



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله

۴۱- در یک مهمانی ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر چای و ۱۷ نفر قهوه نوشیده باشند و ۶ نفر نه چای و نه قهوه نوشیده باشند، چند نفر

حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۷
(۳) ۱۳
(۴) ۱۹

۴۲- در یک دنباله حسابی غیر ثابت، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند به ترتیب سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله این

دنباله حسابی، صفر است؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۱
(۴) ۱۲

ریاضی ۱، مثلثات -

۴۳- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 30^\circ$ ، $AC = 6$ و $AB = 4$ است. در این صورت طول ارتفاع CH کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) $3\sqrt{2}$
(۳) ۴
(۴) $3\sqrt{3}$

ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری -

۴۴- اگر $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$ و $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2}+4}$ باشند، حاصل عبارت $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) $6\sqrt{2}$
(۴) $7\sqrt{2}$

ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها

۴۵- به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، برای هر مقدار دلخواه x ، مثبت است؟

- (۱) $m < -2$
(۲) $m > 2/5$
(۳) $1 < m < 2$
(۴) $1 < m < 2/5$

۴۶- اگر $x \geq 3$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $|x-3| - 2 \leq x^2$ کدام است؟

- (۱) $3 \leq x \leq 4$
(۲) $3 \leq x \leq 5$
(۳) $3 \leq x \leq \frac{7}{2}$
(۴) $x \geq 5$

ریاضی ۱، تابع

۴۷- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = |x| - x$ و $y = 2 - \frac{2}{3}x$ ، کدام است؟

- | | |
|-------|--------------------|
| ۴ (۲) | $\frac{8}{3}$ (۱) |
| ۶ (۴) | $\frac{16}{3}$ (۳) |

ریاضی ۱، شمارش، بدون شمردن -

۴۸- چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد، بزرگتر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

- | | |
|---------|--------|
| ۸۴ (۲) | ۷۲ (۱) |
| ۱۰۸ (۴) | ۹۶ (۳) |

۴۹- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ چند عدد سه رقمی زوج بدون رقم تکراری می توان نوشت به طوری که فقط یک رقم فرد داشته باشد؟

- | | |
|--------|--------|
| ۳۶ (۲) | ۲۴ (۱) |
| ۶۴ (۴) | ۴۸ (۳) |

ریاضی ۱، آمار و احتمال

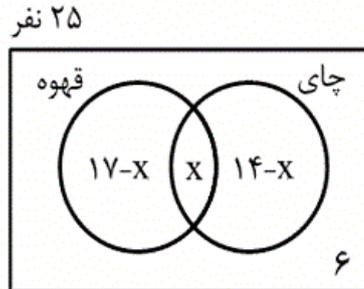
۵۰- از بین اعداد طبیعی سه رقمی، به تصادف یک عدد برداشته ایم. با کدام احتمال، لااقل یک بار رقم ۲ در این عدد ظاهر شده است؟

- | | |
|--------------------|--------------------|
| $\frac{1}{25}$ (۲) | $\frac{1}{24}$ (۱) |
| $\frac{1}{28}$ (۴) | $\frac{1}{26}$ (۳) |

۴۱- گزینه «۳»

(سؤال ۷۷ کتاب آبی پایه دهم و یازدهم تهرینی)

اگر x تعداد نفراتی باشد که هم چای نوشیده‌اند و هم قهوه، با توجه به نمودار ون زیر، خواهیم داشت:



$$25 = 17 - x + x + 14 - x + 6 \Rightarrow 25 = 37 - x$$

$$\Rightarrow x = 12$$

(هر دو نوع نوشیدنی را نوشیده‌اند) $n(U) - n$ (حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند) n

$$= 25 - x = 25 - 12 = 13$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

جملات سوم، هفتم و نهم یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d به صورت زیر است:

$$t_3 = t_1 + 2d, \quad t_7 = t_1 + 6d, \quad t_9 = t_1 + 8d$$

از طرفی اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه: $b^2 = ac$ ، بنابراین:

$$t_7^2 = t_3 t_9 \Rightarrow (t_1 + 6d)^2 = (t_1 + 2d)(t_1 + 8d)$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 12t_1d + 36d^2 = t_1^2 + 10t_1d + 16d^2$$

$$\Rightarrow 2t_1d + 20d^2 = 0 \Rightarrow 2d(t_1 + 10d) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2d = 0 \Rightarrow d = 0 & \text{غ ق ق} \\ t_1 + 10d = 0 \xrightarrow{t_n = t_1 + (n-1)d} t_{11} = 0 \end{cases}$$

توجه کنید که $d = 0$ غیر قابل قبول است، زیرا در این صورت دنباله حسابی، یک دنباله ثابت خواهد بود.

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 30^\circ = 6 \quad (1)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times CH = \frac{1}{2} \times 4 \times CH = 2CH \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1) &= (2) \\ \implies 2CH &= 6 \implies CH = 3 \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\Delta ACH : \sin 30^\circ = \frac{CH}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CH}{6}$$

$$\Rightarrow CH = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

عبارت خواسته شده را به کمک اتحاد مزدوج ساده می‌کنیم:

$$(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha\beta)^2$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2$$

حال با توجه به مقادیر α و β حاصل را می‌یابیم:

$$\alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2 = (\sqrt[4]{3\sqrt{2}-4})^4 + (\sqrt[4]{3\sqrt{2}+4})^4$$

$$+ \underbrace{(\sqrt[4]{3\sqrt{2}-4})^2 (\sqrt[4]{3\sqrt{2}+4})^2}_{\text{اتحاد مزدوج}} = 3\sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2} + 4$$

$$+ (\sqrt[4]{18-16})^2 = 6\sqrt{2} + (\sqrt[4]{2})^2 = 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های بی‌بهری) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است، هرگاه:

$$\Delta < 0, a > 0$$

در عبارت $(m-1)x^2 + 6x + 2m+1$ خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0 \Rightarrow m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \quad (1) \\ \Delta < 0 \Rightarrow (6^2) - 4(2m+1)(m-1) < 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 36 - 4(2m+1)(m-1) < 0$$

$$\Rightarrow 8m^2 - 4m - 40 > 0 \Rightarrow 2m^2 - m - 10 > 0$$

$$\Rightarrow (m+2)(2m-5) > 0 \Rightarrow m < -2 \cup m > \frac{5}{2} \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲)، مجموعه جواب $m > \frac{5}{2}$ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۸ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$|3-x| = x-3$$

$$x^2 - 2|3-x| \leq 21 \xrightarrow{x \geq 3} x^2 - 2(x-3) \leq 21$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 15 \leq 0 \Rightarrow (x+3)(x-5) \leq 0$$

$$\Rightarrow -3 \leq x \leq 5 \xrightarrow{\text{اشتراک با } x \geq 3} 3 \leq x \leq 5$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

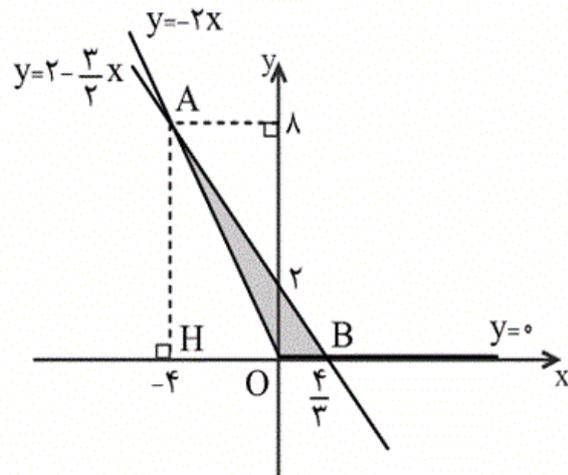
۴۷- گزینه «۳»

(سراسری تهرانی فارغ از کشور - ۹۵)

$$y_1 = |x| - x = \begin{cases} x - x = 0 & ; x \geq 0 \\ -x - x = -2x & ; x < 0 \end{cases}$$

$$y_2 = 2 - \frac{3}{2}x$$

نمودار y_1 و y_2 را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



برای محاسبه مساحت مثلث، باید طول ارتفاع AH را که برابر با عرض نقطه A است، به دست آوریم.

$$2 - \frac{3}{2}x = |x| - x \xrightarrow{x < 0} 2 - \frac{3}{2}x = -x - x \Rightarrow x = -4$$

$$\Rightarrow x_A = -4, y_A = 2 - \frac{3}{2}(-4) = 8$$

با توجه به شکل، مساحت مثلث OAB مورد نظر است، داریم:

$$S(\triangle OAB) = \frac{1}{2} AH \times OB = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3}$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳ و ۱۱۶)

۴

۳ ✓

۲

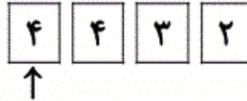
۱

۴۸- گزینه «۳»

(سراسری تهرپی- ۹۰)

ارقامی که می‌توان به کار برد، باید از مجموعه $\{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ انتخاب شوند؛ با توجه به این که عدد مذکور باید بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ باشد، رقم هزارگان باید از میان یکی از اعداد ۳، ۵، ۷ و ۹ انتخاب شود. پس ۴ حالت برای آن وجود دارد. در رقم صدگان عدد ۱ نیز می‌تواند قرار بگیرد و چون ارقام عدد ساخته شده باید متمایز باشند، برای رقم صدگان نیز ۴ حالت وجود دارد و در نتیجه برای رقم‌های دهگان و یکان به ترتیب ۳ و ۲ حالت وجود دارد.

پس:



یکی از اعداد ۳، ۵، ۷ و ۹

۴

۳

۲

۱

۴۹- گزینه «۳»

(سؤال ۱۶۸۷ کتاب آبی دهم و یازدهم تهرپی)

ابتدا باید دو رقم زوج از سه رقم زوج و یک رقم فرد از چهار رقم فرد انتخاب کنیم که این کار به $\binom{۴}{۲} \binom{۳}{۱}$ حالت امکان‌پذیر است. سپس جایگشت‌های این ارقام را محاسبه کنیم. اما باید به زوج بودن عدد نیز توجه کنید:

$$2 \times 1 \times \frac{2}{2} = 4$$

یکی از دو رقم زوج

پس تعداد کل اعداد سه‌رقمی مطلوب برابر است با:

$$\text{تعداد کل} = 4 \times \binom{۳}{۲} \times \binom{۴}{۱} = 4 \times 3 \times 4 = 48$$

(شمارش، برون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱

اگر A پیشامد آن باشد که لااقل یک بار رقم ۲ بیاید، A' پیشامد آن است که رقم ۲ نیاید، بنابراین:

از ۱۰ رقم ممکن، ۲ نیامده

$$A' : \text{رقم ۲ نیاید} \rightarrow n(A') = \boxed{8} \overbrace{\boxed{9} \boxed{9}} = 8 \times 9 \times 9$$

← صفر و ۲ نمی تواند بیاید

$$S : \text{کل اعداد سه رقمی} \rightarrow n(S) = \boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} = 9 \times 10 \times 10$$

← صفر نمی تواند بیاید

$$\Rightarrow P(A') = \frac{8 \times 9 \times 9}{9 \times 10 \times 10} = \frac{72}{100}$$

$\Rightarrow P$ (رقم ۲ لااقل یک بار ظاهر شود)

$$= P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{72}{100} = \frac{28}{100} = 0.28$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲

۱