سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي - ۳۰ سوال

۱۲۶- اگر در یک دنبالهٔ هندسی غیرصعودی، با جملهٔ عمومی a_n، $a_1 + a_3 + a_5 = 91$ و مجموع مربعات سه جملهٔ اول دنباله ۹۱ باشد، آنگاه جملهٔ ششم این دنباله کدام است؟

۱) ۲۴۳ ۲) -243 ۳) -81 ۴) -3^{10}

۱۲۷- اگر $\tan\theta = \frac{3}{5}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\cos^2\theta - 3\sin\theta\cos\theta$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{17}$ ۲) $\frac{10}{17}$ ۳) $\frac{-5}{17}$ ۴) $\frac{-10}{17}$

۱۲۸- مساحت ناحیهٔ محصور بین نمودار دو تابع $f(x) = |x+1|$ و $g(x) = -2x + 2$ و محور xها کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{16}{3}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۱۲۹- مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{2}{|x-2|} < \frac{1}{|x+1|}$ کدام است؟

۱) $(-4, 0)$

۲) $(-2, 2)$

۳) $(-4, -1) \cup (-1, 0)$

۴) $(-\infty, -4) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$

۱۳۰- با ارقام $\{5, 6, 1, 0\}$ چند عدد ۴ رقمی بزرگ‌تر از ۴۰۰۰ و مضرب ۱۵ می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۷

۱۳۱- در ظرفی ۱ مهرهٔ قرمز، ۲ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ آبی وجود دارد. دو مهره به تصادف و همزمان برمی‌داریم. احتمال غیرهمرنگ بودن دو مهره کدام است؟

۱) $\frac{11}{15}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{4}{5}$ ۴) $\frac{3}{5}$

۱۳۲- جنسیت افراد، رنگ موی افراد و سرعت یک خودرو به‌ترتیب چه نوع کمیت‌های آماری هستند؟

۱) کیفی اسمی ـ کیفی ترتیبی ـ کمی پیوسته
۲) کیفی ترتیبی ـ کیفی اسمی ـ کمی گسسته
۳) کیفی اسمی ـ کیفی ترتیبی ـ کمی گسسته
۴) کیفی اسمی ـ کیفی اسمی ـ کمی پیوسته

۱۳۳- اگر خطوط $(K-1)x-2y=6$ و $2x-(K-1)y=4$ دو ضلع غیرموازی یک مستطیل باشند و مبدأ مختصات یک رأس مستطیل باشد، آن‌گاه مساحت مستطیل کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

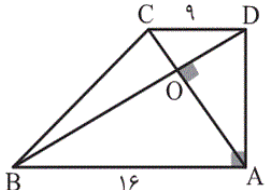
۱۳۴- یکی از ریشه‌های معادلهٔ $a(x-2)^2=x$ از ۱۰ برابر ریشهٔ دیگر سه واحد کم‌تر است. مقدار مثبت a کدام است؟

۱) $\frac{9}{5}$
۲) $\frac{4}{5}$
۳) $\frac{5}{9}$
۴) $\frac{5}{4}$

۱۳۵- یک استاد نجاری ۱۲ ساعت نیاز دارد تا کاری را به‌تنهایی کامل کند و دستیار او این کار را به تنهایی در ۱۶ ساعت انجام می‌دهد. استاد پس از ۴ ساعت کار به تنهایی کار را ترک کرده و ادامهٔ آن را به دستیارش می‌سپارد تا به اتمام برساند. چند دقیقه طول می‌کشد تا دستیار کار را تمام کند؟

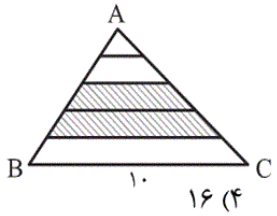
۱) ۳۸۰
۲) ۴۲۰
۳) ۴۸۰
۴) ۶۴۰

۱۳۶- در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ مقابل، قطرها بر هم عمود هستند. مساحت ذوزنقه کدام است؟



۱) ۳۰۰
۲) ۲۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۱۵۰

۱۳۷- در مثلث شکل مقابل اضلاع AB و AC به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. مساحت کوچک‌ترین مثلث تقریباً چند درصد مساحت ذوزنقهٔ هاشورخورده است؟ $(BC=10)$



۱) ۸/۳
۲) ۱۲
۳) ۶/۲
۴) ۱۶

۱۳۸- وارون تابع $f(x)=1-(1-x)^3$ از کدام نواحی مختصات عبور می‌کند؟

۱) اول و دوم
۲) اول و دوم و چهارم
۳) اول و سوم
۴) اول و سوم و چهارم

۱۳۹- عبارت $\sin x^2$ وقتی x روی بازهٔ $[0,\pi]$ تغییر می‌کند، چند بار بیش‌ترین مقدار ممکن را اختیار می‌کند؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۰- اگر $\log ۳ = b$ و $\log ۲ = a$ باشد، آن‌گاه حاصل $\log_{۷۵}^{۵۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{a+۳b}{-۲a+b-۲}$ ۲) $\frac{a+۳b}{-۲a+b+۲}$ ۳) $\frac{۳a+b}{-۲a+b-۲}$ ۴) $\frac{b+۳a}{-۲a+b+۲}$

۱۴۱- اگر $\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt[۳]{x}+۱}{x^۳+ax^۲-۷x+b} = \frac{-۱}{۱۲}$ باشد، آن‌گاه مقدار b کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۶- ۳) ۳ ۴) ۳-

۱۴۲- تابع $f(x)=\cos x\,[\sin x]+a\,[\tan\frac{x}{۴}]$ در نقطهٔ $x=\pi$ به‌ازای کدام مقدار a پیوسته است؟([ ]: جزء صحیح)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱- ۴) هیچ مقدار a

۱۴۳- احتمال ازدواج پسر و دختر خانواده‌ای تا ۵ سال دیگر به‌ترتیب $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۳}$ است. اگر پسر ازدواج کند، احتمال ازدواج دختر به $\frac{۱}{۲}$ افزایش می‌یابد. با کدام احتمال حداقل یکی از آن‌ها تا ۵ سال دیگر ازدواج خواهد کرد؟

۱) $\frac{۱۱}{۲۴}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲۴}$ ۳) $\frac{۷}{۲۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۱۴۴- ضریب تغییرات ۳۰ دادهٔ آماری برابر با ۳/۶ است. اگر سه برابر میانگین این داده‌ها را به همهٔ آن‌ها اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چقدر خواهد شد؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱۰/۸

۳) ۱۴/۴ ۴) ۰/۹

۱۴۵- چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

الف) هر تابع یکنوا، یک به یک است.

ب) هر تابع یک به یک، یکنوا است.

ج) هر تابع اکیداً یکنوا، یک به یک است.

د) هر تابع غیریکنوا، غیر یک به یک است.

هـ) تابع ثابت هم صعودی و هم نزولی است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

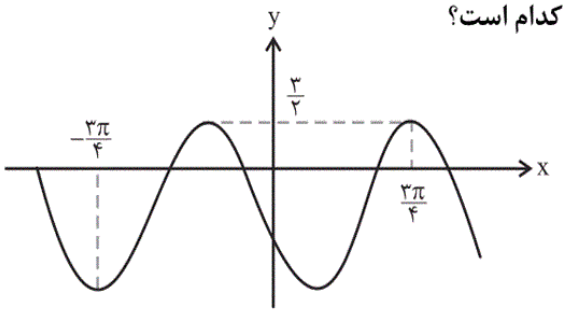
۱۴۶- اگر $f(x)=\sqrt{\log(x-۱)}$ و $g(x)=\frac{۲^x}{۲^x-۱}$، آنگاه دامنهٔ تابع $(fog)(x)$ کدام است؟

۱) $(۱,+\infty)$ ۲) $(۰,۱]$

۳) $(۰,۱]\cup[۲,۱۱)$ ۴) $(۰,۱)$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۷- اگر نمودار زیر، قسمتی از تابع $y = a\sin bx - \frac{۳}{۲}$ باشد، مقدار ab کدام است؟



۱) ۶

۲) -۶

۳) ۳

۴) -۳

۱۴۸- حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^۳ + ۲x^۲}{x^m + ۲x^n}$ بسته به مقادیر مختلف m و n چند مقدار عددی مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۵

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۴۹- اگر $f(x) = a|x^۲ - ۱|[۲x] + b$ و $\lim\limits_{x\to۱^-} \frac{f(x)-۴}{x-۱} = ۶$ حاصل ab چقدر است؟([ ]: جزء صحیح)

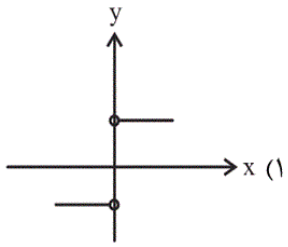
۱) -۱۸

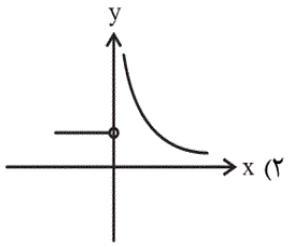
۲) ۱۸

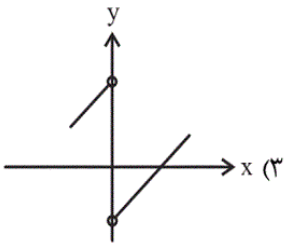
۳) -۱۲

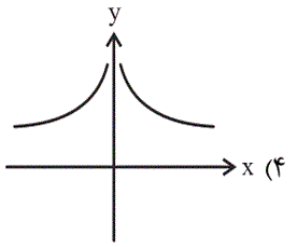
۴) ۱۲

۱۵۰- اگر تابع f در $x = ۰$ گوشه‌ای باشد، نمودار f' کدام نمی‌تواند باشد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۱۵۱- مقدار مینیمم مطلق تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} x^۲ - ۲x & x \geq ۱ \\ \sqrt{-x+۳} & x < ۱ \end{cases}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$

۲) ۱

۳) -۱

۴) $\sqrt{۳}$

۱۵۲- استوانه‌ای را درون یک کره با شعاع $۳\sqrt{۲}$ محاط کرده‌ایم، به‌طوری‌که مساحت جانبی آن ماکزیمم گردد. شعاع قاعدهٔ استوانه کدام است؟

۱) ۶

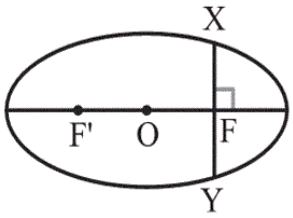
۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) ۳

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۳- در بیضی شکل زیر، F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر طول قطرهای کانونی و غیرکانونی بیضی به‌ترتیب برابر با ۱۸ و ۱۲ باشد، طول پاره‌خط XY کدام است؟



۱) ۶

۲) ۸

۳) ۴

۴) ۳

۱۵۴- طول قطر دایره‌ای به مرکز $O(-۲,۲)$ که با دایرهٔ $۲x^۲ + ۲y^۲ - ۸x + ۴y = ۸$ مماس خارج باشد، کدام است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

۱۵۵- یکی از فرزندان خانواده‌ای سه فرزندی را انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این فرزند، برادری بزرگ‌تر از خودش دارد؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱۱}{۲۴}$

۴) $\frac{۵}{۱۲}$

ریاضي - اعتبارسنجي - ۱۰ سوال

۲۷۱- اگر $\tan ۲۰^\circ = ۰/۴$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos ۲۹۰^\circ - \sin \frac{۲۹\pi}{۱۸}}{\sin ۱۶۰^\circ + \cos \frac{۱۰\pi}{۹}}$ چقدر است؟

۱) $-\frac{۷}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۷}$

۳) صفر

۴) ۱

۲۷۲- محل تلاقی دو تابع $y = (\sqrt{۳})^{ax} + b$ و $y = a \times ۳^x + ۱$ نقطهٔ $A(۱,۷)$ می‌باشد. حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

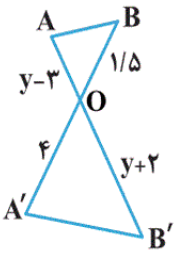
۱) -۲

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲

۴) $-\frac{۱}{۲}$

۲۷۳- در شکل مقابل دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت مثلث AOB به مساحت مثلث $A'OB'$ کدام است؟ (AB و $A'B'$ موازی نیستند.)



۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) ۴

۳) ۱۶

۴) $\frac{۱}{۱۶}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۴- اگر ۷ نفر که سه نفر آن‌ها با هم برادرند، به تصادف در یک صف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد که یک نفر از آن‌ها در ابتدای صف، دیگری وسط صف و نفر سوم در آخر صف قرار بگیرد؟

۱) $\frac{۱}{۴۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۳۵}$ ۴) $\frac{۱}{۷}$

۲۷۵- پنج عدد متفاوت با مجموع ۱۰۰، دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. اگر یک سوم حاصل جمع سه عدد بزرگتر، برابر مجموع دو عدد کوچکتر باشد، بزرگترین عدد کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

۲۷۶- اگر $f(x)=x^۲-x+۲$ و $g^{-۱}(x)=\frac{۱-x}{۲}$ باشند، جواب‌های معادلهٔ $(gof)(x)=-۷$ کدام است؟

۱) ۲- و ۱ ۲) ۴ و ۲- ۳) ۲ و ۱- ۴) ۴- و ۲

۲۷۷- در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax+\sqrt{۴x+۵}}{۲x-۲}$، اگر $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{-۳}{۲}$، آنگاه حاصل $\lim\limits_{x\to۱} f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $-\frac{۷}{۶}$ ۳) $-\frac{۵}{۶}$ ۴) $\frac{۷}{۶}$

۲۷۸- اگر نقطهٔ $(-۳,۵)$ یکی از نقاط بحرانی تابع با ضابطهٔ $f(x)=x^۳+ax^۲+bx+۵$ باشد، حاصل $f(-۱)$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۳-

۲۷۹- خط مماس بر تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{x^۲+۳x}{۲-۲x}$ در دو نقطه، موازی محور xهاست. طول این نقاط کدام است؟

۱) ۳- و ۱ ۲) ۲ و ۱- ۳) ۲- و ۱ ۴) ۳ و ۱-

۲۸۰- طول وتری که دایره به معادلهٔ $x^۲+y^۲-۲x+۴y-۴=۰$ روی خط d به معادلهٔ $۲x-y=-۱$ جدا می‌کند، کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) ۲

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

-۱۲۶ (سهند ولی‌زاده)

با توجه به اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} a_۱ + a_۳ + a_۵ = ۹۱ \Rightarrow a_۱(۱ + q^۲ + q^۴) = ۹۱ \\ a_۱^۲ + a_۲^۲ + a_۳^۲ = ۹۱ \Rightarrow a_۱^۲(۱ + q^۲ + q^۴) = ۹۱ \end{cases} \Rightarrow a_۱ = ۱$$

$$\xrightarrow{a_۱=۱} ۱ + q^۲ + q^۴ = ۹۱ \Rightarrow q^۴ + q^۲ - ۹۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (q^۲ - ۹)(q^۲ + ۱۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} q = ۳ & \text{دنبالهٔ صعودی} \\ q = -۳ & \text{دنباله غیرصعودی} \end{cases}$$

چون دنباله غیرصعودی است، پس $q = -۳$ قابل قبول است:

$$\xrightarrow{a_۱=۱ \ q=-۳} a_۶ = a_۱ q^۵ = (۱)(-۳)^۵ = -۲۴۳$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۲۷ (طاهر داستانی)

$$\cos^۲\theta - ۳\sin\theta\cos\theta = \cos^۲\theta\left(۱ - \frac{۳\sin\theta\cos\theta}{\cos^۲\theta}\right)$$

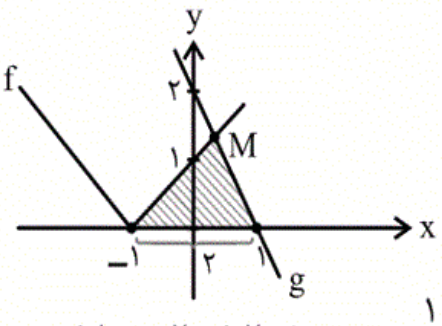
$$= \frac{۱}{۱ + \tan^۲\theta}(۱ - ۳\tan\theta) = \frac{۱}{۱ + \frac{۹}{۲۵}}\left(۱ - \frac{۹}{۵}\right) = \frac{-۱۰}{۱۷}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶) (ریاضی ۲، صفحهٔ ۷۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۲۸ (رضا ذاکر)

برای به‌دست آوردن مساحت مورد نظر نمودار دو تابع f و g را رسم می‌کنیم:



می‌خواهیم مساحت مثلثی را حساب کنیم که ارتفاع آن همان عرض نقطهٔ M است. در نتیجه شاخهٔ سمت راست f را با g تلاقی می‌دهیم:

$$x+۱=-۲x+۲ \Rightarrow x_M=\frac{۱}{۳}$$

$$y_M=\frac{۱}{۳}+۱=\frac{۴}{۳}$$

$$S=\frac{۱}{۲}\times ۲\times\frac{۴}{۳}=\frac{۴}{۳}$$

قاعدهٔ مثلث

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۲۹ (محمدامین روانبخش)

چون طرفین تساوی هر دو مثبت‌اند، پس می‌توانیم با در نظر گرفتن ریشه‌های مخرج‌ها طرفین وسطین انجام دهیم:

$$\frac{۱}{|x+۱|}>\frac{۲}{|x-۲|} \xrightarrow{x\neq -۱,۲} |x-۲|>۲|x+۱|$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^۲-۴x+۴>۴(x^۲+۲x+۱)$$

$$\Rightarrow ۳x^۲+۱۲x<۰ \Rightarrow ۳x(x+۴)<۰ \Rightarrow -۴<x<۰$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۳۰ (سهند ولی‌زاده)

با ارقام {۵ , ۶ , ۱ , ۰}، هر عدد ۴ رقمی بدون ارقام تکراری بر ۳ بخش‌پذیر است. لذا فقط بخش‌پذیری بر ۵ و بزرگ‌تر از ۴۰۰۰ را بررسی می‌کنیم:

$\overline{۲}\ \overline{۲}\ \overline{۱}\ \overline{۱}$ ⇒ ۴ حالت

↓ ↓

{۵ , ۶} {۰}

$\overline{۱}\ \overline{۲}\ \overline{۱}\ \overline{۱}$ ⇒ ۲ حالت

↓ ↓

{۶} {۵}

$$\Rightarrow ۴+۲=۶$$

(شمارش، بدون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- *(محمدجواد محسنی)*

برای راحتی کار، احتمال متمم یعنی همرنگ بودن دو مهره را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم:

$$n(S)=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

$$n(A')=\underbrace{\binom{۲}{۲}}_{\text{هر دو سفید}}+\underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\text{هر دو آبی}}=۱+۳=۴$$

$$\Rightarrow P(A')=\frac{n(A')}{n(S)}=\frac{۴}{۱۵}$$

$$\Rightarrow P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۴}{۱۵}=\frac{۱۱}{۱۵}$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

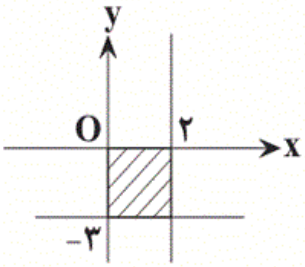
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۲- *(رضا آزاد)*

کمیت‌های کیفی به دو دستهٔ اسمی و ترتیبی و کمیت‌های کمی به دو دستهٔ پیوسته و گسسته تقسیم‌بندی می‌شوند. جنسیت افراد و رنگ موی افراد از نوع کیفی اسمی و سرعت یک خودرو از نوع کمی پیوسته هستند. *(آمار و احتمال) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۶۲ تا ۱۷۰)*

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

۱۳۳- *(شهرام ولایی)*



شیب دو ضلع را به‌دست می‌آوریم برای دو خط عمود غیرموازی با محورهای مختصات باید $m_۱m_۲=-۱$ باشد.

$$m_۱=\frac{۲}{k-۱},m_۲=\frac{k-۱}{۲}$$

دو خط بر هم عمود نمی‌شوند مگر آنکه $K=۱$ باشد که در نتیجه $y=-۳$ و $x=۲$ معادلهٔ دو ضلع مستطیل خواهند شد. از طرفی مبدأ مختصات یک رأس مستطیل است، بنابراین داریم: مساحت مستطیل: $۲\times۳=۶$

(هندسهٔ تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\begin{cases}\alpha+\beta=\dfrac{4a+1}{a}\\ \alpha\beta=4\end{cases}$$

$$\alpha=10\beta-3\xrightarrow{\times\alpha}\alpha^2=10\alpha\beta-3\alpha$$

$$\xrightarrow{\alpha\beta=4}\alpha^2=40-3\alpha\Rightarrow\alpha^2+3\alpha-40=0$$

$$\Rightarrow(\alpha+8)(\alpha-5)=0\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-8\\ \alpha=5\end{cases}$$

ریشه‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند:

$$\begin{cases}\alpha=-8\Rightarrow a(-8-2)^2=-8\Rightarrow 100a=-8\Rightarrow a=-\dfrac{2}{25}\\ \alpha=5\Rightarrow a(5-2)^2=5\Rightarrow 9a=5\Rightarrow a=\dfrac{5}{9}\end{cases}$$

بنابراین مقدار مثبت a برابر $\frac{5}{9}$ است. (هندسهٔ تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۳۵ (رضا آزاد)

استاد به تنهایی در هر ساعت $\frac{1}{12}$ کار و دستیارش به‌تنهایی در هر ساعت $\frac{1}{16}$ کار را انجام می‌دهد. استاد ۴ ساعت کار می‌کند یعنی $4\times\frac{1}{12}=\frac{1}{3}$ کار انجام می‌شود پس $\frac{2}{3}$ کار باقی‌مانده است.

x مدت زمان کار دستیار است تا کار به‌طور کامل تمام شود:

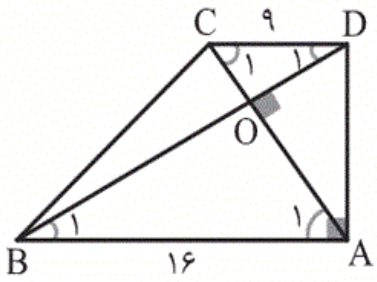
$$\frac{1}{16}x=\frac{2}{3}\Rightarrow x=\frac{32}{3}\text{ (ساعت)}\Rightarrow\frac{32}{3}\times 60=640\text{ دقیقه}$$

(هندسهٔ تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۶



خطوط موازی و مورب $\Rightarrow \begin{cases} D_1 = B_1 \\ C_1 = A_1 \end{cases}$

$\xrightarrow{\text{زز}} \overset{\triangle}{COD} \sim \overset{\triangle}{BOA}$

$\Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{۹}{۱۶}$

یعنی می‌توانیم فرض کنیم:

$OC = ۹x \, , \, OA = ۱۶x$

$OD = ۹y \, , \, OB = ۱۶y$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ACD:

$CD^۲ = CO \times AC \Rightarrow ۸۱ = ۹x \times ۲۵x$

$\Rightarrow x^۲ = \frac{۸۱}{۹ \times ۲۵} \Rightarrow x = \frac{۳}{۵} \Rightarrow AC = ۲۵(\frac{۳}{۵}) = ۱۵$

در مثلث ACD داریم:

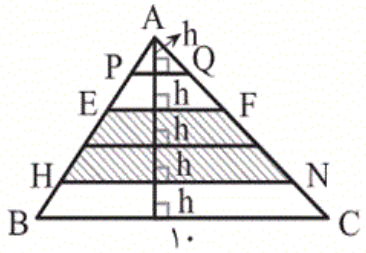
$AD^۲ = AC^۲ - CD^۲ \Rightarrow AD^۲ = ۲۲۵ - ۸۱ = ۱۴۴ \Rightarrow AD = ۱۲$

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۷ *(امیرهوشنگ انصاری)*

راه حل اول:

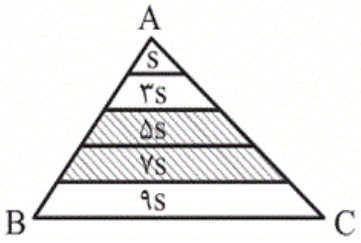


$$\begin{cases} \frac{S_{APQ}}{S_{AEF}} = (\frac{h}{۲h})^۲ = \frac{۱}{۴} \quad (۱) \\ \frac{S_{AEF}}{S_{AHN}} = (\frac{۲h}{۴h})^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{AEF}+S_{\text{هاشورخورده}}} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{\text{هاشورخورده}}} = \frac{۱}{۳} \quad (۲) \end{cases}$$

از ضرب دو رابطه به‌دست آمده (۲) و (۱) خواهیم داشت:

$$\frac{S_{APQ}}{S_{\text{سایه}}} = \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{\text{سایه}}} \simeq ۸/۳٪$$

راه حل دوم: اگر اضلاع AB و AC را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم طبق قضیهٔ تالس نسبت مساحت‌های محدود بین خطوط موازی دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهند.



$$\frac{S_{\text{کوچک‌ترین مثلث}}}{S_{\text{هاشورخورده}}} \times ۱۰۰ = \frac{S}{۱۲S} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۱}{۱۲} \times ۱۰۰ \simeq ۸/۳٪$$

(هندسه) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

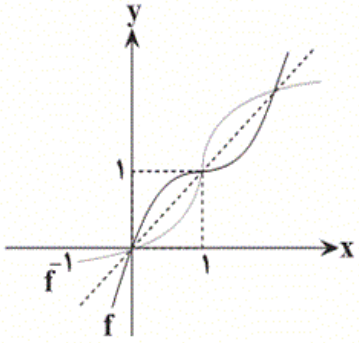
-۱۳۸ *(سینا نادری)*

ابتدا نمودار تابع $f(x)$ را رسم کرده و سپس نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم:

برای رسم نمودار

$$f(x) = ۱-(۱-x)^۳ \Rightarrow f(x) = ۱-(-(x-۱))^۳ = ۱+(x-۱)^۳$$

کافی است که نمودار تابع $y = x^۳$ را یک واحد به‌سمت راست و بالا منتقل کنیم، بنابراین شکل دو نمودار $f(x)$ و $f^{-۱}(x)$ به‌صورت زیر است:



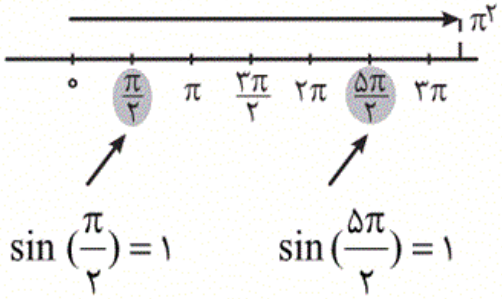
همان‌طور که می‌بینید، نمودار تابع $f^{-۱}$ از ناحیهٔ اول و سوم عبور می‌کند.

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۲۴ تا ۲۹)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

روی دایرهٔ مثلثاتی وقتی زاویه از صفر تا $\pi^{۲}$ تغییر می‌کند مقدار سینوس ۲ بار برابر ۱ می‌شود.

به‌طور دقیق‌تر روی محور زیر مشاهده می‌کنید.



$$\sin\left(\frac{\pi}{۲}\right)=۱ \qquad \sin\left(\frac{۵\pi}{۲}\right)=۱$$

درنتیجه به‌ازای $x=\sqrt{\frac{\pi}{۲}},\sqrt{\frac{۵\pi}{۲}}$، عبارت $y=\sin x^{۲}$ به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسد.

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

۱۴۰-

(سهند ولی‌زاده)

$$\log_{۷۵}^{۵۴}=\frac{\log ۵۴}{\log ۷۵}=\frac{\log ۲۷+\log ۲}{\log ۳+۲\log ۵}=\frac{۳\log ۳+\log ۲}{\log ۳+۲(۱-\log ۲)}=\frac{۳b+a}{-۲a+b+۲}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۱ (آریان حیدری)

$$\lim_{x\to -۱}\frac{\sqrt[۳]{x}+۱}{x^۳+ax^۲-۷x+b}=\frac{-۱}{۱۲}$$

برای ساده کردن، صورت و مخرج را در $(\sqrt[۳]{x^۲}-\sqrt[۳]{x}+۱)$ ضرب می‌کنیم.

$$\lim_{x\to -۱}\frac{x+۱}{\underbrace{(\sqrt[۳]{x^۲}-\sqrt[۳]{x}+۱)}_{\text{حد}=۳}(x^۳+ax^۲-۷x+b)}=\frac{-۱}{۱۲}$$

$$\lim_{x\to -۱}\frac{x+۱}{x^۳+ax^۲-۷x+b}=\frac{-۱}{۴}$$

با توجه به آن‌که $(x+۱)$ در $x=-۱$ صفر می‌شود، پس مخرج هم باید عامل $(x+۱)$ داشته باشد.

$$\begin{array}{r|l} x^۳+ax^۲-۷x+b & x+۱ \\ \hline -(x^۳+x^۲) & x^۲+(a-۱)x-(a+۶) \end{array}$$

$$(a-۱)x^۲-۷x+b$$

$$-((a-۱)x^{۲-}+(a-۱)x)$$

$$-(a+۶)x+b$$

$$-(-(a+۶)x-(a+۶))$$

$$a+b+۶=۰\quad (*)$$

بنابراین:

$$\lim_{x\to -۱}\frac{x+۱}{(x+۱)(x^۲+(a-۱)x-(a+۶))}=-\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۱-(a-۱)-(a+۶)}=\frac{-۱}{۴}$$

$$\Rightarrow -۲a-۴=-۴\Rightarrow a=۰\xrightarrow{(*)}b=-۶$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۲ (عزیزالله علی‌اصغری)

شرط پیوستگی $f(x)$ در نقطهٔ $x=\pi$:

$$\lim_{x\to\pi^+} f(x) = \lim_{x\to\pi^-} f(x) = f(\pi)$$

شرط حد داشتن $f(x)$ در $x=\pi$:

$$\lim_{x\to\pi^-} f(x) = \lim_{x\to\pi^+} f(x)$$

$$\lim_{x\to\pi^-} f(x) = (-۱)\times[۰^+] + a[۱^-] = ۰ \Rightarrow ۱+a=۰$$

$$\lim_{x\to\pi^+} f(x) = (-۱)\times[۰^-] + a[۱^+] = ۱+a$$

$$\Rightarrow a=-۱$$

به‌ازای $a=-۱$ تابع حد دارد اما هرگز نمی‌تواند پیوسته باشد.

$$f(\pi) = ۰+a = -۱ \neq \lim_{x\to\pi} f(x)$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۳ (سروش موئینی)

$P(B)$: احتمال ازدواج پسر تا ۵ سال دیگر

$P(G)$: احتمال ازدواج دختر تا ۵ سال دیگر

اول احتمال اشتراک را حساب کنیم:

$$P(G\mid B) = \frac{P(G\cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{P(G\cap B)}{\frac{۱}{۴}} \Rightarrow P(G\cap B) = \frac{۱}{۸}$$

حال احتمال این‌که حداقل یکی از آن‌ها تا ۵ سال دیگر ازدواج کند را به‌دست می‌آوریم:

$$P(G\cup B) = P(B)+P(G)-P(B\cap G)$$

$$= \frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۸} = \frac{۶+۸-۳}{۲۴} = \frac{۱۱}{۲۴}$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۵۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۴ (سهیل حسن‌خان‌پور)

ضریب تغییرات، حاصل تقسیم انحراف معیار بر میانگین است. یعنی:

$$CV_۱ = \frac{\sigma_۱}{\bar{x}_۱} = ۳/۶$$

نکته: می‌دانیم اگر همهٔ داده‌ها را با عدد ثابت a جمع کنیم، میانگین نیز با a جمع خواهد شد، اما انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

طبق نکتهٔ بالا، ۳ برابر میانگین به میانگین اضافه می‌شود اما انحراف معیار ثابت می‌ماند.

$$\bar{x}_۲ = \bar{x}_۱ + ۳\bar{x}_۱ = ۴\bar{x}_۱ \qquad \sigma_۲ = \sigma_۱$$

$$CV_۲ = \frac{\sigma_۲}{\bar{x}_۲} = \frac{\sigma_۱}{۴\bar{x}_۱} = \frac{۱}{۴} \times \frac{\sigma_۱}{\bar{x}_۱} = \frac{۱}{۴} \times ۳/۶ = ۰/۹$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۵ (بابک سادات)

الف) غلط. مثال نقض تابع $y = [x]$ که صعودی است ولی یک به یک نیست.

ب) غلط. مثال نقض تابع $y = \frac{۱}{x}$ است که یک به یک است ولی یکنوا نیست.

ج) این جمله کاملاً درست است.

د) غلط. مثال نقضش همان $y = \frac{۱}{x}$ است.

هـ) این هم براساس متن کتاب درسی کاملاً درست است.

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۶ (محمدجواد محسنی)

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$D_g : ۲^x - ۱ \neq ۰ \Rightarrow ۲^x \neq ۱ \Rightarrow x \neq ۰$$

$$\Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{۰\} \quad (I)$$

$$D_f : \begin{cases} x - ۱ > ۰ \Rightarrow x > ۱ \\ \log(x-۱) \geq ۰ \Rightarrow x - ۱ \geq ۱ \Rightarrow x \geq ۲ \end{cases} \Rightarrow D_f = [۲, +\infty)$$

$$\frac{۲^x}{۲^x - ۱} \geq ۲ \Rightarrow \frac{۲^x}{۲^x - ۱} - ۲ \geq ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲ - ۲^x}{۲^x - ۱} \geq ۰ \xrightarrow{۲^x = t} \frac{۲ - t}{t - ۱} \geq ۰$$

$$\Rightarrow ۱ < t \leq ۲ \Rightarrow ۱ < ۲^x \leq ۲ \Rightarrow ۰ < x \leq ۱$$

$$\Rightarrow ۰ < x \leq ۱ \quad (II)$$

$$(I) \cap (II) = (۰, ۱]$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۰) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۴۷ (حجت انصاری)

ماکزیمم تابع برابر با $-\frac{۳}{۲} + |a|$ است و با توجه به شکل، برابر با $\frac{۳}{۲}$ است، بنابراین:

$$-\frac{۳}{۲} + |a| = \frac{۳}{۲} \Rightarrow |a| = ۳ \Rightarrow a = \pm ۳$$

فاصلهٔ نقطهٔ $\frac{۳\pi}{۴}$ و $-\frac{۳\pi}{۴}$ به‌اندازهٔ ۱/۵ برابر دورهٔ تناوب تابع است. بنابراین:

$$\frac{۳\pi}{۴} - (-\frac{۳\pi}{۴}) = \frac{۳}{۲} T \Rightarrow T = \pi$$

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = ۲ \Rightarrow b = \pm ۲$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۸ (محمدجواد محسنی)

پرتوان صورت $x^{۳}$ و پرتوان مخرج به‌صورت زیر است:

۱) اگر $m = ۳$ و $n < ۳$:

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۳}}{x^{۳}} = ۱$$

۲) اگر $n = ۳$ و $m < ۳$:

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۳}}{۲x^{۳}} = \frac{۱}{۲}$$

۳) اگر $n < ۳$ و m مقدار پرتوان صورت بیش‌تر از مخرج است و در نتیجه حاصل حد بی‌نهایت می‌شود که یک مقدار عددی نیست.

۴) اگر هر کدام از m و n و یا یکی از این دو از ۳ بزرگ‌تر باشد، حاصل حد مقدار صفر می‌شود.

۵) اگر $m = n = ۳$:

$$\Rightarrow m = n = ۳ \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۳}}{۳x^{۳}} = \frac{۱}{۳}$$

بنابراین حاصل حد می‌تواند یکی از مقادیر صفر، $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۱}{۳}$ یا ۱ باشد.

(حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۹ (شهرام ولایی)

از رابطهٔ $\lim_{x \to ۱^{-}} \frac{f(x) - ۴}{x - ۱} = ۶$ نتیجه می‌گیریم: $\lim_{x \to ۱^{-}} f(x) = ۴$ و

$$f'_{-}(۱) = ۶.$$

$$\lim_{x \to ۱^{-}} f(x) = ۴ \Rightarrow b = ۴$$

$$f'_{-}(۱) = (a(۱ - x^{۲})[۲^{-}] + b)'$$

$$= -۲a(۱) = -۲a = ۶ \Rightarrow a = -۳$$

درنتیجه: $ab = (-۳) \times (۴) = -۱۲$

(ترکیبی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۶)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷ و ۱۳۴ تا ۱۳۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۰- (رسول محسنی‌منش)

تابع گزینهٔ «۴»، در $x = 0$ خط مماس قائم دارد چرا که هر دو مشتق چپ و راست $+\infty$ هستند.

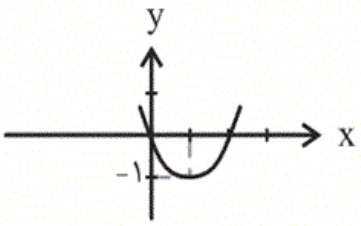
(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

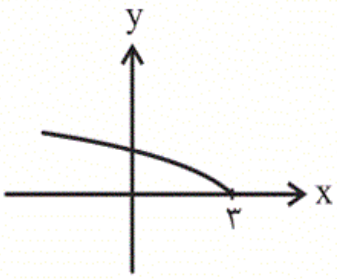
۱۵۱- (مهدی ملارمضانی)

با رسم هر یک از ضابطه‌های تابع $f(x)$ داریم:

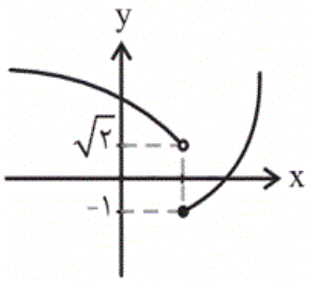
$y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$



$y = \sqrt{-x+3}$



حال با رسم هر یک از ضابطه‌ها در محدودهٔ مورد نظر داریم:



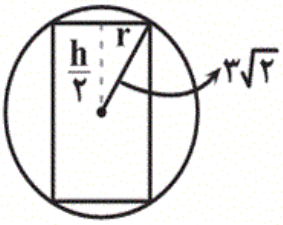
با توجه به نمودار، مینیمم مطلق تابع f برابر -۱ است.

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۲ (سعید نصیری)



$$\begin{cases} \frac{h^۲}{۴} + r^۲ = (۳\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow h = \sqrt{۷۲ - ۴r^۲} \\ S = ۲\pi rh = ۲\pi r\left(\sqrt{۷۲ - ۴r^۲}\right) \end{cases}$$

حال نقطهٔ بحرانی تابع S را به‌دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow S' = ۰ \Rightarrow S' = ۲\pi\sqrt{۷۲ - ۴r^۲} - \frac{۱۶\pi r^۲}{۲\sqrt{۷۲ - ۴r^۲}} = ۰$$

$$S' = \frac{۴\pi(۷۲ - ۴r^۲) - ۱۶\pi r^۲}{۲\sqrt{۷۲ - ۴r^۲}} = ۰ \Rightarrow \boxed{r = ۳}$$

بنابراین شعاع قاعدهٔ استوانه باید ۳ باشد تا مساحت جانبی استوانه ماکزیمم شود.

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\Rightarrow XF^۲ + ۴c^۲ = ۴a^۲ + XF^۲ - ۴aXF$$

$$\Rightarrow ۴aXF = ۴a^۲ - ۴c^۲ \Rightarrow XF = \frac{a^۲ - c^۲}{a}$$

در بیضی می‌دانیم $a^۲ - c^۲ = b^۲$ که $۲b$ طول قطر غیرکانونی است. بنابراین:

$$\begin{cases} ۲a = ۱۸ \Rightarrow a = ۹ \\ ۲b = ۱۲ \Rightarrow b = ۶ \end{cases}$$

$$XY = ۲XF = ۲\times\frac{a^۲ - c^۲}{a} = \frac{۲b^۲}{a} = \frac{۲\times۶^۲}{۹} = ۸$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۴- (رضا ذاکر)

چون دو دایره مماس خارج‌اند پس بین خط‌المرکزین دو دایره (d) و شعاع‌های آن‌ها رابطهٔ $d = r + r'$ برقرار است.

$$۲x^۲ + ۲y^۲ - ۸x + ۴y - ۸ = ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y - ۴ = ۰$$

$$O'\left(-\frac{(-۴)}{۲}, -\frac{۲}{۲}\right) \Rightarrow O'(۲, -۱)$$

$$r' = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۴)^۲ + (۲)^۲ - ۴(-۴)} = ۳$$

$$\Rightarrow d = |OO'| = \sqrt{(-۲-۲)^۲ + (۲+۱)^۲} = ۵$$

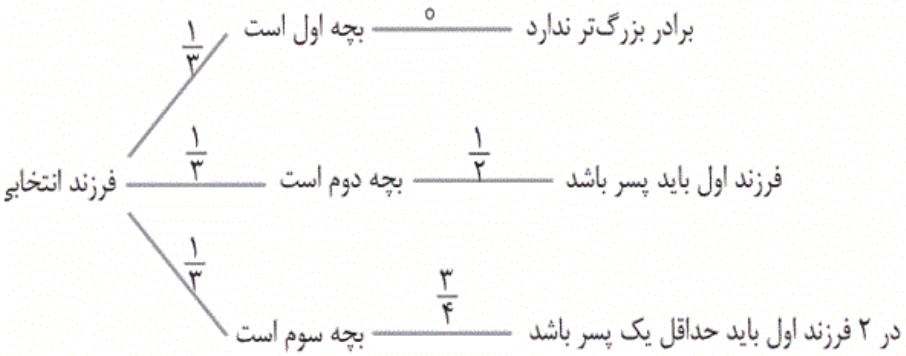
$$\Rightarrow ۵ = ۳ + r$$

$$\Rightarrow ۲ = r \Rightarrow \text{قطر دایره } ۲r = ۴$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۴۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۵۵- (سروش موئینی)



$$P = \frac{۱}{۳} \times ۰ + \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۳}{۴}$$

$$= ۰ + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۴} = \frac{۵}{۱۲}$$

(احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۱- گزینهٔ «۱»

ابتدا تمام زوایای داده شده در سؤال را به درجه تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۲۹\pi}{۱۸} \xrightarrow{\text{تبدیل به درجه}} ۲۹۰^\circ$$

$$\frac{۱۰\pi}{۹} \xrightarrow{\text{تبدیل به درجه}} ۲۰۰^\circ$$

حال عبارت صورت سؤال را بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\cos ۲۹۰^\circ - \sin ۲۹۰^\circ}{\sin ۱۶۰^\circ + \cos ۲۰۰^\circ} = \frac{\cos(۲۷۰^\circ + ۲۰^\circ) - \sin(۲۷۰^\circ + ۲۰^\circ)}{\sin(۱۸۰^\circ - ۲۰^\circ) + \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ)}$$

$$= \frac{\sin ۲۰^\circ - (-\cos ۲۰^\circ)}{\sin ۲۰^\circ - \cos ۲۰^\circ} = \frac{\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ}{\sin ۲۰^\circ - \cos ۲۰^\circ}$$

صورت و مخرج را بر $\cos ۲۰^\circ$ تقسیم می‌کنیم:

$$= \frac{\tan ۲۰^\circ + ۱}{\tan ۲۰^\circ - ۱} = \frac{۱/۴}{-۰/۶} = -\frac{۷}{۳}$$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۲۷۲- گزینهٔ «۳»

نقطهٔ A در هر دو تابع صدق می‌کند:

$$\left.\begin{array}{l} y=(\sqrt{۳})^{ax}+b \xrightarrow{A(۱,۷)} ۷=(\sqrt{۳})^{a}+b \\ y=a\times ۳^{x}+۱ \xrightarrow{A(۱,۷)} ۷=۳a+۱ \Rightarrow a=۲ \end{array}\right\} \Rightarrow a=۲\ ,\ b=۴$$

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۳- گزینهٔ «۴»

با توجه به متشابه بودن هر دو مثلث داریم:

$$\frac{OA}{OB}=\frac{OA'}{OB'} \Rightarrow \frac{y-۳}{۱/۵}=\frac{۴}{y+۲} \Rightarrow y^۲-y-۶=۶$$

$$\Rightarrow y^۲-y-۱۲=۰ \Rightarrow (y-۴)(y+۳)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=-۳ & \text{غیرقابل قبول چون طول ضلع منفی می‌شود} \\ y=۴ \end{cases}$$

نسبت مساحت مثلث کوچکتر به بزرگتر برابر مجذور نسبت اضلاع متناظر آن‌هاست:

$$\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle A'OB'}}=\left(\frac{OA}{OA'}\right)^۲=\left(\frac{۱}{۴}\right)^۲=\frac{۱}{۱۶}$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۲۷۴- گزینهٔ «۳»

فضای نمونه‌ای برابر تمام حالاتی است که ۷ نفر در صف می‌توانند قرار بگیرند: $n(S)=۷!$

پیشامد موردنظر به صورت زیر است:

ابتدای صف ۱ ۲ وسط صف ۳ ۴ انتهای صف

به جز سه برادر، باقی افراد می‌توانند به صورت بالا در صف قرار گیرند. جایگشت آن‌ها برابر ۴! است. با درنظر گرفتن جایگشت سه برادر، تعداد حالاتی که افراد می‌توانند به صورت گفته شده در سؤال کنار هم قرار گیرند برابر $۴!\times ۳!$ است.

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴!\times ۳!}{۷!}=\frac{۱}{۳۵}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۵- گزینهٔ «۲»

پنج عدد را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a, a+b, a+۲b, a+۳b, a+۴b$$

طبق صورت سؤال $\begin{cases} ۵a+۱۰b=۱۰۰ \\ (a+۲b)+(a+۳b)+(a+۴b)=۳[a+(a+b)] \\ \Rightarrow ۳a+۹b=۳(۲a+b) \\ \Rightarrow ۳a=۶b \Rightarrow a=۲b \end{cases}$

$$\Rightarrow b=۵ \ , \ a=۱۰$$

بزرگترین عدد: $a+۴b=۳۰$

۱ ۲✓ ۳ ۴

۲۷۶- گزینهٔ «۳»

ابتدا ضابطهٔ وارون تابع $g^{-۱}$ را بدست می‌آوریم:

$$g^{-۱}(x)=\frac{۱-x}{۲} \Rightarrow y=\frac{۱-x}{۲} \Rightarrow ۲y=۱-x$$

$$\Rightarrow x=۱-۲y \xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم}]{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را}} y=g(x)=۱-۲x$$

$$\Rightarrow (gof)(x)=-۷ \Rightarrow g(x^۲-x+۲)=-۷$$

$$\Rightarrow ۱-۲(x^۲-x+۲)=-۷ \Rightarrow -۲x^۲+۲x+۴=۰$$

$$\xrightarrow{\div(-۲)} x^۲-x-۲=۰ \Rightarrow (x-۲)(x+۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۲ \\ x=-۱ \end{cases}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۷- گزینهٔ «۲»

برای بدست آوردن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، کافی است بزرگ‌ترین توان x در صورت و مخرج را انتخاب کرد:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\frac{-۳}{۲}\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{۲x}=\frac{-۳}{۲}\Rightarrow \frac{a}{۲}=\frac{-۳}{۲}\Rightarrow a=-۳$$

حال حاصل $\lim\limits_{x\to۱} f(x)$ را بدست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to۱}\frac{-۳x+\sqrt{۴x+۵}}{۲x-۲}:\frac{۰}{۰}\xrightarrow[\text{صورت ضرب می کنیم}]{\text{صورت و مخرج را در مزدوج}}$$

$$\lim_{x\to۱}\frac{-۳x+\sqrt{۴x+۵}}{۲x-۲}\times\frac{-۳x-\sqrt{۴x+۵}}{-۳x-\sqrt{۴x+۵}}$$

$$=\lim_{x\to۱}\frac{۹x^{۲}-۴x-۵}{(۲x-۲)(-۳x-\sqrt{۴x+۵})}$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

۲۷۸- گزینهٔ «۳»

نقطهٔ $(-۳,۵)$، یکی از نقاط بحرانی تابع است، بنابراین مختصات این نقطه باید در ضابطهٔ تابع صدق کند:

$$f(-۳)=-۲۷+۹a-۳b+۵=۵\Rightarrow ۹a-۳b=۲۷$$

$$\Rightarrow ۳a-b=۹\ \ (I)$$

$f'(x)$ همواره تعریف شده است. پس برای اینکه نقطهٔ $(-۳,۵)$ نقطهٔ بحرانی تابع باشد باید مقدار مشتق تابع f در نقطهٔ $x=-۳$ برابر صفر باشد:

$$f(x)=x^{۳}+ax^{۲}+bx+۵\Rightarrow f'(x)=۳x^{۲}+۲ax+b$$

$$f'(-۳)=۰\Rightarrow f'(-۳)=۲۷-۶a+b=۰$$

$$\Rightarrow -۶a+b=-۲۷\ \ (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)}\begin{cases}۳a-b=۹\\ -۶a+b=-۲۷\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع}}-۳a=-۱۸$$

$$\Rightarrow a=۶, b=۹$$

بنابراین ضابطهٔ تابع به صورت $f(x)=x^{۳}+۶x^{۲}+۹x+۵$ خواهد بود

$$f(-۱)=(-۱)+۶-۹+۵=۱$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۹- گزینهٔ «۴»

شیب خطی که موازی محور xهاست، برابر صفر است. معادلهٔ $f'(x)=0$ را حل می‌کنیم تا نقاطی را که شیب خط برابر صفر است بدست بیاوریم:

$$f(x)=\frac{x^2+3x}{2-2x}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{(2x+3)(2-2x)-(-2)(x^2+3x)}{(2-2x)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow (2x+3)(2-2x)+2(x^2+3x)=0$$

$$\Rightarrow (-4x^2-2x+6)+(2x^2+6x)=0$$

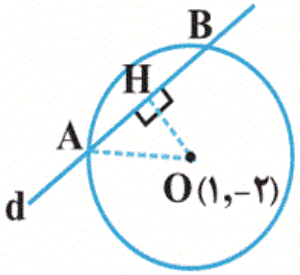
$$\Rightarrow -2x^2+4x+6=0 \xrightarrow{\div(-2)} x^2-2x-3=0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

بنابراین در نقاطی با طول‌های ۳ و ۱-، خط مماس بر تابع، موازی محور xهاست.

۱) ۲) ۳) ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



$d: ۲x-y+۱=۰$

$x^۲+y^۲-۲x+۴y-۴=۰$

$O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})=(۱,-۲)$

$r=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۱۶}=۳$

$OH=\frac{|۲(۱)-(-۲)+۱|}{\sqrt{۲^۲+(-۱)^۲}}=\frac{۵}{\sqrt{۵}}=\sqrt{۵}$

طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$OA^۲=OH^۲+AH^۲ \Rightarrow ۹=۵+AH^۲$

$\Rightarrow AH=۲ \xrightarrow{\text{طول وتر}} AB=۴$

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا