



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر -

۱- نقطه  $A(3, -1)$  وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله  $2y - x = 5$  است. مساحت این مربع کدام است؟

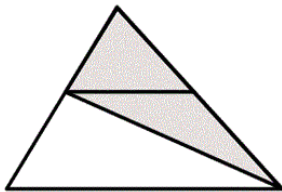
- (۱) ۴۰  
(۲) ۴۵  
(۳) ۷۵  
(۴) ۸۰

۲- ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله  $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟

- (۱)  $x^2 - 3x + 1 = 0$   
(۲)  $x^2 + 3x + 1 = 0$   
(۳)  $x^2 - 5x + 2 = 0$   
(۴)  $x^2 + 5x + 2 = 0$

ریاضی ۲، هندسه

۳- در شکل زیر، نسبت قاعده‌های دوزنقه  $\frac{3}{5}$  است. مساحت مثلث سایه‌زده، چند برابر مساحت دوزنقه است؟



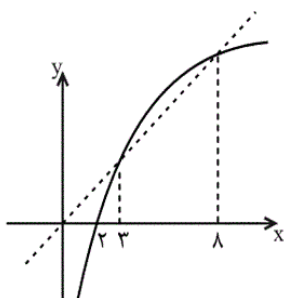
- (۱)  $\frac{3}{4}$   
(۲)  $\frac{7}{8}$   
(۳)  $\frac{14}{15}$   
(۴)  $\frac{15}{16}$

ریاضی ۲، تابع -

۴- نمودار تابع با ضابطه  $y = x - [x] ; x \in [-2, 2]$  از  $n$  پاره‌خط مساوی به‌اندازه  $L$  تشکیل شده است. دوتایی مرتب  $(n, L)$  کدام است؟

- (۱)  $(4, 1)$   
(۲)  $(4, \sqrt{2})$   
(۳)  $(5, 1)$   
(۴)  $(5, \sqrt{2})$

۵- شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = f(x)$  و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع با ضابطه  $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ ، کدام است؟



- (۱)  $(0, 2]$   
(۲)  $[2, 3]$   
(۳)  $[2, 8]$   
(۴)  $[3, 8]$

۶- حاصل عبارت  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض  $\tan 15^\circ = 0/28$ ، کدام است؟

(۱)  $-\frac{16}{9}$  (۲)  $-\frac{9}{16}$

(۳)  $\frac{9}{16}$  (۴)  $\frac{16}{9}$

### ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی

۷- از دو معادله دو مجهولی  $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$  و  $\log y = 2 \log 3 + \log x$ ، مقدار  $y$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

### ریاضی ۲، حد و پیوستگی

۸- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = 3$ ، آن‌گاه  $b$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱

(۳) ۲ (۴) -۲

### ریاضی ۲، آمار و احتمال

۹- احتمال قبولی فرد A در یک آزمون ۰/۸۴ و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون ۰/۷۵ است. با کدام احتمال، لااقل یکی از آنها در این

آزمون قبول می‌شود؟

(۱) ۰/۹۲ (۲) ۰/۹۴

(۳) ۰/۹۶ (۴) ۰/۹۸

۱۰- میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ است. اگر داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده جدید تقریباً

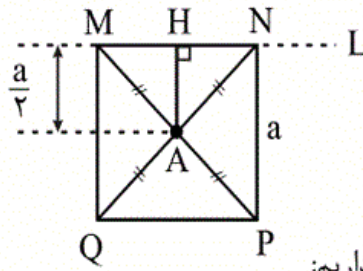
کدام است؟

(۱) ۹/۲۵ (۲) ۹/۳۶

(۳) ۹/۵۲ (۴) ۹/۶۳

۱- گزینه «۴»

(سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۳)



شکل فرضی مقابل را در نظر می‌گیریم. همانطور که در شکل ملاحظه می‌شود، فاصله وسط قطر مربع از هر ضلع آن، برابر با نصف طول ضلع مربع است.

پس در این سؤال اگر طول ضلع مربع را  $a$  بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} L: 2y - x - 5 = 0 \\ A(3, -1) \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{a}{2} = \frac{|2y_A - x_A - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{|-2 - 3 - 5|}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع } S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

(هندسه تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{3}{2} \\ P = \alpha\beta = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

ریشه‌های معادله مورد نظر از معکوس ریشه‌های معادله بالا یک واحد کمتر

است، بنابراین ریشه‌های آن به صورت  $\frac{1}{\alpha} - 1$  و  $\frac{1}{\beta} - 1$  است، لذا:

$$S' = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) + \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} - 2 = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} - 2 = -5$$

$$P' = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\left(\frac{1}{\beta} - 1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} - \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1 - (\alpha + \beta)}{\alpha\beta} + 1$$

$$= \frac{1 - \frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} + 1 = 2$$

پس معادله به صورت زیر است:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 2 = 0$$

(هندسه تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

از آنجا که طبق فرض نسبت قاعده‌های دوزنقه  $\frac{3}{5}$  است (یعنی

$$\frac{DE}{BC} = \frac{3}{5}, \text{ فرض می‌کنیم } DE = 3x \text{ و } BC = 5x$$

طبق تعمیم قضیه تالس داریم:  $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$  یا به عبارت دیگر

$$AE = 3y \text{ و } EC = 2y$$

مطابق شکل داریم:

$$\frac{S(\triangle ACD)}{S(\triangle CDE)} = \frac{\frac{1}{2}DH \times AC}{\frac{1}{2}DH \times CE} = \frac{AC}{CE} = \frac{5y}{2y} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow S(\triangle ACD) = \frac{5}{2}S(\triangle CDE) \quad (1)$$

