



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم، عبارت های جبری و مفهوم اتحاد

۴۸- کدامیک از گزینه های زیر در تجزیه عبارت $4^{2x} + 4^{x+1}$ وجود دارد؟

$$4^x + 1 \quad (2)$$

$$2^x \quad (1)$$

$$2^x + 2 \quad (4)$$

$$4^x + 2 \quad (3)$$

ریاضی نهم، چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها

۴۶- عبارت $(2x+1)^2 + y^2 + 4x + 2y$ با کدام عبارت زیر برابر است؟

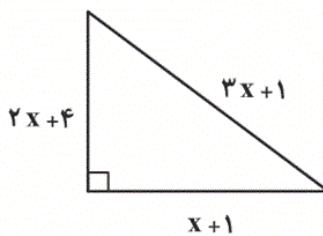
$$(2x+2y+1)^2 \quad (2)$$

$$(2x+y+1)^2 \quad (1)$$

$$(x+y+2)^2 \quad (4)$$

$$(x+2y+1)^2 \quad (3)$$

۴۷- مساحت مثلث قائم الزاویه زیر کدام است؟



۳۰) ۱

۳۶) ۲

۴۸) ۳

۶۰) ۴

ریاضی نهم، نابرابری ها و نامعادله ها

۴۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x+1}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} - x$ کدام است؟

$x \leq 1$ (۲)

$x \geq 1$ (۱)

$x \leq 7$ (۴)

$x \leq \frac{7}{9}$ (۳)

ریاضی نهم، معادله‌ی خط

۵۱- کدام خط از نقطه $\left[\begin{matrix} 3 \\ 5 \end{matrix} \right]$ می‌گذرد؟

$7y - 2x = 5$ (۲)

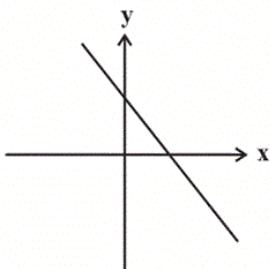
$x - y = 2$ (۱)

$17x + 12y = 121$ (۴)

$\frac{3}{5}y - \frac{5}{3}x = 2$ (۳)

ریاضی نهم، شبکه و عرض از مبدأ

۴۹- خط رسم شده در شکل زیر، معادله کدام خط می‌تواند باشد؟



$-2x + 4y = 3$ (۱)

$2x = 3 - 4y$ (۲)

$2x + 4y + 3 = 0$ (۳)

$4y - 2x + 3 = 0$ (۴)

ریاضی نهم، دستگاه معادله‌های خطی

۵۰- خط d به معادله $\frac{y+1}{2} = 3x - 4$ و عرض از مبدأ $(m+1)x - (n-m)y = 3$ مفروض است. اگر شبکه d با شبکه d برابر باشد، n کدام است؟

خط d با عرض از مبدأ خط $\frac{y+2x}{y-1} = 4$ برابر باشد، n کدام است؟ ($m \neq n$)

۱۶/۷۵ (۲)

-۱۲/۲۵ (۱)

-۱۶/۷۵ (۴)

۱۴/۵ (۳)

ریاضی نهم، معرفی و ساده کردن عبارت های گویا

- ۴۱- به ازای چه مقادیری از x عبارت $\frac{x-7}{x^2+4x+3}$ تعریف شده است؟ (نگاه به گذشته)

{۷} (۲)

{-۱,-۳} (۱)

$R - \{-1, -3\}$ (۴)

$R - \{7\}$ (۳)

ریاضی نهم، محاسبات عبارت های گویا

- ۴۲- اگر $A = a^2 - 2b^2$ و $B = a^2 + 2b^2$ و $C = 4ab$ باشد، حاصل عبارت $\frac{C^2}{2B^2 - 2A^2}$ کدام است؟ (ab ≠ ۰) (نگاه به گذشته)

۱ (۲)

a^2b^2 (۱)

$-a^2b^2$ (۴)

-۱ (۳)

- ۵۲- ساده شده عبارت $\frac{\frac{5}{x+2} - \frac{2}{x-2} + \frac{17}{x^2-4}}{\frac{5}{x+2} + \frac{2}{x-2} - \frac{15}{x^2-4}}$ کدام است؟ ($x \neq -3, -2, 2, 3$) (همه عبارات، تعریف شده هستند).

