سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضی ۳ - دوازدهم ، کاربرد مشتق

۹۱- اگر f تابع همانی و تمام نقاط تابع $f-g$ بحرانی باشند، کدام ضابطه برای g مناسب است؟

۱) $y=۲$ ۲) $y=x-۱$ ۳) $y=[x]$ ۴) $y=|x|$

۹۲- مجموع مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f به معادلهٔ $f(x)=۱+x^۲+\sqrt{۱-x^۲}$ روی دامنه‌اش کدام است؟

۱) ۲/۲۵ ۲) ۳/۲۵ ۳) ۴/۲۵ ۴) ۵/۲۵

۹۳- برای توابع مشتق‌پذیر $f(x)$ و $g(x)$ در $\mathbb{R}$ داریم: $f'(x)=(۵-x)g(x)$، اگر $g(۵)=\frac{-۱}{۳}$، نقطه‌ای به‌طول $x=۵$ برای تابع $f(x)$ چگونه است؟

۱) ماکزیمم نسبی ۲) مینیمم نسبی

۳) نقطه‌ای معمولی است. ۴) قابل تعیین نیست.

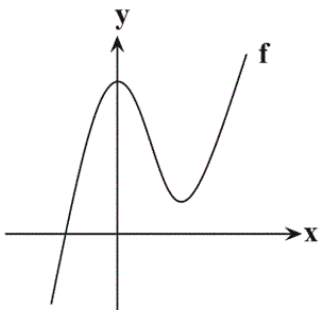
۹۴- اگر $f(x)=x^۳-۳x^۲+۵$ باشد، به‌ازای چند مقدار صحیح k، معادلهٔ $f(x)=k$ دارای سه ریشهٔ حقیقی متمایز است؟

۱) ۱

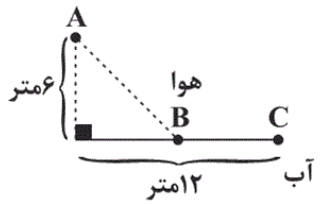
۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴



۹۵- مرغ دریایی در نقطهٔ A قرار گرفته و قصد دارد به نقطهٔ C برود. برای این‌کار، قسمتی از مسیر را در هوا و بخشی را روی سطح آب، مطابق شکل زیر طی می‌کند. اگر این پرنده روی آب ۱۰ کالری بر متر و در هوا $10\sqrt{5}$ کالری بر متر انرژی مصرف کند، فاصلهٔ نقطهٔ B از C چند متر باشد تا مرغ دریایی کم‌ترین انرژی ممکن را مصرف کند؟



۱) ۳

۲) ۹

۳) ۴

۴) ۶

۹۶- می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل با ضخامت معین و در باز بسازیم که گنجایش آن ۳۰۰۰ واحد مکعب باشد. ارتفاع قوطی کدام باشد تا مقدار فلز به‌کار رفته برای تولید آن مینیمم شود؟ $(\pi \simeq ۳)$

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۸

۸۹- اگر $h(x)=f(x)-(f(x))^{۲}+(f(x))^{۳}$ برای هر عدد حقیقی x برقرار باشد، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟ ($f(x)$ تابعی غیرثابت است.)

۱) تابع h صعودی است هرگاه تابع f صعودی باشد.

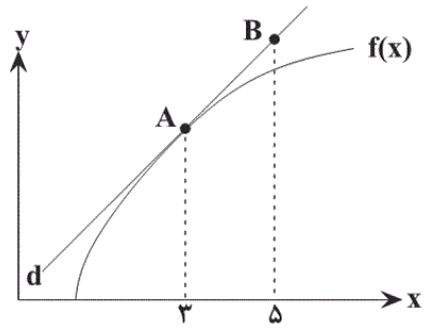
۲) تابع h نزولی است هرگاه تابع f صعودی باشد.

۳) تابع h صعودی است هرگاه تابع f نزولی باشد.

۴) ارتباطی بین صعودی یا نزولی بودن توابع f و h وجود ندارد.

ریاضی ۳ - دوازدهم ، مشتق -

۸۱- مطابق شکل زیر، خط d در نقطه‌ای به‌طول $x=۳$ بر تابع $f(x)$ مماس است. اگر $f(۳)=f'(۳)=۳$ باشد، آن‌گاه عرض نقطهٔ B کدام است؟



۱) ۶

۲) ۸

۳) ۹

۴) ۱۲

۸۲- اگر $f(x)=\sqrt{\frac{x[x]}{|۱-x|}}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\lim\limits_{h\to ۰^{+}} \frac{f(۲+h)-f(۲)}{h}$ کدام است؟ ($[\ ]$:علامت جزء صحیح است.)