از طرفی:

$$\frac{S(\triangle CDE)}{S(BCED)} = \frac{\frac{1}{2}CH' \times DE}{\frac{1}{2}CH' \times (BC + DE)} = \frac{3x}{5x + 3x} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow S(\triangle CDE) = \frac{3}{8}S(BCED) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow S(\triangle ACD) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{8}S(BCED) = \frac{15}{16}S(BCED)$$

(هندسه) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴

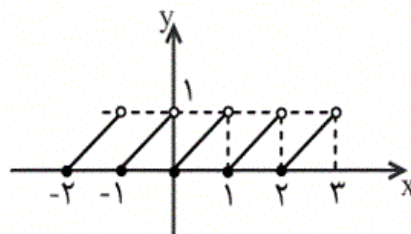
۳

۲

۱

#### ۴- گزینه «۴»

(سراسری تهرانی - ۸۳)



نمودار تابع را در فاصله  $[-2, 3]$

رسم می‌کنیم، در این بازه تابع از

پنج پاره‌خط به اندازه  $\sqrt{2}$  تشکیل

شده است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۴

۳

۲

۱

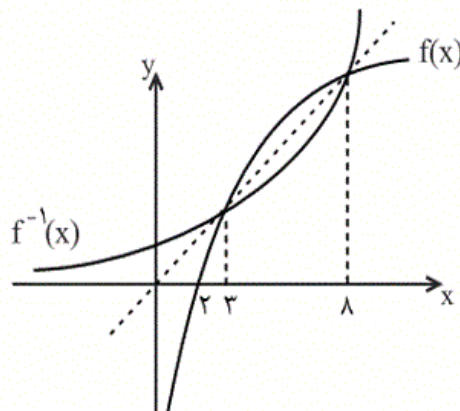
۵- گزینه «۴»

(سراسری تهرپی - ۹۴)

برای پیدا کردن دامنه، باید عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x) \quad \text{دهیم.}$$

حال با توجه به شکل تابع  $f$ ، نمودار  $f^{-1}$  را رسم می‌کنیم که قرینه نمودار  $f$  نسبت به خط  $y = x$  است.



۴ ✓

۳

۲

۱

۶- گزینه «۱»

(سراسری تهرپی - ۹۴)

$$\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ + 15^\circ) - \sin(270^\circ - 15^\circ)}{\sin(540^\circ - 15^\circ) - \sin(90^\circ + 15^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

با تقسیم صورت و مخرج بر  $\cos 15^\circ$  خواهیم داشت:

$$= \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{\frac{28}{100} + 1}{\frac{28}{100} - 1} = \frac{-128}{72} = \frac{-16}{9}$$

دقت کنید:

$$\sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(360^\circ + 180^\circ - 15^\circ)$$

$$= \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\log y = 2 \log 3 + \log x \Rightarrow \log y = \log(3^2 x)$$

$$\Rightarrow y = 3^2 x \Rightarrow y = 9x \quad (*)$$

$$2^{x-7} \times 4^{x+y} = 2^{x-7} \times (2^2)^{x+y} = 2^0$$

$$\Rightarrow (x-7) + 2(x+y) = 0 \Rightarrow 3x + 2y = 7 \quad (**)$$

$$(*), (**) \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = \frac{1}{3}, y = 3$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۴ و ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱

۸- گزینه «۴»

(سؤال ۱۴۱۴ کتاب آبی پایه دهم و یازدهم تهرپی)

چون حد مخرج در نقطه ۱ برابر صفر است، باید حد صورت نیز در نقطه ۱ برابر صفر باشد تا حد کسر در این نقطه وجود داشته باشد. با توجه به این که صورت، معادله درجه ۲ است و  $x = 1$  یکی از جواب‌های این معادله است می‌توان صورت کسر را به شکل  $(x-1)(x+m)$  نوشت.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+m)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+m) = 3 \Rightarrow 1+m = 3$$

$$\Rightarrow m = 2$$

صورت کسر  $(x-1)(x+m) \stackrel{m=2}{=} x^2 + x - 2$

با توجه به این که صورت کسر  $x^2 + ax + b$  است، بنابراین  $b = -2$

(مر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۳)

است.

۴

۳

۲

۱



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

راه حل اول:

$$= P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$= 0/84 + 0/75 - 0/84 \times 0/75 = 0/96$$

راه حل دوم: متمم پیشامد آنکه «حداقل یک نفر در آزمون قبول شود» آن است که «هیچ‌کدام در آزمون قبول نشوند»، از آنجا که نتیجه آزمون  $A$  و  $B$  مستقل از هم است، احتمال پیشامد اخیر برابر است با:

$$(1 - 0/84) \times (1 - 0/75) = 0/04$$

پس احتمال مورد نظر سؤال، برابر می‌شود با  $1 - 0/04 = 0/96$ .

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\bar{X} = 25, \sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_N - \bar{X})^2}{N}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2}{18}$$

$$\Rightarrow (x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 = 162$$

میانگین داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ برابر ۲۵ است، پس با

افزودن این داده‌ها به هجده داده قبلی، میانگین تغییری نمی‌کند، داریم:

$$\sigma'^2 = \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{21} - 25)^2}{21}$$

$$= \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2}{21}$$

$$+ \frac{(20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{21}$$

$$= \frac{162 + 25 + 4 + 9}{21} = \frac{200}{21} \approx 9.52$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