



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم، معرفی و ساده کردن عبارات های گویا

۴۵- به‌ازای چه مقادیری از x عبارت $\frac{x-7}{x^2+4x+3}$ تعریف شده است؟

- (۱) $\{-1, -3\}$ (۲) $\{7\}$
(۳) $R - \{7\}$ (۴) $R - \{-1, -3\}$

۴۶- ساده شده عبارت $\frac{a^2 - \frac{1}{a^2}}{a + \frac{1}{a}}$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

- (۱) $a^2 - 1$ (۲) $(1 - \frac{1}{a})(1 + a)$
(۳) $\frac{a^2 + 1}{a}$ (۴) $(1 + \frac{1}{a})(1 - a)$

۴۹- حاصل عبارت $\frac{3x-6}{4x+7}$ به‌ازای چه مقداری برای x برابر ۲ خواهد شد؟

- (۱) -4 (۲) 4
(۳) صفر (۴) $\frac{7}{6}$

$$\frac{\square}{x^2 - x} = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 3x + 2}$$

۵۰- به جای مربع در تساوی مقابل، کدام عبارت را می‌توان جایگذاری کرد؟ ($x > 1$)

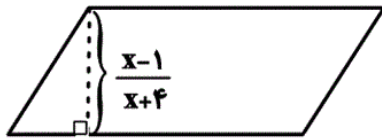
- (۱) $x^3 + x^2 + 2x$ (۲) $x^3 + 3x^2 + 2x$
(۳) $x^3 + x^2 - 2x$ (۴) $x^3 + 2x^2 - 2x$

ریاضی نهم، محاسبات عبارات های گویا

۵۳- حاصل عبارت $\frac{a+2}{-a-2}$ کدام است؟ ($a \neq -2$)

- (۱) -1 (۲) 1
(۳) 2 (۴) -2

۵۴- اگر مساحت شکل زیر برابر $\frac{x+4}{x+1}$ باشد، قاعده متوازی الاضلاع کدام است؟ ($x > 2$)



(۱) $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 + 1}$

(۲) $\frac{x^2 + 8x + 16}{x^2 + 1}$

(۳) $\frac{x^2 + 8x + 16}{x^2 - 1}$

(۴) $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 1}$

۴۷- اگر $A = a^2 - 2b^2$ ، $B = a^2 + 2b^2$ و $C = 4ab$ باشد، حاصل عبارت $\frac{C^2}{2B^2 - 2A^2}$ کدام است؟ ($ab \neq 0$)

(۲) ۱

(۱) a^2b^2

(۴) $-a^2b^2$

(۳) -۱

ریاضی نهم، تقسیم چندجمله ای ها

$$\begin{array}{r} x^3 + ax^2 + 3x + b \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hline \end{array} \left| \begin{array}{l} x+1 \\ x^2+c \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hline 1 \end{array} \right.$$

۴۱- با توجه به تقسیم مقابل، $a - b + c$ کدام است؟ (نگاه به گذشته)

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۸

(۳) ۷

۴۲- مساحت یک مستطیل به صورت $3x^3 - 4x^2 - 12x + 16$ است. اگر طول آن $x^2 - 4$ باشد، عرض آن کدام

است؟ ($x > 2$) (نگاه به گذشته)

(۲) $4x - 3$

(۱) $3x - 4$

(۴) $x^2 + 3x - 4$

(۳) $3x + 4$

۴۳- در تقسیم عبارت $8x^3 - 2x^2 + x$ بر دو جمله ای $2x - 3$ ، مجموع ضرایب چندجمله ای خارج قسمت کدام است؟

(۲) ۱۳

(۱) ۱۱

(۴) ۱۷

(۳) ۱۵

۴۴- اگر باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $ax^3 - 2x + 3$ بر دو جمله‌ای $x - 2$ ، برابر b و خارج قسمت تقسیم، به‌ازای $x = 1$ برابر 12 باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱۴
(۲) ۱۵
(۳) ۱۶
(۴) ۱۷

۵۱- مساحت مستطیلی، $3y^2 + 14y - 24$ و طول این مستطیل برابر با $3y - 4$ است. محیط مستطیل کدام است؟ ($y \geq 6$)

- (۱) $8y - 20$
(۲) $8y + 4$
(۳) $y + 6$
(۴) $y - 6$

۵۲- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $ax^3 + 2x^2 + cx - 2$ بر $x - 1$ برابر صفر است. باقی‌مانده تقسیم این چندجمله‌ای بر دو جمله‌ای $ax + 2$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $-2a$
(۳) a
(۴) $-a$

ریاضی نهم، حجم و مساحت کره

۴۸- کره‌ای با بیش‌ترین حجم در استوانه‌ای به قطر قاعده و ارتفاع a محاط شده است. حجم فضای بین کره و استوانه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}\pi a^3$
(۲) $\frac{1}{6}\pi a^3$
(۳) $\frac{1}{12}\pi a^3$
(۴) $\frac{1}{15}\pi a^3$

۵۷- در مرکز یک گوی کروی به شعاع ۵، حفره‌ای کروی به شعاع ۳ وجود دارد؛ حجم این جسم کدام است؟

- (۱) $\frac{608\pi}{3}$
(۲) 36π
(۳) $\frac{392\pi}{3}$
(۴) $\frac{500\pi}{3}$

۶۰- کره‌ای توخالی به شعاع $4R$ در اختیار داریم. داخل آن 400 کره کوچک به شعاع $\frac{R}{4}$ می‌اندازیم. پارچ استوانه‌ای پر از آبی

به شعاع $2R$ و ارتفاع $10R$ داریم که با آن، باقی‌مانده فضای داخلی کره بزرگ را پر از آب می‌کنیم. ارتفاع آب باقی‌مانده در

پارچ تقریباً کدام است؟ ($\pi = 3$)

(۲) $6/2R$

(۱) $5/4R$

(۴) $3/8R$

(۳) $4/6R$

ریاضی نهم ، حجم هرم و مخروط

۵۸- پیمانه‌ای به شکل نیم کره و به قطر دهانه $2R$ را از آب پر کرده و آب آن را در لیوانی استوانه‌ای شکل با همان قطر خالی

می‌کنیم. آب در لیوان تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟

(۲) $\frac{2}{3}R$

(۱) $\frac{4}{3}R$

(۴) $2R$

(۳) R

۵۹- حجم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳ حول ضلع بزرگ‌تر زاویه قائمه، چند برابر حجم حاصل از

دوران آن حول ضلع کوچک‌تر است؟

(۲) $\frac{5}{12}$

(۱) $\frac{12}{5}$

(۴) $\frac{144}{25}$

(۳) $\frac{25}{144}$

۵۵- کره‌ای بر مکعبی به ضلع ۴ محیط شده است. حجم کره کدام است؟ ($\pi = 3$)

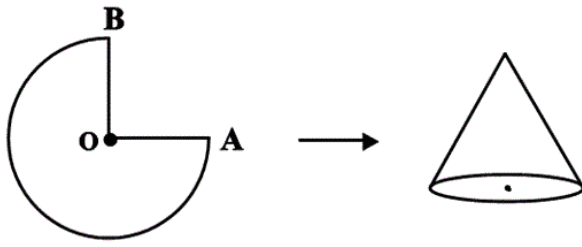
(۲) ۴۸

(۱) ۳۲

(۴) $96\sqrt{3}$

(۳) ۹۶

۵۶- با $\frac{3}{4}$ دایره‌ای به شعاع ۴، مخروطی درست کرده‌ایم. حجم مخروط کدام است؟ ($\pi=3$)



(۱) ۹

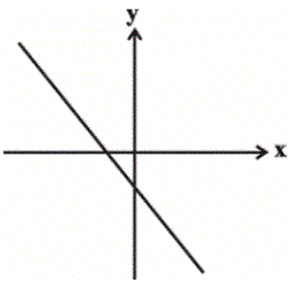
(۲) $9\sqrt{7}$

(۳) ۱۲

(۴) $15\sqrt{2}$

ریاضی نهم- سوالات موازی، شیب خط و عرض از مبدا

۶۳- اگر نمودار معادله خط $y = ax + b$ به صورت زیر باشد، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) $a + b < 0$

(۲) $ab^2 < 0$

(۳) $a\sqrt{b} > 0$

(۴) $ab > 0$

۶۷- از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$ یک خط راست می‌گذرد. کدام یک از نقاط زیر روی این خط قرار دارد؟

(۲) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 11 \\ 2 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$

۶۸- معادله خطی که با خط $2y - 4x = 5$ موازی بوده و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد، کدام است؟

(۲) $y - 2x = 3$

(۴) $4y = 8x - 12$

(۱) $2y - 4x = -2$

(۳) $y - 2x = -6$

۶۹- معادله خط موازی محور طول‌ها که از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، کدام است؟

(۲) $y = -1$

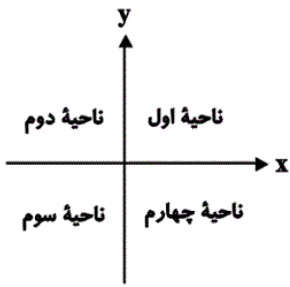
(۴) $y = 1$

(۱) $x = 3$

(۳) $x = -3$

ریاضی نهم- سوالات موازی ، دستگاه معادله های خطی

۷۰- خط $y = ax + b$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی گذرد. کدام گزینه می تواند درست باشد؟