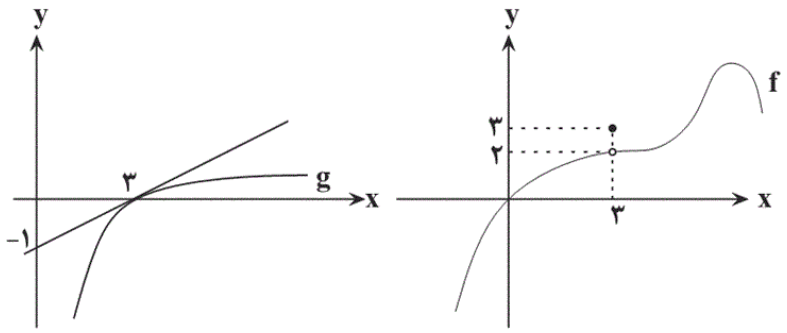
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) -۲

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۳- اگر تابع f بر روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر باشد و $\lim_{h\to 0}\frac{f(h+3)-4}{h}=5$، مشتق تابع $y=\frac{\sqrt{f(x)}}{x}$ در نقطهٔ $x=3$ کدام است؟

۱) $\frac{14}{17}$ ۲) $\frac{7}{36}$ ۳) $\frac{5}{36}$ ۴) $\frac{5}{17}$

۸۴- نمودار توابع f و g به‌صورت زیر است. مقدار مشتق تابع $f.g$ در $x=3$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) صفر

۸۵- مقادیر مشتق چپ و راست کدام تابع در $x=-2$ موجود و نابرابر است؟ ([ ]: علامت جزء صحیح است.)

۱) $f(x)=\begin{cases}x^2 & x\geq -2\\ 4x & x<-2\end{cases}$ ۲) $g(x)=x|x-2|$

۳) $h(x)=x[x]$ ۴) $i(x)=(x+2)[x]$

۸۶- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x+2}{x+a} & x>0\\ \sqrt{x^2+b}+\frac{x}{8} & x\leq 0\end{cases}$ در $x=0$ مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه b کدام است؟

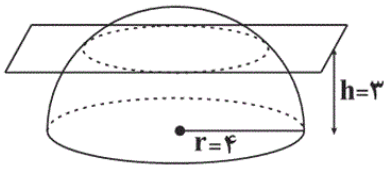
۱) صفر ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

۸۷- اگر $\frac{f(x)}{2}=x-|x|$ و $g(x)=2x+2|x|$ باشند، مشتق تابع $(fog)(x)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) -1 ۴) وجود ندارد.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۹۷- مطابق شکل، یک نیم‌کره به شعاع $r = ۴$ را با صفحه‌ای موازی صفحهٔ قاعده و به فاصلهٔ $h = ۳$ از آن قطع می‌کنیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟



۱) ۷π

۲) π

۳) $\frac{۱۶\pi}{۹}$

۴) ۱۲π

۹۸- چند مورد از گزاره‌های زیر درست‌اند؟

الف) اگر صفحهٔ P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل دایره است.

ب) اگر صفحهٔ P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس نگذرد، شکل حاصل بیضی است.

ج) اگر صفحهٔ P در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، حاصل یک سهمی است.

د) اگر صفحهٔ P سطح مخروطی را هم در قسمت بالایی و هم در قسمت پائینی قطع کند و از رأس آن عبور کند، شکل حاصل هذلولی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۹۹- مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین به‌طول وتر $۳\sqrt{۲}$ را حول وترش دوران می‌دهیم، حجم شکل حاصل کدام است؟

۱) $۹\sqrt{۲}\pi$ ۲) $\frac{۹}{۴}\sqrt{۲}\pi$ ۳) $\frac{۹}{۲}\sqrt{۲}\pi$ ۴) $۱۸\sqrt{۲}\pi$

۱۰۰- طول قطر کوچک بیضی $۴\sqrt{۲}$ و فاصلهٔ یک کانون تا نزدیک‌ترین رأس ۲ است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۰۱- پاره‌خط $AA' = \sqrt{۵}$ قطر بزرگ یک بیضی با فاصلهٔ کانونی ۲ است. خطوط مماس بر بیضی در دو سر قطر کوچک آن، دایره‌ای به مرکز بیضی و قطر AA' را در چهار نقطه قطع می‌کنند. مساحت چهارضلعی‌ای که این چهار نقطه رأس‌های آن هستند، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۰/۵

۱۰۲- فاصلهٔ دورترین نقطهٔ دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x - ۶y - ۳ = ۰$ از نقطهٔ $A(-۱,۷)$ چه قدر است؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۴ ۴) ۱

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- معادلهٔ دایره‌ای که مرکز آن روی محور xها بوده و بر دو خط $y=-x$ و $y=3\sqrt{2}-x$ مماس باشد، کدام است؟

۱) $(x-\frac{3\sqrt{3}}{2})^2+y^2=\frac{9}{4}$

۲) $(x-\frac{\sqrt{2}}{2})^2+y^2=\frac{9}{4}$

۳) $(x-\frac{3\sqrt{3}}{2})^2+y^2=\frac{3}{4}$

۴) $(x-\frac{3\sqrt{2}}{2})^2+y^2=\frac{9}{4}$

۱۰۴- مراکز دایره‌هایی به معادلهٔ $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=25$ که از خط $3y+4x=1$ وترهایی به‌طول ۸ جدا کند، بر روی کدام خط می‌توانند باشند؟

۱) $3y+4x=16$

۲) $3y+4x=15$

۳) $3y+4x=-13$

۴) $3y+4x=-12$

ریاضي ۳ - دوازدهم ، احتمال

۱۰۵- در پرتاب ۳ تاس سالم، احتمال این‌که حاصل‌ضرب اعداد روشده عددی زوج باشد، کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$

