سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۲۶- اگر در یک دنبالهٔ هندسی غیرصعودی، با جملهٔ عمومی a_n، $a_1 + a_3 + a_5 = 91$ و مجموع مربعات سه جملهٔ اول دنباله ۹۱ باشد، آنگاه جملهٔ ششم این دنباله کدام است؟

۱) ۲۴۳

۲) -243

۳) -81

۴) -3^{10}

۱۲۷- مساحت ناحیهٔ محصور بین نمودار دو تابع $f(x)=|x+1|$ و $g(x)=-2x+2$ با محور xها کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{16}{3}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۱۲۸- اگر $\log 3 = b$ و $\log 2 = a$ باشد، آن‌گاه حاصل $\log_{75}^{54}$ کدام است؟

۱) $\frac{a+3b}{-2a+b-2}$

۲) $\frac{a+3b}{-2a+b+2}$

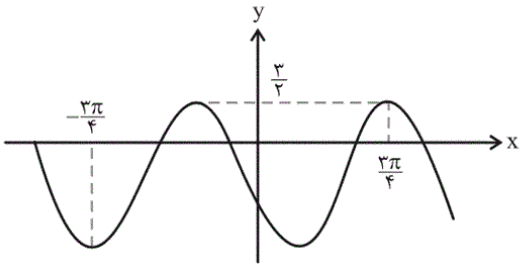
۳) $\frac{3a+b}{-2a+b-2}$

۴) $\frac{b+3a}{-2a+b+2}$

۱۲۹- عبارت $\sin x^2$ وقتی x روی بازهٔ $[0,\pi]$ تغییر می‌کند، چند بار بیش‌ترین مقدار ممکن را اختیار می‌کند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۳۰- اگر نمودار روبه‌رو متعلق به تابع $y = a\sin bx - \frac{3}{2}$ باشد، ab کدام است؟



۱) ۶

۲) -6

۳) ۳

۴) -3

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$، آنگاه ماتریس $A - 2A^{-1}$، کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

۱۳۲- با ارقام $\{۰,۱,۵,۶\}$ چند عدد ۴ رقمی بزرگ‌تر از ۴۰۰۰ و مضرب ۱۵ می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۷

۱۳۳- جنسیت افراد، رنگ موی افراد و سرعت یک خودرو به‌ترتیب چه نوع کمیت‌های آماری هستند؟

۱) کیفی اسمی ـ کیفی ترتیبی ـ کمی پیوسته
۲) کیفی ترتیبی ـ کیفی اسمی ـ کمی گسسته
۳) کیفی اسمی ـ کیفی ترتیبی ـ کمی گسسته
۴) کیفی اسمی ـ کیفی اسمی ـ کمی پیوسته

۱۳۴- ضریب تغییرات ۳۰ دادهٔ آماری برابر با ۳/۶ است. اگر سه برابر میانگین این داده‌ها را به همهٔ آن‌ها اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چقدر خواهد شد؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱۰/۸ ۳) ۱۴/۴ ۴) ۰/۹

۱۳۵- در ظرفی ۱ مهرهٔ قرمز، ۲ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ آبی وجود دارد. دو مهره به تصادف و همزمان بر می‌داریم. احتمال غیرهمرنگ بودن دو مهره کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۱۳۶- مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{۱}{|x+۱|} > \frac{۲}{|x-۲|}$ کدام است؟

۱) $(-۴,۰)$ ۲) $(-۲,-۱)\cup(-۱,۲)$
۳) $(-۴,-۱)\cup(-۱,۰)$ ۴) $(-\infty,-۴)\cup(۰,۲)\cup(۲,+\infty)$

۱۳۷- اگر $f(x)=\sqrt{\log(x-۱)}$ و $g(x)=\frac{۲^x}{۲^x-۱}$، آنگاه دامنهٔ تابع $(fog)(x)$ کدام است؟

۱) $(۱,+\infty)$ ۲) $(۰,۱]$
۳) $(۰,۱]\cup[۲,۱۱)$ ۴) $(۰,۱)$

۱۳۸- اگر $\lim_{x\to-۱}\frac{\sqrt[۳]{x}+۱}{x^۳+ax^۲-۷x+b}=\frac{-۱}{۱۲}$ باشد، آن‌گاه مقدار b کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۶- ۳) ۳ ۴) ۳-

۱۳۹- تابع با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{x^۲+۸۱}$ را در نظر بگیرید. وقتی x در بازهٔ $[۰,۱۲]$ تغییر می‌کند، آهنگ متوسط تغییرات تابع، در چه نقطه‌ای از این بازه با آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر است؟

۱) $x=۱$ ۲) $x=\sqrt{۳}$ ۳) $x=۲\sqrt{۳}$ ۴) $x=۳\sqrt{۳}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۰- احتمال ازدواج پسر و دختر خانواده‌ای تا ۵ سال دیگر به‌ترتیب $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۳}$ است. اگر پسر ازدواج کند، احتمال ازدواج دختر به $\frac{۱}{۲}$ افزایش می‌یابد. با کدام احتمال حداقل یکی از آن‌ها تا ۵ سال دیگر ازدواج خواهد کرد؟

۱) $\frac{۱۱}{۲۴}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲۴}$ ۳) $\frac{۷}{۲۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۱۴۱- یکی از فرزندان خانواده سه فرزندی را انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال برادری بزرگ‌تر از خودش دارد؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱۱}{۲۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۱۴۲- یکی از ریشه‌های معادلهٔ $a(x-۲)^۲ = x$ از ۱۰ برابر ریشهٔ دیگر سه واحد کم‌تر است. مقدار مثبت a کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۱۴۳- اگر $\frac{f(x)}{f'(x)} = (x+۲)(x+۱)$، آنگاه حاصل $\frac{f'(۰)}{f''(۰)}$، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

