره نیست؟

(الف)  $2^{-2^0}$  عدد کوچکی است.

(ب) الان هوای تهران گرمتر از اصفهان است.

(پ) امسال بارندگی زیاد است.

(ت) آرزو می‌کنم که در امتحان امروز نتیجه خوبی بگیری.

(ث)  $-6 > -2$

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

۵۲- ارزش کدام گزاره نادرست است؟

(۱) ساده شده عبارت  $(2x - y)^4$  دارای ۵ جمله است.

(۲) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۳) معادله  $x^2 + 16 = 0$  ریشه حقیقی ندارد.

(۴) مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.

۵۳- نقیض کدامیک از گزاره‌های زیر درست بیان شده است؟

(۱) مثلث  $ABC$  متساوی‌الاضلاع است. ← نقیض مثلث  $ABC$  مختلف‌الاضلاع است.

(۲) پایتخت ایران، شیراز است. ← نقیض تهران پایتخت ایران است.

(۳)  $x > -2$  ← نقیض  $x < -2$

(۴)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است. ← نقیض  $\sqrt{2}$  عددی گویا است.

۵۴- اگر به جدول ارزش گزاره‌های تعدادی گزاره، ۲ گزاره دیگر اضافه کنیم چه تغییری در جدول ایجاد می‌شود؟

- (۱) ۲ ردیف به آن اضافه می‌شود.  
(۲) ۴ ردیف به آن اضافه می‌شود.  
(۳) تعداد ردیف‌هایش ۲ برابر می‌شود.  
(۴) تعداد ردیف‌هایش ۴ برابر می‌شود.

۵۵- کدام گزاره را در جای خالی قرار دهیم تا ارزش کل گزاره حاصل، نادرست شود؟  
«عدد ۲۰۰ مضرب ۱۰ است و ...»

- (۱) نمودار خط  $x = 3$  به صورت خطی موازی محور عرض‌ها است.  
(۲) واریانس داده‌های ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰ برابر صفر است.  
(۳) عبارت  $(x^2 - x - 2)$  بر  $(x + 2)$  بخش پذیر است.  
(۴) نمودار میله‌ای، فقط می‌تواند مقادیر مربوط به یک متغیر را نشان دهد.

۵۶- اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱)  $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r)$   
(۲)  $(q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge r)$   
(۳)  $\sim (p \wedge \sim q)$   
(۴)  $(p \vee \sim r) \wedge (r \wedge \sim r)$

۵۷- اگر  $p \vee \sim q$  دارای ارزش نادرست باشد و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام

گزاره همواره درست است؟

$$(p \wedge \sim r) \vee q \quad (۲)$$

$$p \vee (p \wedge q) \quad (۱)$$

$$(q \wedge r) \vee (\sim p \wedge r) \quad (۴)$$

$$\sim (\sim p \wedge q) \vee r \quad (۳)$$

۵۸- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) ۲ عددی زوج یا گنگ است و ۷ عددی صحیح است.

(۲) افلاطون شاگرد ارسطو است یا ایران یکی از کشورهای خاورمیانه است.

(۳) تمام سوره‌های قرآن مکی یا مدنی می‌باشند و همه آنها با بسم‌الله شروع می‌شوند.

(۴) مربع نوعی لوزی یا مستطیل است.

۵۹- با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها، ستون مربوط به ارزش گزاره مرکب  $\sim [\sim p \vee (p \wedge q)]$  کدام است؟

p	q	$\sim [\sim p \vee (p \wedge q)]$
F	T	?
F	F	?
T	F	?

T
F
T

 (۲)

F
T
T

 (۱)

F
F
T

 (۴)

T
T
F

 (۳)

۶۰- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش کدام گزاره همواره نادرست است؟

$$(p \vee \sim q) \vee (\sim p \vee q) \quad (۲)$$

$$p \wedge \sim (p \vee q) \quad (۱)$$

$$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \quad (۴)$$

$$p \vee (\sim p \wedge q) \quad (۳)$$

ریاضی و آمار ۲ - گواه، گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۶۱- چند مورد از عبارتهای زیر گزاره است؟

الف) قیمت هر کیلوگرم سیب چند تومان است؟

ب) عدد ۵ زوج است.

پ) لطفاً کتاب های خود را مطالعه کنید!

ت) گilas از آلبالو خوشمزه تر است.

ث)  $7 - 2\sqrt{3}$  عددی مثبت است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۲- نقیض چند گزاره درست بیان نشده است؟

الف) گزاره: هر لوزی یک متوازی الاضلاع است. نقیض گزاره: وجود دارد لوزی ای که متوازی الاضلاع نیست.

ب) گزاره:  $(-2)^3$  عددی مثبت است. نقیض گزاره:  $(-2)^3$  عددی نامثبت است.

پ) گزاره: عدد  $a$  از عدد  $b$  بزرگتر است. نقیض گزاره: عدد  $b$  از عدد  $a$  بزرگتر است.

ت) گزاره:  $a$  عددی اول است. نقیض گزاره:  $a$  عددی مرکب است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۳- چند مورد از گزاره‌های ترکیبی زیر درست است؟

الف) ۲ عددی اول است و ۷ شمارنده ۴۲ است.

ب) ۱۳ شمارنده اول ندارد و ۵ عددی فرد است.

پ) ۲۵ یک شمارنده اول دارد و  $3^2 + 1$  عددی زوج است.

ت)  $\sqrt{49}$  عددی گویاست و ۲۴ سه شمارنده اول دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۴- ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی الزاماً دارای ارزش درست است که ...

(۱) حداکثر یکی از گزاره‌ها درست باشد.

(۲) دقیقاً همه گزاره‌ها درست باشند.

(۳) حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد.

(۴) حداقل یکی از گزاره‌ها نادرست باشد.