$\frac{3}{7}(\frac{x+1}{x-3})$ (۲)

$\frac{7}{3}(\frac{x-1}{x+3})$ (۱)

$\frac{7}{3}(\frac{x+1}{x+3})$ (۴)

$\frac{3}{7}(\frac{x-1}{x-3})$ (۳)

- ۵۴- کدام یک از تساوی‌های زیر، همواره درست است؟ (همه عبارات، تعریف شده هستند).

$$\frac{a+ax}{a} = 1+ax \quad (۲)$$

$$\frac{a+ax}{a} = a+x \quad (۱)$$

$$\frac{3x}{x-3} = \frac{3x^2+6x}{x^2-x-6} \quad (۴)$$

$$\frac{m^2-16}{4-m} = m+4 \quad (۳)$$

۵۳- اگر حاصل عبارت $\frac{3x^2 + 2x + 8}{A(x+2) + 16}$ برابر با ۱ باشد، A کدام است؟

۴x - ۳ (۲)

۳x + ۴ (۱)

۴x + ۳ (۴)

۳x - ۴ (۳)

ریاضی نهم، حجم و مساحت کره

۵۶- مساحت سطح بیرونی یک کره توخالی با ضخامت t، چه قدر بیشتر از سطح درونی آن است؟ R، شعاع حفره کروی داخل کره است.)

$4\pi R^2$ (۲)

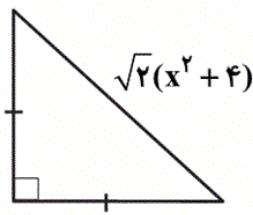
(۱) مساحت سطح درونی بیشتر است.

$4\pi t^2 + 8\pi Rt$ (۴)

۴ πt^2 (۳)

ریاضی نهم، سطح و حجم

۵۷- مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین زیر را حول ضلع قائم دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟ ($\pi \approx ۳$)



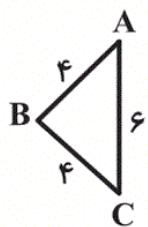
$2\sqrt{2}(x^2 + 4)^3$ (۱)

$\frac{1}{3}(x^2 + 4)^3$ (۲)

$(x^2 + 4)^3$ (۳)

$\frac{2\sqrt{2}}{3}(x^2 + 4)^3$ (۴)

۵۸- مثلث مقابل را حول ضلع AC دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟



7π (۱)

14π (۲)

$6\sqrt{7}\pi$ (۳)

$3\sqrt{7}\pi$ (۴)

۵۹- هرمی درون مکعب مستطیلی قرار دارد؛ قاعده هرم با وجه مکعب مستطیل، برابر و رأس هرم، روی وجه مقابل مکعب مستطیل، متحرک است. کدام گزینه در مورد حجم هرم درست است؟

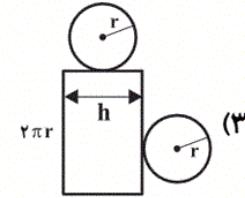
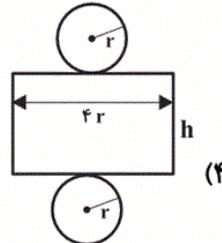
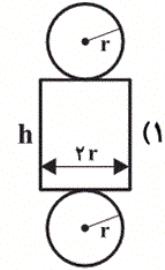
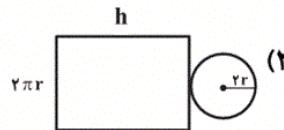
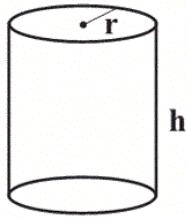
۱) حجم هرم ثابت است.

۲) اگر رأس هرم روی رأس مکعب قرار بگیرد، حجم هرم بیشترین مقدار ممکن است.

۳) اگر رأس هرم روی رأس مکعب قرار بگیرد، حجم هرم کمترین مقدار ممکن است.

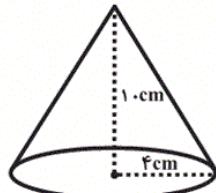
۴) اگر رأس هرم در مرکز وجه مکعب مستطیل قرار بگیرد، حجم بیشترین مقدار ممکن است.

۶۰- مساحت کل استوانه زیر با مساحت کدام شکل مسطح برابر است؟



۵۵- ظرفی به شکل مخروط زیر، داریم. مقداری مایع در آن می‌ریزیم، به‌طوری که تا ارتفاع 5cm بالا بیاید. می‌دانیم 10 جباب کروی به شعاع 5cm داخل مایع تشکیل شده است. پس از خروج جباب‌ها از آن، ارتفاع مایع تقریباً چه قدر کاهش

$$\pi \approx 3.14 \quad \sqrt[3]{1/25} \approx 1/0.76$$



$$0/19\text{cm}$$

$$0/38\text{cm}$$

$$0/27\text{cm}$$

$$0/21\text{cm}$$

۴۳- اندازه حجم استوانه‌ای به شعاع قاعده 2 و ارتفاع 3 ، چند برابر اندازه مساحت جانبی آن است؟

$$2(2)$$

$$1(1)$$

$$12(4)$$

$$6(3)$$

۴۴- قاعده یک مکعب مستطیل، مربع است. اگر قطر قاعده و ارتفاع مکعب مستطیل هر دو $2\sqrt{2}$ باشند، مساحت جانبی مکعب

مستطیل کدام است؟

$$8\sqrt{2} \quad (2)$$

۱۸) (۱)

$$16\sqrt{2} \quad (4)$$

۲۰) (۳)

(همه مشتقان نظم)

-۴۸

$$e^{2x} + e^{x+1} + e = (e^x)^2 + 2 \times e^x \times 2 + 2^2 = (e^x + 2)^2$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۱

۲✓

۳

۴

(محمد بهیرایی)

-۴۶

$$\begin{aligned} & e^{x^2} + 1 + y^2 + ex + eyx + 2y \\ &= e^{x^2} + y^2 + exy + ex + 2y + 1 \\ &= (ex + y)^2 + 2(ex + y) + 1 \\ &= (ex + y + 1)^2 \end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۹)

۱

۲

۳

۴✓

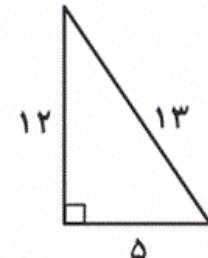
بنابر رابطه فیثاغورس داریم:

$$\begin{aligned}(x+1)^2 + (2x+4)^2 &= (3x+1)^2 \\ \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + 16x + 16 &= 9x^2 + 6x + 1\end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x - 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x+1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\text{مساحت} = \frac{5 \times 12}{2} = 30.$$



(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(حیم مشتاق نظم)

$$\begin{aligned}\frac{x+1}{2} - 1 &\leq \frac{x+2}{3} - x \xrightarrow{\times 6} 3x + 3 - 6 \leq 2x + 4 - 6x \\ \Rightarrow 3x - 3 &\leq -4x + 4 \Rightarrow 7x \leq 7 \Rightarrow x \leq 1\end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

با جایگذاری نقطه در گزینه‌ها، به پاسخ می‌رسیم:

«۱»: گزینه $x - y = 3 - 5 = -2 \neq 2$

«۲»: گزینه $7y - 20 = 5x \Rightarrow 7y - 5x = 20 \Rightarrow 7 \times 5 - 5 \times 3 = 20 \checkmark$

«۳»: گزینه $\frac{3}{5}y - \frac{5}{3}x = \frac{3}{5} \times (5) - \frac{5}{3} \times (3) = 3 - 5 = -2 \neq 2$