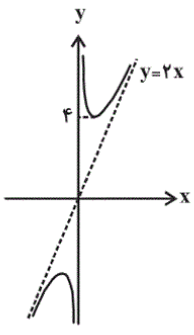
۱۴۴- اگر $a < k < b$، آنگاه خط به معادلهٔ $y = k$، منحنی به معادلهٔ $y = x^۳ - ۳x^۲ + ۱$ را در سه نقطه قطع می‌کند. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۴۵- تقعر منحنی به معادلهٔ $y = x^۴ - ۱۲x^۲ + ۶x + ۳$ در بازهٔ $(a, +\infty)$ رو به بالاست. کم‌ترین مقدار a کدام است؟

۱) $-\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) -۲

۱۴۶- شکل زیر نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{ax^۲ + b}{x}$ را نشان می‌دهد. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟



۱) $(۲, ۲)$
۲) $(-۲, ۲)$
۳) $(۲, -۲)$
۴) $(-۲, -۲)$

۱۴۷- اگر خطوط $(K-۱)x - ۲y = ۶$ و $۲x - (K-۱)y = ۴$ دو ضلع غیرموازی یک مستطیل باشند و مبدأ مختصات یک رأس مستطیل باشد، آن‌گاه مساحت مستطیل کدام است؟

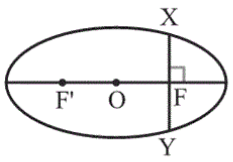
۱) ۱۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۸- طول قطر دایره‌ای به مرکز $O(-۲,۲)$ که با دایرهٔ $۲x^۲+۲y^۲-۸x+۴y=۸$ مماس خارج باشد، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۴۹- در بیضی شکل زیر، F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر طول قطرهای کانونی و غیرکانونی بیضی به‌ترتیب برابر با ۱۸ و ۱۲ باشد، طول پاره‌خط XY کدام است؟



۱) ۶

۲) ۸

۳) ۴

۴) ۳

۱۵۰- اگر $f(x)=\int_{x}^{۱}(۱+t^۲)dt$، آنگاه مشتق تابع $f(x^۲+۱)$ در $x=۱$ کدام است؟

۱) ۱۰- ۲) ۲۰- ۳) ۲۰ ۴) صفر

۱۵۱- اگر $\int \frac{x^۲-۲x}{(x-۱)^۲}dx=\frac{f(x)}{x-۱}+c$، آن‌گاه $f(x)$ کدام است؟

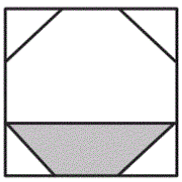
۱) $-x^۲+x+۱$ ۲) $-x^۲+x-۱$

۳) $x^۲-x-۱$ ۴) $x^۲-x+۱$

۱۵۲- در مثلث متساوی‌الساقین ABC، $(AB=AC, \hat{A}=۲۴^\circ)$، پاره‌خط BC را از طرف C تا نقطهٔ D امتداد می‌دهیم، به طوری‌که طول BD برابر ساق مثلث شود. زاویهٔ CAD چند درجه است؟

۱) ۲۶ ۲) ۲۷ ۳) ۲۸ ۴) ۲۹

۱۵۳- مطابق شکل، درون مربعی به طول ضلع ۴ واحد، یک هشت ضلعی منتظم محاط شده است. مساحت قسمت سایه‌زده شده کدام است؟



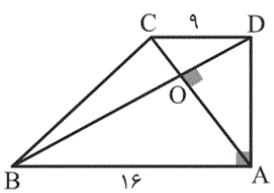
۱) $۲(\sqrt{۲}+۱)$

۲) $\sqrt{۲}+۲$

۳) $۴(\sqrt{۲}-۱)$

۴) $۸(\sqrt{۲}-۱)$

۱۵۴- در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ مقابل، قطرها بر هم عمود هستند. مساحت ذوزنقه کدام است؟



۱) ۳۰۰

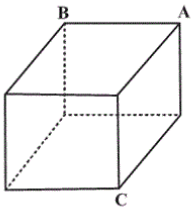
۲) ۲۵۰

۳) ۲۰۰

۴) ۱۵۰

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۵- شکل زیر یک مکعب را نشان می‌دهد. مساحت کل این مکعب، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



۱) ۴

۲) ۶

۳) $۴\sqrt{۲}$

۴) $۶\sqrt{۲}$

ریاضي - اعتبارسنجي - ۱۰ سوال -

۲۷۱-در یک دنبالهٔ هندسی نامتناهی، جملهٔ پنجم ۵ و جملهٔ دهم $\frac{۱}{۶۲۵}$ است. مجموع همهٔ جمله‌های این دنباله کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}\times ۵^{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۸}\times ۵^{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}\times ۵^{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}\times ۵^{۵}$

۲۷۲-اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۱ & ۳\end{bmatrix}$ و $AB=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$، آن‌گاه دترمینان ماتریس B کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $-\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $-\frac{۱}{۴}$

۲۷۳-اگر $۳^{x+۱}+۳^{x-۱}=۹۰$ و $\log_{۱۶}^{۲x}+\log_{۴}^{y}=۱$، مقدار y چند برابر $\sqrt{۶}$ است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۲۷۴-میانگین و واریانس تعدادی دادهٔ آماری به‌ترتیب ۴ و ۳ است. اگر به تمام داده‌ها یک واحد اضافه کنیم، درصد ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟ $(\sqrt{۳}\simeq ۱/۷)$

۱) ۳۳ ۲) ۳۴ ۳) ۷۶ ۴) ۸۰

۲۷۵-از بین ۵ نفر کلاس اولی، ۳ نفر کلاس دومی و ۴ نفر کلاس سومی، سه نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که فقط دو نفر کلاس اولی انتخاب شود کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲۲}$ ۲) $\frac{۹}{۲۲}$ ۳) $\frac{۱۳}{۲۲}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۲}$

۲۷۶-اگر $f(x)=\frac{|x|}{x}$ و $g(x)=\begin{cases}x^{۲}-۱ & x\le ۰\\ x+۳ & x>۰\end{cases}$ باشد، $(fog)(\sqrt{۲}-۱)-(gof)(۱-\sqrt{۲})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) ۲