۶۵- اگر گزاره  $p$  درست، گزاره  $q$  نادرست و گزاره  $r$  نیز نادرست باشند، ارزش کدام گزاره با بقیه

متفاوت است؟

$$(\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim p \quad (۲)$$

$$(\sim q \wedge r) \wedge (q \wedge r) \quad (۱)$$

$$(\sim q \wedge p) \wedge (p \vee r) \quad (۴)$$

$$(p \wedge \sim q) \wedge r \quad (۳)$$

۶۶- ارزش کدامیک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ ( $p$ ،  $q$  و  $r$  گزاره‌های دلخواه هستند).

$$p \vee \sim q \quad (۴)$$

$$p \wedge \sim p \quad (۳)$$

$$p \vee \sim p \quad (۲)$$

$$(p \vee q) \wedge r \quad (۱)$$



۶۷- ترکیب فصلی کدام دو گزاره مرکب زیر دارای ارزش درست است؟

$$\text{الف) } (-5 \notin \mathbb{Z}) \wedge \left[ \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} > (-1)^2 \right]$$

ب) معادله  $x^2 - 16 = 0$  دو ریشه دارد یا ۲ بزرگتر از ۳ است.

پ) مقسوم علیه‌های طبیعی عدد ۱۵ عبارتند از ۱، ۳، ۵، ۱۵ و میانه داده‌ها همان چارک اول است.

$$\text{ت) } (\sqrt{49 - 25} = 7 - 5) \vee (\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N})$$

۴) ب و پ

۳) الف و ت

۲) پ و ت

۱) الف و پ

۶۸- اگر ارزش گزاره مرکب  $p \wedge (\sim q \vee r)$  درست باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره زیر همواره درست است؟

$$\text{۲) } \sim p \wedge q$$

$$\text{۱) } q \wedge \sim r$$

$$\text{۴) } p \vee (\sim q \wedge r)$$

$$\text{۳) } \sim p \wedge r$$

۶۹- اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  و  $r$  گزاره‌های دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره  $(p \wedge \sim q) \vee r$  کدام است؟

۲) همواره نادرست است.

۱) همواره درست است.

۴) یک حالت درست و سه حالت نادرست دارد.

۳) سه حالت درست و یک حالت نادرست دارد.

۷۰- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، کدام گزینه در مورد ستون نتیجه گزاره  $q \wedge \sim (p \vee q)$  در

جدول ارزش‌گذاری درست است؟

$p$	$q$	$q \wedge \sim (p \vee q)$
T	T	?
T	F	?
F	T	?
F	F	?

(۱)  
T  
T  
T  
T

(۲)  
T  
F  
T  
F

(۳)  
F  
F  
F  
F

(۴)  
F  
T  
F  
T

ریاضی و آمار-موازی - گواه ، چند اتحاد جبری و کاربردها -

۸۱- از مستطیلی به ابعاد  $x + 3$  و  $x + 5$  یک مستطیل دیگر به ابعاد  $x - 1$  و  $x + 4$  را حذف کرده‌ایم،

مساحت باقی‌مانده کدام است؟

$5x + 19$  (۴)

$4x + 19$  (۳)

$5x + 17$  (۲)

$4x + 17$  (۱)

۸۲- تفاضل مجموع اعداد سطرهای مثلث خیام که شامل عدد ۶ هستند، کدام است؟

۶۴ (۴)

۴۸ (۳)

۳۲ (۲)

۱۶ (۱)

۸۳- اگر  $x + 3y = 3$  باشد، حاصل عبارت  $x(x^2 + 27y^2 + 3) + 9y(x^2 + 3y^2 + 1)$  کدام است؟

۲۷ (۴)

۳۰ (۳)

۳۳ (۲)

۳۶ (۱)

۸۴- در تجزیه عبارت  $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$  کدام عامل وجود دارد؟

$x + 3$  (۴)

$x + 2$  (۳)

$x - 2$  (۲)

$x - 4$  (۱)

۸۵- در تجزیه عبارت  $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$  کدام عامل وجود ندارد؟

$x + 4$  (۴)

$x + 2$  (۳)

$x - 4$  (۲)

$x - 8$  (۱)

ریاضی و آمار-موازی - گواه ، عبارت های گویا -

۸۶- کدام یک از مقادیر زیر در محدوده تعریف عبارت  $y = \frac{2x-1}{(3x+2)(x-6)}$  قرار ندارد؟

$-\frac{2}{3}$  (۴)

-۶ (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۸۷- حاصل  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} \div \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 + 4x}$  کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{x}{2}$  (۳)

$\frac{2x+2}{x-1}$  (۲)

$\frac{x+2}{x-2}$  (۱)

۸۸- حاصل  $\frac{a^2 + 2a}{a^2 - 4} + \frac{4 - a}{2 - a}$  برابر کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۸۹- حاصل عبارت  $\frac{2x}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x + y} - \frac{1}{x - y}$  کدام است؟

$\frac{2}{x - y}$  (۴)

صفر (۳)

$\frac{4x}{x^2 - y^2}$  (۲)

$\frac{2}{x + y}$  (۱)

۹۰- حاصل عبارت  $\left(2x + 1 - \frac{3}{x}\right) \div \left(2 + \frac{1}{x + 1}\right)$  کدام است؟

$x - \frac{1}{x}$  (۴)

$x + \frac{1}{x}$  (۳)

$2 + \frac{1}{x}$  (۲)

$2 - \frac{2}{x}$  (۱)

ریاضی و آمار-سوالیات موازی، چند اتحاد جبری و کاربردها -

۷۱- تفاضل دو عدد  $\frac{1}{4}$  و مجموع مربعات آنها  $\frac{73}{400}$  است، حاصل ضرب این دو عدد کدام است؟

۰/۰۶ (۲)

۰/۰۴ (۱)

۰/۰۹ (۴)

۰/۰۸ (۳)

۷۲- با توجه به اتحاد زیر، به جای  $\square$ ،  $\Delta$  و  $\circ$  به ترتیب از راست به چپ چه علامت‌هایی می‌توان

قرار داد؟

$$(2x \square 3)(2x \Delta 4) = 4x^2 \circ 2x - 12$$

(۲) منفی - مثبت - منفی

(۱) مثبت - منفی - مثبت

(۴) مثبت - منفی - منفی

(۳) منفی - منفی - مثبت

۷۳- ساده شده عبارت  $A = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)$  با استفاده از اتحادها

کدام است؟

$$\frac{x^{32}-1}{x^2-1} \quad (۲)$$

$$x^{32}-1 \quad (۱)$$

$$\frac{x^{32}-1}{x-1} \quad (۴)$$

$$x^{32}+1 \quad (۳)$$

۷۴- الگوی زیر مانند الگوی مثلث خیام است. با توجه به الگوی مثلث خیام، مقدار  $Z$  کدام است؟