«۴»: گزینه $17x + 12y = 17 \times (3) + 12 \times (5) = 51 + 60 = 111 \neq 121$

(فقط و معادله‌های فقط، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فرزاد شیرمحمدی)

-۴۹

با توجه به شکل، شب خطر منفی و عرض از مبدأ آن مثبت است که

فقط معادله خط گزینه «۲» این‌گونه است.

$$2x = 3 - 4y \rightarrow 4y = -2x + 3$$

$$y = \frac{-1}{2}x + \frac{3}{4}$$

(فقط و معادله‌های فقط، صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$d : -(n-m)y = -(m+1)x + 3$$

$$\Rightarrow y = \frac{m+1}{n-m}x + \frac{3}{m-n} \Rightarrow \begin{cases} \text{شیب} = \frac{m+1}{n-m} \\ \text{عرض از مبدأ} = \frac{3}{m-n} \end{cases}$$

$$d : \frac{y+1}{2} = 3x - 4 \Rightarrow y+1 = 6x - 8 \Rightarrow y = 6x - 9$$

$$\text{شیب} = 6 = \frac{m+1}{n-m} \Rightarrow 6n - 6m = m+1 \Rightarrow 6n - 7m = 1$$

$$d : y + 2x = 4y - 4 \Rightarrow 3y = 2x + 4 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\text{عرض از مبدأ} = \frac{4}{3} = \frac{3}{m-n} \Rightarrow 4m - 4n = 9$$

$$\begin{array}{l} 2 \times \left\{ \begin{array}{l} 6n - 7m = 1 \\ -4n + 4m = 9 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 12n - 14m = 2 \\ -12n + 12m = 18 \end{array} \right. \\ \hline \end{array}$$

$$-2m = 18 \Rightarrow m = \frac{-18}{2}$$

$$\Rightarrow 4 \times \left(\frac{-18}{2} \right) - 4n = -58 - 4n = 9$$

$$\Rightarrow 4n = -67 \Rightarrow n = \frac{-67}{4} = -16.75$$

(فط و معادلهای خطی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۲)

✓

۱

عبارت داده شده در جاهايی تعریف شده است که مخرج کسر برابر صفر نباشد.

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+3=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases}$$

پس عبارت بالا در $R - \{-1, -3\}$ تعریف شده است.

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

$$\frac{C^r}{2B^r - 2A^r} = \frac{(4ab)^r}{2(a^r + 2b^r)^r - 2(a^r - 2b^r)^r}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{16a^rb^r}{2(a^r + 4a^rb^r + 4b^r) - 2(a^r - 4a^rb^r + 4b^r)} \\ &= \frac{16a^rb^r}{8a^rb^r + 8a^rb^r} = \frac{16a^rb^r}{16a^rb^r} = 1 \end{aligned}$$

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(سمیرا هاشمی)

$$\frac{\frac{5(x-2)-2(x+2)+17}{(x^2-4)}}{\frac{5(x-2)+2(x+2)-15}{(x^2-4)}} = \frac{5x-10-2x-4+17}{5x-10+2x+4-15}$$

$$= \frac{3x+3}{7x-21} = \frac{3(x+1)}{7(x-3)} = \frac{3}{7} \times \frac{(x+1)}{(x-3)}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سعید بحفری کافی آباد)

$$\frac{a+ax}{a} = \frac{a(1+x)}{a} = 1+x$$

پس گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست هستند.

$$\frac{m^2-16}{4-m} = \frac{(m-4)(m+4)}{-(m-4)} = -m-4$$

گزینه «۳» درست نیست.

$$\frac{3x}{x-3} \times \frac{x+2}{x+2} = \frac{3x^2+6x}{x^2-x-6}$$

گزینه «۴» درست است.

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\frac{3x^2 + 2x + 8}{A(x+2) + 16} = 1 \Rightarrow 3x^2 + 2x + 8 = A(x+2) + 16$$

کافی است $3x^2 + 2x + 8$ را بر $x+2$ تقسیم کنیم.

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x + 8 \\ -(3x^2 + 6x) \\ \hline -4x + 8 \\ \underline{-(-4x - 8)} \\ 16 \end{array}$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 2x + 8 = (x+2)(3x-4) + 16 = A(x+2) + 16$$

$$\Rightarrow A = (3x-4)$$

(عدالت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴

۳✓

۲

۱

اگر شعاع سطح درونی را R در نظر بگیریم، شعاع سطح بیرونی خواهد بود. $R+t$.

$$= 4\pi(R+t)^2 = 4\pi R^2 + 8\pi Rt + 4\pi t^2$$

$$= 4\pi R^2$$

$$= 4\pi R^2 + 8\pi Rt + 4\pi t^2 - 4\pi R^2$$

$$= 8\pi Rt + 4\pi t^2$$

(مجموع و مساحت، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

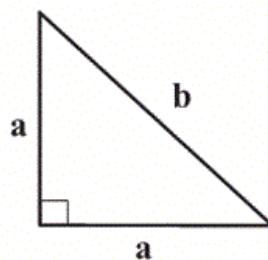
۴✓

۳

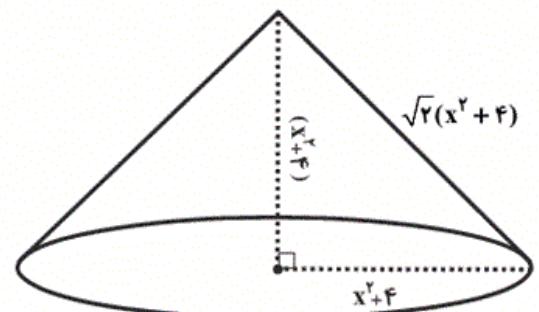
۲

۱

(سمیرا هاشمی)



رابطه فیثاغورس: $a^2 + a^2 = b^2 \Rightarrow 2a^2 = b^2$



$$\Rightarrow a^2 = \frac{1}{2}b^2 \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}b$$

$$b = \sqrt{2}(x^2 + r^2) \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2}(x^2 + r^2) = x^2 + r^2$$

شعاع قاعده مخروط حاصل از دوران $R = a = x^2 + r^2$

$$\text{حجم مخروط} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi (x^2 + r^2)^2 \times (x^2 + r^2)}{3}$$

$$= \frac{3 \times (x^2 + r^2)^3}{3} = (x^2 + r^2)^3$$

(مجموع مساحت، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۴۳)

 ۱ ۲ ۳ ۴

(سعید جعفری کافی آباد)

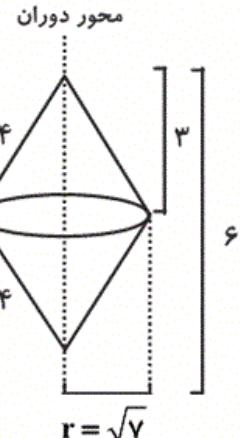
شکل را به دو مخروط تقسیم می‌کنیم. (هر دو مخروط یکسان هستند.)

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} sh$$

$$\text{شعاع قاعده مخروط} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$$

$$\text{حجم هر یک از مخروطها} = \frac{1}{3} \times (\sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \pi) \times 3 = 7\pi$$

$$\text{حجم کل شکل} = 7\pi \times 2 = 14\pi$$



(همه و مساحت، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۴۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فرزاد شیرمحمدی)

حجم هرم ثابت است و برابر ثلث حجم مکعب مستطیل است؛ چرا که

قاعده هرم ثابت و ارتفاع آن نیز مقدار مشخص و ثابتی است.

$$V = \frac{1}{3} sh$$

(همه و مساحت، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۴۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سینا گروسی)

$$\text{مساحت سطح جانبی} + \text{مساحت سطح پایینی} + \text{مساحت سطح بالایی} = \text{مساحت استوانه}$$