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۷-در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۱}{x}$، آهنگ متوسط تغییر تابع در بازهٔ $[\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۲}]$ چه‌قدر از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در ابتدای بازه بیش‌تر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۷۸-معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۲x=\sin ۲x+۱$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۷۹-نقاط عطف و ماکسیمم تابع $f(x)=\frac{۳}{x^۲+۳}$ سه رأس یک مثلث هستند. مساحت مثلث کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۲۸۰-اگر شعاع دایرهٔ $x^۲+y^۲+ax+by-۲=۰$ برابر ۲ و خط $y=x-۲$، یکی از خطوط قائم بر این دایره باشد، آن‌گاه حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) -۸ ۴) صفر

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۲۶- گزینهٔ «۲» *(سهند ولی‌زاده)*

با توجه به اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} a_1 + a_3 + a_5 = 91 \Rightarrow a_1(1+q^2+q^4) = 91 \\ a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 91 \Rightarrow a_1^2(1+q^2+q^4) = 91 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 1$$

$$\xrightarrow{a_1=1} 1+q^2+q^4 = 91 \Rightarrow q^4+q^2-90 = 0$$

$$\Rightarrow (q^2-9)(q^2+10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = 3 & \text{دنبالهٔ صعودی} \\ q = -3 & \text{دنباله غیرصعودی} \end{cases}$$

چون دنباله غیرصعودی است، پس $q = -3$ قابل قبول است:

$$\xrightarrow{a_1=1 \;\; q=-3} a_6 = a_1 q^5 = (1)(-3)^5 = -243$$

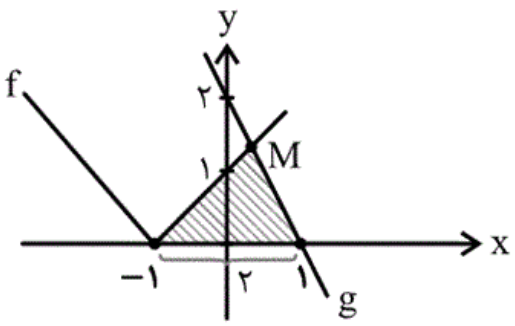
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۱۲۷- گزینهٔ «۴» *(رضا ذاکر)*

برای به‌دست آوردن مساحت مورد نظر نمودار دو تابع f و g را رسم می‌کنیم:



می‌خواهیم مساحت مثلثی را حساب کنیم که ارتفاع آن همان عرض نقطهٔ M است. در نتیجه شاخهٔ سمت راست f را با g تلاقی می‌دهیم:

$$x+۱=-۲x+۲ \Rightarrow x_M=\frac{۱}{۳}$$

$$y_M=\frac{۱}{۳}+۱=\frac{۴}{۳}$$

$$S=\underbrace{\frac{۱}{۲}\times ۲}_{\text{قاعدهٔ مثلث}}\times\frac{۴}{۳}=\frac{۴}{۳}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۸- گزینهٔ «۲» *(سهند ولی‌زاده)*

$$\log_{۷۵}^{۵۴}=\frac{\log ۵۴}{\log ۷۵}=\frac{\log ۲۷+\log ۲}{\log ۳+۲\log ۵}=\frac{۳\log ۳+\log ۲}{\log ۳+۲(۱-\log ۲)}$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

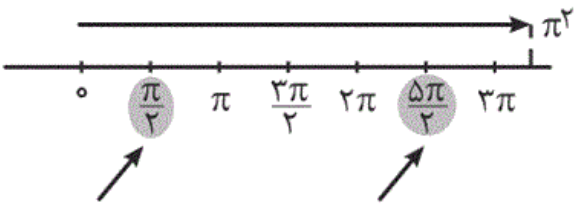
۱۲۹– گزینهٔ «۳» (محمدمصطفی ابراهیمی)

می‌دانیم ماکزیمم عبارت $y = \sin x^{۲}$ وقتی است که $\sin x^{۲} = ۱$ باشد.

اگر $۰ \leq x \leq \pi$ باشد، آنگاه $۰ \leq x^{۲} \leq \pi^{۲}$ خواهد بود.

روی دایرهٔ مثلثاتی وقتی زاویه از صفر تا $\pi^{۲}$ تغییر می‌کند مقدار سینوس ۲ بار برابر ۱ می‌شود.

به‌طور دقیق‌تر روی محور زیر مشاهده می‌کنید.



$$\sin(\frac{\pi}{۲}) = ۱ \qquad \sin(\frac{۵\pi}{۲}) = ۱$$

در نتیجه به‌ازای $x = \sqrt{\frac{\pi}{۲}}, \sqrt{\frac{۵\pi}{۲}}$، عبارت $y = \sin x^{۲}$ به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسد.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\Rightarrow |a| = ۳ \Rightarrow a = \pm ۳$$

فاصلهٔ نقاط $\frac{۳\pi}{۴}$ و $-\frac{۳\pi}{۴}$ به‌اندازهٔ ۱/۵ برابر دورهٔ تناوب تابع است. بنابراین:

$$\frac{۳\pi}{۴} - (-\frac{۳\pi}{۴}) = \frac{۳}{۲}T \Rightarrow T = \pi$$

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = ۲ \Rightarrow b = \pm ۲$$

با توجه به اینکه تابع بعد از $x = ۰$ نزولی است، بنابراین $ab < ۰$ است. یعنی a و b مختلف‌العلامت هستند.

$$\begin{cases} a = ۳ , b = -۲ \Rightarrow ab = -۶ \\ \text{یا} \\ a = -۳ , b = ۲ \Rightarrow ab = -۶ \end{cases}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲)

۱ ✓۲ ۳ ۴

۱۳۱- گزینهٔ «۱» (کوروش شاه‌منصوریان)

$$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ۲\times(-۱) - (۰)\times(۳) = -۲$$

$$\Rightarrow A^{-۱} = \frac{۱}{-۲}\begin{bmatrix} -۱ & -۳ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A - ۲A^{-۱} = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۱ & -۳ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۴)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۲- گزینهٔ «۱» *(سهند ولی‌زاده)*