۲) $\frac{3}{4}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{7}{8}$

۱۰۶- خانواده‌ای با ۴ فرزند وجود دارد. احتمال این‌که فرزندان در فصول مختلف سال به دنیا آمده باشند، کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{24}$

۳) $\frac{3}{24}$

۴) $\frac{3}{32}$

۱۰۷- سه‌تاس سالم را پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که عدد تاس وسط، واسطهٔ حسابی عدد دو تاس دیگر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{2}{9}$

۲) $\frac{1}{18}$

۳) $\frac{1}{6}$

۴) $\frac{1}{12}$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- ۱۰٪ دانش‌آموزان یک کلاس در درس شیمی، ۱۵٪ در درس زیست‌شناسی و ۵٪ در هر دو درس مردود شده‌اند. دانش‌آموزی را به‌طور تصادفی از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم که در درس شیمی قبول شده است، احتمال آن‌که در درس زیست‌شناسی مردود شده باشد کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۱۰۹- دو تاس سالم را پرتاب می‌کنیم. اگر حاصل‌ضرب اعداد رو شده مضرب ۴ باشد، دو سکه و در غیر این‌صورت سه سکه پرتاب می‌کنیم، چه‌قدر احتمال دارد حداقل یکی از سکه‌ها پشت بیاید؟

۱) $\frac{۱۱}{۴۸}$ ۲) $\frac{۳۷}{۴۸}$ ۳) $\frac{۷۹}{۹۶}$ ۴) $\frac{۱۷}{۹۶}$

۱۱۰- ۱۰ سکه، که ۳تای آن‌ها هر دو رویشان A نوشته شده و ۷ سکه که دو روی آن‌ها متفاوت بوده و یک رو A و یک رو B نوشته شده است، داریم. سکه‌ای به تصادف انتخاب کرده و فقط یک روی آن را نگاه می‌کنیم و می‌بینیم که A نوشته شده است. احتمال آن‌که سکهٔ انتخاب شده هر دو رویش A نوشته شده باشد، کدام است؟

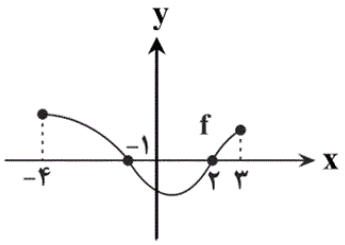
۱) $\frac{۱۰}{۱۳}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۶}{۱۳}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

ریاضي ۳ - دوازدهم ، ترکیبي

۸۸- رباتی طبق معادلهٔ $d(t)=t^۴-۸t^۲+۸$ $(۰\le t\le ۳)$ حرکت می‌کند. سرعت متوسط این ربات، بین زمان‌هایی که ربات مقادیر ماکزیمم و مینیمم را برای مکان خود اختیار می‌کند، کدام است؟

۱) -۱۰ ۲) ۸ ۳) -۲۱ ۴) ۲۵

۹۰- اگر نمودار تابع f به‌صورت زیر باشد، تابع $y=\sqrt{xf(x)}$ الزاماً در کدام بازه اکیداً صعودی است؟



۱) $(-۴,-۱)$

۲) $(-۱,۰)$

۳) $(۲,۳)$

۴) در هیچ بازه‌ای اکیداً صعودی نیست.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۹۱- *(سروش موئینی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: $(f-g)(x)=x-۲$ نقطهٔ بحرانی ندارد.

گزینهٔ «۲»: $(f-g)(x)=x-(x-۱)=۱$ و تمام نقاط نمودار آن بحرانی هستند.

گزینهٔ «۳»: در تابع $(f-g)(x)=x-[x]$ نقاط با طول غیرصحیح، بحرانی نیستند.

گزینهٔ «۴»: در تابع $(f-g)(x)=x-|x|$ داریم:

$$(f-g)(x)=\begin{cases}۰ & , \quad x\geq ۰\\ ۲x & , \quad x<۰\end{cases}$$

پس xهای منفی بحرانی نیستند

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۲- *(جمشید حسینی‌خواه)*

می‌دانیم دامنهٔ تابع داده شده بازهٔ $[-۱,۱]$ می‌باشد که در این بازه تابع پیوسته است، درنتیجه داریم:

$$f'(x)=۲x+\frac{-۲x}{۲\sqrt{۱-x^۲}}=x(۲-\frac{۱}{\sqrt{۱-x^۲}})$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\ ۲-\frac{۱}{\sqrt{۱-x^۲}}=۰\Rightarrow ۲=\frac{۱}{\sqrt{۱-x^۲}}\Rightarrow\sqrt{۱-x^۲}=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}}۱-x^۲=\frac{۱}{۴}\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

با توجه به این‌که هر سه جواب به‌دست آمده در دامنهٔ تابع قرار دارند، پس هر سه تا نقطهٔ بحرانی تابع هستند، بر این اساس خواهیم داشت:

$$f(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})=f(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=۲/۲۵ \text{ و } f(۰)=۲ \text{ و } f(-۱)=f(۱)=۲$$

درنتیجه $y=۲/۲۵$ و $y=۲$ به‌ترتیب ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع فوق در بازهٔ $[-۱,۱]$ هستند که مجموع آن‌ها برابر با $y_{max}+y_{min}=۴/۲۵$ است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۳- *(امیرهوشنگ انصاری)*

تابع g پیوسته است و از طرفی داریم: $g(۵)=-\frac{۱}{۳}$، بنابراین در همسایگی $x=۵$، $g(x)<۰$ است. حال جدول تعیین علامت f' را در همسایگی $x=۵$ رسم می‌کنیم.

x		۵	
$f'(x)=(۵-x)g(x)$	$-$	۰	$+$
$f(x)$	↘		↗

پس $x=۵$ برای f نقطهٔ مینیمم نسبی است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

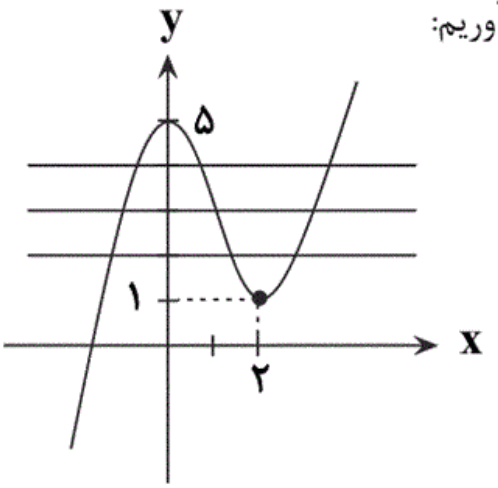
-۹۴ *(بابک سادات)*

خط $y=k$ باید در محدودهٔ بین ماکزیمم و مینیمم نسبی قرار گیرد. پس لازم است عرض نقاط اکسترمم $f(x)$ را هم به‌دست بیاوریم. $f(x)$ مشتق‌پذیر است. مشتق تابع $f(x)$ را به‌دست آورده و مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$f'(x)=۳x^۲-۶x=۰\Rightarrow ۳x(x-۲)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=۲ \end{cases}$$

حال عرض نقاط اکسترمم را با جایگذاری در معادلهٔ اصلی $f(x)$ به‌دست می‌آوریم:

$f(۰)=۵, f(۲)=۱$ ⟵ نمودار



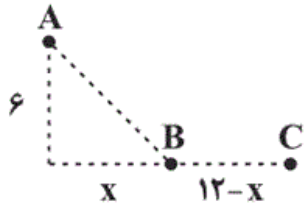
همانطور که می‌بینید به‌ازای سه مقدار صحیح $(k=۲,۳,۴)$، معادلهٔ $f(x)=k$ دارای سه ریشهٔ حقیقی متمایز است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۹۵ *(مجید شعبانی عراقی)*

ابتدا معادلهٔ انرژی مصرفی را نوشته و سپس نقطهٔ مینیمم نسبی آن‌را به‌دست می‌آوریم:



انرژی صرف شده در مسیر ABC: $f(x)=\sqrt{۳۶+x^۲}\times ۱۰\sqrt{۵}+(۱۲-x)\times ۱۰$

$$f'(x)=\frac{۲x}{۲\sqrt{۳۶+x^۲}}\times ۱۰\sqrt{۵}+(-۱۰)=۰$$

$$\frac{\sqrt{۵}x}{\sqrt{۳۶+x^۲}}=۱\Rightarrow ۳۶+x^۲=۵x^۲\Rightarrow ۴x^۲=۳۶\Rightarrow x=\pm ۳$$

$$\Rightarrow x\in[۰,۱۲]\Rightarrow x=۳$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۶ *(علی‌اصغر شریفی)*

با توجه به حجم قوطی، رابطهٔ بین ارتفاع و شعاع استوانه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$V=\pi r^2 h \Rightarrow \pi r^2 h=3000 \xrightarrow{\pi\simeq 3} r^2 h=1000 \Rightarrow h=\frac{1000}{r^2}$$

طبق صورت سؤال، باید مساحت کل استوانه موردنظر کم‌ترین مقدار ممکن گردد.

$$\text{مساحت کل استوانه}=\text{مساحت قاعده}+\text{مساحت جانبی}=\pi r^2+2\pi rh=S$$

با جایگذاری ارتفاع برحسب شعاع، داریم:

$$S=\pi r^2+\pi\left(\frac{2000}{r}\right)=\pi\left(r^2+\frac{2000}{r}\right)$$

اگر مشتق مساحت برحسب شعاع را برابر با صفر قرار دهیم، شعاع مطلوب به‌دست می‌آید:

$$S'=\pi\left(2r-\frac{2000}{r^2}\right)=0$$

$$\Rightarrow 2r=\frac{2000}{r^2}\Rightarrow r^3=1000\Rightarrow r=10\Rightarrow h=10$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۱۱۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۸۹ *(طاهر دادستانی)*

از دو طرف تساوی مشتق می‌گیریم:

$$h'(x)=f'(x)-2f(x)f'(x)+3f^2(x)f'(x)$$

$$h'(x)=f'(x)(1-2f(x)+3f^2(x))$$

$$h'(x)=3f'(x)\underbrace{\left(\left(f(x)-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{9}\right)}_{\text{همواره مثبت}}$$

با توجه به تساوی بالا، $f'(x)$ و $h'(x)$ همواره هم‌علامت‌اند. پس اگر f صعودی باشد آن‌گاه $h(x)$ نیز صعودی خواهد بود.

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۱- *(علی‌اصغر شریفی)*

با توجه به آن‌که مشتق تابع در یک نقطه، شیب خط مماس بر منحنی در آن نقطه را می‌دهد، پس شیب پاره‌خط AB برابر با ۳ است. طبق تعریف شیب خط، داریم:

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = ۳ \Rightarrow \frac{y_B - ۳}{۵ - ۳} = ۳ \Rightarrow y_B = ۹$$

(مشتق) (ریاضی ۳، مشابه تمرین ۸ صفحهٔ ۷۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۲- *(جمشید حسینی‌خواه)*

واضح است که حد خواسته شده همان $f'_+(۲)$ است. حالا با توجه به این‌که تابع داده شده در $x = ۲$ پیوستگی راست دارد، پس برای محاسبهٔ $f'_+(۲)$ ابتدا $f(x)$ را ساده نموده و سپس $f'(x)$ را در همسایگی راست نقطهٔ $x = ۲$ حساب کرده و در مرحلهٔ آخر $f'_+(۲)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$x \to ۲^+ \Rightarrow \begin{cases} [x] = ۲ \\ |۱ - x| = x - ۱ \end{cases} \Rightarrow f(x) = \sqrt{\frac{۲x}{x-۱}} = \left(\frac{۲x}{x-۱}\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

$$f'(x) = \frac{۱}{۲}\left(\frac{-۲}{(x-۱)^۲}\right)\left(\frac{۲x}{x-۱}\right)^{-\frac{۱}{۲}} \Rightarrow f'_+(۲) = -\frac{۱}{۲}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۱، ۸۲ تا ۸۸ و ۹۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۳- *(عزیزالله علی‌اصغری)*

با توجه به تعریف مشتق داریم:

$$\lim_{h \to ۰} \frac{f(h+۳) - f(۳)}{h} = ۵ \Rightarrow \begin{cases} f(۳) = ۴ \\ f'(۳) = ۵ \end{cases}$$

حال مشتق تابع داده شده را در $x = ۳$ محاسبه می‌کنیم:

$$y' = \frac{\frac{xf'(x)}{۲\sqrt{f(x)}} - \sqrt{f(x)}}{x^۲} \Rightarrow y'(۳) = \frac{\frac{۳ \times ۵}{۲ \times \sqrt{۴}} - \sqrt{۴}}{۳^۲} = \frac{۷}{۳۶}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۱، ۸۲ تا ۸۸ و ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۴ (آریان حیدری)

تابع f در $x=۳$ مشتق‌پذیر نیست، پس برای محاسبهٔ $(f.g)'(۳)$ نمی‌توانیم از فرمول مشتق حاصل‌ضرب استفاده کنیم، با استفاده از تعریف مشتق، داریم:

$$(f.g)'(۳)=\lim_{x\to ۳}\frac{(f.g)(x)-(f.g)(۳)}{x-۳}$$

$$\xrightarrow{g(۳)=۰}\lim_{x\to ۳}\frac{f(x).g(x)-۰}{x-۳}$$

$$=\lim_{x\to ۳}(f(x).\frac{g(x)-g(۳)}{x-۳})=(\lim_{x\to ۳}f(x))\underbrace{(\lim_{x\to ۳}\frac{g(x)-g(۳)}{x-۳})}_{g'(۳)}$$

$$=۲\times\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- (محمدمصطفی ابراهیمی)

گزینه‌های «۱» و «۳» در $x=-۲$ پیوسته نیستند، آن‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»:
$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-۲)^+} f(x) = (-۲)^۲ = ۴ \\ \lim\limits_{x\to(-۲)^-} f(x) = ۴(-۲) = -۸ \\ f(-۲) = (-۲)^۲ = ۴ \end{cases}$$

تابع از چپ در $x=-۲$ پیوسته نیست. پس مشتق چپ موجود نیست.

گزینهٔ «۳»:
$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-۲)^+} h(x) = -۲(-۲) = ۴ \\ \lim\limits_{x\to(-۲)^-} h(x) = -۲(-۳) = ۶ \\ h(-۲) = -۲(-۲) = ۴ \end{cases}$$

تابع از چپ در $x=-۲$ پیوسته نیست. پس مشتق چپ موجود نیست.

گزینهٔ «۲»: تابع در $x=-۲$ مشتق‌پذیر است و مقدار مشتق آن برابر است با:

$$g(x) = x|x-۲| \xrightarrow{\text{اطراف } x=-۲} g(x) = -x(x-۲) = -x^۲ + ۲x$$

$$g'(x) = -۲x + ۲ \xrightarrow{x=-۲} ۴ + ۲ = ۶$$

گزینهٔ «۴»: مشتق چپ و راست موجود و نابرابرند.

$$i'_+(-۲) = \lim_{x\to(-۲)^+} \frac{i(x)-i(-۲)}{x-(-۲)} = \lim_{x\to(-۲)^+} \frac{(x+۲)[x]-۰}{x+۲}$$

$$= \lim_{x\to(-۲)^+} [x] = -۲$$

$$i'_-(-۲) = \lim_{x\to(-۲)^-} \frac{i(x)-i(-۲)}{x-(-۲)} = \lim_{x\to(-۲)^-} \frac{(x+۲)[x]-۰}{x+۲}$$

$$= \lim_{x\to(-۲)^-} [x] = -۳$$

مشتق چپ و راست موجود و نابرابرند.

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{a-2}{(x+a)^2} & x>0\\ \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+b}}+\dfrac{1}{8} & x<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f'_+(0)=\dfrac{a-2}{a^2}\\ f'_-(0)=\dfrac{1}{8}\end{cases}\Rightarrow\frac{a-2}{a^2}=\frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow a^2-8a+16=0\Rightarrow a=4\xrightarrow{(*)}\sqrt{b}=\frac{2}{4}\Rightarrow b=\frac{1}{4}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷، ۹۰ و ۹۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸۷- (یغما کلانتریان)

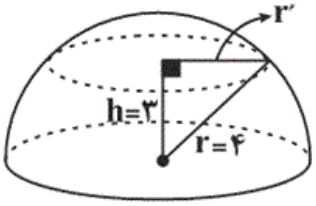
$$(fog)(x)=f(g(x))=2(2x+2|x|-|2x+2|x||)=\begin{cases}0 & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

$$(fog)(x)=0\Rightarrow(fog)'(x)=0$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۵، ۸۷ و ۸۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۷- (محمدامین روانبخش)



مطابق شکل، طبق قضیهٔ فیثاغورس، به راحتی می‌توانیم شعاع دایرهٔ مقطع را حساب کنیم.

$$r'=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$$

پس مساحت دایرهٔ حاصل برابر است با:

$$S=\pi r'^2=7\pi$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۲۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۹۸- (محمد ساسانی)

مطابق مفاهیم صفحات ۱۲۶ و ۱۲۷، موارد ب و د غلط هستند.

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دو مخروط هم‌قاعده $V=\frac{1}{3}\pi h^2 x+\frac{1}{3}\pi h^2 y=\frac{1}{3}\pi h^2(x+y)$

$$\xrightarrow{x+y=a} V=\frac{1}{3}\pi h^2 a \xrightarrow{h=\frac{bc}{a}} V=\frac{\pi}{3}\times\frac{b^2c^2}{a}$$

طبق اطلاعات صورت سؤال داریم: $a=3\sqrt{2}$

$b=c$

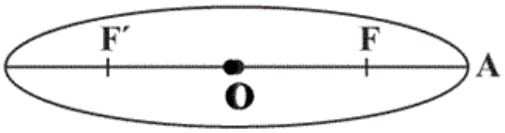
فیثاغورس: $a^2=b^2+b^2\Rightarrow 9\times 2=2b^2\Rightarrow b=3$

$$V=\frac{\pi b^2c^2}{3a}=\frac{\pi\times 9\times 9}{3\times 3\sqrt{2}}=\frac{9\pi}{\sqrt{2}}=9\times\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۰۰ (حمیدرضا بنیانی)



مطابق شکل فرضی داریم:

$2b=4\sqrt{2}\Rightarrow b=2\sqrt{2}$

$FA=2\Rightarrow a-c=2\ (I)$

طبق رابطهٔ $a^2=b^2+c^2$، داریم:

$b^2=a^2-c^2\Rightarrow b^2=(a-c)(a+c)$

$b^2=2(a+c)\Rightarrow 8=2(a+c)\Rightarrow a+c=4\ \ (II)$

$$(I),(II)\Rightarrow\begin{cases}a-c=2\\a+c=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\c=1\end{cases}$$

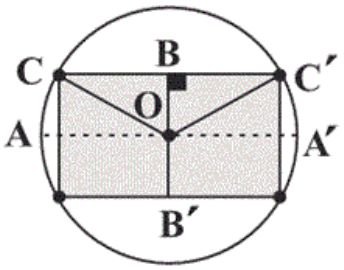
$$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۱ (حسین حاجیلو)



$AA' = ۲a$ قطر دایره است، پس شعاع دایره برابر است با $\frac{AA'}{۲} = a$،

بنابراین $OC = a$ و طول OB برابر نصف طول کوچک‌ترین قطر بیضی است، یعنی $OB = b$.

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ OBC داریم:

$$OC^۲ = OB^۲ + BC^۲ \Rightarrow a^۲ = b^۲ + BC^۲$$

$$\Rightarrow BC^۲ = \underbrace{a^۲ - b^۲}_{c^۲} \Rightarrow BC = c$$

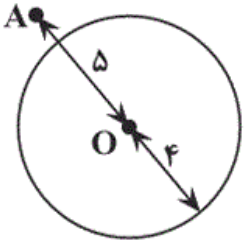
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۰۲ (حسین غفارپور)

نقطهٔ $(۲,۳)$ مرکز دایره است.

فاصلهٔ نقطه از مرکز برابر است با $d = \sqrt{(۲-(-۱))^۲ + (۳-۷)^۲} = ۵$. از طرفی شعاع دایره برابر است با: $R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۳۶+۱۲} = ۴$

بنابراین با توجه به شکل زیر بیش‌ترین فاصلهٔ ممکن ۹ است.



(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۴۲)

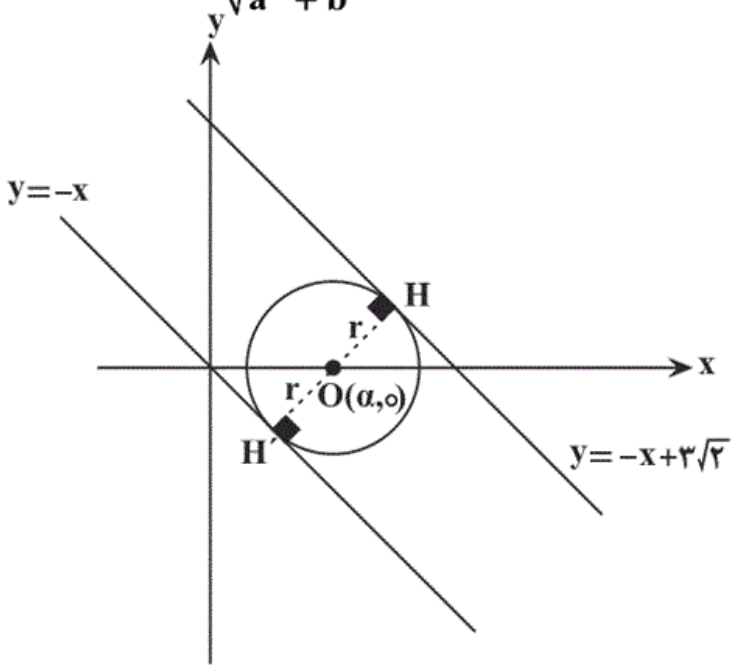
۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۳ (طاهر دادستانی)

$$\begin{cases} y = ۳\sqrt{۲} - x \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y - ۳\sqrt{۲} = ۰ \\ x + y = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{فاصلهٔ دو خط} = ۲r = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} \Rightarrow ۲r = \frac{۳\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۳ \Rightarrow r = \frac{۳}{۲}$$



مرکز دایره $O(\alpha, ۰)$ می‌باشد. پس:

$$|OH'| = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{|۱\times\alpha + ۱\times ۰ + ۰|}{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

معادلهٔ دایره‌ای با شعاع $\frac{۳}{۲}$ و مرکز $(\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}, ۰)$ به‌صورت زیر است:

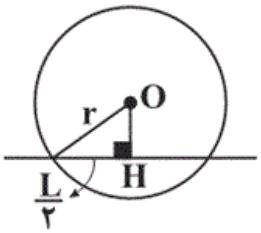
$$(x - \frac{۳\sqrt{۲}}{۲})^۲ + (y - ۰)^۲ = \frac{۹}{۴} \Rightarrow (x - \frac{۳\sqrt{۲}}{۲})^۲ + y^۲ = \frac{۹}{۴}$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۴ (سهند فرهنگی)



با توجه به شکل فرضی می‌دانیم:

$$(OH)^۲ + (\frac{L}{۲})^۲ = r^۲$$

در دایرهٔ مفروض: $C_۱ : O_۱(\alpha,\beta)\ ,\ R_۱ = ۵$

$$(OH)^۲ = ۲۵ - (۴)^۲ = ۹$$

$$OH = ۳$$

OH فاصلهٔ مرکز دایره از خط $۳y + ۴x - ۱ = ۰$ می‌باشد. پس فرمول فاصله را می‌نویسیم:

$$OH = \frac{|۳\beta + ۴\alpha - ۱|}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = ۳$$

$$|۳\beta + ۴\alpha - ۱| = ۱۵ \Rightarrow \begin{cases} ۳\beta + ۴\alpha = ۱۶ \Rightarrow ۳y + ۴x = ۱۶ \\ ۳\beta + ۴\alpha = -۱۴ \Rightarrow ۳y + ۴x = -۱۴ \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، $۳y + ۴x = ۱۶$ مورد قبول است.

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۴۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۰۵ (علی مرشد)

برای این‌که حاصل‌ضرب سه عدد رو شده زوج باشد، باید حداقل یکی از اعداد، زوج باشد. برای راحتی کار ابتدا حالتی را که هیچ‌یک از اعداد روشده زوج نیست حساب کرده و از $n(S)$ کم می‌کنیم: $n(S) = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۱۶$

حالت $A' : ۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷ \Rightarrow$ عدد روشده هر سه تاس فرد باشد

$$\Rightarrow P(A') = \frac{۲۷}{۲۱۶} \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۲۷}{۲۱۶} = \frac{۱۸۹}{۲۱۶} = \frac{۷}{۸}$$

(احتمال) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(ریاضی ۳، صفحهٔ ۱۴۴)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- *(غلام‌رضا نیازی)*

$۴^۴$ = تولد ۴ فرزند در فصل‌های مختلف = فضای نمونهٔ آزمایش

$۴\times۳\times۲\times۱=۴!$ = تعداد اعضای پیشامد

$$\text{احتمال مطلوب } P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴!}{۴^۴}=\frac{۳!}{۴^۳}=\frac{۶}{۶۴}=\frac{۳}{۳۲}$$

(احتمال) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

(ریاضی ۳، صفحهٔ ۱۴۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۷- *(محمدجواد محسنی)*

فضای نمونه‌ای شامل $۶\times۶\times۶$ عضو می‌باشد: $n(S)=۶\times۶\times۶$

برای محاسبهٔ تعداد پیشامدهای مطلوب داریم:

۱) اعداد روشده هر سه تاس برابر باشند: ۶ حالت

۲) $\{(۱,۲,۳),(۱,۳,۵),(۲,۳,۴),(۲,۴,۶),(۳,۴,۵),(۴,۵,۶)\}$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۸- *(سؤال ۹۸۹ کتاب آبی ریاضی دوازدهم تجربی)*

اگر **A** پیشامد مردود شدن در درس شیمی و **B** پیشامد مردود شدن در درس زیست‌شناسی باشد، داریم:

$$P(A)=\frac{۱۰}{۱۰۰}\ ,\ P(B)=\frac{۱۵}{۱۰۰}\ ,\ P(A\cap B)=\frac{۵}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow P(B\mid A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{P(B-A)}{۱-P(A)}$$

$$=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{۱-P(A)}=\frac{\frac{۱۵}{۱۰۰}-\frac{۵}{۱۰۰}}{\frac{۹۰}{۱۰۰}}=\frac{\frac{۱۰}{۱۰۰}}{\frac{۹۰}{۱۰۰}}=\frac{۱}{۹}$$

(احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

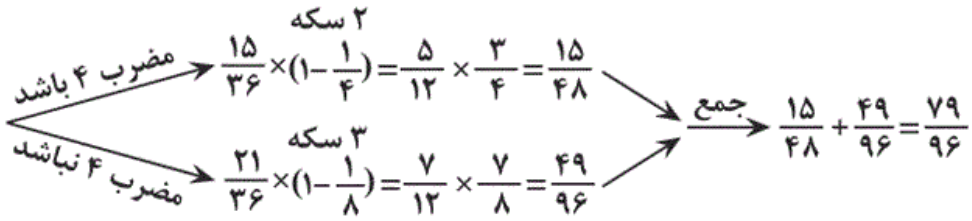
۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۹- *(رضا ذاکر)*

مضارب ۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
تعداد حالات	۳	۲	۴	۱	۲	۲	۰	۰	۱

احتمال این‌که حاصل‌ضرب اعداد دو تاس مضرب ۴ باشد برابر مجموع احتمال حالات بالا یعنی $\frac{۱۵}{۳۶}$ است.



نکته: در پرتاب ۲ سکه احتمال حداقل یک پشت برابر $۱-(\frac{۱}{۲})^{۲}=۱-\frac{۱}{۴}$ است

و در پرتاب ۳ سکه احتمال حداقل یک پشت برابر $۱-(\frac{۱}{۲})^{۳}=۱-\frac{۱}{۸}$ است.

(احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۰- *(سامان سلامیان)*

درواقع ۱۳ حرف **A**، ۷ حرف **B** داریم. از این ۱۳ حرف **A**، ۶ حرف متعلق به سکه‌های دورو **A**، ۷ حرف متعلق به سکه‌ها تک رو **A** می‌باشد.

پس برای این‌که سکه دورو **A** باشد، داریم:

$$\text{احتمال خواسته شده}=\frac{\text{حروف دورو } \mathbf{A}\to ۶}{\text{تمام حروف } \mathbf{A}\to ۱۳}$$

(احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۸ *(محمدجواد محسنی)*

برای این‌که ببینیم ربات در چه لحظاتی مقادیر ماکزیمم و مینـیمم را بـرای مکان خود اختیار می‌کند، باید اکسترمم‌های مطلق $d(t)$ را بیابیم:

$$d'(t)=۴t^۳-۱۶t=۰\Rightarrow ۴t(t^۲-۴)=۰\Rightarrow \begin{cases} t=-۲ \text{ غ‌ق‌ق} \\ t=۰ \\ t=۲ \end{cases}$$

حال مقدار تابع را در هر یک از نقاط بحرانی و هم‌چنین نقـاط انتهـایی بـازه محاسبه می‌کنیم:

$$d(۰)=۸$$

$$d(۲)=-۸$$

$$d(۳)=۱۷$$

پس باید سرعت متوسط را در بازهٔ $[۲,۳]$ پیدا کنیم:

$$\frac{f(۳)-f(۲)}{۳-۲}=\frac{۱۷-(-۸)}{۱}=۲۵$$

(ترکیبی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۵، ۹۸ تا ۱۰۰ و ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۹۰ *(شهرام ولایی)*

$$y'=\frac{(۱)f(x)+xf'(x)}{۲\sqrt{xf(x)}}$$

برای این‌که y اکیداً صعودی باشد باید $y'>۰$ باشـد. در بـازهٔ $(۲,۳)$ تـابع حتماً اکیداً صعودی است، ولی در بازهٔ $(-۱,۰)$ علامت y' نامشخص است.

دامنهٔ y: $xf(x)\geq ۰\Rightarrow [-۱,۰]\cup[۲,۳]$

$$y'>۰\Rightarrow f(x)+xf'(x)>۰$$

(ترکیبی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸ و ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا