



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...و

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{R}, x > -1\}$ باشد، آن گاه مجموعه $A \cap B$ شامل چند عدد صحیح می باشد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۴۲- احمد و اکبر دانش آموزان یک مدرسه اند و هر کدام دوستانی در مدرسه دارند. تعداد دانش آموزان مدرسه ۱۴۲ نفر و ۹۴ نفر از آنان نه دوست احمد هستند و نه دوست اکبر. اگر تعداد دوستان مشترک احمد و اکبر ۴ نفر باشند و احمد ۲۳ دوست داشته باشد، اکبر چند دوست دارد؟

۲۷ (۴)

۲۹ (۳)

۴۸ (۲)

۱۹ (۱)

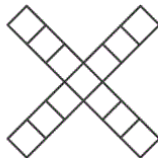
۴۳- برای ساختن حرف X الگوی زیر را داریم. با توجه به این الگو، دهمین شکل دارای چند مربع است؟



(۱)



(۲)



(۳)

...

۳۹ (۱)

۴۰ (۲)

۴۱ (۳)

۴۲ (۴)

۴۴- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی، ۵ و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم، ۲۵ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

۳۸/۵ (۴)

۳۷/۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۵ (۱)

۴۵- حاصل ضرب ۲۰ جمله اول دنباله هندسی ... ، ۹ ، ۳ ، ۱ کدام است؟

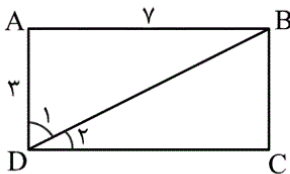
۹۵۱ (۴)

۹۵۰ (۳)

۳۲۰۰ (۲)

۳۱۹۰ (۱)

۴۶- در مستطیل ABCD، قطر BD را رسم کرده ایم. $\sin \hat{D}_1$ چند برابر $\sin \hat{D}_2$ است؟



$\frac{3}{\sqrt{58}}$ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۴)

$\frac{3}{7}$ (۱)

$\frac{7}{\sqrt{58}}$ (۳)

۴۷- اگر X زاویه ای حاده و $\tan x = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{4}{\sin x} + \frac{2+3 \sin x}{\cos x}$ کدام است؟

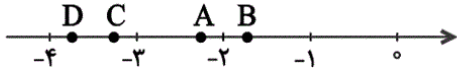
$\frac{8\sqrt{13}}{3}$ (۴)

$4\sqrt{13} + \frac{3}{2}$ (۳)

$8\sqrt{13} + \frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{8\sqrt{13}}{3} + 2$ (۱)

۴۸- مطابق شکل زیر، کدام یک از حروف A, B, C و D می‌تواند نشان‌دهنده عدد $\sqrt[5]{-250}$ روی محور اعداد باشد؟



- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

۴۹- حاصل $\sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{3+2\sqrt{2}}$ ، کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۴)
- ۱ (۳)
- ۱ (۲)
- $-\sqrt{2}$ (۱)

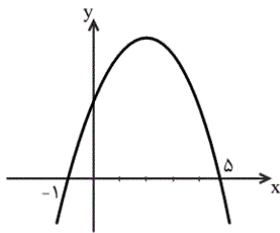
۵۰- در تساوی $\frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{2}{\sqrt{x+2}} + \frac{3}{x-4} = \frac{A}{x-4}$ عبارت A کدام است؟

- $3\sqrt{x+2}$ (۴)
- $3\sqrt{x}$ (۳)
- $3\sqrt{x+1}$ (۲)
- $3\sqrt{x-1}$ (۱)

۵۱- کوچک‌ترین مقدار صحیح k که به ازای آن معادله $2x(kx-4) - x^2 + 6 = 0$ جواب حقیقی نداشته باشد، کدام است؟

- ۵ (۴)
- ۴ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱ (۱)

۵۲- معادله سهمی شکل روبه‌رو، کدام است؟



- $y = x^2 - 3x + 5$ (۱)
- $y = x^2 - 4x + 5$ (۲)
- $y = -x^2 + 4x + 5$ (۳)
- $y = -x^2 - 4x + 5$ (۴)