۴۵۵	۱۳۶۵	□	۵۰۰۵	□
-----	------	---	------	---

(۱) ۱۳۵۸۴

□	□	□	□
---	---	---	---

(۲) ۶۱۸۸

۶۱۸۸	Z	□
------	---	---

(۳) ۱۲۳۷۶

(۴) ۱۴۲۳۲

۷۵- حاصل عبارت  $(x^2 - 3y)(x^4 + 3x^2y + 9y^2) - x^6 + 28y^3$  به ازای  $x = -0/001$  و

$y = 0/1$  کدام است؟

۰/۰۱ (۲)

۰/۱ (۱)

۰/۰۰۰۱ (۴)

۰/۰۰۱ (۳)

۷۶- در تجزیه عبارت  $9x^4 + 12x^2 - 77$  کدام عامل وجود ندارد؟

$3x^2 + 11$  (۴)

$\sqrt{3}x - \sqrt{7}$  (۳)

$\sqrt{3}x + \sqrt{7}$  (۲)

$\sqrt{3}x + 11$  (۱)

ریاضی و آمار-سوال‌های موازی، عبارت‌های گویا -

۷۷- کدام عبارت گویای زیر، به ازای هر مقدار حقیقی برای  $x$  تعریف شده می‌باشد؟

$x^2 + \frac{1}{x^2}$  (۴)

$\frac{3x}{x^2 + 4}$  (۳)

$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1}$  (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{x^2 + 4x}$  (۱)

۷۸- ساده شده عبارت تعریف شده  $A = \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{(x^2 + x)(x^2 - 4)}$  کدام است؟

$$\frac{x-1}{x+2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{x+2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{x-2} \quad (4)$$

$$\frac{x+1}{x-2} \quad (3)$$

۷۹- ساده شده عبارت تعریف شده  $\frac{x^6 - a^6}{ax^4 + a^4x} - \frac{x^2}{a}$  کدام است؟

$$-\frac{x^2}{a} \quad (2)$$

$$\frac{a^2}{x} \quad (1)$$

$$\frac{x^2}{a} \quad (4)$$

$$-\frac{a^2}{x} \quad (3)$$

۸۰- حاصل عبارت  $A = \frac{3}{a-1} - \frac{a+1}{a^2+a+1} - \frac{2a^2+7}{a^3-1}$  کدام است؟

$$\frac{3(a+1)}{a^3-1} \quad (2)$$

$$\frac{3}{a-1} \quad (1)$$

$$\frac{3}{a^2+a+1} \quad (4)$$

$$\frac{a^2+3}{a^3-1} \quad (3)$$



-۴۱

(امیر زراندوز، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱)

می‌دانیم اتحاد مربع مجموع یا تفاضل دو جمله‌ای به شکل

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

می‌باشد، لذا خواهیم داشت:

$$3x^2 + 2kx + 6 = (\sqrt{3}x)^2 + 2kx + (\sqrt{6})^2$$

$$\Rightarrow 2kx = \pm 2 \times (\sqrt{3}x) \times \sqrt{6} \Rightarrow k = \pm \sqrt{18} \Rightarrow k^2 = 18$$

۴

۳

۲

۱

-۴۲

(مهدی بهیرایی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱)

با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک داریم:

$$(x - k)(x + 3k) = x^2 - \lambda x + b$$

$$\Rightarrow x^2 + (-k + 3k)x + (-k) \times (3k) = x^2 - \lambda x + b$$

$$\Rightarrow x^2 + 2kx - 3k^2 = x^2 - \lambda x + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k = -\lambda \Rightarrow k = -4 \\ -3k^2 = b \Rightarrow b = -3 \times (-4)^2 = -48 \end{cases}$$

$$k + b = -4 - 48 = -52$$

۴

۳

۲

۱

با استفاده از اتحاد زیر داریم:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(31)^3 = (30+1)^3 = (30)^3 + 3 \times (30)^2 \times (1) + 3 \times (30) \times (1)^2 + 1^3$$

$$(29)^3 = (30-1)^3 = (30)^3 - 3 \times (30)^2 \times (1) + 3 \times (30) \times (1)^2 - 1^3$$

طرفین دو رابطه بالا را با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$31^3 + 29^3 = 2 \times (30)^3 + 2 \times 3 \times (30) = 2 \times 27000 + 180$$

$$= 54000 + 180 = 54180$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا با استفاده از اعداد سطر پنجم مثلث خیام که ۱ ۴ ۶ ۴ ۱ می‌باشند، عبارت

$$\left(\frac{1}{x} - 2x\right)^4$$

را ساده می‌کنیم:

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$\left(\frac{1}{x} - 2x\right)^4 = \left(\frac{1}{x}\right)^4 + 4 \times \left(\frac{1}{x}\right)^3 \times (-2x) + 6 \times \left(\frac{1}{x}\right)^2 \times (-2x)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\times (-2x)^3 + (-2x)^4 = \frac{1}{x^4} - \frac{8}{x^2} + 24 - 24x^2 + 16x^4$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت را به دو صورت می‌توانیم تجزیه کنیم:

$$\begin{aligned}x^7 - 64x &= x(x^6 - 64) = x((x^3)^2 - 8^2) = x(x^3 - 8)(x^3 + 8) \\ &= x(x-2)(x^2 + 2x + 4)(x+2)(x^2 - 2x + 4)\end{aligned}$$

با دقت در عبارت بالا در می‌یابیم که عامل  $x^2 - 4x + 16$  در تجزیه عبارت وجود ندارد. روش دیگر تجزیه:

$$\begin{aligned}x^7 - 64x &= x(x^6 - 64) = x((x^2)^3 - 4^3) = x(x^2 - 4)((x^2)^2 + 4x^2 + 4^2) \\ &= x(x-2)(x+2)(x^2 + 4x^2 + 16)\end{aligned}$$

در این روش نیز عامل  $x^2 - 4x + 16$  وجود ندارد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریره هاشمی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۸ و ۱۹)

عبارت گویا به‌ازای ریشهٔ مخرج تعریف نشده است، چون مخرج عبارت گویا از درجهٔ دوم است و فقط به‌ازای  $x = -2$  تعریف نشده است. پس مخرج عبارت گویا به صورت

