



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

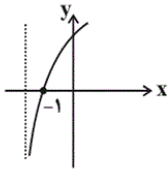
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



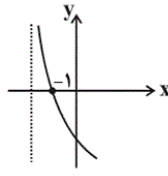
<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲ - ۲۰ سوال -

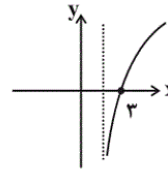
۹۱- نمودار تابع $y = -\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ شبیه کدام گزینه است؟



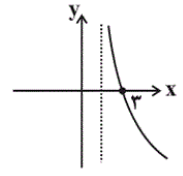
(۴)



(۳)

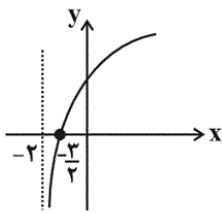


(۲)



(۱)

آزمون ۳۰ فروردین



۹۲- اگر نمودار تابع $f(x) = \log_4(ax+b)$ به صورت مقابل باشد، مقدار $f(14)$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۲)
 $\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۱)
 2 (۳)

آزمون ۳۰ فروردین

۹۳- نمودار تابع $f(x) = 1 - 2^{1-2x}$ از کدام نواحی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) سوم و چهارم

(۳) اول و دوم

(۲) فقط اول

(۱) فقط دوم

آزمون ۳۰ فروردین

۹۴- برای رسم نمودار تابع $f(x) = \log_2(2x+4)$ ، به ترتیب باید چه انتقال‌هایی را روی تابع $y = \log_2(x-1)$ انجام دهیم؟

- (۱) ۵ واحد در راستای افقی به چپ، ۲ واحد در راستای قائم به بالا
 (۲) ۳ واحد در راستای افقی به چپ، ۱ واحد در راستای قائم به بالا
 (۳) ۵ واحد در راستای افقی به راست، ۲ واحد در راستای قائم به بالا
 (۴) ۳ واحد در راستای افقی به راست، ۱ واحد در راستای قائم به بالا

آزمون ۳۰ فروردین

۹۵- در یک سال گذشته، زلزله‌ای به قدرت ۶ ریشتر شهر A و زلزله‌ای دیگر به قدرت $4/7$ ریشتر شهر B را لرزاند. مقدار انرژی آزاد شده بر اثر زلزله اتفاق افتاده در شهر A تقریباً چند برابر شهر B است؟ $(\log E = 11/8 + 1/5 M)$

۲۰۰ (۴)

۹۰ (۳)

۹۰۰۰ (۲)

۱۰ (۱)

آزمون ۳۰ فروردین

۹۶- تکثیر گونه‌ای از باکتری‌ها به این صورت است که هر باکتری بعد از مدت زمان یک ربع ساعت به دو قسمت تقسیم می‌شود. اگر نوع خاصی از یک بیماری با تعداد ۵۰ باکتری شروع شود، پس از گذشت چند ساعت تعداد باکتری‌های تولید شده به ۱۲۸۰۰ خواهد رسید؟ (با فرض این که هیچ کدام از باکتری‌ها از بین نرود.)

۴ (۴)

۱۶ (۳)

۲ (۲)

۸ (۱)

آزمون ۳۰ فروردین

۹۷- دو نوع ویروس A و B را کشت می‌دهیم. در این کشت، جمعیت ویروس A پس از ۵ دقیقه و جمعیت ویروس B پس از ۴ دقیقه دو برابر می‌شود. اگر جمعیت اولیه ویروس A به میزان ۹ برابر جمعیت اولیه ویروس B باشد، پس از ۱۷ دقیقه جمعیت ویروس A چند برابر جمعیت ویروس B خواهد بود؟ $(\frac{20}{85} \approx 1/8)$

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

آزمون ۳۰ فروردین

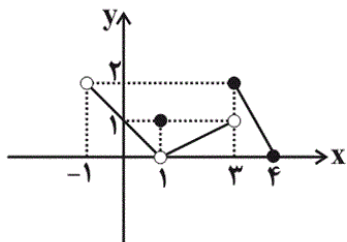
۹۸- با توجه به نمودار تابع f ، کدام گزینه صحیح است؟

$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$ (۳)

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ (۴)



آزمون ۳۰ فروردین

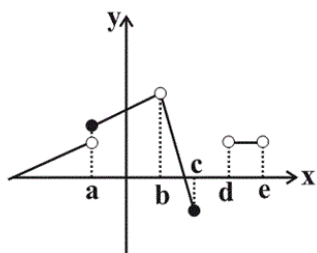
۹۹- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد تابع f که نمودار آن در شکل مقابل آورده شده است، درست است؟

(۱) تابع f در $x = a$ فقط حد راست دارد.

(۲) حد چپ و راست تابع f در $x = c$ موجود است ولی با هم برابر نیستند.

(۳) تابع f در $x = b$ دارای حد است.

(۴) تابع f در $x = d$ حد چپ دارد.



آزمون ۳۰ فروردین

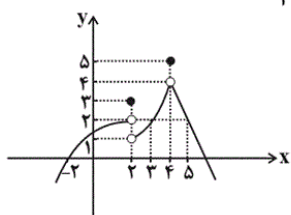
۱۰۰- شکل زیر مربوط به نمودار تابع $f(x)$ است. حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$ کدام است؟

۷ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۵ (۴)



آزمون ۳۰ فروردین

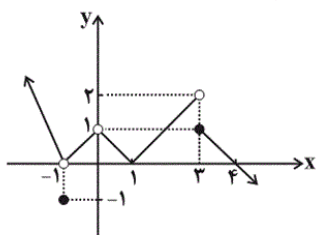
۱۰۱- نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. اگر تابع f در $x = a$ حد نداشته باشد، حاصل عبارت $-f(a-4) + \lim_{x \rightarrow (a-2)} f(x)$ کدام است؟

۱ (۱)

-۱ (۲)

۲ (۳)

صفر (۴)



آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۲- اگر $\lim_{x \rightarrow a} (f+g)(x) = \frac{3}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow a} (\frac{f}{g})(x) = -4$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a} (f-2g)(x)$ کدام است؟ $(g(a) \neq 0)$

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt{bx+a}$ به ازای چه مقادیری از c وجود دارد؟ ($b > 0$)

(۱) به ازای هر مقدار حقیقی c

(۲) به ازای تمام مقادیر مثبت c

(۳) به ازای تمام مقادیری از c که $c > \frac{-a}{b}$ باشد.