(۱) $b > 0, a > 0$

(۲) $b < 0, a < 0$

(۳) $b < 0, a > 0$

(۴) $b > 0, a < 0$

۷۱- در یک پارکینگ مربعی شکل، تعدادی اتومبیل و دوچرخه پارک شده اند. اگر مجموع دوچرخه و اتومبیل ها ۴۰ عدد و مجموع چرخ ها ۱۰۴ چرخ باشد و هر اتومبیل ۶ مترمربع و هر دوچرخه نصف هر اتومبیل، مساحت پارکینگ را اشغال کرده و ۱۳ مترمربع فضای آزاد در این پارکینگ باقی مانده باشد، طول اضلاع این پارکینگ چند متر است؟

(۱) ۱۶۹

(۲) ۱۳

(۳) ۱۵۶

(۴) ۱۲

۷۲- معادله خطی که از محل برخورد دو خط $2x - y = 6$ و $4x + 3y = 32$ بگذرد و با خط $9x - 3y = 6$ موازی باشد، کدام است؟

(۱) $y = -3x + 14$

(۲) $y = -3x + 12$

(۳) $y = 3x + 19$

(۴) $y = 3x - 11$

۶۴- جواب دستگاه معادله خطی زیر کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} + \frac{y}{4} = \frac{1}{2} \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

(۱) $x = \frac{11}{13}$ و $y = \frac{3}{2}$

(۲) $x = \frac{11}{13}$ و $y = \frac{14}{13}$

(۳) $x = -\frac{11}{13}$ و $y = \frac{25}{13}$

(۴) $x = 1$ و $y = \frac{14}{13}$

۶۵- با توجه به تساوی زیر، x و y کدام می‌توانند باشند؟

$$\Delta(3x-4y+2) = \gamma(-2x+2y-1)$$

$$y = \frac{1}{2} \text{ و } x = 0 \quad (2)$$

$$x = y = 0 \quad (1)$$

$$x = y = 1 \quad (4)$$

$$y = \frac{5}{4} \text{ و } x = 1 \quad (3)$$

۶۶- قیمت ۳ ساندویچ و دو نوشابه ۵۵۰۰ تومان است و قیمت یک ساندویچ و ۳ نوشابه، دو برابر قیمت ساندویچ است. قیمت هر نوشابه و ساندویچ به ترتیب از چپ به راست چند تومان است؟

$$500 \text{ و } 1500 \quad (2)$$

$$1000 \text{ و } 1000 \quad (1)$$

$$1500 \text{ و } 1000 \quad (4)$$

$$500 \text{ و } 2000 \quad (3)$$

ریاضی نهم- سوالات موازی، معرفی و ساده کردن عبارت های گویا -

۷۶- حاصل عبارت $\frac{3x-6}{4x+7}$ به ازای چه مقداری برای x ، برابر ۲ خواهد شد؟

$$4 \quad (2)$$

$$-4 \quad (1)$$

$$\frac{7}{6} \quad (4)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

$$\frac{\square}{x^3 - x} = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 3x + 2}$$

۷۷- به جای مربع در تساوی مقابل، کدام عبارت را می‌توان جایگذاری کرد؟ ($x > 1$)

$$x^3 + 3x^2 + 2x \quad (2)$$

$$x^3 + x^2 + 2x \quad (1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 2x \quad (4)$$

$$x^3 + x^2 - 2x \quad (3)$$

۷۴- به ازای چه مقادیری از x عبارت $\frac{x-7}{x^2+4x+3}$ تعریف شده است؟

$$\{7\} \quad (2)$$

$$\{-1, -3\} \quad (1)$$

$$\mathbb{R} - \{-1, -3\} \quad (4)$$

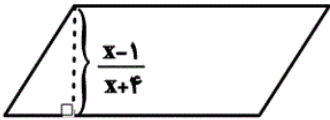
$$\mathbb{R} - \{7\} \quad (3)$$

ریاضی نهم- سوالات موازی، محاسبات عبارت های گویا

۷۵- اگر $A = a^2 - 2b^2$ ، $B = a^2 + 2b^2$ و $C = 4ab$ باشد، حاصل عبارت $\frac{C^2}{2B^2 - 2A^2}$ کدام است؟ ($ab \neq 0$)

- (۱) a^2b^2
 (۲) ۱
 (۳) -۱
 (۴) $-a^2b^2$

۸۰- اگر مساحت شکل زیر برابر $\frac{x+4}{x+1}$ باشد، قاعده متوازی الاضلاع کدام است؟ ($x > 2$)



