



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم ، مجموعه های برابر و نمایش مجموعه ها

۳۱- از تساوی دو مجموعه $\{(2x-5), (25-3x)\} = \{a\}$ مقدار a کدام است؟

۶ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

۷ (۲)

$\frac{25}{3}$ (۱)

ریاضی نهم ، دستگاه معادله های خطی

۳۲- اختلاف دو عدد ۸ و مجموع آنها ۳۰ است. حاصل ضرب آنها برابر کدام است؟

۲۲۵ (۴)

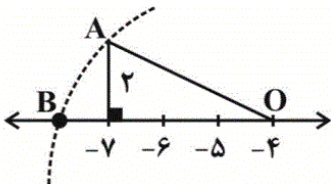
۲۰۹ (۳)

۲۴۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

ریاضی نهم ، عددهای حقیقی -

۳۳- در شکل زیر، نقطه B چه عددی را نشان می‌دهد؟



$-7 - \sqrt{13}$ (۲)

$-4 + \sqrt{13}$ (۱)

$-7 + \sqrt{13}$ (۴)

$-4 - \sqrt{13}$ (۳)

ریاضی نهم ، اجتماع ، اشتراک و تفاضل مجموعه ها

۳۴- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۰ نفر به شطرنج و ۷ نفر به تنیس روی میز علاقه دارند. اگر در این کلاس ۵ دانش‌آموز به هر دو رشته ورزشی علاقه‌مند

باشند، چند دانش‌آموز به هیچ کدام از این دو رشته ورزشی علاقه ندارند؟

۱۸ (۴)

۱۳ (۳)

۲۰ (۲)

۱۲ (۱)

ریاضی نهم ، قدر مطلق و محاسبه ی تقریبی

۳۵- اگر $-1 < x < 0$ باشد، حاصل عبارت $|2x-1| + |2-x|$ کدام است؟

(۲) $-3(x-1)$

(۱) $-3(1+x)$

(۴) $1+x$

(۳) $-3(1-x)$

ریاضی نهم، نابرابری ها و نامعادله ها -

۳۶- پزشک به یکی از بیماران خود توصیه کرد که اگر وزن شما بیش از ۷۵ کیلوگرم باشد خطرناک است. این بیمار ۱۲۰ کیلوگرم وزن دارد. طبق دستور

پزشک با یک برنامه ورزشی و یک رژیم غذایی هر دو هفته ۳ کیلوگرم وزن خود را کاهش می دهد. حداقل پس از چند هفته این بیمار می تواند از

حالت خطرناک خارج شود؟

(۴) ۲۰

(۳) ۴۵

(۲) ۳۰

(۱) ۱۵

ریاضی نهم، توان صحیح

۳۷- اگر $7^{x-2} - 5^{x+y} = 0$ باشد، مقدار $\sqrt{(x+y)}$ کدام می تواند باشد؟

(۴) ۲

(۳) ۸

(۲) ۱

(۱) صفر

ریاضی نهم، جمع و تفریق رادیکال ها

۳۸- حاصل عبارت $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \frac{1}{3}\sqrt{72} - \sqrt{18}$ کدام است؟

(۴) $1-\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۲) ۱

(۱) -۱

ریاضی نهم، معادله خط

۳۹- به ازای کدام مقدار a نقطه $A = \begin{bmatrix} -2a+1 \\ 2a+3 \end{bmatrix}$ روی خط $y = \frac{1}{3}x$ قرار می گیرد؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) $\frac{5}{4}$

(۱) صفر

ریاضی نهم، شیب خط و عرض از مبدا

۴۰- خط گذرنده از نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ و موازی با خط $2y - x = 4$ ، از کدام نقطه می‌گذرد؟

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ریاضی نهم، مجموعه ها و احتمال

۴۱- دو تاس متمایز را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو عدد رو شده یکسان هستند؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{2}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