(۴) به ازای تمام مقادیری از c که $c < \frac{-a}{b}$ باشد.

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}(x^2-3x+2)}{x^2-1}$ کدام است؟

(۱) -۴

(۲) -۱

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x[x]-6}{|2x^2-2x-12|}$ ، کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $-\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $-\frac{1}{5}$

(۴) $\frac{1}{5}$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۶- اگر حاصل حد تعریف شده $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2+4x}{x^2-4} = b$ باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+5x-2a}{x^2+4b}$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

(۱) $-0/25$

(۲) $-0/3$

(۳) $0/7$

(۴) $-0/7$

آزمون ۳۰ فروردین

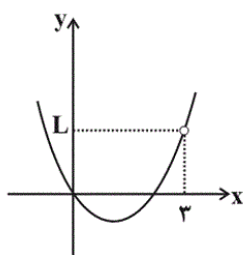
۱۰۷- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3+nx^2+6x}{x-3}$ به صورت شکل زیر باشد، مقدار $n+L$ کدام است؟

(۱) ۳

(۲) -۲

(۳) -۵

(۴) ۲



آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{|1+\cos x|}{\sin^2 x}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) -۱

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[x]\sqrt{1-\cos^2 x}}{2 \sin x \cos x}$ ، کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۳) ۲

(۴) -۲

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۰- اگر $f(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{|x^2 + x - 2|}{x^2 - 4}$ باشد، حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-2)^+} g(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۲

آزمون ۳۰ فروردین

ریاضی ۲- سوالات موازی - ۲۰ سوال -

۱۱۱- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) برد تابع با ضابطه $y = \log_a^x$ ، $(a > 1)$ ، برابر مجموعه اعداد حقیقی است.
 (۲) تابع نمایی وارون یک تابع لگاریتمی است.
 (۳) نمودار یک تابع لگاریتمی هیچ‌گاه نمودار وارون خود را قطع نمی‌کند.
 (۴) در تابع تعریف‌شده $f(x) = \log_a^x$ ، $f(1)$ همواره برابر صفر است.

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۲- حاصل عبارت $\log \frac{4}{3} + \log \frac{5}{4} + \dots + \log \frac{51}{50}$ کدام است؟

- (۱) $\log 17$ (۲) $-\log 17$ (۳) $\log \frac{50}{4}$ (۴) $-\log \frac{50}{4}$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۳- اگر $\log_5^3 = a$ و $\log_5^2 = b$ باشد، حاصل $\log_5 \frac{2\sqrt[3]{12}}{5}$ بر حسب a و b کدام است؟

- (۱) $\frac{5b - a - 3}{3}$ (۲) $\frac{5b + a - 3}{3}$ (۳) $\frac{5b + a + 3}{3}$ (۴) $\frac{3b - 5a - 3}{3}$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۴- اگر $\log(x+2) = 2 \log 2 + \log(x-3)$ باشد، حاصل لگاریتم $(4x+5)$ در مبنای \sqrt{x} کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۵- اگر $3^{\log_3^2} = 2 \log_3^{(x+1)}$ باشد، مقدار \log_x^{16} کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

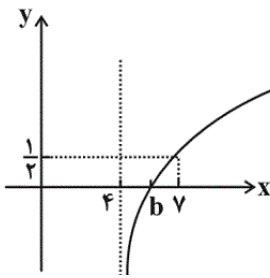
آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۶- اگر تابع $f(x) = a + \log_2^{(bx-1)}$ از دو نقطه $A(3, 10)$ و $B(43, 14)$ بگذرد، حاصل عبارت $(a-b) \log_{a-3}^{a+1}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۷- شکل زیر مربوط به تابع $f(x) = \log_a^{(x-m)}$ است. مقدار $f(13) + b$ کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۵/۵

(۳) ۶/۵

(۴) ۷

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۸- اگر $\log(2-2y) = \frac{25}{\log x}$ و $x \log 2 + y \log 4 = \log \sqrt[3]{64}$ باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای x کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) -۱

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۹- اگر $f(x) = a + b \log_{\frac{1}{3}} x$ ، $g(x) = (3b)^x$ ، $g^{-1}(6) = 1$ و $f(1) = 2$ باشد، $f(\sqrt{3})$ کدام است؟

(۴) -۱

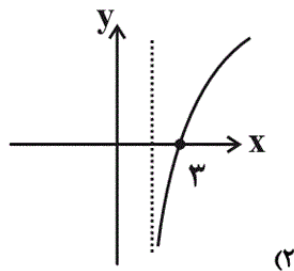
(۳) صفر

(۲) ۱

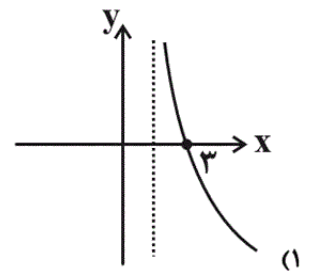
(۱) ۲

آزمون ۳۰ فروردین

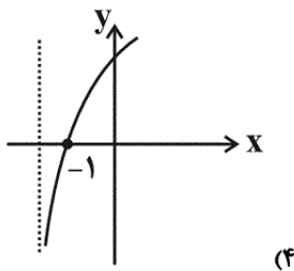
۱۲۰- نمودار تابع $y = -\log_{\frac{1}{2}}^{(x+2)}$ شبیه کدام است؟



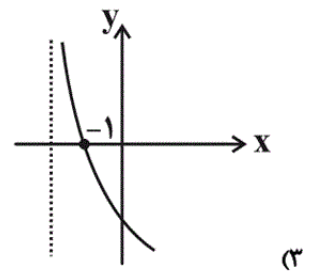
(۲)



(۱)



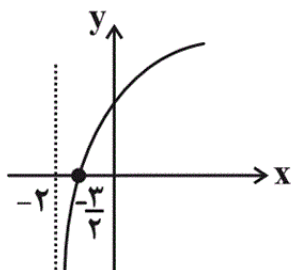
(۴)



(۳)

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۱- اگر نمودار تابع $f(x) = \log_4^{(ax+b)}$ به صورت مقابل باشد، مقدار $f(14)$ کدام است؟



(۱) ۳/۲

(۲) ۵/۲

(۳) ۲

(۴) ۳

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۲- نمودار تابع $f(x) = 1 - 2^{1-2x}$ از کدام نواحی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) فقط دوم
(۲) فقط اول
(۳) اول و دوم
(۴) سوم و چهارم