$(x+2)^2$  می‌باشد که با هم‌ارز قرار دادن مخرج با عبارت  $(x+2)^2$  داریم:

$$\begin{aligned}x^2 + ax + b &= (x+2)^2 \Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 + 4x + 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases} &\Rightarrow a + b = 4 + 4 = 8\end{aligned}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریره هاشمی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

$$\begin{aligned}\frac{x^4 - 8x}{2x^2 - 8x + 8} \times \frac{2x - 4}{x^2 + 2x + 4} &= \frac{x(x^3 - 8)}{2(x^2 - 4x + 4)} \times \frac{2(x-2)}{x^2 + 2x + 4} \\ &= \frac{x(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{2(x-2)^2} \times \frac{2(x-2)}{(x^2 + 2x + 4)} = x\end{aligned}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید زرین‌کفش، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۹ تا ۲۴)

ک. م. م. مخرج‌ها را حساب می‌کنیم که همان  $x(x-1)$  می‌باشد، حال عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{x^2+3}{x^2-x} + \frac{3}{x} - \frac{4}{x-1} = \frac{x^2+3}{x(x-1)} + \frac{3(x-1)}{x(x-1)} - \frac{4x}{x(x-1)}$$

$$= \frac{x^2+3+3x-3-4x}{x(x-1)} = \frac{x^2-x}{x(x-1)} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)} = 1$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید زرین‌کفش، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۹ تا ۲۴)

$$\left(x+1+\frac{x-5}{x-1}\right) \times \frac{x^2-1}{x^2+4x+3} = \left(\frac{(x+1)(x-1)}{x-1} + \frac{x-5}{x-1}\right) \left(\frac{x^2-1}{x^2+4x+3}\right)$$

$$= \frac{x^2+x-6}{x-1} \times \frac{x^2-1}{x^2+4x+3} = \frac{(x+3)(x-2)}{x-1} \times \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+3)} = x-2$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا مخرج مشترک عبارتهای را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \\ x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \Rightarrow \text{م.م.ک} = (x-1)^2(x+1) \\ x+1 \end{cases}$$

$$\frac{2x+2}{x^2-2x+1} - \frac{x+3}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)}{(x-1)^2} - \frac{x+3}{(x-1)(x+1)} - \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{2(x+1)(x+1) - (x+3)(x-1) - (x-1)^2}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$= \frac{2(x+1)^2 - (x+3)(x-1) - (x-1)^2}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$= \frac{2x^2 + 4x + 2 - (x^2 + 2x - 3) - (x^2 - 2x + 1)}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$= \frac{2x^2 + 4x + 2 - x^2 - 2x + 3 - x^2 + 2x - 1}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{4x + 4}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$= \frac{4(x+1)}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{4}{(x-1)^2}$$

۱       ۲       ۳       ۴

تک تک موارد را بررسی می‌کنیم:

(الف) گزاره نیست، زیرا ملاک خاصی برای تعیین کوچکی یک عدد وجود ندارد و نمی‌توان ارزش آن را تعیین کرد.

(ب) گزاره است؛ زیرا در یک لحظه مشخص، یا هوای تهران از اصفهان گرمتر هست یا نیست؛ بنابراین می‌توان ارزش آن را تعیین کرد.

(پ) گزاره نیست، زیرا زیاد بودن ملاک مشخصی ندارد و نمی‌توان ارزش آن را تعیین کرد.

(ت) گزاره نیست، زیرا جملات آرزویی، جمله خبری نیستند و نمی‌توان ارزش آنها را تعیین کرد.

(ث) گزاره است، زیرا دقیق می‌توان ارزش این گزاره را بدست آورد که در اینجا ارزش آن نادرست است.

۱       ۲       ۳       ۴

-۵۲

(امیر زراندوز، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

مجموع دو عدد گنگ، می‌تواند گویا هم باشد، مثلاً اگر این دو عدد گنگ را به شکل  $\sqrt{5} + 1$  و  $1 - \sqrt{5}$  فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} + 1) = 2 \Rightarrow \text{عدد } 2 \text{ گویا است.}$$

ارزش بقیه گزاره‌های داده شده، درست است. ضمناً توجه کنید که بسط  $(a \pm b)^n$  دارای  $(n + 1)$  جمله است.

۴

۳

۲✓

۱

-۵۳

(امید زرین‌کفش، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

برای بیان نقیض یک گزاره کافی است فعل آن را نفی کنیم. حال به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم و نقیض صحیح هر یک را می‌نویسیم:

(۱) مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. ← نقیض ← مثلث ABC متساوی‌الاضلاع نیست.

(۲) پایتخت ایران شیراز است. ← نقیض ← پایتخت ایران، شیراز نیست.

(۳)  $x > -2$  ← نقیض ←  $x \leq -2$

(۴)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است. ← نقیض ←  $\sqrt{2}$  عددی گنگ نیست یا  $\sqrt{2}$  عددی گویا است.

۴✓

۳

۲

۱

-۵۴

(امیر زراندوز، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

می‌دانیم اگر یک جدول ارزش گزاره‌ها دارای  $n$  گزاره ساده باشد، تعداد ردیف‌هایش برابر  $2^n$  است. حالا اگر ۲ گزاره دیگر هم اضافه شود، تعداد ردیف‌ها برابر  $2^{n+2}$  می‌شود، لذا داریم:

$$\text{نسبت ردیف‌ها} = \frac{2^{n+2}}{2^n} = 2^{n+2-n} = 2^2 = 4$$

۴✓

۳

۲

۱

(امیر زراندوز، صفحه‌ی ۴ و ۵)

گزاره «عدد ۲۰۰ مضرب ۱۰ است» ارزش درست دارد، پس باید در جای خالی، گزاره‌ای با ارزش نادرست قرار دهیم تا ارزش کل گزاره عطفی حاصل نادرست شود. فقط ارزش گزاره مربوط به گزینه «۳» نادرست است، زیرا:

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$$

پس عبارت  $x^2 - x - 2$  بر  $x - 2$  و  $x + 1$  بخش پذیر است.

