



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۲۶- در کلاسی با ۵۰ دانش آموز، ۲۶ نفر فقط عضو تیم والیبال و ۵ نفر فقط عضو تیم بسکتبال هستند. اگر تعداد عضوهای تیم والیبال ۴ برابر عضوهای تیم بسکتبال باشد، آن گاه چه تعداد از دانش آموزان عضو هیچ یک از دو تیم نیستند؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۳۲ (۳) ۲۷ (۴) ۲۲

۱۲۷- اگر  $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$  باشد، حاصل  $\sqrt{\tan x + \cot x}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  (۳)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{2}}{3}$

۱۲۸- اگر  $\frac{x-1}{\sqrt[3]{x-1}} = \sqrt[3]{xf(x)+1}$  باشد، جواب معادله  $f(x) = -1$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۴ (۴) -۸

۱۲۹- مجموعه جواب نامعادله  $x \leq \frac{x^2}{x-1} < 1$  کدام است؟

- (۱)  $[0, 1)$  (۲)  $(-\infty, 0]$  (۳)  $(-2, 0]$  (۴)  $(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$

۱۳۰- تابع  $f(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{2x^2 + cx + d}$ ، یک تابع ثابت با ضابطه  $y = k$  و دامنه  $\mathbb{R} - \{-3\}$  است. حاصل  $\frac{a-b+c-d}{k}$  کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۳۱- از بین ۱۰ پرسش به چند طریق می توان ۷ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد به شرط آن که حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول انتخاب شود؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۱ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

۱۳۲- در ظرفی پنج مهره سفید با شماره‌های ۱ تا ۵ و پنج مهره سیاه با شماره‌های ۲ تا ۶ داریم. اگر ۲ مهره به‌طور تصادفی و همزمان از ظرف بیرون بیاوریم، با کدام احتمال جمع شماره مهره‌ها ۷ است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2}{222}$  (۳)  $\frac{3}{111}$  (۴)  $\frac{4}{1}$

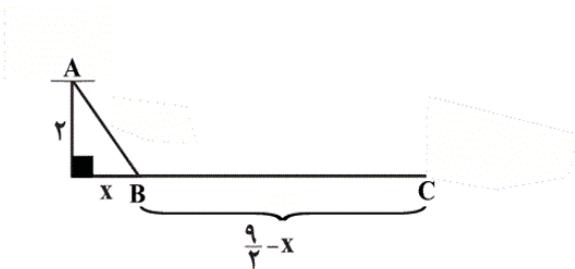
۱۳۳- دو خط  $mx - (m+1)y = 4$  و  $2x + (2m-1)y = 3$  عمود بر هم و در ناحیه چهارم متقاطع‌اند. تنها مقدار  $m$  در کدام فاصله قرار دارد؟

- (۱)  $2 < m < 3$  (۲)  $0 < m < 2$  (۳)  $-1 < m < 0$  (۴)  $-2 < m < -1$

۱۳۴- به ازای چند عدد صحیح برای  $m$ ، معادله  $mx^2 + 4x + m - 2 = 0$  دارای دو ریشه متمایز مثبت است؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۱۳۵- کلبه‌ای مطابق شکل زیر در نقطه  $A$  واقع است. اگر سرعت حرکت در مسیر  $AB$ ،  $2\frac{km}{h}$  و سرعت حرکت در مسیر  $BC$   $4\frac{km}{h}$  باشد، به ازای چند مقدار برای  $x$  می‌توان در مسیر  $ABC$  دو ساعته از نقطه  $A$  به نقطه  $C$  رسید؟ (فاصله‌ها برحسب کیلومتر هستند).



(کیلومتر هستند).