با ارقام $\{۶ , ۵ , ۱ , ۰\}$ هر عدد ۴ رقمی بدون تکرار ارقام، بر ۳ بخش‌پذیر است

لذا فقط بخش‌پذیری بر ۵ و بزرگ‌تر از ۴۰۰۰ بودن را بررسی می‌کنیم:

$\overline{۲}\ \overline{۲}\ \overline{۱}\ \overline{۱}$ $\Rightarrow$ ۴ حالت

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\{۵ , ۶\} \quad \{۰\}$

$\Rightarrow ۴+۲=۶$

$\overline{۱}\ \overline{۲}\ \overline{۱}\ \overline{۱}$ $\Rightarrow$ ۲ حالت

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\{۶\} \quad \{۵\}$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۳- گزینهٔ «۴» *(رضا آزاد)*

کمیت‌های کیفی به دو دستهٔ اسمی و ترتیبی و کمیت‌های کمی به دو دستهٔ پیوسته و گسسته تقسیم‌بندی می‌شوند. جنسیت افراد و رنگ موی افراد از نوع کیفی اسمی و سرعت یک خودرو از نوع کمی پیوسته هستند.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۴- گزینهٔ «۴» *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

ضریب تغییرات، حاصل تقسیم انحراف معیار بر میانگین است. یعنی:

$$CV_۱ = \frac{\sigma_۱}{\overline{x}_۱} = ۳/۶$$

نکته: می‌دانیم اگر همهٔ داده‌ها را با a جمع کنیم، میانگین نیز با a جمع خواهد شد، اما انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

طبق نکتهٔ بالا، ۳ برابر میانگین به میانگین اضافه می‌شود اما انحراف معیار ثابت می‌ماند.

$$\overline{x}_۲ = \overline{x}_۱ + ۳\overline{x}_۱ = ۴\overline{x}_۱ \qquad \sigma_۲ = \sigma_۱$$

$$CV_۲ = \frac{\sigma_۲}{\overline{x}_۲} = \frac{\sigma_۱}{۴\overline{x}_۱} = \frac{۱}{۴} \times \frac{\sigma_۱}{\overline{x}_۱} = \frac{۱}{۴} \times ۳/۶ = ۰/۹$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- گزینهٔ «۱» *(محمدجواد محسنی)*

برای راحتی کار، احتمال متمم یعنی همرنگ بودن دو مهره را حساب کـرده و از یک کم می‌کنیم:

$$n(S)=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

$$n(A')=\underbrace{\binom{۲}{۲}}_{\text{هر دو سفید}}+\underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\text{هر دو آبی}}=۱+۳=۴$$

$$\Rightarrow P(A')=\frac{n(A')}{n(S)}=\frac{۴}{۱۵}$$

$$\Rightarrow P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۴}{۱۵}=\frac{۱۱}{۱۵}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۶- گزینهٔ «۳» *(محمدامین روانبخش)*

چون طرفین تساوی هر دو مثبت‌اند. پس می‌توانیم با در نظر گرفتن ریشه‌های مخرج‌ها، طرفین وسطین انجام دهیم:

$$\frac{۱}{|x+۱|}>\frac{۲}{|x-۲|}\xrightarrow{x\neq -۱,۲}|x-۲|>۲|x+۱|$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}}x^۲-۴x+۴>۴(x^۲+۲x+۱)$$

$$\Rightarrow ۳x^۲+۱۲x<۰\Rightarrow ۳x(x+۴)<۰$$

$$\Rightarrow -۴<x<۰$$

با در نظر گرفتن شرط $x\neq -۱,۲$ داریم:

$$x\in(-۴,۰)-\{-۱\}=(-۴,-۱)\cup(-۱,۰)$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۷- گزینهٔ «۲» (محمدجواد محسنی)

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$D_g : ۲^x - ۱ \neq ۰ \Rightarrow ۲^x \neq ۱ \Rightarrow x \neq ۰$$

$$\Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{۰\} \quad (I)$$

$$D_f : \begin{cases} x - ۱ > ۰ \Rightarrow x > ۱ \\ \log(x-۱) \geq ۰ \Rightarrow x - ۱ \geq ۱ \Rightarrow x \geq ۲ \end{cases} \Rightarrow D_f = [۲, +\infty)$$

$$\frac{۲^x}{۲^x - ۱} \geq ۲ \Rightarrow \frac{۲^x}{۲^x - ۱} - ۲ \geq ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲ - ۲^x}{۲^x - ۱} \geq ۰ \xrightarrow{۲^x = t} \frac{۲ - t}{t - ۱} \geq ۰$$

$$\Rightarrow ۱ < t \leq ۲ \Rightarrow ۱ < ۲^x \leq ۲ \Rightarrow ۰ < x \leq ۱$$

$$\Rightarrow ۰ < x \leq ۱ \quad (II)$$

$$(I) \cap (II) = (۰, ۱]$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{x^3+ax^2-7x+b}=\frac{-1}{4}$$

با توجه به آن‌که $(x+1)$ در $x=-1$ صفر می‌شود، پس مخرج هم باید عامل $(x+1)$ داشته باشد.

$$\begin{array}{r|l} x^3+ax^2-7x+b & x+1 \\ \hline -(x^3+x^2) & x^2+(a-1)x-(a+6) \\ \hline (a-1)x^2-7x+b & \\ -((a-1)x^2+(a-1)x) & \\ \hline -(a+6)x+b & \\ -(-(a+6)x-(a+6)) & \\ \hline a+b+6=0 & \end{array}$$

بنابراین:

$$\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{(x+1)(x^2+(a-1)x-(a+6))}=-\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-(a-1)-(a+6)}=\frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow -2a-4=-4\Rightarrow a=0\Rightarrow b=-6$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۹۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۹- گزینهٔ «۴» (حسین بسطام)

$$I=[0,12] \Rightarrow x_1=0 \text{ و } x_2=12$$

$$\begin{cases} \text{آهنگ متوسط تغییر تابع } f \text{ روی بازه‌ی } I = \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} \\ \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f \text{ در } x=x_0 = f'(x_0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} = \dfrac{\sqrt{144+81}-\sqrt{81}}{12-0} = \dfrac{15-9}{12} = \dfrac{1}{2} \\ = \dfrac{x_0}{\sqrt{x_0^2+81}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2+81}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x_0 = \sqrt{x_0^2+81} \Rightarrow 4x_0^2 = x_0^2+81$$

$$\Rightarrow x_0^2 = 27 \Rightarrow x_0 = \pm 3\sqrt{3} \xrightarrow{x_0 \in I} x_0 = 3\sqrt{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\frac{1}{2} = \frac{P(G \cap B)}{\frac{1}{4}} \Rightarrow P(G \cap B) = \frac{1}{8}$$