۵۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{|1-x|}{x^2+3} < 0$ ، کدام است؟

- $x \leq 1$ (۴)
- \emptyset (۳)
- $x \geq 1$ (۲)
- R (۱)

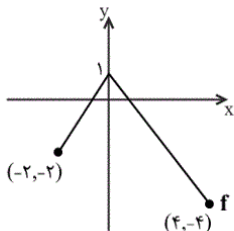
۵۴- رابطه $A = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ ، به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟

- هیچ مقدار m (۴)
- ۲ (۳)
- ۱ (۲)
- ۲ (۱)

۵۵- اگر f تابع همانی و g تابعی ثابت باشد و داشته باشیم: $\frac{3f(2)+g(2)}{2g(7)+f(7)} = \frac{10}{9}$ ، مقدار $g(0)$ کدام است؟

- ۲ (۴)
- ۴ (۳)
- ۲ (۲)
- ۴ (۱)

۵۶- دامنه و برد تابع f که نمودار آن در شکل روبه‌رو رسم شده است، کدام است؟



(۱) $R_f = [-۴, ۴]$ و $D_f = [-۲, ۴]$

(۲) $R_f = (-۴, ۴)$ و $D_f = [-۲, ۴]$

(۳) $R_f = [-۴, ۱]$ و $D_f = [-۲, ۴]$

(۴) $R_f = [-۴, -۲]$ و $D_f = [-۲, ۴]$

۵۷- با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت به طوری که مجموع رقم صدگان و رقم یکان آن ۵ باشد؟

(۴) ۲۴

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۲۵

۵۸- هفت نقطه همانند شکل زیر، روی محیط یک دایره قرار دارند. چند چهارضلعی به رئوس این هفت نقطه می‌توان کشید که شامل رأس a باشند؟



(۱) ۱۵

(۲) ۳۵

(۳) ۱۰

(۴) ۲۰

۵۹- بر روی ۵ گوی یکسان، هر یک از ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ نوشته شده است. یک گوی از بین آن‌ها برداشته و با ثبت شماره آن، دوباره به ظرف برمی‌گردانیم.

با تکرار این آزمایش، یک عدد تصادفی دورقمی حاصل می‌شود. با کدام احتمال این عدد مضرب ۳ است؟

(۴) ۰/۴۸

(۳) ۰/۳۶

(۲) ۰/۳۲

(۱) ۰/۲۴

۶۰- کدام متغیر زیر، کمی پیوسته است؟

(۱) گروه خونی افراد

(۲) شماره پلاک اتومبیل

(۳) زمان به‌دست آمده برای شناگران

(۴) تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه

-۴۱

(کتاب آبی)

$$A \cap B = [-2, 2) \cap (-1, +\infty) = (-1, 2)$$

اشتراک دو مجموعه، شامل دو عدد صحیح صفر و ۱ است.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

-۴۲

(کتاب آبی)

$$142 - 94 = 48 = \text{تعداد دوستان احمد و اکبر روی هم}$$

$$23 - 4 = 19 = \text{تعداد دوستان احمد که دوست اکبر نیستند.}$$

$$48 - 19 = 29 = \text{تعداد دوستان اکبر}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

-۴۳

(کتاب آبی)

شماره شکل	۱	۲	۳	...
تعداد مربع‌ها	۵	۹	۱۳	...

↖ ↗ ↖ ↗
۴ ۴

با توجه به جدول در هر مرحله ۴ مربع اضافه می‌شود، پس در مرحله

دهم $5 + 9 \times (4)$ یعنی ۴۱ مربع داریم.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

می‌دانیم جمله n ام یک دنباله حسابی از رابطه $t_n = t_1 + (n-1)d$ بدست می‌آید، پس:

$$\begin{cases} t_{12} - t_{10} = 5 \\ t_{12} + t_{10} = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (t_1 + 11d) - (t_1 + 9d) = 5 \\ (t_1 + 11d) + (t_1 + 9d) = 25 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2d = 5 \Rightarrow d = 2/5 \\ 2t_1 + 20d = 25 \xrightarrow{d=2/5} 2t_1 + 20 \times (2/5) = 25 \\ \Rightarrow t_1 = -12/5 \end{cases}$$

پس جمله بیست و یکم برابر است با:

$$t_{21} = t_1 + 20d = -12/5 + 20 \times (2/5) = 37/5$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

در دنباله هندسی ... ۹, ۳, ۱:

$$r = 3 \text{ و } t_1 = 1$$

می‌خواهیم حاصل ضرب 20 جمله اول را بیابیم. اگر آن را با P نمایش دهیم، داریم:

$$P = t_1 t_2 t_3 \dots t_{18} t_{19} t_{20}$$

$$t_1 t_{20} = t_1 \times t_1 r^{19} = t_1^2 r^{19}$$

$$t_2 t_{19} = (t_1 r)(t_1 r^{18}) = t_1^2 r^{19}$$

$$t_3 t_{18} = (t_1 r^2)(t_1 r^{17}) = t_1^2 r^{19}$$

$$t_1 t_{20} = t_2 t_{19} = t_3 t_{18} = \dots$$

بنابراین:

تعداد این جفت حاصل ضرب‌ها، 10 تا است لذا:

$$P = (t_1 t_{20})^{10} = (t_1^2 r^{19})^{10}$$

$$\Rightarrow P = 1^2 \times 3^{190} = 3^{190}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\Delta ABD \text{ در مثلث قائم‌الزاویه } \Rightarrow \sin \hat{D}_1 = \frac{AB}{BD} = \frac{7}{BD}$$

$$\Delta BCD \text{ در مثلث قائم‌الزاویه } \Rightarrow \sin \hat{D}_2 = \frac{BC}{BD} = \frac{3}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \hat{D}_1}{\sin \hat{D}_2} = \frac{\frac{7}{BD}}{\frac{3}{BD}} = \frac{7}{3}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\Rightarrow A = \frac{4}{\frac{2}{3} \cos x} + \frac{2+2 \cos x}{\cos x} = \frac{6}{\cos x} + \frac{2}{\cos x} + 2$$

$$\Rightarrow A = \frac{8}{\cos x} + 2$$

کافی است $\cos x$ را بیابیم:

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\xrightarrow{x \text{ حاده}} \cos x = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 x}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{8}{\cos x} + 2 \xrightarrow{\cos x = \frac{3}{\sqrt{13}}} A = \frac{8\sqrt{13}}{3} + 2$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

-۴۸

می‌دانیم $3^5 = 243 < 250 < 1024 = 4^5$ ، پس $3 < \sqrt[5]{250} < 4$

لذا $-4 < -\sqrt[5]{250} < -3$ ، با توجه به این که $-4^5 = -1024$ و

$-3^5 = -243$ ، پس $\sqrt[5]{-250}$ به -3 نزدیک‌تر است، یعنی عدد C .

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارات‌های پیچیده، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

از آنجایی که:

$$3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{3+2\sqrt{2}} &= \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{(1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} = \sqrt[3]{1-2} = -1 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

(کتاب آبی)

از آنجایی که $(x-4) = (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)$ است، پس با

مخرج مشترک‌گیری در سمت چپ تساوی داریم:

$$\frac{\sqrt{x}+2+2(\sqrt{x}-2)+3}{\underbrace{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}_{x-4}} = \frac{3\sqrt{x}+1}{x-4}$$

معادله را به شکل استاندارد مرتب می‌کنیم:

$$(2k-1)x^2 - 8x + 6 = 0$$

مبین این معادله برابر است با:

$$\Delta = 64 - 4(2k-1) \times 6 = 88 - 48k = 8(11 - 6k)$$

معادله درجه دوم وقتی جواب حقیقی ندارد که مبین آن منفی باشد، یعنی $\Delta < 0$:

$$\Delta = 11 - 6k < 0 \Rightarrow k > \frac{11}{6}$$

پس کوچک‌ترین عدد صحیح k که به ازای آن، معادله جواب حقیقی ندارد ۲ است.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

راه حل اول: چون سهمی رو به پایین باز می‌شود پس $a < 0$ و گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست‌اند. با توجه به شکل، رأس سهمی در ناحیه اول قرار دارد، یعنی طول و عرض رأس، مثبت هستند. در گزینه (۳) داریم:

$$y = -x^2 + 4x + 5 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2$$

و در گزینه (۴) داریم:

$$y = -x^2 - 4x + 5 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(-1)} = -2$$

پس گزینه «۳» درست است.