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمرب بفرایی، صفحه‌ی ۲ تا ۶)

چون گزاره  $r$  گزاره‌ای دلخواه است، پس دو حالت درست و نادرست را برای آن در نظر می‌گیریم و جدول ارزش گزاره‌ها را برای هر یک از گزینه‌ها در نظر می‌گیریم:

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$p \wedge \sim q$	$p \wedge r$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r)$
T	F	T	F	T	F	T	T	<b>(T)</b>
T	F	F	F	T	T	T	F	<b>(T)</b>

(۱)

$q \wedge \sim r$	$\sim p \wedge r$	$(q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge r)$	$\sim(p \wedge \sim q)$	$(p \vee \sim r)$
F	F	<b>(F)</b>	<b>(F)</b>	T
F	F	<b>(F)</b>	<b>(F)</b>	T

(۲)

(۳)

$r \wedge \sim r$	$(p \vee \sim r) \wedge (r \wedge \sim r)$
F	<b>(F)</b>
F	<b>(F)</b>

(۴)

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش گزاره گزینه «۱» با دیگر گزینه‌ها متفاوت است.

۴

۳

۲

۱ ✓

(همید زرين کفش، صفحه‌های ۲ تا ۴)

ترکیب فصلی دو گزاره زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند، در این صورت داریم:

$$p \vee \sim q \Rightarrow \begin{cases} \text{نادرست: } p \\ \text{درست: } q \rightarrow \text{نادرست: } \sim q \end{cases}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱)  $p \vee (p \wedge q)$

ترکیب عطفی  $p$  و  $q$  نادرست است، لذا ترکیب فصلی  $(p \wedge q)$  و  $p$  نیز دارای ارزش نادرست است.

۲)  $(p \wedge \sim r) \vee q$

ترکیب عطفی  $p$  و  $\sim r$  نادرست است و ترکیب فصلی آن با  $q$  که گزاره‌ای درست است، دارای ارزش درست می‌باشد.

۳)  $\sim(\sim p \wedge q) \vee r$

ترکیب عطفی  $\sim p$  و  $q$  دارای ارزش درست و نقیض آن‌ها  $\sim(\sim p \wedge q)$  دارای ارزش نادرست است و ترکیب فصلی آن‌ها با  $r$  دارای ارزش مشخص نیست، زیرا ارزش  $r$  نامشخص است.

۴)  $(q \wedge r) \vee (\sim p \wedge r)$

ترکیب عطفی  $q$  و  $r$  دارای ارزش نامشخص است، زیرا  $r$  مشخص نیست و از طرفی ترکیب عطفی  $\sim p$  و  $r$  نیز نامشخص است، زیرا  $r$  نامعلوم است. پس ترکیب فصلی این دو گزاره نیز نامشخص است.

۴

۳

۲

۱



(معمد بهیرایی، صفحه‌ی ۳ تا ۶)

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم و ارزش هر یک از گزاره‌های ساده را تعیین می‌کنیم:

$$(1) \quad \underbrace{\underbrace{2 \text{ عددی زوج یا گنگ است}}_F \quad \underbrace{7 \text{ عددی صحیح است}}_T}_T$$

$$(2) \quad \underbrace{\underbrace{\text{افلاطون شاگرد ارسطو است}}_F \quad \underbrace{\text{یا ایران یکی از کشورهای خاورمیانه است}}_T}_T$$

$$(3) \quad \underbrace{\underbrace{\text{تمام سوره‌های قرآن مکی یا مدنی می‌باشند و همه آن‌ها با بسم‌الله شروع می‌شوند}}_F \quad \underbrace{\text{یا مکی یا مدنی می‌باشند}}_T}_F$$

$$(4) \quad \underbrace{\underbrace{\text{مربع نوعی لوزی}}_T \quad \underbrace{\text{یا مستطیل است}}_T}_T$$

پس تنها ارزش گزاره گزینۀ «۳» نادرست است.

تذکر: سوره توبه با بسم‌الله شروع نمی‌شود.

۴

۳ ✓

۲

۱

(فریره هاشمی، صفحه‌ی ۲ تا ۶)

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim p \vee (p \wedge q)$	$\sim [\sim p \vee (p \wedge q)]$
F	T	T	F	T	F
F	F	T	F	T	F
T	F	F	F	F	T

۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش گزارهٔ مرکب هر یک از گزینه‌ها را می‌یابیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \wedge \sim(p \vee q)$	$p \vee \sim q$	$\sim p \vee q$
T	T	F	F	T	F	F	T	T
T	F	F	T	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F	F	T
F	F	T	T	F	T	F	T	T

(۱)

$(p \vee \sim q) \vee (\sim p \vee q)$	$\sim p \wedge q$	$p \vee (\sim p \wedge q)$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
T	F	T	F	F
T	F	T	T	T
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F

(۲)

۴

(۳)

۳

(۴)

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲ تا ۴ کتاب درسی)

هر جملهٔ خبری که بتوانیم دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن نسبت دهیم، یک گزاره است. موارد (ب) و (ث) یک گزاره هستند.

«الف» جملهٔ پرسشی است. «پ» جملهٔ دستوری است. «ت» جمله‌ای است که با توجه به سلیقهٔ افراد ارزش آن تغییر می‌کند، پس هیچکدام گزاره نیستند.

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲ تا ۴ کتاب درسی)

در موارد (الف) و (ب) نقیض گزاره درست بیان شده است.

در مورد (پ) نقیض گزاره به صورت «عدد a از عدد b بزرگ‌تر نیست.» درست است.

در مورد (ت) نقیض گزاره به صورت «a عددی اول نیست.» درست است. چون اعداد طبیعی یا اول یا مرکب و یا نه اول و نه مرکب هستند (عدد یک نه اول و نه مرکب است).

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۴ و ۵ کتاب درسی)

ترکیبی عطفی  $p \wedge q$  زمانی درست است که p درست و q نیز درست باشد.

موارد (الف) و (پ) درست هستند.

در مورد (ب) ۱۳ شمارندهٔ اول عدد ۱۳ است.

در مورد (ت) ۲۴ دارای دو شمارندهٔ اول ۲ و ۳ است.

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۵ و ۶ کتاب درسی)

ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی دارای ارزش درست است که حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد.

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲ تا ۶ کتاب درسی)

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱)  $(\sim q \wedge r) \wedge (q \wedge r)$

چون  $q$  گزاره‌ای نادرست است، لذا ترکیب عطفی آن با هر گزاره دلخواه نیز نادرست است و  $q \wedge r$  نیز نادرست و ترکیب عطفی آن با هر گزاره مرکب دیگر نیز نادرست است.

۲)  $(\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim p$

چون  $p$  درست است، لذا  $\sim p$  نادرست و ترکیب عطفی آن با هر گزاره مرکب دیگر نیز نادرست است.

۳)  $(p \wedge \sim q) \wedge r$

چون  $r$  گزاره‌ای نادرست است، لذا ترکیب عطفی آن نیز با هر گزاره دلخواه نیز نادرست است.

۴)  $(\sim q \wedge p) \wedge (p \vee r)$

چون  $p$  درست و  $q$  نادرست، لذا  $(p \wedge \sim q)$  دارای ارزش درست و  $p \vee r$  نیز دارای ارزش درست است، پس ترکیب عطفی  $(p \vee r)$  و  $(p \wedge \sim q)$  نیز دارای ارزش درست می‌باشد.

۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲ تا ۶ کتاب درسی)

گزاره  $(p \vee \sim p)$  همواره درست است. گزاره  $(p \wedge \sim p)$  همواره نادرست است.

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲ تا ۶ کتاب درسی)

ترکیب فصلی دو گزاره زمانی دارای ارزش درست است که حداقل یکی از آن‌ها درست باشد. پس ابتدا ارزش هر یک از گزاره‌ها را در موارد «الف» تا «ت» به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{(-5 \notin Z)}_F \wedge \underbrace{\left| \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} > (-1)^2 \right|}_T \quad \text{الف}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_F$$

$$\underbrace{\text{معادله } x^2 - 16 = 0 \text{ دو ریشه دارد یا } 2 \text{ بزرگ‌تر از } 3 \text{ است.}}_T \quad \text{ب}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_T$$

(پ)

$$\underbrace{\left\{ \begin{array}{l} \text{مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد} \\ \text{۱۵ عبارتند از ۱، ۳، ۵، ۱۵} \end{array} \right\}}_T \text{ و } \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} \text{میانۀ داده‌ها همان چارک} \\ \text{اول است.} \end{array} \right\}}_F \quad \text{پ}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_F$$

$$\underbrace{(\sqrt{49 - 25} = 7 - 5)}_F \vee \underbrace{(Z \subseteq N)}_F \quad \text{ت}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_F$$

با توجه به گزینه‌ها ترکیب فصلی موارد «ب» و «پ» دارای ارزش درست می‌باشد.

۴ ✓

۳

۲

۱

## -۶۸- گزینه‌ی «۴»

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲ تا ۶ کتاب درسی)

ترکیب عطفی دو گزاره دارای ارزش درست است، لذا هر یک از گزاره‌ها دارای ارزش درست هستند، پس گزاره  $p$  دارای ارزش درست است، پس  $\sim p$  دارای ارزش نادرست است، لذا ترکیب عطفی  $\sim p$  با هر گزاره دیگر دارای ارزش نادرست است. لذا گزاره‌های گزینه‌های «۲» و «۳» دارای ارزش نادرست می‌باشند و چون  $p$  گزاره‌ای درست است، لذا ترکیب فصلی آن با هر گزاره دیگر دارای ارزش درست است لذا گزاره گزینه «۴» همواره دارای ارزش درست است.

ارزش گزاره گزینه «۱» هم نادرست است. زیرا  $\sim q \vee r$  درست است، پس نقیض آن که می‌شود  $\sim r \wedge q$  نادرست است.

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲ تا ۶ کتاب درسی)

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \vee r$
د	د	د	ن	ن	د
د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	د

با توجه به جدول بالا ارزش گزاره  $(p \wedge \sim q) \vee r$  در سه حالت دارای ارزش درست و در یک حالت دارای ارزش نادرست است. در نتیجه گزینه «۳» صحیح است.

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲ تا ۶ کتاب درسی)

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$q \wedge \sim (p \vee q)$
T	T	T	F	F
T	F	T	F	F
F	T	T	F	F
F	F	F	T	F

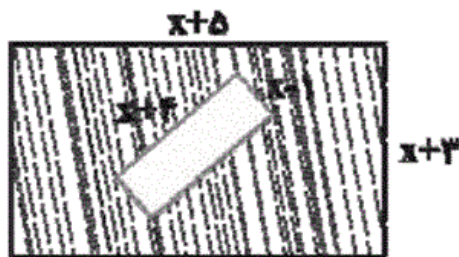
۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)



با توجه به شکل فرضی بالا و با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک داریم:

$$\text{مساحت قسمت هاشور خورده} = (x+5)(x+3) - (x+4)(x-1)$$

$$\text{مساحت قسمت هاشور خورده} = (x^2 + (\underbrace{5+3})x + 5 \times 3)$$

$$-(x^2 + (\underbrace{4-1})x + (4) \times (-1))$$

$$\text{مساحت قسمت هاشور خورده} = x^2 + 8x + 15 - (x^2 + 3x - 4)$$

$$= x^2 + 8x + 15 - x^2 - 3x + 4 = 5x + 19$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۲ و ۱۳ کتاب درسی)

با توجه به الگوی مثلث خیام در شکل زیر، تنها سطرهای پنجم و هفتم شامل عدد ۶ هستند، و تفاضل مجموع اعداد این سطرها برابر است با:

$$۶۴ = \text{مجموع اعداد سطر هفتم}$$

$$۱۶ = \text{مجموع اعداد سطر پنجم}$$

$$۴۸ = ۶۴ - ۱۶ = \text{حاصل مطلوب}$$

۱)				۱				
۲)			۱	۱				
۳)			۱	۲	۱			
۴)			۱	۳	۳	۱		
۵)		۱	۴	۶	۴	۱		
۶)		۱	۵	۱۰	۱۰	۵	۱	
۷)	۱	۶	۱۵	۲۰	۱۵	۶	۱	
۸)	۱	۷	۲۱	۳۵	۳۵	۲۱	۷	۱
		<input type="checkbox"/> ۴		<input checked="" type="checkbox"/> ۳		<input type="checkbox"/> ۲		<input type="checkbox"/> ۱