حال احتمال این‌که حداقل یکی از آن‌ها تا ۵ سال دیگر ازدواج کند را به‌دست می‌آوریم:

$$P(G \cup B) = P(B) + P(G) - P(B \cap G)$$

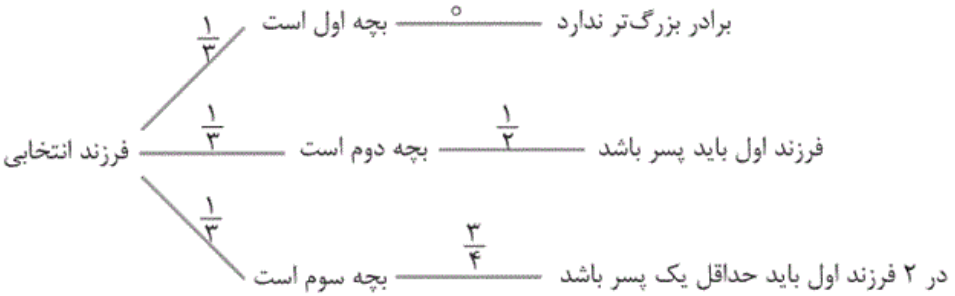
$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{6+8-3}{24} = \frac{11}{24}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۱۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۱- گزینهٔ «۴» *(سروش موئینی)*



$$P=\frac{۱}{۳}\times ۰+\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۴}$$

$$=۰+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۱۲}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۴۲- گزینهٔ «۳» *(ایمان نفستین)*

اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، آن‌گاه داریم:

$$a(x^۲-۴x+۴)=x\Rightarrow ax^۲-(۴a+۱)x+۴a=۰$$

$$\begin{cases}\alpha+\beta=\dfrac{۴a+۱}{a}\\ \alpha\beta=۴\end{cases}$$

$$\alpha=۱۰\beta-۳\xrightarrow{\times\alpha}\alpha^۲=۱۰\alpha\beta-۳\alpha$$

$$\xrightarrow{\alpha\beta=۴}\alpha^۲=۴۰-۳\alpha$$

$$\Rightarrow\alpha^۲+۳\alpha-۴۰=۰$$

$$\Rightarrow(\alpha+۸)(\alpha-۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-۸\\ \alpha=۵\end{cases}$$

ریشه‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند:

$$\begin{cases}\alpha=-۸\Rightarrow a(-۸-۲)^۲=-۸\Rightarrow ۱۰۰a=-۸\Rightarrow a=-\dfrac{۲}{۲۵}\\ \alpha=۵\Rightarrow a(۵-۲)^۲=۵\Rightarrow ۹a=۵\Rightarrow a=\dfrac{۵}{۹}\end{cases}$$

بنابراین مقدار مثبت a برابر $\frac{۵}{۹}$ است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۳- گزینهٔ «۳» (فرهاد حامی)

$$\frac{f(x)}{f'(x)} = (x+1)(x+2) \Rightarrow f(x) = (x+1)(x+2)f'(x) \Rightarrow$$

$$f'(x) = 1(x+2)f'(x) + 1(x+1)f'(x) + f''(x)(x+1)(x+2)$$

$$\Rightarrow f'(0) = 2f'(0) + f'(0) + 2f''(0) \Rightarrow \frac{f'(0)}{f''(0)} = -1$$

نکته: اگر u، v و w توابعی از x باشند و $h(x) = uvw$، آنگاه:

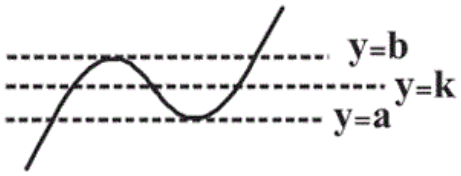
$$h'(x) = u'vw + uv'w + uvw'$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۴- گزینهٔ «۲» (حسین حاجیلو)

مطابق شکل زیر، باید b عرض نقطه‌ی ماکزیمم نسبی و a عرض نقطه‌ی می‌نیمم نسبی تابع باشد تا بیش‌ترین مقدار b-a حاصل شود.



$$y = x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 = b \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 = a \end{cases} \Rightarrow Max(b-a) = 4$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۵- گزینه‌ی «۳» (محمدرضا چکینی)

در بازه‌هایی تقعر نمودار رو به بالاست که $y'' > 0$.

$$y = x^4 - 12x^2 + 6x + 3 \Rightarrow y' = 4x^3 - 24x + 6$$

$$\Rightarrow y'' = 12x^2 - 24 = 12(x^2 - 2)$$

$$y'' > 0 \Rightarrow 12(x^2 - 2) > 0 \Rightarrow x^2 - 2 > 0 \Rightarrow x^2 > 2$$

$$\Rightarrow x < -\sqrt{2} \text{ یا } x > \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x \in ((-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)) \Rightarrow a_{min} = \sqrt{2}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\Rightarrow f(x)=2x+\frac{b}{x}\Rightarrow f'(x)=2-\frac{b}{x^2}\xrightarrow{f'(x)=0}$$

$$2=\frac{b}{x^2}\Rightarrow x^2=\frac{b}{2}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$$

یعنی با شرط $b>0$، $x=\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$، طول‌های نقاط اکسترمم نسبی نمودار تابع f هستند، چون $\sqrt{\frac{b}{2}}>0$ و $-\sqrt{\frac{b}{2}}<0$، پس با توجه به نمودار، باید $f(\sqrt{\frac{b}{2}})=4$ باشد، داریم:

$$f(\sqrt{\frac{b}{2}})=\frac{2(\sqrt{\frac{b}{2}})^2+b}{\sqrt{\frac{b}{2}}}=\frac{2b}{\sqrt{\frac{b}{2}}}=\frac{4(\sqrt{\frac{b}{2}})^2}{\sqrt{\frac{b}{2}}}=4\sqrt{\frac{b}{2}}$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{\frac{b}{2}}=4\Rightarrow\sqrt{\frac{b}{2}}=1\Rightarrow b=2$$

توجه کنید که با استدلال دیگری نیز می‌توان گزینهٔ «۱» را انتخاب کرد.

چون $a=2$، پس معادلهٔ تابع به صورت $f(x)=\frac{2x^2+b}{x}$ است و گزینهٔ «۲» و «۴» حذف می‌شوند، حال اگر b عددی منفی باشد، معادلهٔ $f(x)=0$ دارای دو ریشه است. اما نمودار تابع f محور xها را قطع نکرده است، پس گزینهٔ «۳» نیز حذف می‌شود.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

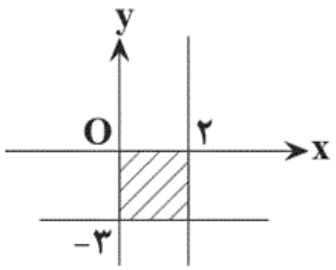
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۷- گزینهٔ «۳» (شهرام ولایی)

شیب دو ضلع را به‌دست می‌آوریم. باید برای دو خط عمود غیرموازی با محورهای مختصات $m_۱m_۲ = -۱$ باشد.

$$m_۱ = \frac{K-۱}{۲}, m_۲ = \frac{۲}{K-۱}$$

با بررسی شرط بیان شده متوجه می‌شویم که دو خط بر هم عمود نمی‌شوند مگر آنکه $K = ۱$ باشد که در نتیجه $y = -۳$ و $x = ۲$ معادلهٔ دو ضلع مستطیل خواهند شد. از طرفی مبدأ مختصات یک رأس مستطیل است، بنابراین داریم:



مساحت مستطیل: $۲ \times ۳ = ۶$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۸- گزینهٔ «۲» (رضا ذاکر)

چون دو دایره مماس خارج اند پس بین خط‌المرکزین دو دایره (d) و شعاع‌های آن‌ها رابطهٔ $d = r + r'$ برقرار است.

$$۲x^۲ + ۲y^۲ - ۸x + ۴y - ۸ = ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y - ۴ = ۰$$

$$O'\left(-\frac{(-۴)}{۲}, -\frac{۲}{۲}\right) \Rightarrow O'(۲, -۱)$$

$$r' = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۴)^۲ + (۲)^۲ - ۴(-۴)} = ۳$$

$$\Rightarrow d = |OO'| = \sqrt{(-۲-۲)^۲ + (۲+۱)^۲} = ۵$$

$$\Rightarrow ۵ = ۳ + r \Rightarrow ۲ = r \Rightarrow \text{قطر دایره } ۲r = ۴$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- گزینهٔ «۲» *(علی‌اصغر شریفی)*

نقطهٔ x روی بیضی قرار دارد و طبق تعریف بیضی، داریم:

$$XF + XF' = ۲a$$

که $۲a$ طول قطر کانونی بیضی است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه XFF' داریم:

$$XF^۲ + FF'^۲ = XF'^۲$$

FF' همان فاصلهٔ کانونی بیضی است که با $۲c$ نمایش می‌دهیم. با توجه به دو رابطهٔ بالا داریم:

$$XF^۲ + (۲c)^۲ = (۲a - XF)^۲$$

$$\Rightarrow XF^۲ + ۴c^۲ = ۴a^۲ + XF^۲ - ۴aXF$$

$$\Rightarrow ۴aXF = ۴a^۲ - ۴c^۲ \Rightarrow XF = \frac{a^۲ - c^۲}{a}$$

در بیضی می‌دانیم $a^۲ - c^۲ = b^۲$ که $۲b$ طول قطر غیرکانونی است. بنابراین:

$$\begin{cases} ۲a = ۱۸ \Rightarrow a = ۹ \\ ۲b = ۱۲ \Rightarrow b = ۶ \end{cases}$$

$$XY = ۲XF = ۲\times\frac{a^۲ - c^۲}{a} = \frac{۲b^۲}{a} = \frac{۲\times ۶^۲}{۹} = ۸$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۵۰- گزینهٔ «۱» *(فرهاد وفایی)*

$$f(x) = \int_x^۱ (۱ + t^۲)dt \Rightarrow f(x) = -\int_۱^x (۱ + t^۲)dt$$

$$\Rightarrow f'(x) = -(۱ + x^۲) \qquad (*)$$

$$y = f(x^۲ + ۱) \Rightarrow y' = (x^۲ + ۱)' f'(x^۲ + ۱) \Rightarrow y' = ۲xf'(x^۲ + ۱)$$

$$\xrightarrow{x=۱} y' = (۲\times ۱)f'(۲) \overset{(*)}{=} ۲\times ۱\times (-۵) = -۱۰$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۱- گزینه‌ی «۴» (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

$$\int \frac{x^۲-۲x}{(x-۱)^۲}dx=\int \frac{(x-۱)^۲-۱}{(x-۱)^۲}dx=\int (۱-\frac{۱}{(x-۱)^۲})dx$$

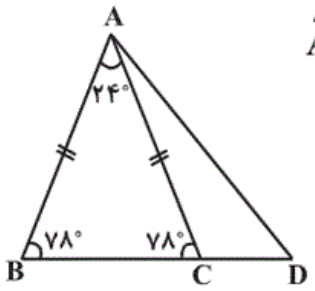
$$=x+\frac{۱}{x-۱}+c=\frac{x(x-۱)+۱}{x-۱}+c=\frac{x^۲-x+۱}{x-۱}+c$$

$$\Rightarrow f(x)=x^۲-x+۱$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۵۲- گزینهٔ «۲» (علیرضا طاهری)



$$\hat{A}=۲۴^\circ \ , \ \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{B}=\hat{C}} \hat{B}=\hat{C}=\frac{۱۸۰^\circ-۲۴^\circ}{۲}=۷۸^\circ$$

$$BD=BA\Rightarrow B\hat{A}D=\frac{۱۸۰^\circ-\hat{B}}{۲}=۵۱^\circ \Rightarrow C\hat{A}D=۵۱^\circ-۲۴^\circ=۲۷^\circ$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۱ تا ۲۷)

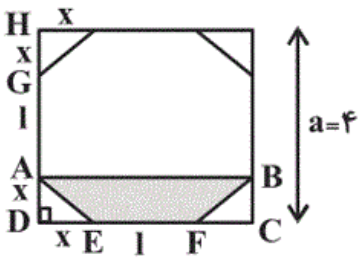
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۳- گزینهٔ «۴» (محسن رجبی)

$$\text{مطابق شکل}: \begin{cases} a = DH = AG + GH + AD \\ \overset{\Delta}{ADE} \text{ در رأس } D \text{ قائم‌الزاویه است.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = l + x + x \Rightarrow a = l + 2x \\ \Rightarrow AE^2 = AD^2 + DE^2 \Rightarrow l^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow l = x\sqrt{2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 4 = l + 2x \\ l = x\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow 4 = x\sqrt{2} + 2x = x(\sqrt{2} + 2)$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{2 + \sqrt{2}} = 2(2 - \sqrt{2}) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow l = x\sqrt{2} = (4 - 2\sqrt{2})\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 4$$

ناحیهٔ سایه‌خورده، ذوزنقهٔ ABFE است که مساحت آن برابر است با:

$$S(ABFE) = \frac{(a + l)x}{2} = \frac{(4 + 4\sqrt{2} - 4)(4 - 2\sqrt{2})}{2}$$

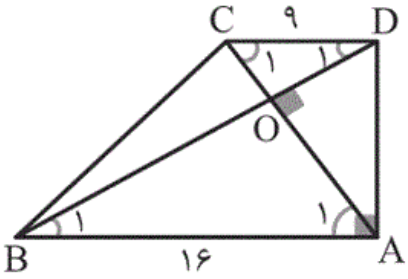
$$= 2\sqrt{2}(4 - 2\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} - 8 = 8(\sqrt{2} - 1)$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۳۷ تا ۶۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۴- گزینهٔ «۴» (یغما کلانتریان)



خطوط موازی و مورب $\Rightarrow \begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{C}_1 = \hat{A}_1 \end{cases}$

$$\xrightarrow{(z\,z)} \overset{\triangle}{COD} \sim \overset{\triangle}{BOA}$$

$$\Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{۹}{۱۶}$$

یعنی می‌توانیم فرض کنیم:

$$OC = ۹x\ ,\ OA = ۱۶x$$

$$OD = ۹y\ ,\ OB = ۱۶y$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ACD:

$$CD^۲ = CO \times AC \Rightarrow ۸۱ = ۹x \times ۲۵x$$

$$\Rightarrow x^۲ = \frac{۸۱}{۹ \times ۲۵} \Rightarrow x = \frac{۳}{۵} \Rightarrow AC = ۲۵(\frac{۳}{۵}) = ۱۵$$

در مثلث ACD داریم:

$$AD^۲ = AC^۲ - CD^۲ \Rightarrow AD^۲ = ۲۲۵ - ۸۱ = ۱۴۴ \Rightarrow AD = ۱۲$$

بنابراین مساحت ذوزنقه برابر است با:

$$\frac{(CD + AB)AD}{۲} = \frac{(۹ + ۱۶)}{۲} \times ۱۲ = ۱۵۰$$

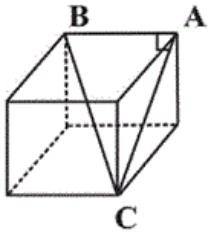
(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۸ تا ۱۰۶)

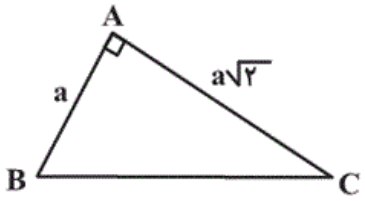
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۵- گزینهٔ «۴» (حسین حاجیلو)

طول هر یال مکعب را a در نظر می‌گیریم. مطابق شکل مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه است. همچنین چون AC قطر وجه مکعب است، پس طول آن برابر است با $AC = a\sqrt{2}$.





$$\begin{cases} S(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2}(a)(a\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}a^2 \\ \text{مساحت کل مکعب} = 6a^2 \end{cases}$$

بنابراین نسبت مساحت کل مکعب به مساحت مثلث ABC برابر است با $\frac{6a^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}a^2} = 6\sqrt{2}$.

(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۲۷۱- گزینه«۳» (غلامرضا حلی)

طبق فرض : $a_5 = 5, a_{10} = \frac{1}{625}$, $a_{10} = a_5 q^5$

$$\Rightarrow \frac{1}{625} = 5q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{1}{625 \times 5} \Rightarrow q = \frac{1}{5} \qquad (*)$$

$$a_5 = a_1 q^4 \xrightarrow{(*)} 5 = a_1 \times \frac{1}{5^4} \Rightarrow a_1 = 5^5$$

در دنباله‌ی هندسی $\{a_n\}$ با قدر نسبت q که $|q| < 1$، مجموع تمام جمله‌ها (حد مجموع جمله‌ها) برابر است با $S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$، پس در این سؤال:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} = \frac{5^5}{1-\frac{1}{5}} = \frac{1}{4} \times 5^6$$

(دنباله‌ها) (ریاضی عمومی، صفحه ۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۲- گزینه «۱» *(ندا درودیان)*

$$AB = I \Rightarrow B = A^{-1} \Rightarrow B = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = \frac{1}{6}$$