راه حل دوم: نقطه (۰، -۱) فقط در منحنی گزینه ۳ صدق می‌کند.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

صورت کسر نامنفی و مخرج کسر همواره مثبت است. بنابراین کل کسر همواره نامنفی بوده و نمی‌تواند منفی شود، پس مجموعهٔ جواب نامعادله، تهی است.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳✓

۲

۱

برای آنکه رابطهٔ A یک تابع باشد، باید در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مؤلفهٔ اول برابر نداشته باشند، بنابراین باید داشته باشیم:

$$(3, m^2) = (3, m+2) \Rightarrow m^2 = m+2$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

با جایگذاری این مقادیر m و تشکیل رابطه داریم:

$$(1) m = -1$$

$$\Rightarrow A = \{(3, 1), (2, 1), (-3, -1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\}$$

پس به ازای $m = -1$ تابع است.

$$(2) m = 2$$

$$\Rightarrow B = \{(3, 4), (2, 1), (-3, 2), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\}$$

پس به ازای $m = 2$ تابع نیست. بنابراین فقط $m = -1$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی)

f تابع همانی است، پس ضابطه آن به صورت $f(x) = x$ است، بنابراین:

$$f(2) = 2 \text{ و } f(1) = 1$$

g تابعی ثابت است، پس ضابطه آن به صورت $g(x) = k$ است، لذا:

$$g(3) = g(7) = k$$

$$\frac{3f(2) + g(3)}{2g(7) + f(1)} = \frac{10}{9}$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow \frac{3 \times 2 + k}{2k + 1} = \frac{10}{9} \Rightarrow \frac{6 + k}{2k + 1} = \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow 54 + 9k = 20k + 10 \Rightarrow 11k = 44 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow g(0) = 4$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

با توجه به نمودار، دامنه تابع، $-2 \leq x \leq 4$ یا بازه $[-2, 4]$ و برد تابع، $-4 \leq y \leq 1$ یا بازه $[-4, 1]$ است.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

رقم صدگان	۲	۳	۱	۴	۵
رقم یکان	۳	۲	۴	۱	۰

دقت کنید که رقم صدگان نمی‌تواند صفر باشد، در ضمن رقم دهگان در هر یک از پنج حالت فوق، می‌تواند چهار حالت داشته باشد.

$$5 \times 4 = 20$$

پس طبق اصل ضرب داریم:

(ریاضی ۱، شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

برای تشکیل چهارضلعی، احتیاج به چهار رأس داریم که باید از هفت نقطه داده شده انتخاب شوند. چون می‌خواهیم چهارضلعی، حتماً شامل رأس a باشد پس رأس a را انتخاب شده فرض می‌کنیم، در نتیجه ۳ نقطه دیگر باید از ۶ نقطه باقی‌مانده انتخاب شود، پس تعداد کل حالات برابر است با:

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

(ریاضی ۱، شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

برای محاسبه فضای نمونه‌ای در مرحله اول، ۵ انتخاب داریم و چون گوی را به ظرف برمی‌گردانیم در مرحله دوم هم ۵ انتخاب داریم، پس $n(S) = 5 \times 5 = 25$ است. اعداد دورقمی مضرب سه با این ارقام عبارتند از:

$$A = \{12, 15, 21, 24, 33, 42, 45, 51, 54\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 9$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{9}{25} = 0/36$$

(ریاضی ۱، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

«زمان به‌دست آمده برای شناگران» متغیر کمی پیوسته است.

(ریاضی ۱، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۶۲ تا ۱۷۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