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۳- برای رسم نمودار تابع $f(x) = \log_7(2x + 4)$ ، به ترتیب باید چه انتقال‌هایی را روی تابع $y = \log_7(x - 1)$ انجام دهیم؟

- (۱) ۵ واحد در راستای افقی به چپ، ۲ واحد در راستای قائم به بالا
(۲) ۳ واحد در راستای افقی به چپ، ۱ واحد در راستای قائم به بالا
(۳) ۵ واحد در راستای افقی به راست، ۲ واحد در راستای قائم به بالا
(۴) ۳ واحد در راستای افقی به راست، ۱ واحد در راستای قائم به بالا

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۴- در یک سال گذشته، زلزله‌ای به قدرت ۶ ریشتر شهر A و زلزله‌ای دیگر به قدرت $4/7$ ریشتر شهر B را لرزاند. مقدار انرژی آزاد شده بر اثر زلزله

اتفاق افتاده در شهر A تقریباً چند برابر شهر B است؟ $(\log E = 11/8 + 1/5M)$

- (۱) ۱۰
(۲) ۹۰۰۰
(۳) ۹۰
(۴) ۲۰۰

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۵- تکثیر گونه‌ای از باکتری‌ها به این صورت است که هر باکتری بعد از مدت زمان یک ربع ساعت به دو قسمت تقسیم می‌شود. اگر نوع خاصی از یک بیماری

با تعداد ۵۰ باکتری شروع شود، پس از گذشت چند ساعت تعداد باکتری‌های تولید شده به ۱۲۸۰۰ خواهد رسید؟ (با فرض این‌که هیچ‌کدام از باکتری‌ها از

بین نرود.)

- (۱) ۸
(۲) ۲
(۳) ۱۶
(۴) ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۶- دو نوع ویروس A و B را کشت می‌دهیم. در این کشت، جمعیت ویروس A پس از ۵ دقیقه و جمعیت ویروس B پس از ۴ دقیقه دو برابر می‌شود.

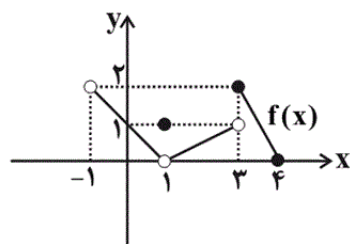
اگر جمعیت اولیه ویروس A به میزان ۹ برابر جمعیت اولیه ویروس B باشد، پس از ۱۷ دقیقه جمعیت ویروس A چند برابر جمعیت ویروس B

خواهد بود؟ $(2^{0.85} \approx 1/8)$

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۷- با توجه به نمودار تابع f، کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$

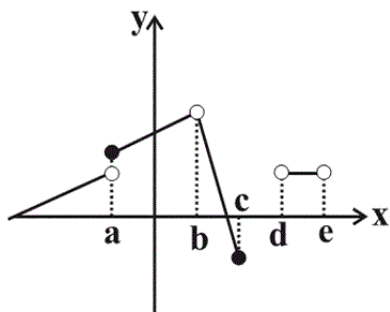
(۲) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

(۳) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$

(۴) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۸- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد تابع f که نمودار آن در شکل مقابل آورده شده است، درست است؟



(۱) تابع f در $x = a$ فقط حد راست دارد.

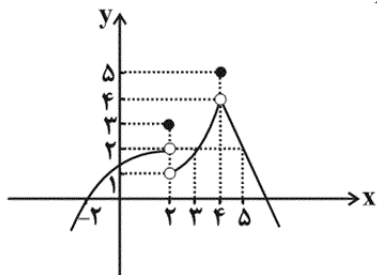
(۲) حد چپ و راست تابع f در $x = c$ موجود است ولی با هم برابر نیستند.

(۳) تابع f در $x = b$ دارای حد است.

(۴) تابع f در $x = d$ حد چپ دارد.

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۹- شکل زیر مربوط به نمودار تابع $f(x)$ است. حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$ کدام است؟



(۱) ۷

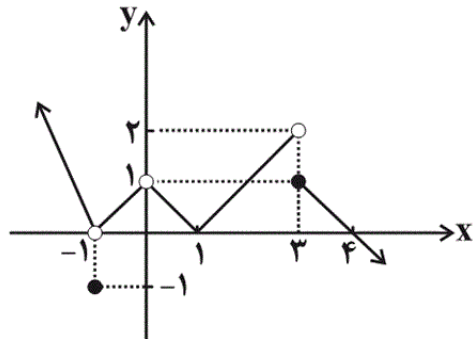
(۲) ۸

(۳) ۶

(۴) ۵

آزمون ۳۰ فروردین

۱۳۰- نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. اگر تابع f در $x = a$ حد نداشته باشد، حاصل عبارت $-f(a-4) + \lim_{x \rightarrow (a-2)} f(x)$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) صفر

آزمون ۳۰ فروردین

ریاضی ۲ - اعتبارسنجی - ۱۰ سوال -

۲۳۱- اگر $\log_5^{20} = \frac{1}{a}$ باشد، آنگاه حاصل $\log_{\sqrt{5}}^8$ کدام است؟

$\frac{6-6a}{a}$ (۴)

$\frac{3-3a}{a}$ (۳)

$\frac{2-2a}{a}$ (۲)

$\frac{1-a}{a}$ (۱)

آزمون ۳۰ فروردین

۲۳۲- اگر $\log_2(x^2 + 4x^2) - \log_2 x^2 = \log_2(x^2 + 1) + \log_2 x^2$ باشد، حاصل $\log_2 \sqrt{3-x}$ کدام است؟

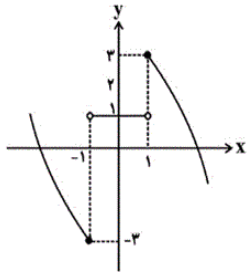
۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

آزمون ۳۰ فروردین



۲۳۳- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(-x) + f(0)$ کدام است؟

-۱ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

-۲ (۴)

آزمون ۳۰ فروردین

۲۳۴- نمودار تابع $f(x) = 3 - \log_2(x+2)$ از کدام یک از نواحی مختصاتی نمی‌گذرد؟

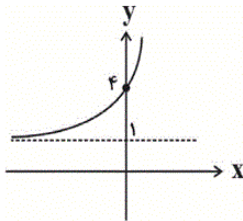
چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