(۱) مقدار ۲

(۲) فقط یک مقدار کوچک‌تر از ۲

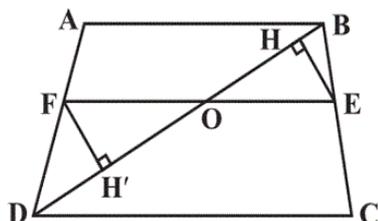
(۳) فقط یک مقدار بزرگ‌تر از ۲

(۴) هیچ مقدار

۱۳۶- نقطه  $O$  درون مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  که  $BC = 2AB$  و  $\hat{A} = 90^\circ$  از هر سه ضلع آن به یک فاصله است. اندازه زاویه  $AOB$  چند برابر اندازه زاویه  $AOC$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{875}$  (۲)  $\frac{1}{75}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴) ۱

۱۳۷- اگر در دوزنقه روبه‌رو  $AB = \frac{3}{4}CD$  و  $CE = 2BE$  حاصل  $\frac{EH}{FH'}$  کدام است؟ (FE موازی قاعده‌های دوزنقه است.)



(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

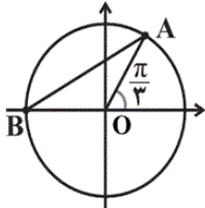
(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳۸- نمودار تابع  $f(x) = |2x - 8| - |x + 3|$  در یک بازه اکیداً صعودی است. ضابطه معکوس آن در این بازه کدام است؟

- (۱)  $x + 11; x > -7$  (۲)  $x - 11; x > -5$  (۳)  $x + 11; x > -5$  (۴)  $x - 11; x > -7$

۱۳۹- اگر A نقطه متناظر با زاویه  $\frac{\pi}{3}$  روی دایره مثلثاتی باشد، نسبت طول کمان AB به طول پاره خط AB کدام است؟



$$2\frac{\sqrt{3}}{3}\pi \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{9}\pi \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{3}\pi}{9} \quad (3)$$

۱۴۰- اگر تابع  $f(x) = a + \log_3(bx+6)$  محور xها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کند و  $f(5) = 1$ ؛ آن‌گاه  $f(-1)$  کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۱۴۱- تابع f اکیداً نزولی و تابع g اکیداً صعودی است. اگر f و g در  $x=1$  پیوسته باشند و داشته باشیم:  $f(1) = 2g(1) = 6$ ، حاصل

حد  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[f(x)]}{[g(x)]}$  کدام است؟ ([ ]: علامت جزء صحیح است.)

$$2/5 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۱۴۲- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & x \geq 1 \\ -4x + 2a - 1 & x < 1 \end{cases}$  در  $x=1$  پیوسته است. حاصل  $f(2a)$  کدام است؟

$$12 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۱۴۳- چند درصد از داده‌های  $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \dots, \frac{1}{18 \times 19}, \frac{1}{19 \times 20}, \frac{1}{20 \times 21}$  از میانگین آن‌ها بزرگ‌ترند؟

$$10 \quad (4)$$

$$26 \quad (3)$$

$$20 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

۱۴۴- در ۲۰ داده آماری مجموع اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲ برابر صفر است. اگر مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از ۱۲ برابر ۱۸۰ باشد،

ضریب تغییرات چند درصد است؟

$$33/3 \quad (4)$$

$$30 \quad (3)$$

$$25 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

۱۴۵- افراد a, b, c و d کلاه‌های خود را به زمین می‌اندازند و به طور تصادفی بر می‌دارند. اگر بدانیم فرد a کلاه خود را برداشته است

احتمال آن‌که باقی افراد کلاه خود را بر نداشته باشند، چقدر است؟

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{8} \quad (1)$$

۱۴۶- اگر  $g(x) = x^3 - x$  و  $(f \circ g)(x) = x^6 - 2x^4 + x^2 + 1$  باشند، حاصل  $f(3)$  کدام است؟

$$10 \quad (4)$$

$$17 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۱۴۷- معادله  $\sin^2 x + \cos^2 3x = 1$  در بازه  $[0, \pi]$  چند جواب دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۴۸- اگر  $\lim_{x \rightarrow k^+} \frac{1-x}{x^2+x-12} = +\infty$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

(۴) وجود ندارد.

(۳) ۳ یا -۴

(۲) فقط -۴

(۱) فقط ۳

۱۴۹- اگر تابع  $g$  در  $\mathbb{R}$  تعریف شده و مشتق پذیر بوده و  $f'(x)g(x) = x^2 + g'(x)f(x)$  و  $f(x) = x\sqrt{x}$  باشد، حاصل  $(\frac{g}{f})'(2)$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۵۰- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3) - f(x)}{x - 3}$  برابر ۴ باشد، مشتق تابع  $g(x) = f(\frac{3}{x})$  در نقطه  $x = 1$  کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۴

(۲) -۱۲

(۱) ۱۲

۱۵۱- مجموعه طول نقاط بحرانی تابع  $y = \frac{1}{14}x^{\frac{14}{3}} - \frac{1}{2}x^{\frac{2}{3}}$  کدام است؟

(۴)  $\{-1, 0, 1\}$

(۳)  $\{-1, 1\}$

(۲)  $\{-1, 0\}$

(۱)  $\{0, 1\}$

۱۵۲- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - |x| & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$  در  $x = 0$  مینیمم نسبی داشته باشد ولی مینیمم مطلق نداشته باشد، آنگاه محدوده  $a$  کدام است؟

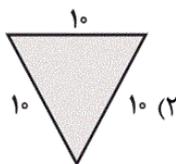
(۴)  $-\frac{1}{4} < a < 0$

(۳)  $-\frac{1}{2} \leq a < 0$

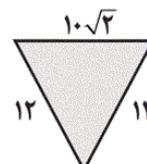
(۲)  $a > 0$

(۱)  $a < -\frac{1}{2}$

۱۵۳- کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند سطح مقطع مکعبی به طول یال ۱۰ در تقاطع با یک صفحه باشد؟



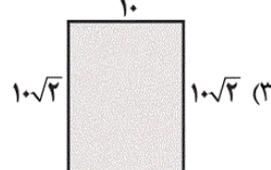
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۵۴- دایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + c = 0$  مفروض است. اگر این دایره روی خط  $5x + 12y = 0$  و تری به طول ۱۰ ایجاد کند،

آن‌گاه مقدار  $c$  کدام است؟

(۴) -۳۲

(۳)  $\sqrt{۲۹}$

(۲) -۱۶

(۱) ۱۶

۱۵۵- در یک شرکت صنعتی که ۶۰ درصد کارمندان آن زن می‌باشد، ۴ درصد مردان و ۱ درصد زنان مدرک دکتری دارند. اگر شخصی

از این شرکت انتخاب کنیم که مدرک دکتری داشته باشد، احتمال این‌که مرد باشد چقدر است؟

(۴)  $\frac{۴۰}{۸۳}$

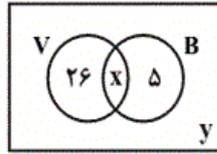
(۳)  $\frac{۱}{۲۵}$

(۲)  $\frac{۱}{۲}$

(۱)  $\frac{۸}{۱۱}$

-۱۲۶

(سهند ولی زاده)



اگر تعداد اعضای تیم والیبال را با  $n(V)$  و  
تعداد اعضای تیم بسکتبال را با  $n(B)$  نشان  
دهیم، با توجه به نمودار ون روبه‌رو داریم:

$$n(V) = 4n(B) \Rightarrow 26 + x = 4(x + 5)$$

$$\Rightarrow 26 + x = 4x + 20 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

تعداد کل اعضای کلاس ۵۰ نفر است. بنابراین:

$$26 + x + 5 + y = 50 \Rightarrow 26 + 2 + 5 + y = 50 \Rightarrow y = 17$$

در نتیجه ۱۷ نفر از دانش‌آموزان عضو هیچ یک از دو تیم نیستند.

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۲۷

(امیر هوشنگ انصاری)

$$\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + 2 \sin x \cos x = \frac{25}{16} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{9}{32} (*)$$

$$\text{حال داریم: } \tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \cdot \sin x} = \frac{1}{\cos x \cdot \sin x}$$

$$\xrightarrow{(*)} \sqrt{\tan x + \cot x} = \sqrt{\frac{1}{\frac{9}{32}}} = \sqrt{\frac{32}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶) (ریاضی ۲، صفحه ۷۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

اول مخرج کسر سمت چپ تساوی را گویا می‌کنیم:

$$A = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = \frac{(x-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{x-1} = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1$$

حال براساس خواسته مسئله در دو جمله اول از  $\sqrt[3]{x}$  فاکتور می‌گیریم:

$$\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x} + 1) + 1 = \sqrt[3]{x}f(x) + 1 \Rightarrow f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$$

اکنون معادله  $f(x) = -1$  را حل می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{x} + 1 = -1 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = -2 \Rightarrow x = -8$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ و ۶۴ تا ۶۸) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمدمین، روان‌بخش)

نامعادله را به دو نامعادله مجزا تقسیم می‌کنیم و در آخر از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$۱) x \leq \frac{x^2}{x-1} \Rightarrow \frac{x^2}{x-1} - x \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x^2 + x}{x-1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x-1} \geq 0 \xrightarrow{x \neq 1} x \leq 0 \text{ یا } x > 1$$

$$۲) \frac{x^2}{x-1} < 1 \Rightarrow \frac{x^2 - x + 1}{x-1} < 0 \xrightarrow{\text{صورت همواره مثبت است}} x - 1 < 0$$

$$\Rightarrow x < 1$$

$$x \leq 0$$

از اشتراک جواب‌ها نتیجه می‌شود:

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱ و ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دقت کنید که تابع  $f(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{2x^2 + 12x + 18}$  قرار است یک تابع ثابت

شود. برای این منظور باید صورت کسر به صورت ضربی از مخرج در آید، با مقایسه جملات اول صورت و مخرج، مشخص می‌شود که صورت قرار است  $\frac{3}{2}$  برابر مخرج باشد، پس این نسبت در بقیه جملات صورت و مخرج نیز

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{3}{2}(12) = 18 \\ b = \frac{3}{2}(18) = 27 \end{array} \right. \quad \text{برقرار است، یعنی:}$$

و نهایتاً تابع به صورت تابع ثابت  $y = \frac{3}{2}$  با دامنه  $\mathbb{R} - \{-3\}$  خواهد بود.

$$\frac{a - b + c - d}{k} = \frac{18 - 27 + 12 - 18}{\frac{3}{2}} = \frac{-15}{\frac{3}{2}} = -10 \quad \text{پس:}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۳، ۷۵، ۸۵ تا ۸۸ و ۱۱۰) (ریاضی ۳، صفحه ۲)

۴

۳

۲

۱

-۱۳۱

(عمیدرضا دهقانی)

از بین ۱۰ پرسش می‌خواهیم ۷ پرسش را جهت پاسخ‌گویی انتخاب کنیم به طوری که حداقل ۴ تا از بین ۵ پرسش اول انتخاب کنیم. پس:

$$\binom{5}{4} \times \binom{5}{3} + \binom{5}{5} \times \binom{5}{2} = 5 \times 10 + 1 \times 10 = 60$$

(شمارش، بدون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱



زمان طی شده یک مسیر از تقسیم طولش بر سرعت طی کردن آن پیدا می‌شود.

$$\text{زمان کل: } \frac{\sqrt{4+x^2}}{2} + \frac{\frac{9}{2}-x}{4} = 2 \Rightarrow 2\sqrt{4+x^2} + \frac{9}{2} - x = 8$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{4+x^2} = \frac{7}{2} + x$$

طرفین به توان ۲:

$$4(4+x^2) = \frac{49}{4} + 7x + x^2 \Rightarrow 3x^2 - 7x + \frac{15}{4} = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(\frac{15}{4})}}{6} = \begin{cases} \frac{3}{2} \\ \frac{5}{6} \end{cases}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۰)

که هر دو قابل قبولند.

۴

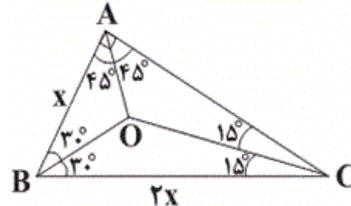
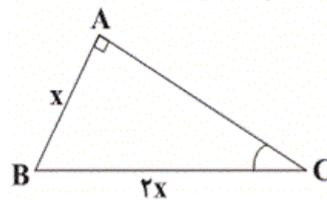
۳

۲

۱ ✓

ابتدا توجه کنید که در شکل زیر داریم:

$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$



نقطه‌ای که از سه ضلع مثلث به یک فاصله است، پس نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی آن است، پس در شکل زیر OA، OB و OC به ترتیب نیمسازهای زاویه‌های A، B و C هستند. در دو مثلث OAB و OAC مجموع زاویه‌های داخلی را برابر  $180^\circ$  قرار می‌دهیم تا  $\hat{AOB}$  و  $\hat{AOC}$  را به دست آوریم:

$$45^\circ + 30^\circ + \hat{AOB} = 180^\circ \Rightarrow \hat{AOB} = 105^\circ$$

$$45^\circ + 15^\circ + \hat{AOC} = 180^\circ \Rightarrow \hat{AOC} = 120^\circ$$

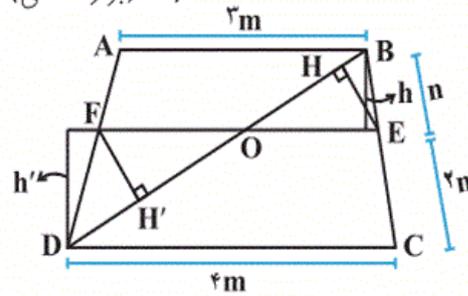
۴

۳

۲

۱ ✓

(معمربوار مسنی)



با توجه به اطلاعات داده شده  
شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم:

می‌دانیم:

$$S_{\Delta OBE} = \frac{OE \times h}{2}$$

$$S_{\Delta OFD} = \frac{OF \times h'}{2}$$

$$\frac{h}{h'} = \frac{n}{2n} = \frac{1}{2} \Rightarrow h' = 2h$$

حال داریم:

$$\Delta BCD: \frac{OE}{CD} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{OE}{4m} = \frac{n}{3n} \Rightarrow OE = \frac{4}{3}m$$

$$\Delta BDA: \frac{OF}{AB} = \frac{DF}{AD} \Rightarrow \frac{OF}{3m} = \frac{2n}{2n} \Rightarrow OF = 2m$$

در نهایت:

$$\frac{S_{\Delta OBE}}{S_{\Delta OFD}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}m \times h}{\frac{1}{2} \times 2m \times 2h} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{\Delta OBE}}{S_{\Delta OFD}} = \frac{\frac{1}{2} \times EH \times OB}{\frac{1}{2} \times FH' \times OD}$$

$$= \frac{n \times EH}{2n \times FH'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EH}{FH'} = \frac{2}{3}$$

(هندسه) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رضا زاکر)

$$f(x) = \begin{cases} -(2x-8) + (x+3) = -x+11, & x < -3 \\ -(2x-8) - (x+3) = -3x+5, & -3 \leq x \leq 4 \\ (2x-8) - (x+3) = x-11, & x > 4 \end{cases}$$

بنابراین تابع در بازه  $x > 4$  اکیداً صعودی است (خط با شیب مثبت)

$$y = x - 11 \Rightarrow x = y + 11 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} y = x + 11$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x + 11$$

برای تعیین دامنه  $f^{-1}$ ، برد  $f$  را در این بازه تعیین می‌کنیم:

$$y = x - 11 \xrightarrow{x > 4} x - 11 > 4 - 11 \Rightarrow x - 11 > -7 \Rightarrow f(x) > -7$$

برد تابع  $f$  در این بازه، همان دامنه  $f^{-1}$  می‌باشد.

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمربصطغی ابراهیمی)

مختصات نقطه  $A = (\cos \frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi}{3}) = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  است و  $B(-1, 0)$

می‌شود. پس:  $AB = \sqrt{(\frac{1}{2} - (-1))^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} - 0)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$

طول کمان  $AB$  هم برابر زاویه  $\widehat{AOB}$  است و  $\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$  می‌شود.

- ۱       ۲       ۳       ۴

(سعید ولی‌زاده)

$(1, 0) \Rightarrow a + \log_2(b+6) = 0 \quad (1)$

$(5, 1) \Rightarrow a + \log_2(5b+6) = 1 \quad (2)$

$\frac{(2)-(1)}{1} \rightarrow \log_2(5b+6) - \log_2(b+6) = 1$

$\log_2 \frac{(5b+6)}{(b+6)} = 1 \Rightarrow \frac{5b+6}{b+6} = 2 \Rightarrow 5b+6 = 2b+12 \Rightarrow b = 2$

$a + \log_2(b+6) = 0 \xrightarrow{b=2} a + 3 = 0 \Rightarrow a = -3$

$f(x) = -3 + \log_2(2x+6)$

$\Rightarrow f(-1) = -3 + \log_2 4 = -3 + 2 = -1$

در نتیجه:

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۱ و ۱۱۴)

- ۱       ۲       ۳       ۴

(علی اصغر شریفی)

تابع  $f$  اکیداً نزولی است، پس با کاهش  $x$ ، مقدار آن افزایش می‌یابد. با توجه به آن که  $f$  در  $x=1$  پیوسته است و مقدار تابع  $f$  در  $x=1$  برابر با ۶ می‌شود،

پس وقتی  $x \rightarrow 1^-$ ،  $6 < f(x) < 7$  است:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] = [6^+] = 6$

همچنین تابع  $g$  اکیداً صعودی است، پس با کاهش  $x$ ، مقدار نیز کاهش می‌یابد. تابع  $g$  در  $x=1$  پیوسته است و مقدار آن در  $x=1$  برابر با ۳

است، پس وقتی  $x \rightarrow 1^-$ ،  $2 < g(x) < 3$  است:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [g(x)] = [3^-] = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[f(x)]}{[g(x)]} = \frac{6}{2} = 3$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(فرهاد نامی)

تابع  $f(x)$  در  $x=1$  پیوسته است، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 1 - a = -4 + 2a - 1 \Rightarrow a = 2$$

در نتیجه ضابطه تابع به صورت  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 1 \\ -4x + 3 & x < 1 \end{cases}$  خواهد بود. حال مقدار  $f(2a)$  را به دست می‌آوریم:

$$f(2a) = f(4) = 4^2 - 2(4) = 8$$

(مدر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد}} = \frac{20}{21} = \frac{1}{21}$$

داده‌های  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{6}$ ،  $\frac{1}{12}$  و  $\frac{1}{20}$  از  $\frac{1}{21}$  بیش‌تر هستند بنابراین  $20 = \frac{4}{20} \times 100$  درصد داده‌ها از میانگین بیشتر هستند.

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سروش موثینی)

 $\bar{x} = 12 \Rightarrow$  مجموع اختلاف داده‌ها از ۱۲ صفر است.

$$\text{مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از ۱۲} = \sum_{i=1}^{20} (x_i - 12)^2 = 180$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 12)^2}{20} = \frac{180}{20} = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\%$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ظاهر درستانی)

این مسأله مانند آن است که در جایگشت‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ احتمال آن که اعداد ۲، ۳ و ۴ در جایگاه خود نباشد به شرط آن که یک در جایگاه خود باشد را به دست آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} 1234x \\ 1243x \\ 1342\checkmark \\ 1324x \\ 1432x \\ 1423\checkmark \end{array} \right\} \Rightarrow \text{احتمال مورد نظر} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(موری ملارمضانی)

در تابع fog داریم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^3 - x) = x^6 - 2x^4 + x^2 + 1$$

$$\frac{x^3 - x = t}{x^6 - 2x^4 + x^2 = t^2} \rightarrow f(t) = t^2 + 1$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10$$

برای به دست آوردن  $f(3)$  داریم:

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ظاهر، استانی)

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \sin^2 x \Rightarrow x = k\pi \pm x$$

$$\Rightarrow x = k\frac{\pi}{4}, x = k\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = k\frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴

۳✓

۲

۱

(علی شهرابی)

چون حاصل حد نامتناهی شده است، پس  $k$  می‌تواند یکی از ریشه‌های

$$x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow x = 3, -4$$

مخرج باشد. پس:

در هر دو حالت حد را حساب می‌کنیم:

$$۱) k = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-x}{x^2+x-12} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-x}{(x-3)(x+4)} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

۴✓

۳

۲

۱

(سهند ولی‌زاده)

طبق اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$f'(x)g(x) - g'(x)f(x) = x^2$$

چون صحبت از مشتق در  $x = 2$  است به جای  $x$ ، ۲ را قرار می‌دهیم:

$$f'(2)g(2) - g'(2)f(2) = 2^2 = 4$$

حال سراغ مطلوب تست می‌رویم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)'(2) = \frac{g'(2)f(2) - f'(2)g(2)}{(f(2))^2} = \frac{-4}{(2\sqrt{2})^2} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲، ۲۳، ۱۵ تا ۱۷ و ۹۲)

۴✓

۳

۲

۱

(عزیزالله علی‌اصغری)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3) - f(x)}{x - 3} = - \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -f'(3) = 4$$

$$f'(3) = -4$$

$$g'(x) = \left(\frac{3}{x}\right)' f'\left(\frac{3}{x}\right) = -\frac{3}{x^2} f'\left(\frac{3}{x}\right)$$

$$\Rightarrow g'(1) = \frac{-3}{(1)^2} f'\left(\frac{3}{1}\right) = (-3) \times (-4) = 12 \Rightarrow g'(1) = 12$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸ و ۹۲)

۴

۳

۲

۱✓

(سپار، داوطلب)

نقاط بحرانی، نقاطی از درون دامنه تعریف هستند که در آنها مشتق تابع برابر صفر است یا وجود ندارد.

دامنه تعریف این تابع، مجموعه اعداد حقیقی یعنی  $D_f = (-\infty, +\infty)$

$$y = \frac{1}{14}x^{\frac{14}{3}} - \frac{1}{2}x^{\frac{2}{3}} \quad \text{است.}$$

$$y' = \frac{1}{3}x^{\frac{11}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(x^4 - 1) \Rightarrow y' = \frac{1}{3}\left(\frac{x^4 - 1}{\sqrt[3]{x}}\right)$$

$$\text{صورت} = 0 \Rightarrow x^4 - 1 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ |x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = 0 \Rightarrow x = 0$$

در  $x = \pm 1$  مشتق صفر است و در  $x = 0$  مشتق وجود ندارد. پس مجموعه طول نقاط بحرانی تابع عبارتند از:  $\{-1, 0, 1\}$  (کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۲)

 ۴

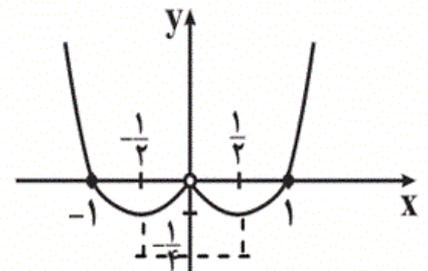
 ۳

 ۲

 ۱

(شهرام ولایی)

$$y = \begin{cases} x^2 - x & x > 0 \\ a & x = 0 \\ |x^2 + x & x < 0 \end{cases}$$



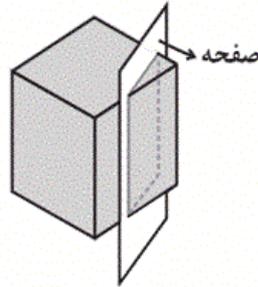
با توجه به شکل بالا، اگر  $-\frac{1}{4} < a < 0$  باشد  $x = 0$  می‌نیمم نسبی است ولی می‌نیمم مطلق نیست. (کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



قطر هر سطح جانبی مکعب  $10\sqrt{2}$  می باشد. اگر به صورت روبه رو صفحه مورد نظر مکعب را قطع کند، سطح مقطع مثلثی خواهد بود که می تواند متساوی الاضلاع با ضلع حداکثر  $10\sqrt{2}$  باشد و یا اینکه مثلث متساوی الساقین با قاعده حداکثر  $10\sqrt{2}$  و ساق های کوچک تر از  $10\sqrt{2}$  باشد.

اگر صفحه عمود بر یکی از صفحات مکعب آن را قطع کند، سطح مقطع آن مستطیلی خواهد بود که یک ضلع آن  $10$  و ضلع دیگر کوچک تر مساوی  $10\sqrt{2}$  خواهد بود و مستطیل با ترکیب گزینه «۴» تشکیل خواهد شد.

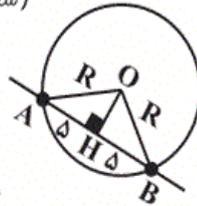
(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه های ۱۳۴ و ۱۳۵)

۴ ✓

۳

۲

۱



$AB = 10$

شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید:

در مثلث متساوی الساقین ارتفاع، میانه، نیمساز بر هم منطبق اند.

ابتدا فاصله مرکز از خط  $OH$   $5x + 12y = 0$  را به دست می آوریم:

$$O\left(-\frac{4}{2}, -\frac{6}{2}\right) = (2, -3)$$

$$OH = \frac{|10 - 36|}{\sqrt{25 + 144}} = \frac{26}{13} = 2$$

$$R^2 = 25 + 4 \Rightarrow R = \sqrt{29}$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 36 - 4c} = \sqrt{29}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{52 - 4c} = \sqrt{29} \Rightarrow \frac{1}{4} \times 4(13 - c) = 29$$

$$13 - c = 29 \Rightarrow c = -16$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه های ۱۳۴ تا ۱۳۹ و ۱۴۲)

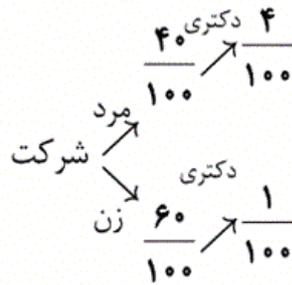
۴

۳

۲ ✓

۱

فضای نمونه‌ای در این مسأله تعداد حالاتی است که مدرک دکتری دارند.



$$\Rightarrow \text{احتمال مدرک دکتری} = \frac{40}{100} \times \frac{4}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{1}{100}$$

$$= 0/016 + 0/006 = 0/022$$

حال احتمال آن که فرد انتخاب شده مدرک دکتری داشته و مرد باشد را حساب می‌کنیم:

$$\frac{40}{100} \times \frac{4}{100} = 0/016$$

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{0/016}{0/022} = \frac{8}{11}$$

(امتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۸)

۴

۳

۲

۱ ✓