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

ابتدا عبارت را ساده تر می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 & x(x^2 + 27y^2 + 3) + 9y(x^2 + 3y^2 + 1) \\
 &= x^3 + 27xy^2 + 3x + 9yx^2 + 27y^3 + 9y \\
 &= x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3 + 3x + 9y \\
 &= x^3 + 3(x)^2 \times (3y) + 3 \times (x) \times (3y)^2 + (3y)^3 + 3(x + 3y) \\
 &= (x + 3y)^3 + 3(x + 3y) \xrightarrow{x+3y=3} 3^3 + 3 \times 3 = 27 + 9 = 36
 \end{aligned}$$

۴                       ۳                       ۲                       ۱

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)

با استفاده از فاکتورگیری و استفاده از اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای داریم:

$$\begin{aligned}
 x^4 - 3x^3 + 8x - 24 &= x^3(x-3) + 8(x-3) = (x-3)(x^3 + 8) \\
 &= (x-3)(x+2)(x^2 - 2x + 4)
 \end{aligned}$$

۴                       ۳                       ۲                       ۱

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)

ابتدا با استفاده از اتحاد مزدوج عبارت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{aligned}(x^2 - 6x - 4)^2 - 144 &= (x^2 - 6x - 4)^2 - (12)^2 \\ &= ((x^2 - 6x - 4) - 12)((x^2 - 6x - 4) + 12) \\ &= (x^2 - 6x - 16)(x^2 - 6x + 8)\end{aligned}$$

حال این دو عبارت را با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}x^2 - 6x - 16 &= x^2 + (2 - 8)x + (2)(-8) = (x + 2)(x - 8) \\ x^2 - 6x + 8 &= x^2 + (-2 - 4)x + (-2)(-4) = (x - 2)(x - 4) \\ \text{عبارت مورد نظر} &= (x + 2)(x - 8)(x - 2)(x - 4)\end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

عبارت گویا به ازای ریشه‌های مخرج تعریف نشده است، لذا ابتدا ریشه‌های مخرج را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{2x - 1}{(3x + 2)(x - 6)} \Rightarrow \text{مخرج کسر} = 0$$

$$\Rightarrow (3x + 2)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \\ x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$$

پس عبارت گویا به ازای  $\{-\frac{2}{3}, 6\}$  تعریف نشده است.

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰ کتاب درسی)

ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و سپس عبارت را با استفاده از اتحاد جمله مشترک و فاکتورگیری ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} \div \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 + 4x} &= \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} \times \frac{2x^2 + 4x}{x^2 + x - 2} \\ &= \frac{(x - 1)(x - 2)}{x(x - 2)} \times \frac{2x(x + 2)}{(x + 2)(x - 1)} = 2\end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱



ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم و سپس حاصل عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{a^2 + 2a}{a^2 - 4} + \frac{4 - a}{2 - a} = \frac{a(a+2)}{(a-2)(a+2)} + \frac{-(a-4)}{-(a-2)} = \frac{a}{a-2} + \frac{a-4}{a-2}$$

$$= \frac{a+a-4}{a-2} = \frac{2a-4}{a-2} = \frac{2(a-2)}{a-2} = 2$$

۴ ✓

۳

۲

۱

مخرج مشترک عبارت  $(x-y)(x+y)$  می‌باشد، داریم:

$$\frac{2x}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{2x+x-y-x-y}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{2x-2y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2}{x+y}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا حاصل هر پرانتز را جداگانه می‌یابیم:

$$\left(2x+1-\frac{3}{x}\right) = \frac{(2x+1)x}{x} - \frac{3}{x} = \frac{2x^2+x-3}{x} = \frac{(2x+3)(x-1)}{x}$$

$$2 + \frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2x+2+1}{x+1} = \frac{2x+3}{x+1}$$

$$\left(2x+1-\frac{3}{x}\right) \div \left(2 + \frac{1}{x+1}\right) = \frac{(2x+3)(x-1)}{x} \div \frac{2x+3}{x+1}$$

$$= \frac{(2x+3)(x-1)}{x} \times \frac{x+1}{2x+3} = \frac{(x-1)(x+1)}{x} = \frac{x^2-1}{x} = x - \frac{1}{x}$$

تذکره: تجزیه  $2x^2+x-3$  به صورت زیر است:

$$A = 2x^2 + x - 3$$

$$2A = 4x^2 + 2x - 6$$

$$2A = (2x)^2 + 1 \times (2x) - 6$$

$$2A = (2x-2)(2x+3)$$

$$2A = 2(x-1)(2x+3)$$

$$\Rightarrow A = (x-1)(2x+3)$$

۴ ✓

۳

۲

۱



این دو عدد را  $x$  و  $y$  فرض می‌کنیم. اگر  $x$  را بزرگتر از  $y$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{4} \\ x^2 + y^2 = \frac{73}{400} \end{cases}$$

$$x - y = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2 + y^2 - 2xy = \frac{1}{16} \xrightarrow{x^2 + y^2 = \frac{73}{400}}$$

$$\frac{73}{400} - 2xy = \frac{1}{16} \xrightarrow{\times 400} 73 - 800xy = 25$$

$$\Rightarrow 800xy = 73 - 25 \Rightarrow 800xy = 48 \Rightarrow xy = \frac{48}{800}$$

$$\Rightarrow xy = \frac{6}{100} = 0.06$$

۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به اتحاد یک جمله مشترک:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(2x \square 3)(2x \Delta 4) = 4x^2 \circ 2x - 12$$

حاصل ضرب غیرمشترک‌ها  $-12$  است که دو حالت ممکن است رخ دهد:

$$\text{حالت اول: } -4, 3 \Rightarrow -4 + 3 = -1$$

$$\text{حالت دوم: } 4, -3 \Rightarrow 4 + (-3) = 1$$

در حالت اول ضریب  $x$  در سمت راست برابر با  $-2$  می‌شود و علامت‌های  $\square$ ،  $\Delta$  و  $\circ$  به ترتیب مثبت، منفی و منفی می‌شود.

در حالت دوم ضریب  $x$  در سمت راست برابر با  $+2$  می‌شود و علامت‌های  $\square$ ،  $\Delta$  و  $\circ$  به ترتیب منفی، مثبت و مثبت می‌شود.

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا عبارت A را در  $(x-1)$  ضرب و تقسیم می‌کنیم تا عامل اتحاد مزدوج در عبارت بوجود بیاید، سپس کل عبارت صورت را مرحله به مرحله با استفاده از اتحاد مزدوج ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{\overbrace{(x^2-1)}^{(x^2-1)}}{(x-1)(x+1)}(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)$$

$$A = \frac{\overbrace{(x^4-1)}^{(x^4-1)}}{(x^2-1)(x^2+1)}(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)$$

$$= \frac{\overbrace{(x^8-1)}^{(x^8-1)}}{(x^4-1)(x^4+1)}(x^8+1)(x^{16}+1)$$

$$= \frac{\overbrace{(x^{16}-1)}^{(x^{16}-1)}}{(x^8-1)(x^8+1)}(x^{16}+1) = \frac{(x^{16}-1)(x^{16}+1)}{x-1} = \frac{x^{32}-1}{x-1}$$

 ۴ ✓

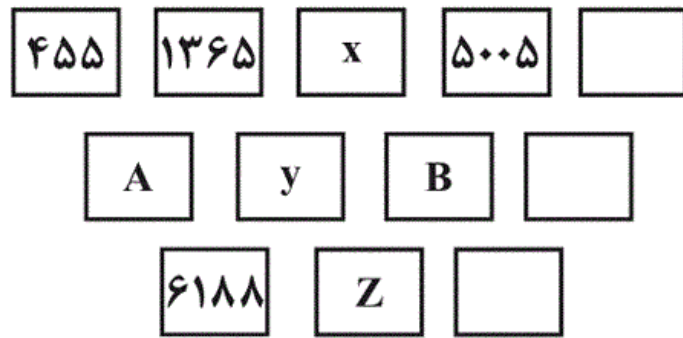
 ۳

 ۲

 ۱

(مهمرب بیرایی، چنء اتحاد جبری و کاربردءا، صفءه ی ۱۲ و ۱۳)

میءانیم در الگوی مثلث خیام هر عدد به جز اءءاء ابءءا و انءءهای هر سطر از مجموع دو عدد بالای آن بدست می آید. با ءوجه به این مفهوم اءءاء شکل را می یابیم:



$$A = 455 + 1365 = 1820$$

$$6188 = A + y \xrightarrow{A=1820} y = 4368$$

$$y = x + 1365 \xrightarrow{y=4368} 4368 = x + 1365 \Rightarrow x = 3003$$

$$B = x + 5005 \xrightarrow{x=3003} B = 3003 + 5005 = 8008$$

$$Z = y + B \xrightarrow{\substack{y=4368 \\ B=8008}}$$

$$Z = 4368 + 8008 = 12376$$

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زرائءوز، چنء اتحاد جبری و کاربردءا، صفءه ی ۱۵ و ۱۶)

میءانیم  $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

$$\Rightarrow (x^2 - 3y)(x^2 + 3x^2y + 9y^2) = (x^2)^3 - (3y)^3 = x^6 - 27y^3$$

$$\Rightarrow \text{عبارء اصلی} = 27y^3 - x^6 + x^6 - 27y^3 = y^3 \xrightarrow{y=0/1}$$

$$\text{عبارء اصلی} = (0/1)^3 = 0/001$$

۴

۳✓

۲

۱

ابتدا عبارت را با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک و در نظر گرفتن  $3x^2$  به عنوان جمله مشترک تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 9x^4 + 12x^2 - 77 &= (3x^2)^2 + 4 \times (3x^2) - 77 \\ &= (3x^2)^2 + (11-7) \times (3x^2) + (11) \times (-7) \\ &= (3x^2 + 11)(3x^2 - 7) = (3x^2 + 11)(\sqrt{3}x - \sqrt{7})(\sqrt{3}x + \sqrt{7}) \end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زرانروز، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۸ و ۱۹)

$$\text{مخرج: گزینۀ «۱»} \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-4 \end{cases}$$

$$\text{مخرج: گزینۀ «۲»} \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm 1$$

$$\text{مخرج: گزینۀ «۳»} \Rightarrow x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \text{ (جواب ندارد)}$$

$$\text{مخرج: گزینۀ «۴»} \Rightarrow x^2 = 0 \xrightarrow{\text{جذر}} x = 0$$

پس کسر  $\frac{3x}{x^2+4}$  همواره تعریف شده است.

۴

۳ ✓

۲

۱

(فرداد روشنی، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

$$\begin{aligned} A &= \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{(x^2 + x)(x^2 - 4)} = \frac{x(x^2 + 3x + 2)}{x(x+1)(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x-2} \end{aligned}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(عمید زرین‌کفش، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۲۱ تا ۲۴)

ابتدا صورت کسر اول را با استفاده از اتحاد مزدوج و مخرج آن را با استفاده از فاکتورگیری ساده می‌کنیم:

$$\frac{x^6 - a^6}{ax^4 + a^4x} = \frac{(x^3)^2 - (a^3)^2}{ax(x^3 + a^3)} = \frac{(x^3 - a^3)(x^3 + a^3)}{ax(x^3 + a^3)} = \frac{x^3 - a^3}{ax}$$

$$= \frac{x^3}{ax} - \frac{a^3}{ax} = \frac{x^2}{a} - \frac{a^2}{x}$$

حال حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{x^6 - a^6}{ax^4 + a^4x} - \frac{x^2}{a} = \frac{x^2}{a} - \frac{a^2}{x} - \frac{x^2}{a} = -\frac{a^2}{x}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید زرین‌کفش، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۲۱ تا ۲۴)

مخرج مشترک عبارت را به صورت زیر می‌یابیم:

$$\begin{cases} a-1 \\ a^2+a+1 \end{cases} \Rightarrow \text{م.م.ک} = (a-1)(a^2+a+1) = a^3-1$$

$$\left| \begin{aligned} a^3-1 &= (a-1)(a^2+a+1) \end{aligned} \right.$$

$$A = \frac{3}{a-1} - \frac{a+1}{a^2+a+1} - \frac{2a^2+7}{a^3-1} = \frac{3(a^2+a+1) - (a+1)(a-1) - (2a^2+7)}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{3a^2+3a+3-a^2+1-2a^2-7}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{2a-3}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{3(a-1)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{3}{a^2+a+1}$$

۴ ✓

۳

۲

۱