ریاضی نهم، حجم و مساحت کره -

۴۲- مکعبی به طول یال ۲ واحد در داخل کوچک‌ترین کره ممکن جای گرفته است. مساحت این کره کدام است؟

$$18\pi \quad (4)$$

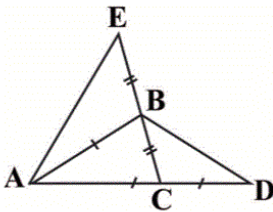
$$12\pi \quad (3)$$

$$9\pi \quad (2)$$

$$8\pi \quad (1)$$

ریاضی نهم، آشنایی با اثبات در هندسه

۴۳- در شکل روبه‌رو، زاویه $\widehat{BAC} = 52^\circ$ است. مجموع دو زاویه D و E چند درجه است؟



$$52 \quad (2)$$

$$28 \quad (1)$$

$$64 \quad (4)$$

$$58 \quad (3)$$

ریاضی نهم، عبارت های جبری و مفهوم اتحاد

۴۴- حاصل عبارت $(\sqrt{7} + 2\sqrt{2})^7 (\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^9$ برابر کدام است؟

$$15 - 4\sqrt{14} \quad (2)$$

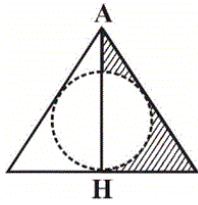
$$(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^{16} \quad (1)$$

$$8\sqrt{14} - 15 \quad (4)$$

$$4\sqrt{14} - 15 \quad (3)$$

ریاضی نهم، حجم هرم و مخروط

۴۵- در مثلث متساوی‌الاضلاع زیر به ضلع $2\sqrt{3}$ واحد، حجم حاصل از دوران سطح سایه زده شده حول ارتفاع AH کدام است؟



(۲) $\frac{3\pi}{2}$

(۱) $\frac{4\pi}{3}$

(۴) $\frac{5\pi}{3}$

(۳) 2π

ریاضی نهم، حجم و مساحت کره -

۴۶- سطح کل استوانه‌ای به ارتفاع $\frac{R}{3}$ و شعاع R، چند برابر سطح جانبی آن است؟

(۴) ۳

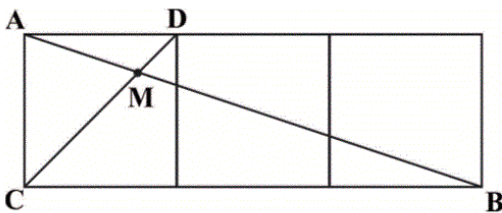
(۳) ۲

(۲) ۶

(۱) ۴

ریاضی نهم، شکل های متشابه -۱

۴۷- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع واحد، کنار هم قرار دارند. طول پاره خط MA چند برابر $\sqrt{10}$ است؟



(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{2}{9}$

ریاضی نهم، تقسیم چند جمله ای ها -

۴۸- باقی مانده تقسیم عبارت $x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1$ بر $x + 1$ برابر ۴ است. a کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۴

ریاضی نهم، محاسبات عبارت های گویا

۴۹- حاصل عبارت $\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2} + \frac{b^2-a^2}{(a+b)^2}$ ، به ازای $a = 1381$ و $b = 1382$ کدام است؟

(۴) ۱۳۸۲

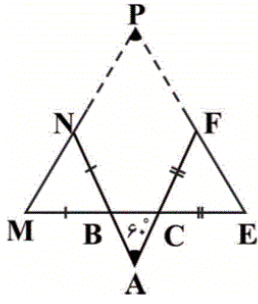
(۳) ۱۳۸۱

(۲) ۱

(۱) صفر

ریاضی نهم، همنهشتی مثلث ها

۵۰- در شکل زیر، $BM = BN$ ، $CE = CF$ و $\hat{A} = 60^\circ$ می‌باشد. اندازه زاویه P چند درجه است؟



۶۰ (۱)

۹۰ (۲)

۸۰ (۳)

۴۰ (۴)

-۳۱

(کتاب آبی)

از آن جا که مجموعه سمت راست تساوی دارای یک عضو است، بنابراین:

$$2x - 5 = 25 - 3x \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$$

با جایگذاری $x = 6$ خواهیم داشت:

$$2(6) - 5 = 7 = a$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۶ و ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۳۲

(کتاب آبی)

$$\begin{cases} \text{اختلاف} \rightarrow x - y = 8 \\ \text{مجموع} \rightarrow x + y = 30 \end{cases}$$

$$2x = 38 \Rightarrow x = 19$$

$$x = 19, x - y = 8 \Rightarrow 19 - y = 8 \Rightarrow y = 11$$

$$\Rightarrow xy = 19 \times 11 = 209$$

(خط و معادله‌های قطبی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی)

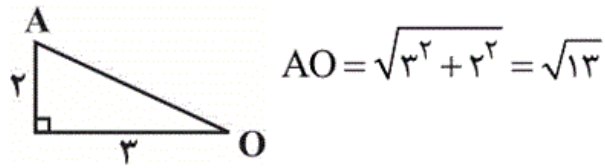
۴

۳ ✓

۲

۱

طول وتر OA بنابر رابطه فیثاغورس $\sqrt{13}$ می‌شود.



و از آنجایی که کمان به سمت چپ زده شده است و با توجه به اینکه مرکز کمان

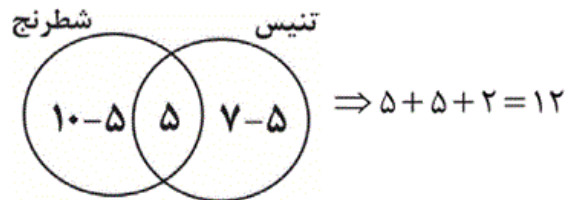
نقطه (-4) است، نقطه B عدد $-4 - \sqrt{13}$ را نشان می‌دهد.

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


یعنی ۱۲ نفر به این ورزش‌ها علاقه‌مند هستند. بنابراین: $30 - 12 = 18$

(۱۸ نفر به هیچ کدام از این رشته‌های ورزشی علاقه ندارند.)

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

$$\underbrace{|2x-1|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|2-x|}_{\text{مثبت}} = (1-2x) + (2-x) = 3-3x = -3(x-1)$$

(عده‌های حقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

 $x = \text{تعداد هفته‌ها}$

هر هفته ۱/۵ کیلوگرم → هر دو هفته ۳ کیلوگرم

$$\Rightarrow 120 - 1/5x \leq 75 \Rightarrow -1/5x \leq 75 - 120 \Rightarrow -1/5x \leq -45$$

$$x \geq \frac{-45}{-1/5} = 30$$

بنابراین حداقل ۳۰ هفته طول می‌کشد.

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

در صورتی تساوی $7^{x-2} = 5^{x+y}$ برقرار است که توان‌های هر دو عدد برابر با صفر

باشد، یعنی:

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$x+y=0 \Rightarrow 2+y=0 \Rightarrow y=-2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+y} = \sqrt{2-2} = \sqrt{0} = 0$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \frac{1}{3}\sqrt{72} - \sqrt{18} = \overbrace{|1-\sqrt{2}|}^{\text{منفی}} + \frac{1}{3}\sqrt{36 \times 2} - \sqrt{9 \times 2}$$

$$= (\sqrt{2}-1) + \frac{1}{3}(6\sqrt{2}) - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}-1 + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -1$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$y = \frac{1}{3}x \xrightarrow{A = \begin{bmatrix} -2a+1 \\ 2a+3 \end{bmatrix}} 2a+3 = \frac{1}{3}x(-2a+1)$$

$$\xrightarrow{\times 3} 6a+9 = -2a+1 \Rightarrow 8a = -8 \Rightarrow a = -1$$

(قط و معادله‌های فخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$2y - x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2$$

بنابراین شیب خط خواسته شده نیز باید برابر با $\frac{1}{2}$ باشد و معادله آن به صورت

$$y = \frac{1}{2}x + b \text{ است و چون از نقطه } \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ عبور می‌کند، داریم:}$$

$$(-2) = \frac{1}{2}(4) + b \Rightarrow b = -4$$

پس معادله خط مورد نظر به صورت $y = \frac{1}{2}x - 4$ است.

$$y = \frac{1}{2}x - 4 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}} -1 = \frac{1}{2} \times 6 - 4 \Rightarrow -1 = -1$$

فقط نقطه $\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ در معادله خط صدق می‌کند.

(خط و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی - با تغییر)

در پرتاب ۲ تاس، ۳۶ حالت وجود دارد. در حالات زیر هر دو عدد روشده یکسانند:

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}, \quad n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا باید قطر مکعب را محاسبه کنیم.

فرمول پیدا کردن قطر یک مکعب به اضلاع a, b, c و به صورت زیر است:

$$\text{قطر مکعب} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$$

از آنجایی که مکعب داخل کره محاط شده است بنابراین قطر مکعب برابر قطر کره خواهد بود و داریم:

$$\text{قطر مکعب} = \text{قطر کره}$$

$$\Rightarrow 2r = 2\sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S = 4\pi r^2 = 4\pi(\sqrt{3})^2 = 4 \times 3\pi = 12\pi$$

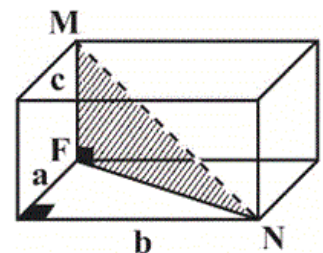
اثبات فرمول قطر مکعب: با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه:

$$(FN)^2 = a^2 + b^2$$

$$(MN)^2 = (FN)^2 + c^2$$

$$(MN)^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$MN = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



(میم و مسامت، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} \text{طبق زوایای} \\ \text{خارجی هر مثلث} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = x + 52^\circ \\ \hat{B}_1 = x + 52^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} BC = BE \\ CD = AB \\ \hat{C}_1 = \hat{B}_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض زض}} \triangle BCD \cong \triangle EBA \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{A}_1 \\ \hat{E} = \hat{B}_2 \end{array} \right.$$

$$\triangle ABC \text{ متساوی الساقین} : x + x + 52^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2x = 180^\circ - 52^\circ \Rightarrow x = 64^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{D} + \hat{E} = \hat{D} + \hat{B}_2 \\ \hat{D} + \hat{B}_2 = x \end{array} \right. \Rightarrow \hat{D} + \hat{E} = \hat{D} + \hat{B}_2 = x = 64^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۵۲ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

-۴۴

$$\begin{aligned} (\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^9 (\sqrt{7} + 2\sqrt{2})^7 &= (\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^2 \underbrace{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^7 (\sqrt{7} + 2\sqrt{2})^7}_{=1} \\ &= (\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^2 [(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})(\sqrt{7} + 2\sqrt{2})]^7 \\ &= (7 + 8 - 4\sqrt{14}) \times (7 - 8)^7 = (15 - 4\sqrt{14}) \times (-1) = 4\sqrt{14} - 15 \end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۱ تا ۸۹ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$AH = 3r \Rightarrow 3 = 3r \Rightarrow \boxed{r=1} \text{ شعاع کره}$$

$$HC = \frac{BC}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{HC = \sqrt{3}} \text{ شعاع قاعده مخروط}$$

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi (HC)^2 \times (AH) = \frac{1}{3} \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 3 = \frac{1}{3} \pi \times 3 \times 3 = 3\pi$$

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times 1^3 = \frac{4}{3} \pi$$

$$\text{حجم قسمت سایه زده شده} = \text{حجم مخروط} - \text{حجم کره} = 3\pi - \frac{4}{3} \pi = \frac{5\pi}{3}$$

(میچ و مساحت، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

-۴۶

مساحت جانبی + دو برابر مساحت قاعده = مساحت کل

$$\frac{\text{مساحت کل}}{\text{مساحت جانبی}} = \frac{2 \times \pi R^2 + 2\pi Rh}{2\pi Rh} = \frac{2\pi R(R+h)}{2\pi Rh} = \frac{R+h}{h}$$

$$= \frac{R + \frac{R}{2}}{\frac{R}{2}} = \frac{2R + R}{2} = \frac{3R}{R} = 3$$

(میچ و مساحت، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴ کتاب درسی)

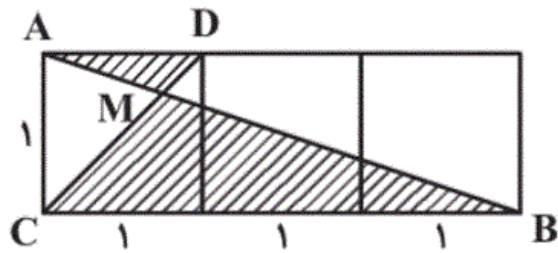
۴

۳

۲

۱

دو مثلث $\triangle AMD$ و $\triangle CMB$ متشابه‌اند، چون دو زاویه مساوی دارند. بنابراین اضلاع متناسب به صورت زیر است:



$$AB = AM + MB$$

$$\triangle ABC : (AB)^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow (AB)^2 = 9 + 1 = 10$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{10} \Rightarrow AM + MB = \sqrt{10} \quad (*)$$

$$\triangle AMD \sim \triangle CMB \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AD}{CB} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow MB = 3AM$$

$$\xrightarrow{(*)} AM + 3AM = \sqrt{10} \Rightarrow 4AM = \sqrt{10} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

(استرلال و اثبات در هنر سه، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

روش اول:

$$\begin{array}{r}
 x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1 \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^3 - (a+1)x^2 + (a+2)x + (a-2) \end{array} \right. \\
 -(x^4 + x^3) \\
 \hline
 (-a-1)x^3 + x^2 + 2ax + 1 \\
 -((-a-1)x^3 - (a+1)x^2) \\
 \hline
 (a+2)x^2 + 2ax + 1 \\
 -((a+2)x^2 + (a+2)x) \\
 \hline
 (a-2)x + 1 \\
 -((a-2)x + a-2) \\
 \hline
 -a+3 = 4 \\
 \Rightarrow -a = 1 \Rightarrow a = -1
 \end{array}$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

روش دوم:

$$\text{باقیمانده} : x^4 - a(x)^3 + x^2 + 2ax + 1 \xrightarrow{x=-1}$$

$$= (-1)^4 - a(-1)^3 + (-1)^2 + 2a(-1) + 1 = 4$$

$$\Rightarrow 1 + a + 1 - 2a + 1 = 4 \Rightarrow -a + 3 = 4 \Rightarrow a = -1$$

نکته: اگر ریشهٔ مقسوم‌علیه را در مقسوم قرار دهیم، باقیمانده به دست می‌آید.

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2} + \frac{b^2-a^2}{(a+b)^2} = \frac{\cancel{(a-b)}(a-b)}{\cancel{(a-b)}(a+b)} + \frac{(b-a)\cancel{(b+a)}}{\cancel{(a+b)}(a+b)}$$

$$= \frac{a-b+b-a}{a+b} = \frac{0}{a+b} = 0$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\triangle ABC: \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\hat{E} + \hat{F} + \hat{M} + \hat{N} = 180^\circ - \hat{C} + 180^\circ - \hat{B}$$

$$= 360^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

چون مثلث MNB متساوی‌الساقین است $\hat{M} = \hat{N}$ است.

چون مثلث CFE متساوی‌الساقین است $\hat{E} = \hat{F}$ است.

$$\hat{E} + \hat{F} + \hat{M} + \hat{N} = 240^\circ \Rightarrow 2\hat{E} + 2\hat{M} = 240^\circ \Rightarrow \hat{E} + \hat{M} = 120^\circ$$

$$\triangle PME: \hat{P} + \hat{E} + \hat{M} = 180^\circ \Rightarrow \hat{P} + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{P} = 60^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