دایره‌ای به شعاع r دایره‌ای به عرض h و طول
 محیط دایره‌ای به شعاع r

$$= 2 \times \pi r^2 + h \times (2\pi r)$$

+ مساحت دو دایره به شعاع r = مساحت شکل گزینه «۳»

$$h = 2 \times \pi r^2 + h \times (2\pi r) = \text{مساحت مستطیلی به طول } 2\pi r \text{ و عرض } h$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{«۱»: } S = 2 \times \pi r^2 + 2rh \quad \text{گزینه ۱}$$

$$\text{«۲»: } S = 4r^2\pi + h \times (2\pi r) \quad \text{گزینه ۲}$$

$$\text{«۴»: } S = 2 \times \pi r^2 + 4rh \quad \text{گزینه ۴}$$

(مجموع و مساحت، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

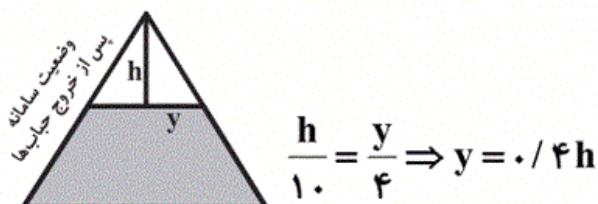
حجم مایع و حبابها برابر است با:

$$\frac{1}{3}(3)(4)^2(10) - \frac{1}{3}(3)(2)^2(5) = 160 - 20 = 140 \text{ cm}^3$$

حجم حبابها برابر است با:

$$10 \times \left(\frac{4}{3}(3)\left(\frac{1}{2}\right)^3\right) = 5 \text{ cm}^3$$

حجم مایع خالص برابر است با: $140 - 5 = 135 \text{ cm}^3$



$$\frac{1}{3}(3)(4)^2(10) - \frac{1}{3}(3)(4h)^2(h) = 160 - 4h^3 = 135$$

$$\Rightarrow 25 = 4h^3 \Rightarrow h^3 = \frac{25 \times 100}{16} = \frac{25 \times 25}{4}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{25}{4}} = \sqrt[3]{1/25} \Rightarrow h = 5/38 \text{ cm}$$

$$h = 5/38 \text{ cm}$$

پس تغییر ارتفاع برابر است با:

(حجم و مساحت، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۳)

۱

۲

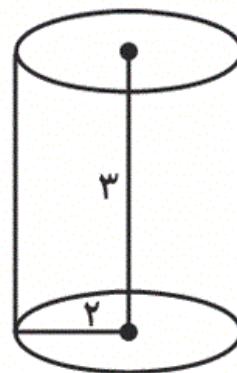
۳✓

۴

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم استوانه} = \pi r^2 h$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی} = 2\pi r h$$

$$\frac{\text{حجم استوانه}}{\text{مساحت جانبی}} = \frac{\pi r^2 h}{2\pi r h} = \frac{r}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



(حجم و مساحت، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۳)

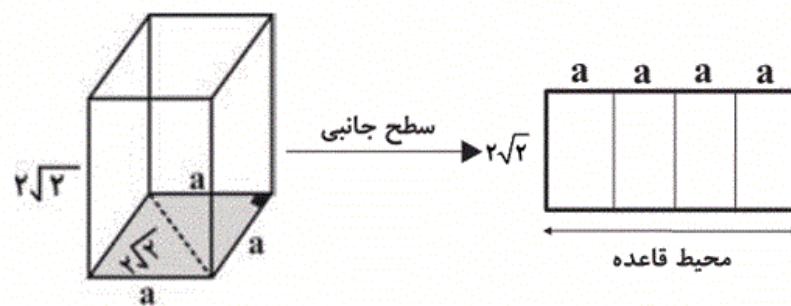
۴

۳

۲

۱

$$4a \times (2\sqrt{2}) = 4 \times 2 \times (2\sqrt{2}) = 16\sqrt{2}$$



(حجم و مساحت، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۳)

۴

۳

۲

۱