- (۱) $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 + 1}$
 (۲) $\frac{x^2 + 8x + 16}{x^2 + 1}$
 (۳) $\frac{x^2 + 8x + 16}{x^2 - 1}$
 (۴) $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 1}$

۶۱- اگر $A = x^2 - 1$ و $B = x^2 - 1$ و $C = \frac{B}{A}$ باشد، حاصل $\frac{B-A}{C}$ همواره کدام است؟

($x^2 \neq 1$) (نکته به گذشته)

- (۱) $\frac{x^2(x^2-1)}{x^2+1}$
 (۲) $x^2 - x$
 (۳) $x^2 - 1$
 (۴) ۱

۶۲- اگر تساوی زیر برقرار باشد، عبارت M کدام است؟ ($x^2 \neq 1$) (نکته به گذشته)

$$\frac{2x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} + \frac{M}{x-1}$$

- (۱) $2x$
 (۲) $\frac{x+2}{x+1}$
 (۳) $2x+2$
 (۴) $x+1$

ریاضی نهم- سوالات موازی، تقسیم چندجمله ای ها -

۷۸- مساحت مستطیلی، $3y^2 + 14y - 24$ و طول این مستطیل برابر با $3y - 4$ است. محیط مستطیل کدام است؟ ($y \geq 6$)

- (۱) $8y - 20$
 (۲) $8y + 4$
 (۳) $y + 6$
 (۴) $y - 6$

۷۹- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $ax^3 + 2x^2 + cx - 2$ بر $x - 1$ برابر صفر است. باقی مانده تقسیم این چندجمله‌ای بر $ax + 2$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $-2a$

(۳) a

(۴) $-a$

۷۳- اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $ax^3 - 2x + 3$ بر دو جمله‌ای $x - 2$ ، برابر b و خارج قسمت تقسیم، به ازای $x = 1$ برابر 12 باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) 14

(۲) 15

(۳) 16

(۴) 17

-۴۵

(سعید معفری کافی آباد)

عبارت داده شده در جاهایی تعریف شده است که مخرج آن برابر صفر نباشد.

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+3=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases}$$

پس عبارت داده شده در $\mathbb{R} - \{-1, -3\}$ تعریف شده است.

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱

-۴۶

(سعید معفری کافی آباد)

$$\frac{a^2 - \frac{1}{a^2}}{a + \frac{1}{a}} = \frac{\frac{a^4 - 1}{a^2}}{\frac{a^2 + 1}{a}} = \frac{a(a^4 - 1)}{a^2(a^2 + 1)} = \frac{a(a^2 - 1)(a^2 + 1)}{a^2(a^2 + 1)}$$

$$= \frac{a^2 - 1}{a} = \frac{(a-1)(a+1)}{a} = \left(1 - \frac{1}{a}\right)(a+1)$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱

-۴۹

(مرتضی اسداللهی)

$$\frac{3x-6}{4x+7} = 2 \Rightarrow 3x-6 = 8x+14 \Rightarrow 5x = -20 \Rightarrow x = -4$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱

(بهراد موسوی)

$$\frac{\square}{x^3 - x} = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 3x + 2} \Rightarrow \frac{\square}{x(x-1)(x+1)} = \frac{(x+2)^2}{(x+1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{\square}{x(x-1)(x+1)} = \frac{(x+2)}{(x+1)} \Rightarrow \square = \frac{x(x+2)(x+1)(x-1)}{(x+1)}$$

$$= x(x^2 + x - 2) = x^3 + x^2 - 2x$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

(کتاب پرتکرار)

$$\frac{a+2}{-(a+2)} = -1$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

(سمیرا هاشمی)

$$\text{ارتفاع} = \frac{x-1}{x+4} \quad \text{قاعده} = ? \quad \text{مساحت} = \frac{x+4}{x+1}$$

مساحت متوازی‌الاضلاع = قاعده \times ارتفاع

$$\Rightarrow \text{قاعده} = \text{مساحت} \div \text{ارتفاع} = \frac{x+4}{x+1} \div \frac{x-1}{x+4}$$

$$= \frac{x+4}{x+1} \times \frac{x+4}{x-1} = \frac{(x+4)^2}{x^2-1} = \frac{x^2+8x+16}{x^2-1}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵)

$$\begin{aligned} \frac{C^2}{2B^2 - 2A^2} &= \frac{(fab)^2}{2(a^2 + 2b^2)^2 - 2(a^2 - 2b^2)^2} \\ &= \frac{16a^2b^2}{2(a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4) - 2(a^4 - 4a^2b^2 + 4b^4)} \\ &= \frac{16a^2b^2}{8a^2b^2 + 8a^2b^2} = \frac{16a^2b^2}{16a^2b^2} = 1 \end{aligned}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(نگاه به گذشته: فرزاد شیرمحمدلی)

$$\begin{aligned} (x+1)(x^2+c)+1 &= x^3+x^2+cx+c+1 \\ &= x^3+ax^2+3x+b \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a=1, c=3, b=c+1=4$$

$$\Rightarrow a-b+c=1-4+3=0$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(نگاه به گذشته: سعید جعفری کافی آباد)

$$\begin{array}{r|l} 3x^3 - 4x^2 - 12x + 16 & x^2 - 4 \\ -(3x^3 & - 12x) \\ \hline & -4x^2 + 16 \\ & -(-4x^2 + 16) \\ \hline & 0 \end{array}$$

عرض مستطیل

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{array}{r}
 8x^3 - 2x^2 + x \quad | \quad 2x - 3 \\
 - (8x^3 - 12x^2) \quad | \quad 4x^2 + 5x + 8 \\
 \hline
 10x^2 + x \\
 - (10x^2 - 15x) \\
 \hline
 16x \\
 - (16x - 24) \\
 \hline
 24
 \end{array}$$

مجموع ضرایب = ۴ + ۵ + ۸ = ۱۷

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{array}{r}
 ax^3 - 2x + 3 \quad | \quad x - 2 \\
 \quad \quad \quad | \quad ax^2 + 2ax + 4a - 2 \\
 - (ax^3 - 2ax^2) \\
 \hline
 2ax^2 - 2x + 3 \\
 - (2ax^2 - 4ax) \\
 \hline
 (4a - 2)x + 3 \\
 - ((4a - 2)x - 8a + 4) \\
 \hline
 8a - 1
 \end{array}$$

$$\text{خارج قسمت} \xrightarrow{x=1} a(1)^2 + 2a(1) + 4a - 2 = 12$$

$$\Rightarrow a + 2a + 4a - 2 = 12$$

$$\Rightarrow 7a - 2 = 12$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$\text{باقی مانده} : 8a - 1 = b \Rightarrow 8(2) - 1 = b \Rightarrow b = 15$$

$$\Rightarrow a + b = 2 + 15 = 17$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{array}{r} 3y^2 + 14y - 24 \quad | \quad 3y - 4 \\ -(3y^2 - 4y) \quad \quad \quad y + 6 \\ \hline 18y - 24 \\ -(18y - 24) \\ \hline 0 \end{array}$$

پس عرض مستطیل برابر با $y + 6$ است و محیط برابر است با:

$$2((y + 6) + (3y - 4)) = 8y + 4$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$ax^3 + 2x^2 + cx - 2 = (x - 1) \quad (\text{خارج قسمت})$$

در تساوی بالا اگر $x = 1$ باشد، خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{x=1} a + 2 + c - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a + c = 0 \Rightarrow c = -a$$

$$\Rightarrow ax^3 + 2x^2 + cx - 2 = ax^3 + 2x^2 - ax - 2$$

$$= ax(x^2 - 1) + 2(x^2 - 1) = (ax + 2)(x^2 - 1)$$

پس چند جمله‌ای بر $ax + 2$ بخش پذیر است و باقی مانده تقسیم آن،

صفر است.

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

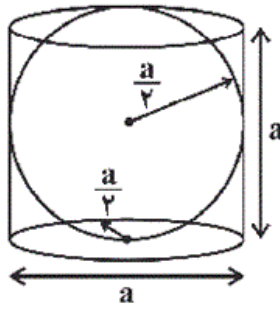
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سعید معصری کافی آباد)



$$\text{حجم استوانه} = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{4}$$

$$\text{حجم کره محاط شده} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a^3}{8}\right) = \frac{\pi a^3}{6}$$

$$\text{حجم فضای بین کره و استوانه} = \text{حجم استوانه} - \text{حجم کره} = \frac{\pi a^3}{4} - \frac{\pi a^3}{6} = \frac{\pi a^3}{12}$$

(مجم و مسامت، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سعید معصری کافی آباد)

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{حجم کره با شعاع ۵} = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = \frac{500\pi}{3}$$

$$\text{حجم حفره با شعاع ۳} = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{108\pi}{3}$$

$$\text{حجم جسم} = \frac{500\pi}{3} - \frac{108\pi}{3} = \frac{392\pi}{3}$$

(مجم و مسامت، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مرتضی اسداللهی)

$$\frac{4}{3}\pi(4R)^3 = 256R^3 \text{ حجم کره بزرگ برابر است با:}$$

$$400 \times \frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3 = 200R^3 \text{ حجم تمام کره‌های کوچک برابر است با:}$$

حجم آب خارج شده از پارچ (که برای پر کردن باقی حجم کره بزرگ استفاده شد):

$$256R^3 - 200R^3 = 56R^3$$

ارتفاع آب مصرف شده در پارچ (h):

$$56R^3 = \pi \times (2R)^2 \times h \Rightarrow 56R^3 = 12R^2h \Rightarrow h = 4/6R$$

ارتفاع آب باقی‌مانده: $10R - 4/6R = 5/4R$

(مجموع و مسامت، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(بهراد موسوی)

$$\text{حجم آب} \rightarrow \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2} = \frac{2}{3}\pi R^3$$

$$\text{حجم آب در استوانه} = \pi R^2 h \Rightarrow \pi R^2 h = \frac{2}{3}\pi R^3 \Rightarrow h = \frac{\frac{2}{3}\pi R^3}{\pi R^2} = \frac{2}{3}R$$

(مجموع و مسامت، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

۴

۳

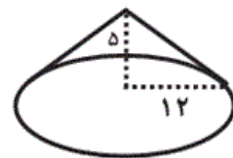
۲ ✓

۱

حجم حاصل از دوران حول ضلع زاویه قائمه کوچک‌تر $V_2 =$

$$= \frac{1}{3} \times \pi(12)^2 \times 5 = 240\pi$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{12}$$



(مجموع و مسامت، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مرتضی اسداللهی)

قطر مکعب برابر قطر کره است. قطر مکعب،

$$\sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = 4\sqrt{3} \text{ است؛ پس شعاع کره برابر } 2\sqrt{3} \text{ است.}$$

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \times \pi \times (2\sqrt{3})^3 = 96\sqrt{3}$$

(مجم و مسامت، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرزاد شیرمحمدلی)

محیط قاعده مخروط، $\frac{3}{4}$ محیط دایره است.

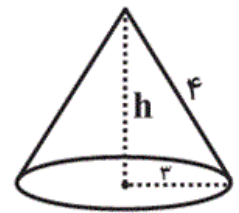
$$\text{شعاع قاعده مخروط: } \Rightarrow \frac{3}{4} \times 2 \times \pi \times 4 = 2\pi \times r \Rightarrow r = 3$$

طول یال مخروط برابر شعاع دایره است. بنا به رابطه فیثاغورس، مطابق

شکل داریم:

$$4^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{7}$$

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \times h \times \pi r^2 = 9\sqrt{7}$$



(مجم و مسامت، صفحه ۱۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سعید جعفری کافی‌آباد)

طبق نمودار، مشخص است که هم شیب خط و هم عرض از مبدأ آن

$$a < 0 \text{ و } b < 0$$

منفی است؛ بنابراین:

پس $a + b < 0$ و $ab^2 < 0$ و $ab > 0$ درست هستند ولی چون b منفی

است نمی‌تواند زیر رادیکال قرار گیرد و عبارت $a\sqrt{b}$ تعریف نشده است.

(فنا و معادله‌های فضا، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سهیل مسن فان پور)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 4}{-1 - 3} = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{4}x + b$$

$$\xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \text{نقطه}} 4 = \frac{-1}{4}(3) + b$$

$$\Rightarrow b = \frac{19}{4} \Rightarrow 4y + x = 19$$

$$\text{گزینه «۴» : } 4 \times 2 + 11 = 19 \Rightarrow 19 = 19$$

(خط و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سعید جعفری کاف‌آباد)

$$2y - 4x = 5 \Rightarrow 2y = 4x + 5$$

$$\Rightarrow y = 2x + \frac{5}{2}$$

معادله خط: $y = 2x + b$

$$\left[\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{array} \right] \Rightarrow -1 = 2(1) + b \Rightarrow b = -3$$

$$\text{معادله خط: } y = 2x - 3 \xrightarrow{\times 4} 4y = 8x - 12$$

(خط و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بمیرایی)

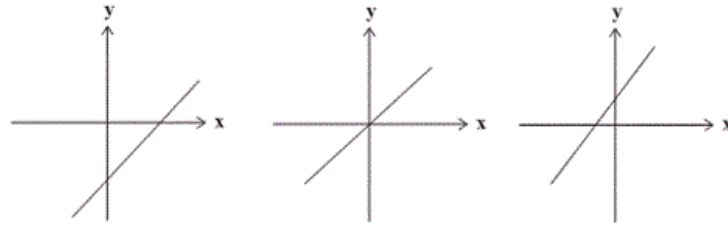
معادله خطی که موازی محور طول‌ها باشد، به صورت $y = k$ است.چون از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، پس معادله آن $y = -1$ است.

(خط و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

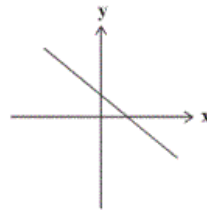
 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بمیرایی)

اگر شیب خط مثبت باشد یکی از سه حالت زیر را می‌توان برای خط در نظر گرفت که در هر صورت، خط از ناحیه سوم می‌گذرد.



پس حتماً شیب خط منفی است ($a < 0$). در این حالت اگر عرض از مبدأ خط مثبت باشد، خط به هیچ عنوان از ناحیه ۳ نمی‌گذرد.



(فطا و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(سمیرا هاشمی)

اتومبیل $y \rightarrow$ دوچرخه $x \rightarrow$

$$\begin{aligned} \times(-2) \left\{ \begin{array}{l} x+y=40 \\ 2x+4y=104 \end{array} \right. &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -2x-2y=-80 \\ 2x+4y=104 \end{array} \right. \\ &\Rightarrow \underline{2y=24} \end{aligned}$$

تعداد اتومبیل‌ها $y=12 \rightarrow$ تعداد دوچرخه‌ها $x=40-12=28 \rightarrow$ $\Rightarrow 72 = 12 \times 6$: مساحت اشغال شده توسط اتومبیل‌ها $84 = 28 \times 3$: مساحت اشغال شده توسط دوچرخه‌ها $\Rightarrow 156 = 72 + 84$ = مجموع $\Rightarrow 169 = 156 + 13$ مساحت کل پارکینگ \rightarrow $\Rightarrow 13 = \sqrt{169}$ = طول هر ضلع

(فطا و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

$$\begin{aligned} \text{محل تلاقی دو خط} \rightarrow (-2) \times \begin{cases} 2x - y = 6 \\ 4x + 3y = 32 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -4x + 2y = -12 \\ 4x + 3y = 32 \end{cases} \\ &\Rightarrow 5y = 20 \\ &\Rightarrow y = 4 \end{aligned}$$

$$2x = 6 + y$$

$$\xrightarrow{y=4} 2x = 6 + 4 = 10 \Rightarrow x = 5 \rightarrow \text{نقطه: } \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$9x - 3y = 6 \Rightarrow 3y = 9x - 6 \Rightarrow y = 3x - 2 \Rightarrow m = 3 \text{ شیب خط:}$$

$$y = ax + b$$

$$\xrightarrow[\begin{matrix} m=3 \\ \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \end{matrix}]{} 4 = 3 \times 5 + b$$

$$\Rightarrow b = -11$$

$$\Rightarrow \text{معادله خط: } y = 3x - 11$$

(فقط و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{2x-1}{3} + \frac{y}{4} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 12} 4(2x-1) + 3y = 6$$

$$\Rightarrow 8x - 4 + 3y = 6$$

$$\Rightarrow 8x + 3y = 10$$

$$\rightarrow \begin{cases} 8x + 3y = 10 \\ (-8) \times \{ x + 2y = 3 \} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 3y = 10 \\ -8x - 16y = -24 \end{cases}$$

$$-13y = -14 \Rightarrow y = \frac{14}{13}$$

$$8x + 3y = 10 \Rightarrow 8x + 3\left(\frac{14}{13}\right) = 10$$

$$\Rightarrow 8x = 10 - \frac{42}{13} = \frac{130 - 42}{13} = \frac{88}{13} \Rightarrow x = \frac{11}{13}$$

(فقط و معادله‌های خطی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

دو طرف تساوی، هیچ عامل مشترکی در پایه‌ها ندارند. پس:

$$5^\circ = 7^\circ \Rightarrow 1 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y + 2 = 0 \\ -2x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 \times \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ -2x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ -4x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$-x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$3x - 4y = 3(0) - 4y = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

(فقط و معادله‌های خطی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علیرضا پورقلی)

ساندویچ $x \rightarrow$ نوشابه $y \rightarrow$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5500 \\ x + 3y = 2x \end{cases} \Rightarrow 3 \times \begin{cases} 3x + 2y = 5500 \\ -x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5500 \\ -3x + 9y = 0 \end{cases}$$

$$11y = 5500$$

$$\Rightarrow y = 500 \Rightarrow x = 1500$$

(فط و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

(مرتضی اسداللهی)

-۷۶

$$\frac{3x-6}{4x+7} = 2 \Rightarrow 3x-6 = 8x+14 \Rightarrow 5x = -20 \Rightarrow x = -4$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

(بهراد موسوی)

-۷۷

$$\frac{\square}{x^3 - x} = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 3x + 2} \Rightarrow \frac{\square}{x(x-1)(x+1)} = \frac{(x+2)^2}{(x+1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{\square}{x(x-1)(x+1)} = \frac{(x+2)}{(x+1)} \Rightarrow \square = \frac{x(x+2)(x+1)(x-1)}{(x+1)}$$

$$= x(x^2 + x - 2) = x^3 + x^2 - 2x$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

عبارت داده شده در جاهایی تعریف شده است که مخرج آن برابر صفر نباشد.

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+3=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases}$$

پس عبارت داده شده در $R - \{-1, -3\}$ تعریف شده است.

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{C^2}{2B^2 - 2A^2} = \frac{(4ab)^2}{2(a^2 + 2b^2)^2 - 2(a^2 - 2b^2)^2}$$

$$= \frac{16a^2b^2}{2(a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4) - 2(a^4 - 4a^2b^2 + 4b^4)}$$

$$= \frac{16a^2b^2}{8a^2b^2 + 8a^2b^2} = \frac{16a^2b^2}{16a^2b^2} = 1$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مساحت متوازی‌الاضلاع = قاعده \times ارتفاع

$$\Rightarrow \text{قاعده} = \text{مساحت} \div \text{ارتفاع} = \frac{x+4}{x+1} \div \frac{x-1}{x+4}$$

$$= \frac{x+4}{x+1} \times \frac{x+4}{x-1} = \frac{(x+4)^2}{x^2-1} = \frac{x^2+8x+16}{x^2-1}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نگاه به گذشته: سعید جعفری کافآباد)

$$B - A = x^x - 1 - x^x + 1 = x^x - x^x = x^x(x^x - 1)$$

$$C = \frac{B}{A} = \frac{x^x - 1}{x^x - 1} = \frac{(x^x - 1)(x^x + 1)}{(x^x - 1)} = x^x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{B - A}{C} = \frac{x^x(x^x - 1)}{x^x + 1}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(نگاه به گذشته: فرزاد شیرمحمدلی)

ابتدا سمت راست تساوی را ساده می‌کنیم:

$$\frac{M(x+1) + x - 1}{x^x - 1} = \frac{2x + 1}{x^x - 1}$$

$$\Rightarrow M(x+1) + x - 1 = 2x + 1 \Rightarrow M(x+1) = x + 2$$

$$\Rightarrow M = \frac{x + 2}{x + 1}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(بهراد موسوی)

$$\begin{array}{r} 3y^2 + 14y - 24 \quad | \quad 3y - 4 \\ -(3y^2 - 4y) \quad \quad \quad y + 6 \\ \hline 18y - 24 \\ -(18y - 24) \\ \hline 0 \end{array}$$

پس عرض آن برابر با $y + 6$ است، محیط برابر است با:

$$2((y + 6) + (3y - 4)) = 8y + 4$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(بهراد موسوی)

$$ax^3 + 2x^2 + cx - 2 = (x-1) \quad (\text{خارج قسمت})$$

می‌توان ثابت کرد که چون چندجمله‌ای صورت سؤال بر $x-1$ بخش پذیر است، پس $x=1$ ریشه چندجمله‌ای نیز هست آن گاه داریم:

$$ax^3 + 2x^2 + cx - 2 \xrightarrow{x=1} a + 2 + c - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a + c = 0 \Rightarrow c = -a$$

$$\Rightarrow ax^3 + 2x^2 + cx - 2 = ax^3 + 2x^2 - ax - 2$$

$$= ax(x^2 - 1) + 2(x^2 - 1) = (ax + 2)(x^2 - 1)$$

پس چندجمله‌ای بر $ax + 2$ بخش پذیر است.

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$\begin{array}{r} ax^3 - 2x + 3 \quad | \quad x - 2 \\ \hline ax^2 + 2ax + 4a - 2 \\ -(ax^3 - 2ax^2) \\ \hline 2ax^2 - 2x + 3 \\ -(2ax^2 - 4ax) \\ \hline (4a - 2)x + 3 \\ -((4a - 2)x - 8a + 4) \\ \hline 8a - 1 \end{array}$$

$$\text{خارج قسمت} \xrightarrow{x=1} a(1)^2 + 2a(1) + 4a - 2 = 12$$

$$\Rightarrow a + 2a + 4a - 2 = 12$$

$$\Rightarrow 7a - 2 = 12$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$8a - 1 = b \Rightarrow 8(2) - 1 = b \Rightarrow b = 15$$

$$\Rightarrow a + b = 2 + 15 = 17$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴ ✓

۳

۲

۱