آزمون ۳۰ فروردین



۲۳۵- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a(\sqrt{2})^{bx} + 1$ به صورت زیر است. کدام گزینه درست است؟

$b < 0, a = -3$ (۱)

$b < 0, a = 3$ (۲)

$b > 0, a = 3$ (۳)

$b > 0, a = \frac{1}{3}$ (۴)

آزمون ۳۰ فروردین

۲۳۶- نمودار تابع $y = -3^{(x-1)}$ از کدام ناحیه‌های محورهای مختصات می‌گذرد؟

اول و دوم (۴)

اول، دوم و چهارم (۳)

دوم و چهارم (۲)

سوم و چهارم (۱)

آزمون ۳۰ فروردین

۲۳۷- نمودار تابع $f(x) = a + 3^{(x-b)}$ از نقطه $(4, 29)$ می‌گذرد. اگر $f(3) = 11$ باشد، آن‌گاه $a + b$ کدام است؟

۶ (۴)

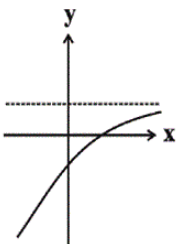
۵ (۳)

۳ (۲)

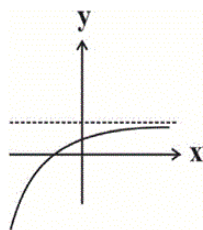
۲ (۱)

آزمون ۳۰ فروردین

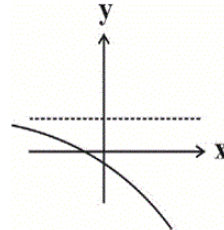
۲۳۸- نمودار تابع $f(x) = -6\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 1$ شبیه کدامیک از نمودارهای زیر است؟



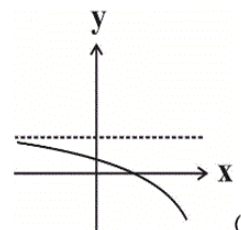
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

آزمون ۳۰ فروردین

۲۳۹- انرژی آزاد شده (به واحد Erg) از زلزله‌ای به بزرگی M ریشتر از رابطه $\log E = 12 + 1/5 M$ به دست می‌آید. اگر انرژی آزاد شده $10^{18} \times 10^{24}$ باشد، بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟ ($\log 2 = 0.3$)

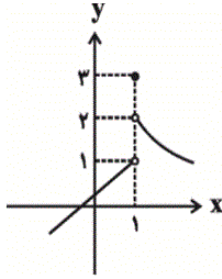
۶ (۴)

۶/۶ (۳)

۵ (۲)

۵/۶ (۱)

آزمون ۳۰ فروردین



۲۴۰- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت شکل زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{2x-7}\right)$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

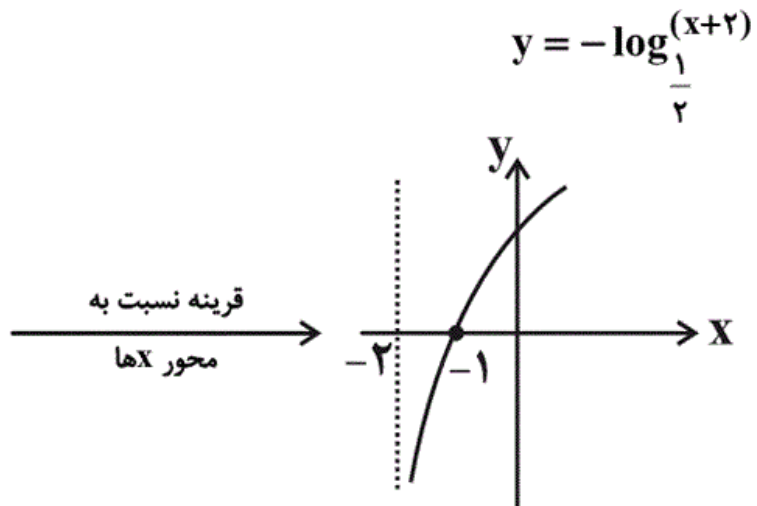
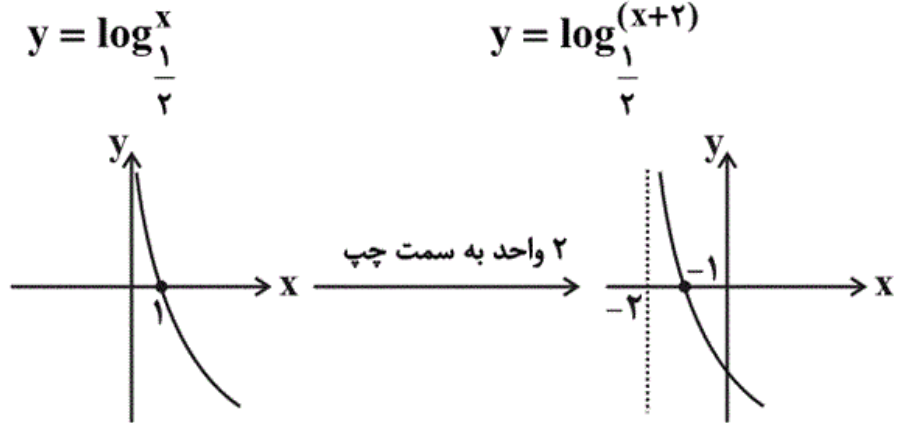
۳ (۳)

۴ (۴) این حد وجود ندارد.

آزمون ۳۰ فروردین

(مهری ملایرستانی)

برای رسم نمودار تابع مورد نظر داریم:



(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۱۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(حسین اسفینی)

با توجه به نمودار تابع درمی‌یابیم که دامنه تابع $(-۲, +\infty)$ است، پس
 -۲ ریشه عبارت $ax + b$ است:

$$a(-۲) + b = 0 \Rightarrow -۲a + b = 0 \Rightarrow b = ۲a \quad (*)$$

در ضمن نمودار محور x ها را در نقطه‌ای به طول $-\frac{۳}{۲}$ قطع کرده
 است، پس:

$$0 = \log_4 \left(a \left(-\frac{۳}{۲} \right) + b \right) \Rightarrow 4^0 = -\frac{۳}{۲}a + b \xrightarrow{(*)}$$

$$1 = -\frac{۳}{۲}a + ۲a \Rightarrow \frac{a}{۲} = 1$$

$$\Rightarrow a = ۲ \xrightarrow{(*)} b = ۴ \Rightarrow f(x) = \log_4^{(۲x+۴)}$$

حال $f(۱۴)$ را می‌یابیم:

$$f(۱۴) = \log_4^{(۲ \times ۱۴ + ۴)} = \log_4^{۳۲} = \log_{۲۲}^{۲۵} = \frac{۵}{۲} \underbrace{\log_2^2}_{1} = \frac{۵}{۲}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

 ۴

 ۳

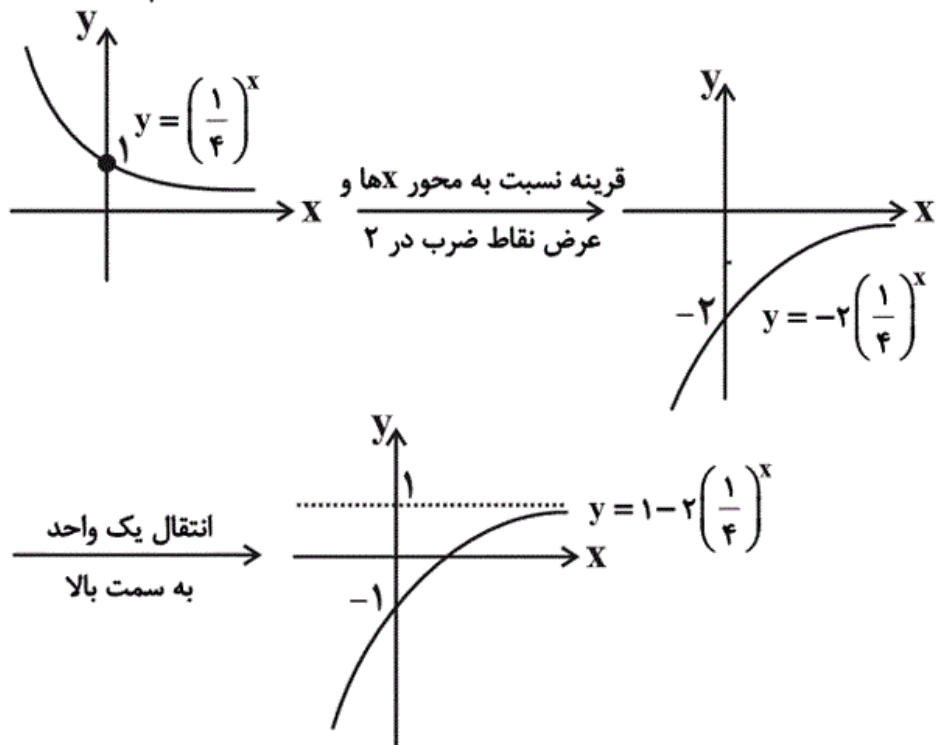
 ۲

 ۱

(حسین اسفینی)

$$f(x) = 1 - 2^{1-2x} = 1 - 2 \times 2^{-2x} = 1 - 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$= 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^x$$



با توجه به شکل، نمودار فقط از ناحیه دوم محورهای مختصات نمی گذرد. (ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۳۰ فروردین

(علی شهرابی)

اول ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \log_2^{(2(x+2))} = \log_2^2 + \log_2^{(x+2)} = \log_2^{(x+2)} + 1$$

برای آن‌که از روی نمودار تابع $y = \log_2^{(x-1)}$ بتوانیم نمودار تابع $f(x) = \log_2^{(x+2)} + 1$ را رسم کنیم، به ترتیب باید مراحل زیر را

انجام دهیم:

$$y = \log_2^{(x-1)} \xrightarrow[\text{۳ واحد به چپ}]{x \rightarrow x+3} \log_2^{(x+2)}$$

$$\xrightarrow[\text{۱ واحد به بالا}]{y \rightarrow y+1} y = \log_2^{(x+2)} + 1$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۳۰ فروردین

با توجه به فرمول زیر داریم:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

$$\text{A شهر: } \log E_A = 11/8 + 1/5 \times (6) = 20/8$$

$$\Rightarrow E_A = 10^{20/8}$$

$$\text{B شهر: } \log E_B = 11/8 + 1/5 (4/7) = 18/85$$

$$\Rightarrow E_B = 10^{18/85}$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{10^{20/8}}{10^{18/85}} = 10^{1/95} \simeq 90$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۳۰ فروردین

اندازه هر توده پس از t ساعت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P(t) = 50 \times 2^{\frac{t}{1}} = 12800 \Rightarrow 2^{4t} = \frac{12800}{50} = 256$$

$$\Rightarrow 2^{4t} = 2^8 \Rightarrow 4t = 8 \Rightarrow t = 2 \text{ ساعت}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(نیما سلطانی)

جمعیت ویروس **B** پس از ۴ دقیقه دو برابر می‌شود، پس اگر جمعیت اولیه آن **k** باشد، جمعیت آن پس از **t** دقیقه برابر است با:

$$M_B = k(2)^{\frac{t}{4}}$$

چون جمعیت اولیه **A**، ۹ برابر جمعیت اولیه **B** است، پس جمعیت اولیه **A** برابر $9k$ خواهد بود و نیز با گذشت ۵ دقیقه دو برابر می‌شود. پس جمعیت **A** پس از **t** دقیقه به صورت زیر خواهد بود:

$$M_A = 9k(2)^{\frac{t}{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{9k(2)^{\frac{t}{5}}}{k(2)^{\frac{t}{4}}} = 9 \times (2)^{\left(\frac{t}{5} - \frac{t}{4}\right)} = 9 \times (2)^{-\frac{t}{20}}$$

$$t = 17 \Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = 9 \times (2)^{-\frac{17}{20}} = 9 \times (2)^{-0.85}$$

$$= \frac{9}{2^{0.85}} \simeq \frac{9}{1.8} = 5$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(میثم ممزه‌لویی)

تابع برای مقادیر بزرگ‌تر از ۴ تعریف نشده است، بنابراین در این نقطه حد ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2 \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1$$

بنابراین تابع **f** در $x = 3$ نیز حد ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

بنابراین گزینه چهارم صحیح است.

(ریاضی ۲، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(علی بعفری)

مطابق شکل، تابع f در $x = a$ هم حد راست و هم حد چپ دارد.
(گزینه «۱» نادرست است) همچنین تابع f در $x = b$ دارای حد
است. (گزینه «۳» درست است).

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(نیما سلطانی)

با توجه به شکل نمودار تابع f داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 0 \Rightarrow A = 1 + 4 + 0 = 5$$

(ریاضی ۲، ص ۵ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴✓

۳

۲

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(علی شهرابی)

حد راست و چپ تابع f در $x = 3$ برابر نیستند، پس f در $x = 3$
حد ندارد و $a = 3$.

حالا مقدار عبارت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$-f(a-4) + \lim_{x \rightarrow (a-2)} f(x) = -f(-1) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$= -(-1) + 0 = 1$$

(ریاضی ۲، ص ۵ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲

۱✓

آزمون ۳۰ فروردین

(علی شهبازی)

فرض می‌کنیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$ است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x) = \frac{3}{2} \Rightarrow L_1 + L_2 = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f}{g}\right)(x) = -4 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = -4 \Rightarrow L_1 = -4L_2$$

$$L_1 + L_2 = \frac{3}{2} \xrightarrow{L_1 = -4L_2} -4L_2 + L_2 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -3L_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow L_2 = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow L_1 = -4L_2 = -4 \times \frac{-1}{2} = 2$$

حال حاصل خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f - 2g)(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$= L_1 - 2L_2 = 2 - 2\left(\frac{-1}{2}\right) = 3$$

(ریاضی ۲، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

آزمون ۳۰ فروردین

(ریم مشتاق‌نظم)

مقدار این حد زمانی وجود دارد که عبارت زیر رادیکال مثبت باشد. یعنی:

$$bx + a > 0 \Rightarrow bx > -a \Rightarrow x > \frac{-a}{b}$$

پس برای c باید داشته باشیم: $c > \frac{-a}{b}$

(ریاضی ۲، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

آزمون ۳۰ فروردین

(مهمد پیرایی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}(x-2)}{x+1} \\ = \frac{2 \times (-1)}{2} = -1 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، ص ۲ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۳۰ فروردین

(رضا ذاکر)

ابتدا مقدار و علامت عبارت داخل قدرمطلق را معلوم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x[3^-] - 6}{|2x^2 - 2x - 12|} &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x - 6}{2|(x-3)(x+2)|} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x - 6}{-2(x-3)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2(x-3)}{-2(x-3)(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{-(x+2)} = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، ص ۲ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۳۰ فروردین

(مهمد بگیری)

چون $x=2$ مخرج کسر را صفر می‌کند، پس صورت نیز باید به ازای $x=2$ صفر شود تا حد موجود و متناهی باشد:

$$4a + 8 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x^2 + 4x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x}{x+2} = -1$$

$$\Rightarrow b = -1$$

$$\xrightarrow{\text{حد خواسته شده}} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+3}{x-2} = \frac{1}{-4} = -0.25$$

(ریاضی ۲، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۳۰ فروردین

(عسین اسفینی)

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = L \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + nx^2 + 6x}{x-3} = L$$

چون مخرج کسر به ازای $x=3$ صفر است، برای آن که حاصل حد، عدد حقیقی L شود، باید، صورت کسر نیز به ازای $x=3$ صفر شود:

$$x^3 + nx^2 + 6x \xrightarrow{x=3} 27 + 9n + 18 = 0$$

$$\Rightarrow 9n = -45 \Rightarrow n = -5$$

حال حاصل حد را می‌یابیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x^2 - 5x + 6)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)(x-2)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x) = 9 - 6 = 3 \Rightarrow L = 3$$

$$\Rightarrow n + L = -5 + 3 = -2$$

(ریاضی ۲، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۳۰ فروردین

می‌دانیم عبارت $(1 + \cos x)$ همواره نامنفی است. لذا داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\overbrace{|1 + \cos x|}^{+ \text{ یا } 0}}{\sin^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cancel{1 + \cos x}}{\cancel{1 + \cos x} (1 - \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - \cos \pi} = \frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۳۰ فروردین

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{\sin^2 x} = |\sin x|$$

$$x \rightarrow \pi^+ \Rightarrow \text{ربع سوم} \Rightarrow \sin x < 0 \Rightarrow |\sin x| = -\sin x$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[x] |\sin x|}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[x](-\sin x)}{\sqrt{\sin x \cos x}} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{-[x]}{\sqrt{\cos x}} = \frac{-[\pi^+]}{\sqrt{-1}} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۳۰ فروردین

(رضا ذاکر)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 - \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cancel{(1 - \sin x)}}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sin x} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{|x^2 + x - 2|}{x^2 - 4} &= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{|(x+2)(x-1)|}{x^2 - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-(x+2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-(x-1)}{(x-2)} = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$$

(ریاضی ۲، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(مهدي ملازماني)

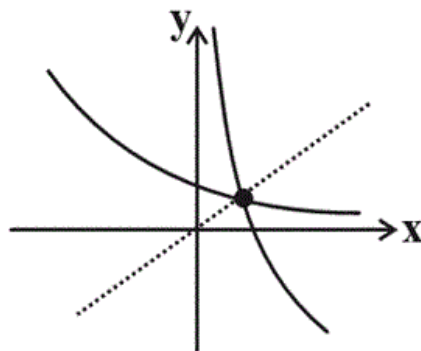
با توجه به مثال زیر گزینه «۳» نادرست است. زیرا:

در نمودارهای $y = a^x$ و $y = \log_a x$ ($0 < a < 1$) داریم:

با توجه به نمودارهای رسم شده، دو

نمودار همدیگر را روی خط $y = x$

قطع می‌کنند.



(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۳۰ فروردین

با استفاده از ویژگی $\log \frac{b}{a} = \log b - \log a$ می‌توان نوشت:

$$\cancel{\log 4} - \log 3 + \cancel{\log 5} - \cancel{\log 4} + \dots + \log 51 - \cancel{\log 50}$$

تمام عبارات به غیر از $\log 51 - \log 3$ خط می‌خورد. یعنی داریم:

$$A = \log 51 - \log 3 = \log \frac{51}{3} = \log 17$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۳۰ فروردین

پس از ساده کردن عبارت داریم:

$$\log_5 \frac{2^3 \sqrt{12}}{5} = \log_5 \frac{2 \times 2^2 \times 3^{\frac{1}{2}}}{5} = \log_5 \frac{2^3 \times 3^{\frac{1}{2}}}{5}$$

$$\left(\frac{5}{3} \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 3 \right) - \log_5 5 = \left(\frac{5}{3} \times b + \frac{1}{3} \times a \right) - 1$$

$$= \frac{5b + a - 3}{3}$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۳۰ فروردین

(رسول فیروزی)

$$\log(x+3) = 2\log 2 + \log(x-2) \Rightarrow \log(x+3) - \log(x-2) = \log 2^2$$

$$\Rightarrow \log \frac{x+3}{x-2} = \log 4 \Rightarrow \frac{x+3}{x-2} = 4$$

$$\Rightarrow x+3 = 4x-12 \Rightarrow x=5$$

$$\log_{\sqrt{x}}(4x+5) \xrightarrow{x=5} \log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{\sqrt{5}} 5^2$$

$$= \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_{\sqrt{5}} 5 = 4 \times 1 = 4$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(مهمرب بعبراعی)

$$2 \log_3(x+1) = 3 \log_3 2$$

$$\xrightarrow{3 \log_3 2 = 2} 2 \log_3(x+1) = 2 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow \log_x 16 = \log_2 16 = 4$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(فریده هاشمی)

$$f(x) = a + \log_r^{(bx-1)} \xrightarrow{x=3} f(3) = a + \log_r^{3b-1} = 10$$

$$\xrightarrow{x=43} f(43) = a + \log_r^{43b-1} = 14$$

$$\xrightarrow{\text{از هم کم می کنیم}} \log_r^{(43b-1)} - \log_r^{(3b-1)} = 4$$

$$\Rightarrow \log_r \frac{(43b-1)}{(3b-1)} = 4 \Rightarrow \frac{43b-1}{3b-1} = 16$$

$$\Rightarrow 43b-1 = 48b-16 \Rightarrow 15 = 5b \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow a + \log_r^3 = 10 \Rightarrow a + 3 = 10 \Rightarrow a = 7$$

$$(7-3) \log_{7-3}^{7+1} = 4 \log_4^3 = 4 \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = 4 \times \left(\frac{3}{2}\right) = 6$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۳۰ فروردین

(فریده هاشمی)

$$x - m > 0 \Rightarrow x > m \xrightarrow{\text{دامنه تابع } x > 4} m = 4$$

$$(b, 0) \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} 0 = \log_a^{b-m} \xrightarrow{(1)} b - 4 = 1 \Rightarrow b = 5$$

$$\left(7, \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} \frac{1}{2} = \log_a^{7-4} \Rightarrow a^{\frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow a = 9$$

$$f(13) = \log_9^{(13-4)} = 1$$

$$f(13) + b = 1 + 5 = 6$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۳۰ فروردین

$$x \log 2 + y \log 4 = \log \sqrt[3]{64} \Rightarrow x \log 2 + y \log 2^2 = \log (2^6)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow x \log 2 + 2y \log 2 = 2 \log 2 \Rightarrow x + 2y = 2 (*)$$

از طرفی داریم:

$$\log(2-2y) = \frac{25}{\log x} \xrightarrow{(*) : x=2-2y}$$

$$\log x = \frac{25}{\log x} \Rightarrow (\log x)^2 = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log x = 5 \Rightarrow x = 10^5 \\ \log x = -5 \Rightarrow x = 10^{-5} \end{cases}$$

$\Rightarrow x = 10^5 \times 10^{-5} = 10^0 = 1$
(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۳۰ فرورد

$$f(1) = 2 \Rightarrow 2 = a + b \log_{\frac{1}{3}} 1 \Rightarrow a = 2$$

داریم:

$$g^{-1}(6) = 1 \Rightarrow g(1) = 6 \Rightarrow 6 = (3b)^1 \Rightarrow b = 2$$

$$f(\sqrt{3}) = 2 + 2 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3} = 2 + 2 \log_{3^{-1}} 3^{\frac{1}{2}} = 2 + 2 \times \left(-\frac{1}{2} \log_3 3\right)$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{3}) = 2 - 1 = 1$$

(ریاضی ۲، تابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۴)

۴

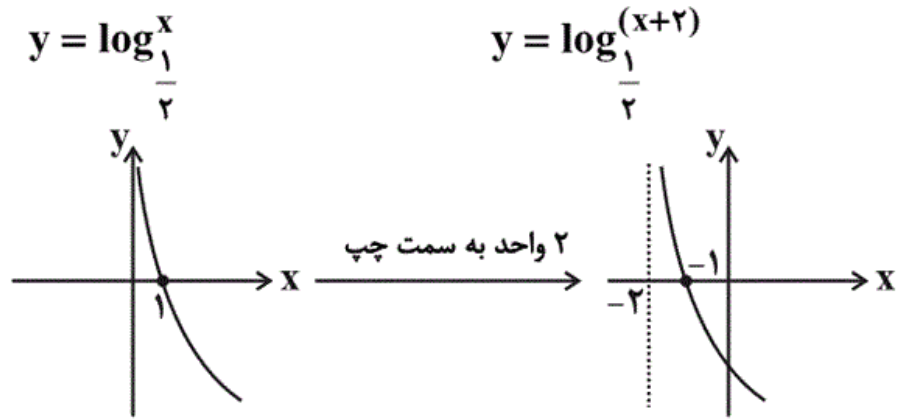
۳

۲ ✓

۱

آزمون ۳۰ فرورد

برای رسم نمودار تابع مورد نظر داریم:


 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۳۰ فروردین

(حسین اسفینی)

با توجه به نمودار تابع درمی یابیم که دامنه تابع $(-2, +\infty)$ است، پس -2 ریشه عبارت $ax + b$ است:

$$a(-2) + b = 0 \Rightarrow -2a + b = 0 \Rightarrow b = 2a \quad (*)$$

در ضمن نمودار محور x ها را در نقطه‌ای به طول $-\frac{3}{2}$ قطع کرده است، پس:

$$0 = \log_f \left(a \left(-\frac{3}{2} \right) + b \right) \Rightarrow 4^0 = -\frac{3}{2}a + b \xrightarrow{(*)}$$

$$1 = -\frac{3}{2}a + 2a \Rightarrow \frac{a}{2} = 1$$

$$\Rightarrow a = 2 \xrightarrow{(*)} b = 4 \Rightarrow f(x) = \log_f (2x+4)$$

حال $f(14)$ را می یابیم:

$$f(14) = \log_f (2 \times 14 + 4) = \log_f 32 = \log_{f^2} 2^5 = \frac{5}{2} \log_f 2 = \frac{5}{2}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

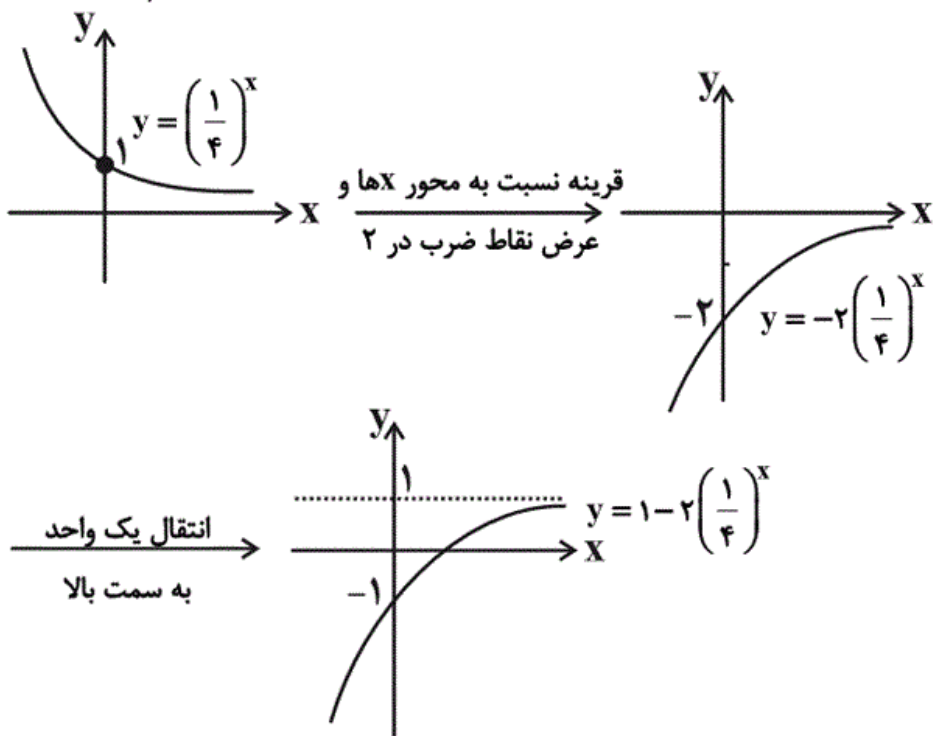
 ۱

آزمون ۳۰ فروردین

(حسین اسفینی)

$$f(x) = 1 - 2^{1-2x} = 1 - 2 \times 2^{-2x} = 1 - 2 \times \left(\frac{1}{2^2}\right)^x$$

$$= 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^x$$



با توجه به شکل، نمودار فقط از ناحیه دوم محورهای مختصات نمی گذرد.
(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۳۰ فروردین

(علی شهبازی)

اول ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \log_2(2^{x+2}) = \log_2 2 + \log_2^{(x+2)} = \log_2^{(x+2)} + 1$$

برای آن که از روی نمودار تابع $y = \log_2^{(x-1)}$ بتوانیم نمودار تابع

$f(x) = \log_2^{(x+2)} + 1$ را رسم کنیم، به ترتیب باید مراحل زیر را انجام دهیم:

$$y = \log_2^{(x-1)} \xrightarrow[\text{۳ واحد به چپ}]{x \rightarrow x+3} \log_2^{(x+2)}$$

$$\xrightarrow[\text{۱ واحد به بالا}]{y \rightarrow y+1} y = \log_2^{(x+2)} + 1$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۳۰ فروردین

با توجه به فرمول زیر داریم:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

$$\text{A شهر: } \log E_A = 11/8 + 1/5 \times (6) = 20/8$$

$$\Rightarrow E_A = 10^{20/8}$$

$$\text{B شهر: } \log E_B = 11/8 + 1/5 (4/7) = 18/85$$

$$\Rightarrow E_B = 10^{18/85}$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{10^{20/8}}{10^{18/85}} = 10^{1/95} \simeq 90$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳✓

۲

۱

اندازه هر توده پس از t ساعت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P(t) = 50 \times 2^{\frac{t}{4}} = 12800 \Rightarrow 2^{4t} = \frac{12800}{50} = 256$$

$$\Rightarrow 2^{4t} = 2^8 \Rightarrow 4t = 8 \Rightarrow t = 2 \text{ ساعت}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲✓

۱

(نیما سلطانی)

جمعیت ویروس **B** پس از ۴ دقیقه دو برابر می‌شود، پس اگر جمعیت اولیه آن **k** باشد، جمعیت آن پس از **t** دقیقه برابر است با:

$$M_B = k(2)^{\frac{t}{4}}$$

چون جمعیت اولیه **A**، ۹ برابر جمعیت اولیه **B** است، پس جمعیت اولیه **A** برابر $9k$ خواهد بود و نیز با گذشت ۵ دقیقه دو برابر می‌شود.

پس جمعیت آن پس از **t** دقیقه به صورت زیر خواهد بود: $M_A = 9k(2)^{\frac{t}{5}}$

$$\Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{9k(2)^{\frac{t}{5}}}{k(2)^{\frac{t}{4}}} = 9 \times (2)^{\left(\frac{t}{5} - \frac{t}{4}\right)} = 9 \times (2)^{-\frac{t}{20}}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میثم ممزنه‌لوی)

تابع برای مقادیر بزرگ‌تر از ۴ تعریف نشده است، بنابراین در این نقطه حد ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2 \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1$$

بنابراین تابع **f** در $x = 3$ نیز حد ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

بنابراین گزینه چهارم صحیح است.

(ریاضی ۲، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی معفری)

مطابق شکل تابع f در $x = a$ هم حد راست و هم حد چپ دارد.
(گزینه «۱» نادرست است) همچنین تابع f در $x = b$ دارای حد
است. (گزینه «۳» درست است.)

تابع f در $x = c$ فقط حد چپ دارد. (گزینه «۲» نادرست است).
تابع f در $x = d$ فقط حد راست و در $x = e$ فقط حد چپ دارد.
(گزینه «۴» نیز نادرست است.)

(ریاضی ۲، ص ۵ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

(نیما سلطانی)

با توجه به شکل نمودار تابع f داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 0 \Rightarrow A = 1 + 4 + 0 = 5$$

(ریاضی ۲، ص ۵ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

(علی شهرابی)

حد راست و چپ تابع f در $x = 3$ برابر نیستند، پس f در $x = 3$
حد ندارد و $a = 3$.

حالا مقدار عبارت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$-f(a-4) + \lim_{x \rightarrow (a-2)} f(x) = -f(-1) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$= -(-1) + 0 = 1$$

(ریاضی ۲، ص ۵ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)