



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۰۱- مقدار x در تساوی $\frac{45 \times 45}{2^4 \times 2^8 \times x} = 32$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۱۶

۱۰۲- عبارت گویا و تعریف شده $\frac{x^4 - 8x}{2x^2 - 8x + 8}$ را ساده کرده ایم و به عبارت $\frac{A}{2x - 4}$ رسیده ایم. در این صورت A کدام است؟

(۴) $x^2 + 2x^2 + 4x$

(۳) $x^2 + 2x + 4$

(۲) $x^2 + 4$

(۱) $x^3 - 8$

۱۰۳- ساده شده عبارت $A = 10 \sqrt{\frac{4}{5}} - 3 \sqrt{\frac{8}{27}} + |2 - \sqrt{5}|$ کدام است؟

(۴) $1 + 3\sqrt{5}$

(۳) $7\sqrt{5}$

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۰۴- اگر در تقسیم $2 - x^3$ بر $x^2 + x - 1$ ، خارج قسمت برابر با $f(x)$ و باقیمانده برابر با $g(x)$ باشد، آنگاه $f(-1) + g(2)$ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) صفر

(۲) ۱

(۱) -۱

۱۰۵- ساده شده عبارت $(1 - \cos^2 \alpha)(1 - \cot^2 \alpha) + 2 \cos^2 \alpha$ کدام است؟ ($x \neq k\pi$)

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) صفر

۱۰۶- هزینه تولید x متر لوله پلاستیکی بر حسب تومان از رابطه $C(x) = 400x + 120000$ محاسبه می شود. اگر قیمت فروش هر متر لوله ۱۴۰۰ تومان باشد، حداقل چه مترژی از لوله باید به فروش برسد تا کارخانه ضرر نکند؟

(۴) ۲۰۰ متر

(۳) ۱۹۰ متر

(۲) ۱۱۰ متر

(۱) ۱۲۰ متر

۱۰۷- از بین ۴۰ بازیکن دعوت شده به اردوی تیم ملی فوتبال، ۱۸ نفر برای مسابقات بازی های آسیایی در لیست نهایی انتخاب می شوند. در این

موضوع به ترتیب جامعه آماری و اندازه جامعه کدام است؟

(۱) بازیکنان دعوت شده به اردوی تیم ملی - ۴۰

(۲) بازیکنان انتخاب شده در لیست نهایی - ۴۰

(۳) بازیکنان دعوت شده به اردوی تیم ملی - ۱۸

(۴) بازیکنان انتخاب شده در لیست نهایی - ۱۸

۱۰۸- برای داده‌های ۲, ۳, ۷, ۱۱, ۴, ۵, ۱۳, ۲, ۶, ۹, ۱۶, ۴, ۷ واریانس داده‌های بین چارک‌های اول و سوم کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) $\frac{16}{7}$ (۴) $\frac{20}{7}$

۱۰۹- در یک کلاس کمترین نمره یک درس ۷ و بیشترین نمره ۱۹ می‌باشد و نمرات در ۴ دسته طبقه‌بندی شده‌اند. سر انتهای (سمت راست) نمودار چندبر فراوانی این نمرات، در چه طولی به محور x ها متصل می‌شود؟ (کمترین نمره کران پائین دسته اول و بالاترین نمره کران بالای دسته آخر است.)

- (۱) ۱۷ (۲) $17/5$ (۳) $19/5$ (۴) $20/5$

۱۱۰- اگر شیب خط $kx + 2ky - k = 1$ برابر با ۴ باشد، عرض از مبدأ خط کدام است؟

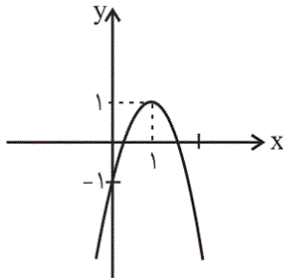
- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۱- اگر مجموع ریشه‌های معادله $x^2 - (k+1)x - 3 = 0$ برابر (-۲) باشد، ریشه بزرگتر معادله، چقدر از ریشه کوچکتر آن، بیشتر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۱۲- استخری، یک شیر آب ورودی دارد که استخر خالی را در مدت ۳ ساعت پر می‌کند. هم‌چنین این استخر یک شیر تخلیه دارد که استخر پر را در مدت ۱۲ ساعت خالی می‌کند. اگر استخر خالی باشد و در یک لحظه هم شیر ورودی آب و هم شیر تخلیه آب را باز کنیم، در این صورت استخر در مدت چند ساعت پر می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸



۱۱۳- ضابطه سهمی شکل زیر کدام است؟

- (۱) $y = -2x^2 + 4x - 1$
 (۲) $y = -x^2 + 2x - 1$
 (۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$
 (۴) $y = -2x^2 + 2x - 1$

۱۱۴- مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ چند زیرمجموعه چهار عضوی دارد به طوری که a در آن نباشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۱۵

۱۱۵- بین دو عدد $\frac{3}{4}$ و ۱۲ پنج عدد مثبت را طوری قرار داده‌ایم که هفت عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند. جمله چهارم کدام است؟ ($\frac{3}{4}$ جمله اول است.)

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۱۱۶- حاصل عبارت $\log_{\frac{1}{2}}^8 + \log_9^3 \sqrt{3} - 2 \log_{\sqrt{5}}^{\frac{2}{5}}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۶ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴)

۱۱۷- در اثر وقوع زلزله‌ای $1/6 \times 10^9$ ژول انرژی آزاد شده است. قدرت این زلزله برحسب ریشتر تقریباً چقدر است؟ ($\log 2 = 0/3$) و

$$M = \frac{2}{3} \log \frac{E}{E_0} \text{ و } E_0 = 10^{4/4} \text{ J}$$

- ۲/۸ (۱) ۳/۲ (۲) ۵/۶ (۳) ۶/۱ (۴)

۱۱۸- اگر $5x + 3y = 30$ باشد، ماکزیمم xy چقدر است؟

- ۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

۱۱۹- در پرتاب یک تاس و یک سکه، اگر A پیشامد آن باشد که «تاس عدد ۴ یا سکه رو بیاید» و B پیشامد آن باشد که «تاس عددی فرد باشد»،

آنگاه پیشامد $A - B$ چند عضو دارد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۲۰- هریک از اعداد ۱ تا ۲۰ را روی ۲۰ کارت جداگانه نوشته و درون کیسه‌ای می‌ریزیم. ۲ کارت به تصادف و با هم از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال

آنکه مجموع دو کارت حداقل ۷ باشد، کدام است؟

- $\frac{86}{95}$ (۱) $\frac{181}{190}$ (۲) $\frac{92}{95}$ (۳) $\frac{183}{190}$ (۴)

(امیر زرانروز)

۱۰۱- ریاضی

$$\frac{4^5 \times 4^5}{2^4 \times 2^8 \times x} = 32 \Rightarrow \frac{4^{10}}{2^{12} \times x} = 32 \Rightarrow (2^2)^{10} = 2^{12} \times x \times 2^5$$

$$\Rightarrow 2^{20} = 2^{17} \times x \Rightarrow x = \frac{2^{20}}{2^{17}} = 2^3 = 8$$

(ریاضی (۱)، توان‌رسانی و ریشه‌گیری، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۹)

۴

۳

۲

۱

(ریم مشتاق‌نظم)

۱۰۲- ریاضی

$$\frac{x^4 - 8x}{2x^2 - 8x + 8} = \frac{x(x^3 - 8)}{2(x^2 - 4x + 4)} = \frac{x(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{2(x-2)^2}$$

$$= \frac{x^3 + 2x^2 + 4x}{2x - 4} \Rightarrow A = x^3 + 2x^2 + 4x$$

(ریاضی (۱)، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۶۱ تا ۱۶۶)

۴

۳

۲

۱

$$A = 10 \cdot \sqrt{\frac{9}{5}} - 3 \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} + \underbrace{|2 - \sqrt{5}|}_{\text{منفی}} = 10 \times \frac{3}{\sqrt{5}} - 3\left(-\frac{2}{3}\right) - 2 + \sqrt{5}$$

از طرفی می‌دانیم $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ است، پس داریم:

$$A = \frac{10 \times 3\sqrt{5}}{5} + 2 - 2 + \sqrt{5} = 6\sqrt{5} + \sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

(ریاضی (۱)، توان‌رسانی و ریشه‌گیری، صفحه‌های ۶۳ تا ۷۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 2}{x^2 + x - 1} = x - 1 + \frac{2x - 3}{x^2 + x - 1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = x - 1 \Rightarrow f(-1) = -2 \\ g(x) = 2x - 3 \Rightarrow g(2) = 4 - 3 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-1) + g(2) = -2 + 1 = -1$$

(ریاضی (۱)، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۶۱ تا ۱۷۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$(1 - \cos^2 \alpha)(1 - \cot^2 \alpha) + 2 \cos^2 \alpha$$

$$= \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}\right) + 2 \cos^2 \alpha$$

$$= \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

(ریاضی (۱)، نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

برای آن که کارخانه ضرر نکند، سود آن باید صفر یا مثبت باشد از طرفی

می‌دانیم سود برابر است با درآمد منهای هزینه لذا:

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow \text{سود} = 1400x - (400x + 120000)$$

$$= 1000x - 120000$$

$$\text{سود} \geq 0 \Rightarrow 1000x - 120000 \geq 0 \Rightarrow 1000x \geq 120000$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{120000}{1000} \Rightarrow x \geq 120$$

پس حداقل ۱۲۰ متر لوله باید به فروش برسد تا کارخانه ضرر نکند. (البته

با تولید ۱۲۰ متر لوله کارخانه سود هم نخواهد کرد.)

(ریاضی (۱)، نامعادلات درجه اول، صفحه‌های ۱۹۴ تا ۲۰۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

بازیکنان دعوت شده، جامعه آماری و عدد ۴۰، اندازه جامعه است.

(آمار و مدل سازی، جامعه و نمونه، صفحه های ۱۵ تا ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ریم مشتاق نظم)

$$2, 2, \underbrace{3, 4}_{Q_1=3/5}, 4, 5, \underbrace{6, 7, 7, 9, 11}_{Q_3=10}, 13, 16$$

\downarrow
 Q_2

Q_3 و Q_1 داده های بین ۴، ۴، ۵، ۶، ۷، ۷، ۹

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{4+4+5+6+7+7+9}{7} = \frac{42}{7} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(4-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (7-6)^2 + (9-6)^2}{7} = \frac{20}{7}$$

(آمار و مدل سازی، شافص های پرآندگی، صفحه های ۱۴۸ تا ۱۵۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$R = \max - \min = ۱۹ - ۷ = ۱۲$$

$$R = CK \Rightarrow ۱۲ = C \times ۴ \Rightarrow C = ۳$$

برای یافتن آخرین نقطه اتصال نمودار چندبر فراوانی با محور x ها باید مرکز

دسته آخر را حساب کرده با C جمع کنیم؛ لذا خواهیم داشت:

$$[۷, ۱۰), [۱۰, ۱۳), [۱۳, ۱۶), [۱۶, ۱۹]$$

$$\text{مرکز دسته آخر} = \frac{۱۶ + ۱۹}{۲} = ۱۷/۵$$

$$\text{طول نقطه اتصال به محور } x \text{ ها (سمت راست)} = ۱۷/۵ + C = ۱۷/۵ + ۳ = ۲۰/۵$$

(آمار و مدل سازی، دسته بندی داده ها و جدول فراوانی و نمودارها و تحلیل داده ها،

صفحه های ۴۴ تا ۵۱ و ۸۸ تا ۹۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به صورت کلی معادله خط $y = ax + b$ ، شیب خط a و عرض از

مبدأ آن b است، در نتیجه خواهیم داشت:

$$2ky = -4x + k + 1 \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } 2k} y = \frac{-4}{2k}x + \frac{k+1}{2k}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-4}{2k} = 4 \Rightarrow 2k = -4 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$$

$$b = \frac{k+1}{2k} \xrightarrow{k = -\frac{1}{2}} b = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی سال سوم، تابع، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} \Rightarrow -2 = \frac{k+1}{1} \Rightarrow k = -3$$

حالا در معادله به جای k عدد -3 را قرار می‌دهیم و معادله را حل می‌کنیم:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف ریشه بزرگ‌تر و ریشه کوچک‌تر} = 1 - (-3) = 4$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دو، صفحه‌های ۶۲ تا ۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به مفروضات مسئله اگر استخر در مدت x ساعت پر شود در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{4-1}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 4 \text{ ساعت}$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجهٔ دوم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به رأس سهمی نقطهٔ $(1, 1)$ در ضابطهٔ سهمی

$$y = a(x-h)^2 + k \quad \text{داریم:} \quad y = a(x-1)^2 + 1$$

از طرفی سهمی محور y ها را در نقطهٔ $(0, -1)$ قطع کرده است. بنابراین:

$$-1 = a(0-1)^2 + 1 \Rightarrow -1 = a + 1 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow y = -2(x-1)^2 + 1 \Rightarrow y = -2(x^2 - 2x + 1) + 1$$

$$\Rightarrow y = -2x^2 + 4x - 1$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجهٔ دوم، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمد بگیری)

چون a در زیرمجموعه قرار ندارد، پس با پنج عضو دیگر باید مجموعه‌های

$$\binom{5}{4} = \frac{5!}{4! \times 1!} = 5 \quad \text{۴ عضوی بسازیم که تعداد آنها برابر است با:}$$

(ریاضی سال سوم، ترکیبیات، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر زرانروز)

بین $\frac{3}{2}$ و ۱۲ پنج جای خالی رسم می‌کنیم و به کمک جمله آخر یعنی

$$\frac{3}{2}, 0, 0, 0, 0, 0, 12 \quad \text{جمله هفتم مقدار } r \text{ را به دست می‌آوریم:}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{3}{2} & , & 0 & , & 0 & , & 0 & , & 0 & , & 0 & , & 12 \\ \downarrow & & & & & & & & & & & & \downarrow \\ a_1 & & & & & & & & & & & & a_7 \end{array}$$

$$a_7 = 12 \Rightarrow a_1 r^6 = 12 \Rightarrow \frac{3}{2} \times r^6 = 12 \Rightarrow 3r^6 = 24$$

$$\Rightarrow r^6 = \frac{24}{3} = 8 \Rightarrow r^6 = 2^3 \Rightarrow r = \pm \sqrt[6]{2^3}$$

ولی طبق فرض، همه اعداد مثبت‌اند، پس فقط $r = \sqrt[6]{2^3}$ قابل قبول است،

لذا خواهیم داشت:

$$a_4 = a_1 r^3 = \frac{3}{2} \times (\sqrt[6]{2^3})^3 = \frac{3}{2} \times 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

(ریاضی پایه، دنباله‌های اعداد، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\log_{\sqrt{2-1}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2-1}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} - 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\sqrt{2}}$$

$$= -2 \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + \frac{2}{4} \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + 4 \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = -2 + \frac{2}{4} + 4 = 1 + \frac{2}{4} = \frac{7}{4}$$

(ریاضی پایه، لگاریتم، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(محمد بصیرایی)

$$M = \frac{2}{3} \log \frac{E}{E_0} = \frac{2}{3} \log \frac{1/6 \times 10^9}{10^{4/4}} = \frac{2}{3} \log \frac{16 \times 10^{-1} \times 10^9}{10^{4/4}}$$

$$= \frac{2}{3} \log \frac{16 \times 10^8}{10^{4/4}} = \frac{2}{3} \log (16 \times 10^{3/4}) = \frac{2}{3} (\log 16 + \log 10^{3/4})$$

$$= \frac{2}{3} (4 \log 2 + 3/4 \log 10) \approx \frac{2}{3} (4 \times 0.3 + 3/4 \times 1)$$

$$= \frac{2}{3} (4/8) = 2 \times 1/6 = 3/2$$

تقریباً ۳/۲ ریشتر است.

(ریاضی پایه، لگاریتم، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$3y = 30 - 5x$$

$$\Rightarrow y = 10 - \frac{5}{3}x$$

$$\Rightarrow xy = x\left(10 - \frac{5}{3}x\right) = 10x - \frac{5}{3}x^2$$

مقدار ماکزیمم حاصل ضرب به ازای $x = \frac{-(10)}{2 \times \left(-\frac{5}{3}\right)}$ به دست می آید.

$$\Rightarrow x = \frac{-10}{-\frac{10}{3}} = 3 \Rightarrow y = 10 - \frac{5}{3} \times 3 = 5$$

$$\Rightarrow \text{ماکزیمم حاصل ضرب} = 3 \times 5 = 15$$

(ریاضی پایه، مدل سازی ریاضی، صفحه های ۱۰۵ تا ۱۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$S = \{(1,ر), (1,پ), (2,ر), (2,پ), \dots, (6,ر), (6,پ)\} \Rightarrow n(S) = 12$$

$$A = \{(1,ر), (2,ر), \dots, (6,ر), (4,پ)\} \Rightarrow n(A) = 7$$

$$B = \{(1,ر), (1,پ), (3,ر), (3,پ), (5,ر), (5,پ)\} \Rightarrow n(B) = 6$$

$$A - B = \{(2,ر), (4,ر), (6,ر), (4,پ)\} \Rightarrow n(A - B) = 4$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه های ۱۱۶ تا ۱۳۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ کارت از بین ۲۰ کارت برابر است با:

$$n(S) = \binom{20}{2} = \frac{20!}{18! \times 2!} = \frac{20 \times 19}{2} = 190$$

A پیشامد آن است که «مجموع دو کارت حداقل ۷ باشد.» و A' پیشامد

متمم آن است یعنی «مجموع دو کارت کمتر از ۷ باشد.»

$$A' = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4)\} \Rightarrow n(A') = 6$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{6}{190} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{6}{190} = \frac{184}{190} = \frac{92}{95}$$

تذکر: این مسئله جایجایی ندارد، یعنی (۱,۲) و (۲,۱) یک حالت به حساب

می‌آید و همچنین حالت (۱,۱) نداریم.

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