نکته: اگر دو ماتریس A و B معکوس یکدیگر باشند، آن‌گاه:

$$|B| = \frac{1}{|A|} \text{ یا } |A| = \frac{1}{|B|}$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۸ تا ۱۷۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۲۷۳- گزینه «۲» *(میثم حمزه‌لویی)*

$$3^{x-1} + 3^{x+1} = 3^x(\frac{1}{3} + 3) = 90$$

$$\Rightarrow 3^x(\frac{10}{3}) = 90 \Rightarrow x = 3$$

$$\log_{16}^{2x} + \log_4^y = 1$$

$$\xrightarrow{x=3} \log_{4^2}^{6} + \log_4^y = \frac{1}{2}\log_4^6 + \log_4^y = \log_4^{\sqrt{6}y} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{6}y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{\sqrt{6}} \Rightarrow y = \frac{2}{3}\sqrt{6}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۷ و ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

$$\text{جدید } \bar{x} = 4 + 1 = 5$$

$$\text{جدید } \sigma^2 = 3 \Rightarrow \text{جدید } \sigma = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \text{جدید } C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\Rightarrow \%CV = \frac{\sqrt{3}}{5} \times 100 \simeq \frac{1/7}{5} \times 100 = 1/7 \times 20 = 34$$

(شاخص‌های پراکندگی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۵۹)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۲۷۵- گزینه «۱» *(سینا محمدپور)*

$$P(\text{فقط دو نفر کلاس اولی}) = \frac{\binom{۵}{۲}\binom{۷}{۱}}{\binom{۱۲}{۳}} = \frac{۱۰\times ۷}{۲۲۰} = \frac{۷}{۲۲}$$

(دو نفر کلاس اولی — یک نفر از کلاس دوم یا سوم)

(پدیده‌های تصادفی و احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶، ۷ و ۱۱ تا ۱۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۲۷۶- گزینه «۳» *(آرش رحیمی)*

$$g(\sqrt{۲}-۱) = (\sqrt{۲}-۱)+۳ = \sqrt{۲}+۲ > ۰$$

$$\Rightarrow (fog)(\sqrt{۲}-۱) = f(\sqrt{۲}+۲) = \frac{x}{x} = ۱$$

$$\xrightarrow{۱-\sqrt{۲}<۰} f(۱-\sqrt{۲}) = \frac{-x}{x} = -۱$$

$$\Rightarrow (gof)(۱-\sqrt{۲}) = g(-۱) = (-۱)^{۲} - ۱ = ۰ \Rightarrow \text{جواب} = (۱)-(۰) = ۱$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۷- گزینه «۴»

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع در بازهٔ } [\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۲}] = \frac{f(\frac{۱}{۲})-f(\frac{۱}{۳})}{\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}} = \frac{۲-۳}{\frac{۱}{۶}} = -۶$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در $x=\frac{۱}{۳}$:

$$f'(x) = -\frac{۱}{x^۲} \Rightarrow f'(\frac{۱}{۳}) = -\frac{۱}{(\frac{۱}{۳})^۲} = -۹$$

پس آهنگ متوسط تغییر تابع در این بازه سه واحد از آهنگ لحظه‌ای تغییر در ابتدای بازه بیش‌تر است.

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\Rightarrow ۱-۲\sin^۲ x = ۲\sin x\cos x + ۱$$

$$\Rightarrow -۲\sin^۲ x = ۲\sin x\cos x \Rightarrow -\sin^۲ x = \sin x\cos x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۰ \Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi \\ -\sin x = \cos x \Rightarrow x = \frac{۳\pi}{۴}, x = ۲\pi - \frac{\pi}{۴} \end{cases}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۷۹- گزینه «۲» (میثم حمزه‌لویی)

$$f(x)=\frac{۳}{x^۲+۳} \Rightarrow f'(x)=\frac{-۶x}{(x^۲+۳)^۲}=۰ \Rightarrow x=۰$$

پس جدول تعیین علامت تابع f به صورت زیر است:

x		۰	
f'	$+$	۰	$-$
f	↗	max	↘

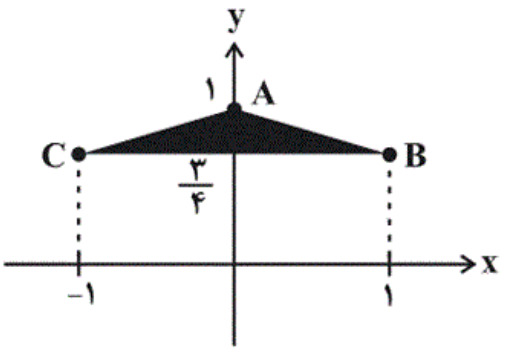
از طرفی: نقطهٔ ماکسیمم : $x=۰ \Rightarrow f(۰)=۱ \Rightarrow A(۰,۱)$

$$f''(x)=\frac{-۶(x^۲+۳)^۲-۲(۲x)(x^۲+۳)(-۶x)}{(x^۲+۳)^۴}$$

$$=\frac{-۶(x^۲+۳)(x^۲+۳-۴x^۲)}{(x^۲+۳)^۴}=\frac{-۶(-۳x^۲+۳)}{(x^۲+۳)^۳}=۰ \Rightarrow x=\pm ۱$$

هر دو نقطهٔ عطف هستند. پس:

نقاط عطف :
$$\begin{cases} x=۱ \Rightarrow f(۱)=\frac{۳}{۴} \Rightarrow B(۱,\frac{۳}{۴}) \\ x=-۱ \Rightarrow f(-۱)=\frac{۳}{۴} \Rightarrow C(-۱,\frac{۳}{۴}) \end{cases}$$



$$S_{\text{مثلث}}=\frac{۲\times(\frac{۱}{۴})}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$-\frac{b}{۲}=-\frac{a}{۲}-۲\Rightarrow b=a+۴\ (*)$$

شعاع این دایره برابر ۲ است، پس داریم:

$$۲=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴(-۲)}\Rightarrow a^۲+b^۲+۸=۱۶$$

$$\xrightarrow{(*)}a^۲+(a+۴)^۲=۸\Rightarrow ۲a^۲+۸a+۸=۰$$

$$\Rightarrow a^۲+۴a+۴=۰\Rightarrow (a+۲)^۲=۰$$

$$\Rightarrow a=-۲, b=۲$$

$$\Rightarrow a+b=۰$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا