



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، انواع تابع - ۲ سوال -

۵۱- مساحت ناحیه محدود بین نمودار دو تابع $f(x) = 1 - |x+1|$ و $g(x) = |x+1| - 1$ کدام است؟

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)

۵۲- برد تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x - 3 & , x < 1 \\ 1 & , x = 1 \\ -x^2 + 4x - 4 & , x > 1 \end{cases}$ کدام است؟

$\mathbb{R} - (-2, 0]$ (۲)

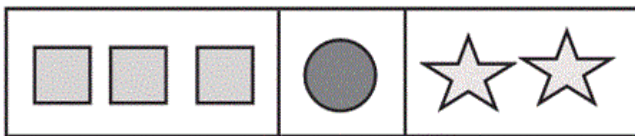
\mathbb{R} (۱)

$(-\infty, 0] \cup \{1\} - [-2, -1]$ (۴)

$(-\infty, 0] \cup \{1\}$ (۳)

ریاضی ۱، شمارش، بدون شمردن - ۸ سوال -

۵۳- اگر برچسب‌های اجناس یک فروشگاه به صورت زیر طراحی شده باشد، این فروشگاه حداکثر چند برچسب



با این طراحی و شرایط زیر می‌تواند بسازد؟

الف) داخل هر ستاره یک رقم غیر صفر قرار گیرد.

ب) داخل دایره یک حرف از حروف مجموعه $\{آ, ب, پ, ت, ج, د\}$ قرار گیرد.

پ) داخل مربع یک عدد از میان اعداد حسابی زوج یک رقمی و غیر تکراری قرار گیرد.

۲۵۹۲۰ (۴)

۱۱۶۶۴ (۳)

۲۹۱۶۰ (۲)

۳۲۴۰۰ (۱)

۵۴- یک آزمون شامل ۱۰ سوال چهارگزینه‌ای و ۵ سوال دو گزینه‌ای (بلی - خیر) است. فردی قصد دارد به سوال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد. اگر جواب دادن به سؤال‌های چهارگزینه‌ای اجباری و جواب دادن به سوال‌های دو گزینه‌ای اختیاری باشد، این فرد به چند روش می‌تواند به سوال‌ها جواب دهد؟

(۱) $5^{10} \times 3^5$ (۲) $4^{10} \times 2^5$

(۳) $5^{10} \times 2^5$ (۴) $4^{10} \times 3^5$

۵۵- با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

(۱) ۱۲۰ (۲) ۱۰۸ (۳) ۹۶ (۴) ۲۴۰

۵۶- به چند حالت می‌توانیم از میان ۴ دانش‌آموز رشته تجربی و ۳ دانش‌آموز رشته ریاضی، یک گروه ۴ نفره تشکیل دهیم، به نحوی که حداقل ۳ نفر از آنان از رشته تجربی باشند؟

(۱) ۱۳ (۲) ۳۶ (۳) ۱۶ (۴) ۹

۵۷- از بین ۷ نفر که قرار است در یک صف قرار گیرند، فقط ۳ نفر با هم فامیل هستند. این افراد به چند طریق می‌توانند یک صف تشکیل دهند به طوری که هیچ دو فردی که فامیل هستند، کنار هم نباشند؟

(۱) $5!$ (۲) $12 \times 5!$ (۳) $72 \times 5!$ (۴) $\binom{7}{3} \times \binom{4}{2}$

۵۸- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه HAMID، به طوری که دو حرف H و D کنار هم نباشند کدام است؟

(۱) ۵۴ (۲) ۶۵ (۳) ۷۲ (۴) ۸۰

۵۹- از بین ۴ مهره سفید، ۵ مهره قرمز و ۶ مهره سیاه به چند طریق می‌توان ۶ مهره انتخاب کرد به طوری که

تعداد مهره‌های سفید و قرمز برابر باشند؟

۱۲۴۱ (۴)

۳۶۸۱ (۳)

۲۰۴۱ (۲)

۱۵۴۱ (۱)

۶۰- با حروف کلمه «جهانگردی» چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت به طوری که اگر حرف «ن» در کلمه باشد،

حتماً کنار حرف «ج» باشد؟

۱۵۸۴۰ (۴)

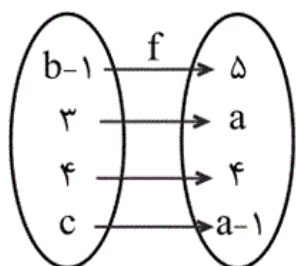
۱۰۸۰۰ (۳)

۶۸۴۰ (۲)

۸۶۴۰ (۱)

ریاضی ۱ - گواه ، انواع تابع - ۳ سوال -

۶۱- شکل زیر، نمودار پیکانی تابع همانی f را نشان می‌دهد. حاصل $a + b - 2c$ کدام است؟



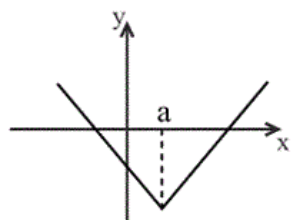
۶ (۱)

۳ (۲)

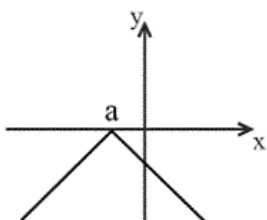
۷ (۳)

۵ (۴)

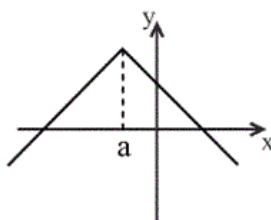
۶۲- نمودار تابع $y = -|x - a| + b$ به کدام شکل زیر نمی‌تواند باشد؟



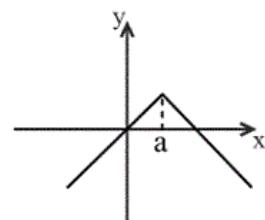
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۶۳- برای رسم نمودار تابع $g(x) = x^2 - 6x$ از روی تابع $f(x) = x^2$ ، کافی است نمودار تابع f را در راستای

محور x ها، و سپس در راستای محور y ها، انتقال دهیم.

(۲) ۳ واحد به راست - ۹ واحد به بالا

(۱) ۳ واحد به چپ - ۹ واحد به بالا

(۴) ۳ واحد به چپ - ۹ واحد به پایین

(۳) ۳ واحد به راست - ۹ واحد به پایین

ریاضی ۱ - گواه، **شمارش، بدون شمردن** - ۷ سوال -

۶۴- برای کدگذاری استان‌های کشور و همچنین شهرهای کوچک از ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ استفاده

می‌شود، به طوری که کدها ۵ رقمی و دو رقم سمت چپ کدها همواره صفر بوده و سایر ارقام، مخالف صفر و

بدون تکرار هستند. چه تعداد کد با این شرایط می‌توان تعریف کرد؟

(۲) ۱۲۰

(۱) ۶۰

(۴) ۱۲۵

(۳) ۳۶۰

۶۵- رمزی از دو گزینه تشکیل شده است. تعداد حالت‌های «یکی از گزینه‌ها یک رقم و گزینه دیگر حرف الفبای

فارسی باشد» چند برابر تعداد حالت‌های «هر دو گزینه رقم یا هر دو حروف الفبای فارسی باشند» است؟

(۲) $\frac{۱۶۰}{۳۵۱}$

(۱) $\frac{۱۶۰}{۲۸۱}$

(۴) $\frac{۸۰}{۳۵۱}$

(۳) $\frac{۸۰}{۲۸۱}$

۶۶- حروف کلمه ASSIST را به چند طریق بدون توجه به مفهوم آن می‌توان کنار هم قرار داد، به طوری که

Sها یک در میان باشند؟

(۲) ۹

(۱) ۸

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

۶۷- در چند جایگشت از حروف AABBCDD عبارت ABCD ظاهر می‌شود؟

۱۲۰ (۲)

۱۱۹ (۱)

۱۱۵ (۴)

۱۱۸ (۳)

۶۸- اگر در یک سالن دو ردیف صندلی و هر ردیف شامل ۷ صندلی باشد، به چند طریق ۵ دانش‌آموز اول

دبیرستان و ۴ دانش‌آموز دوم دبیرستان می‌توانند روی آن‌ها بنشینند طوری که اولی‌ها در ردیف اول باشند؟

$21 \times 9!$ (۲)

$12 \times 9!$ (۱)

$P(7, 5) P(7, 4)$ (۴)

۷۳۵ (۳)

۶۹- یک نقاش، قوطی‌هایی از ۵ رنگ مختلف دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند رنگ متمایز بتواند یک رنگ جدید

به‌وجود آورد و سپس از سه رنگ از رنگ‌های حاصل در نقاشی خود استفاده کند، تعداد کل حالات رنگ‌آمیزی

از نظر رنگ‌های استفاده شده در نقاشی کدام است؟ (ترکیب رنگ فقط یک مرحله انجام می‌شود.)

۳۲۰۰ (۲)

۲۶۰۰ (۱)

۲۸۰۰ (۴)

۲۴۰۰ (۳)

۷۰- به چند طریق می‌توان ۶ کارمند جدید را در اتاق‌های ۳ نفره، ۲ نفره و یک نفره جای داد؟

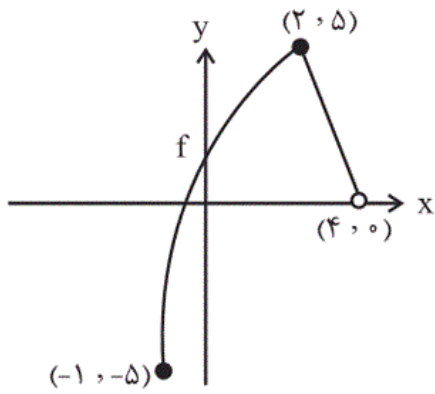
۵۴ (۲)

۴۵ (۱)

۷۲ (۴)

۶۰ (۳)

۸۰- اشتراک دامنه و برد تابع f که نمودار آن در شکل زیر رسم شده است، شامل چند عدد صحیح است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، انواع تابع - سوال ۵ -

۷۷- اگر $f = \{(1, a+2), (2, b), (-1, 2a+3b), (0, b+c)\}$ تابعی ثابت باشد، آن گاه حاصل $a+b+c$ کدام

است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

۷۸- اگر $y = \frac{ax+2}{x+2a}$ تابعی ثابت باشد، مجموع مقادیر ممکن برای عدد a کدام است؟

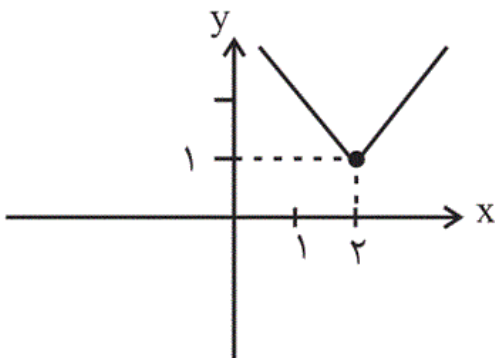
۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۷۹- اگر شکل زیر، نمودار تابع $y = |x+a| - b$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟



۳ (۱)

-۳ (۲)

۱ (۳)

-۱ (۴)

۷۱- مساحت محدود بین نمودار پیکانی دو تابع $f(x) = 1 - |x+1|$ و $g(x) = |x+1| - 1$ کدام است؟

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)

۷۲- برد تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x - 3 & , x < 1 \\ 1 & , x = 1 \\ -x^2 + 4x - 4 & , x > 1 \end{cases}$ کدام است؟

$\mathbb{R} - (-2, 0]$ (۲)

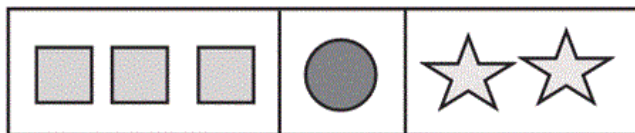
\mathbb{R} (۱)

$(-\infty, 0] \cup \{1\} - [-2, -1]$ (۴)

$(-\infty, 0] \cup \{1\}$ (۳)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **شمارش ، بدون شمردن** - ۴ سوال

۷۳- اگر برچسب‌های اجناس یک فروشگاه به صورت زیر طراحی شده باشد، این فروشگاه حداکثر چند برچسب



با این طراحی و شرایط زیر می‌تواند بسازد؟

الف) داخل هر ستاره یک رقم غیر صفر قرار گیرد.

ب) داخل دایره یک حرف از حروف مجموعه $\{آ، ب، پ، ت، ج، د\}$ قرار گیرد.

پ) داخل هر مربع یک عدد از میان اعداد حسابی زوج یک رقمی و غیرتکراری قرار گیرد.

۲۵۹۲۰ (۴)

۱۱۶۶۴ (۳)

۲۹۱۶۰ (۲)

۳۲۴۰۰ (۱)

۷۴- یک آزمون شامل ۱۰ سوال چهارگزینه‌ای و ۵ سوال دو گزینه‌ای (بلی - خیر) است. فردی قصد دارد به

سوال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد. اگر جواب دادن به سؤال‌های چهارگزینه‌ای اجباری و جواب دادن به

سوال‌های دو گزینه‌ای اختیاری باشد، این فرد به چند روش می‌تواند به سوال‌ها جواب دهد؟

$$4^{10} \times 2^5 \quad (2)$$

$$5^{10} \times 3^5 \quad (1)$$

$$4^{10} \times 3^5 \quad (4)$$

$$5^{10} \times 2^5 \quad (3)$$

۷۵- با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸ و ۹ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

$$240 \quad (4)$$

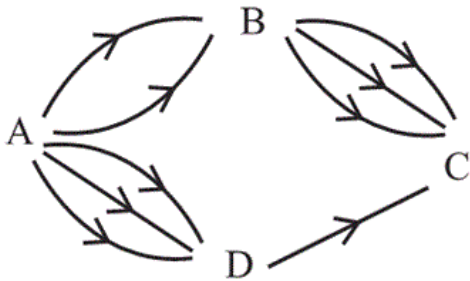
$$96 \quad (3)$$

$$108 \quad (2)$$

$$120 \quad (1)$$

۷۶- فردی می‌خواهد از شهر A به شهر C برود. با توجه به مسیرهای نشان داده شده در شکل زیر به چند طریق

می‌تواند این کار را انجام دهد؟



$$9 \quad (1)$$

$$12 \quad (2)$$

$$18 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

۸۱- در کدام یک از گزینه‌های زیر، تابعی با دامنه و برد داده شده وجود ندارد؟

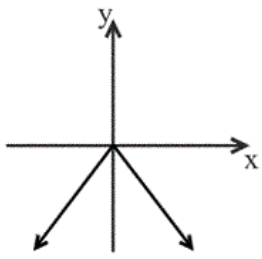
(۱) دامنه آن دو عضو و برد آن تک عضوی باشد.

(۲) دامنه آن تک عضوی و برد آن دو عضوی باشد.

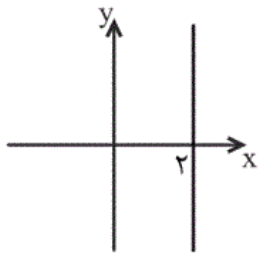
(۳) دامنه آن دو عضوی و برد آن دو عضوی باشد.

(۴) دامنه آن تک عضوی و برد آن تک عضوی باشد.

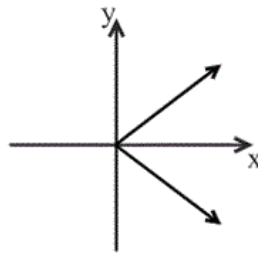
۸۲- کدام نمودار زیر، یک تابع را نمایش می‌دهد؟



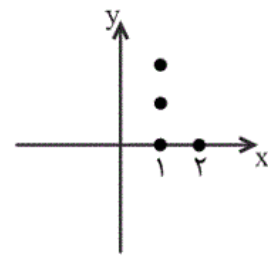
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۸۳- در تابع $f(x) = ax + 3$ با شرط $a \neq 0$ ، اگر $f(9)$ ، $f(a)$ و $f(3)$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه $f(2a)$ کدام است؟

۷۹ (۴)

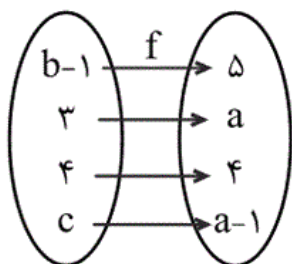
۷۷ (۳)

۷۵ (۲)

۷۳ (۱)

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه، انواع تابع - ۳ سوال -

۸۴- شکل زیر، نمودار پیکانی تابع همانی f را نشان می‌دهد. حاصل $a + b - 2c$ کدام است؟



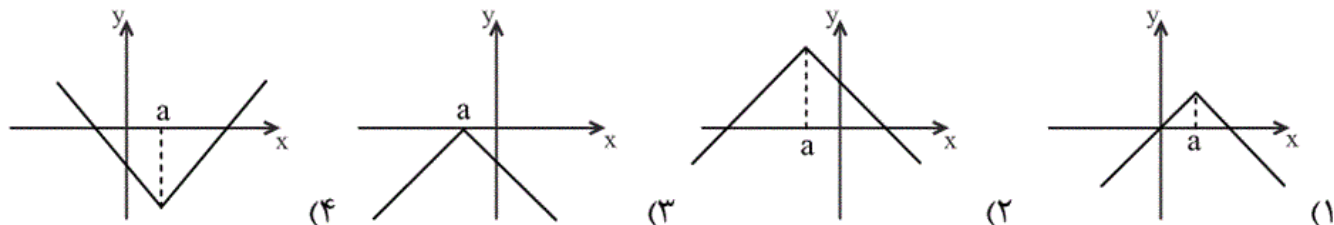
۶ (۱)

۳ (۲)

۷ (۳)

۵ (۴)

۸۵- نمودار تابع $y = -|x - a| + b$ به کدام شکل زیر نمی‌تواند باشد؟



۸۶- برای رسم نمودار تابع $g(x) = x^2 - 6x$ از روی تابع $f(x) = x^2$ ، کافی است نمودار تابع f را در

راستای محور x ها، و سپس در راستای محور y ها، انتقال دهیم.

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| (۱) ۳ واحد به چپ - ۹ واحد به بالا | (۲) ۳ واحد به راست - ۹ واحد به بالا |
| (۳) ۳ واحد به راست - ۹ واحد به پایین | (۴) ۳ واحد به چپ - ۹ واحد به پایین |

ریاضی ۱ - سوالات موازی-گواه، شمارش، بدون شمردن - ۴ سوال

۸۷- در چند عدد سه‌رقمی، ارقام مجاور، متمایزند؟

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| (۱) ۵۷۶ | (۲) ۶۴۸ | (۳) ۷۲۹ | (۴) ۷۲۰ |
|---------|---------|---------|---------|

۸۸- برای کدگذاری استان‌های کشور و همچنین شهرهای کوچک از ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ استفاده می‌شود،

به طوری که کدها ۵ رقمی و دو رقم سمت چپ کدها همواره صفر بوده و سایر ارقام، مخالف صفر و بدون

تکرار هستند. چه تعداد کد با این شرایط می‌توان تعریف کرد؟

- | | | | |
|--------|---------|---------|---------|
| (۱) ۶۰ | (۲) ۱۲۰ | (۳) ۳۶۰ | (۴) ۱۲۵ |
|--------|---------|---------|---------|

۸۹- رمزی از دو گزینه تشکیل شده است. تعداد حالت‌های «یکی از گزینه‌ها یک رقم و گزینه‌ی دیگر حرف

الفبای فارسی باشد» چند برابر تعداد حالت‌های «هر دو گزینه رقم یا هر دو حروف الفبای فارسی باشند»

است؟

$$\frac{۸۰}{۳۵۱} \text{ (۴)}$$

$$\frac{۸۰}{۲۸۱} \text{ (۳)}$$

$$\frac{۱۶۰}{۳۵۱} \text{ (۲)}$$

$$\frac{۱۶۰}{۲۸۱} \text{ (۱)}$$

۹۰- حروف کلمه‌ی ASSIST را به چند طریق بدون توجه به مفهوم آن می‌توان کنار هم قرار داد، به طوری

که Sها یک در میان باشند؟

$$۱۲ \text{ (۴)}$$

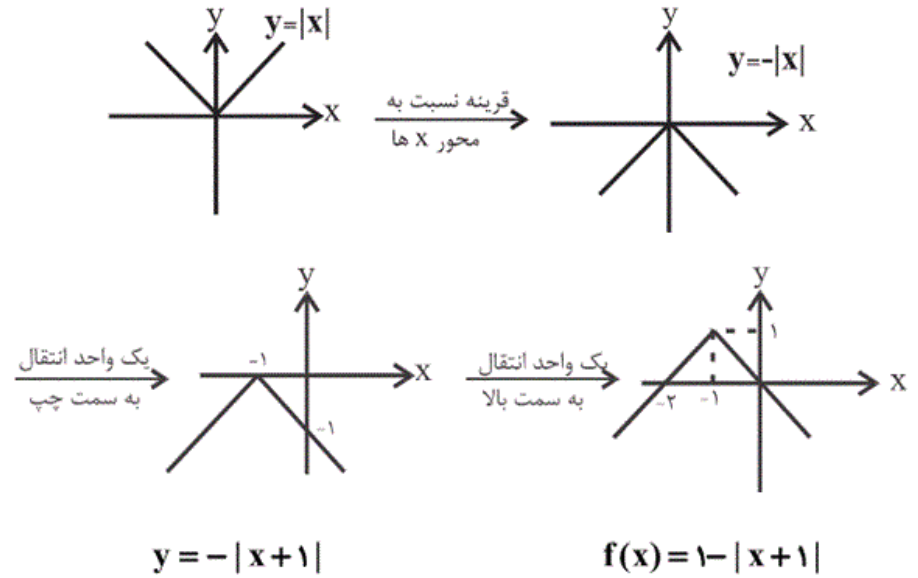
$$۱۰ \text{ (۳)}$$

$$۹ \text{ (۲)}$$

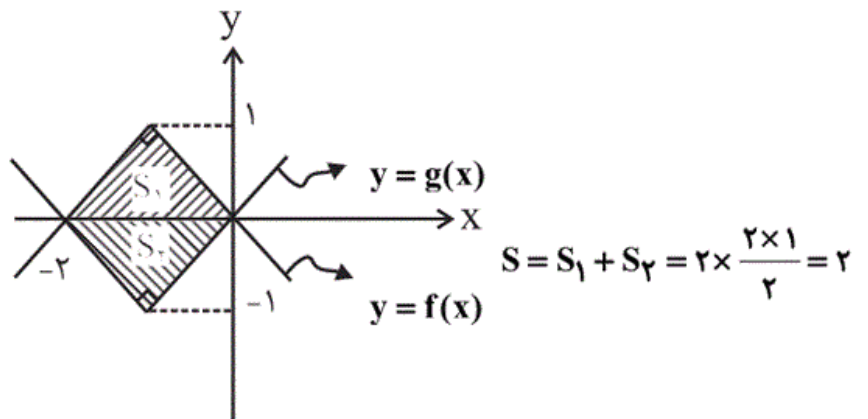
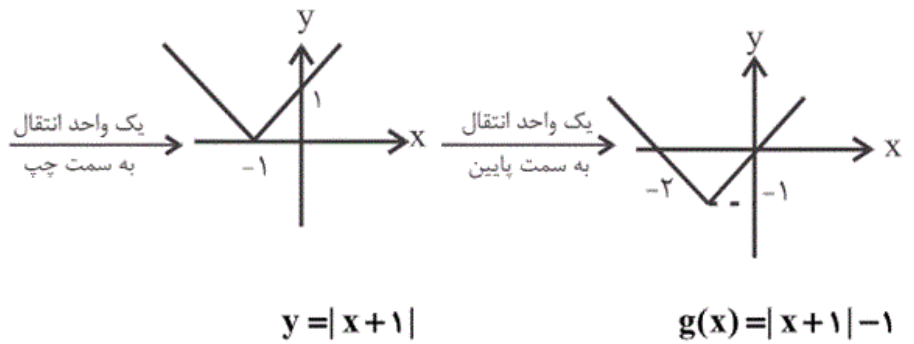
$$۸ \text{ (۱)}$$

«موردار فابی»

به کمک انتقال نمودار تابع $y = |x|$ نمودار توابع خواسته شده را رسم می‌کنیم:

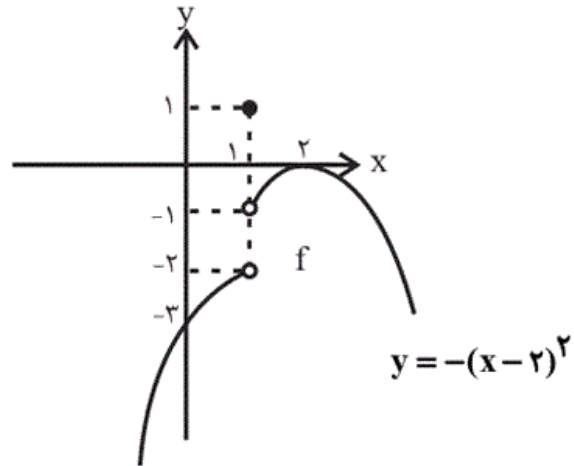


همچنین برای نمودار تابع g داریم:



(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

برای رسم نمودار تابع $y = -(x-1)^2 - 2$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را نسبت به محور x ها قرینه کرده، سپس آن را یک واحد به سمت راست و در نهایت دو واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. محدوده رسم این نمودار، $x < 1$ است. برای رسم نمودار تابع $y = -(x-2)^2$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را نسبت به محور x ها قرینه کرده و سپس آن را دو واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. محدوده رسم این نمودار $x > 1$ است.



$$y = -(x-1)^2 - 2$$

با توجه به نمودار فوق، برد تابع $f(x)$ برابر است با:

$$R_f = (-\infty, 0] \cup \{1\}$$

(صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

«شکيب رهبي»

برای هر ستاره ۹ حالت و برای دایره ۶ حالت وجود دارد. در مربع اول یکی از ارقام {۰،۲،۴،۶،۸} قرار می‌گیرد، پس ۵ حالت دارد. در مربع دوم رقمی که در مربع اول قرار گرفته نمی‌تواند قرار گیرد، پس ۴ حالت دارد و به همین ترتیب مربع سوم، ۳ حالت دارد. توجه کنید که ارقام داخل مربع‌ها باید غیرتکراری باشند. طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$9 \times 9 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 29160$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲✓

۱

«مهمر پوراامری»

برای هر سوال چهارگزینه‌ای، ۴ حالت پاسخگویی وجود دارد و برای هر سوال دو گزینه‌ای علاوه بر دو حالت بله یا خیر، حالت جواب ندادن به سوال هم وجود دارد، پس برای هر سوال دوگزینه‌ای، ۳ حالت وجود دارد. طبق اصل ضرب داریم:

$$\underbrace{4 \times 4 \dots 4}_{10 \text{ سوال 4 گزینه‌ای}} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{5 \text{ سوال 2 گزینه‌ای}} = 4^{10} \times 3^5$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴✓

۳

۲

۱

حالت اول: اگر رقم یکان صفر باشد، طبق اصل ضرب داریم:

$$\boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{1}^{\circ} = 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$$

حالت دوم: اگر رقم یکان ۵ باشد، طبق اصل ضرب داریم:

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{1}^{\circ} = 4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$$

نهایتاً طبق اصل جمع، تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$60 + 48 = 108$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شماردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

حداقل سه نفر تجربی باشند، یعنی یا سه نفر تجربی و یک نفر ریاضی باشد، یا هر چهار نفر تجربی باشند:

چهار نفر تجربی یا یک نفر ریاضی و سه نفر تجربی

$$\binom{4}{3} \times \binom{3}{1} + \binom{4}{4} = 4 \times 3 + 1 = 13$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶، ۱۲۸ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شماردن)

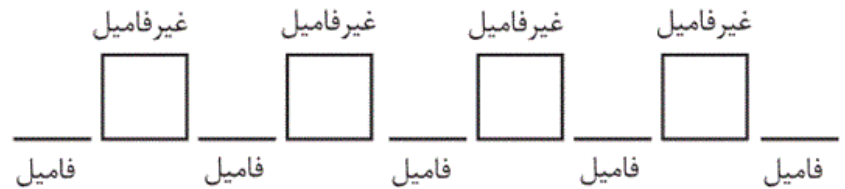
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا چهار نفر غیرفامیل را در صف قرار می‌دهیم که با هم ۴! جایگشت دارند. سپس از ۵ مکان ایجاد شده، بین آن‌ها ۳ مکان را انتخاب کرده و هر یک از فامیل‌ها را در آن مکان‌ها قرار می‌دهیم. فامیل‌ها می‌توانند به ۳! حالت با هم جایگشت داشته باشند، پس طبق اصل ضرب داریم:



$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = 4! \times \binom{5}{3} \times 3! = 4! \times \frac{5!}{2! \times 3!} \times 3! = 12 \times 5!$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ضمن آن که حروف H و D هم در داخل بسته ۲!

جایگشت دارند، پس:

$$2) \text{ تعداد حالات } (D, H, A, M, I) = 2! \times 4! = 2 \times 24 = 48$$

حال از مفهوم متمم یک مجموعه استفاده می‌کنیم:

$$3) \text{ تعداد حالات } (H, D) \text{ کنار هم نباشند} = 120 - 48 = 72$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

حالت‌هایی که در آن‌ها تعداد مهره‌های سفید و قرمز برابرند به صورت زیر

هستند:

$$\begin{pmatrix} \text{سه تا سفید} \\ \text{و سه تا قرمز} \\ \text{و صفر تا سیاه} \end{pmatrix} \text{ یا } \begin{pmatrix} \text{دو تا سفید} \\ \text{و دو تا قرمز} \\ \text{و دو تا سیاه} \end{pmatrix} \text{ یا } \begin{pmatrix} \text{یکی سفید} \\ \text{یکی قرمز} \\ \text{و چهار تا سیاه} \end{pmatrix} \text{ یا } \begin{pmatrix} \text{صفر تا سفید} \\ \text{و صفر تا قرمز} \\ \text{و ۶ تا سیاه} \end{pmatrix}$$

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \binom{4}{3} \binom{5}{3} \binom{6}{0} + \binom{4}{2} \binom{5}{2} \binom{6}{2} + \binom{4}{1} \binom{5}{1} \binom{6}{4} + \binom{4}{0} \binom{5}{0} \binom{6}{6}$$

$$= 40 + 900 + 300 + 1 = 1241$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶، ۱۲۸ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

برای نوشتن کلمه‌های ۶ حرفی بدون «ن»، از ۸ حرف کلمه «جهانگردی» حروف «ن» را جدا کرده، از ۷ حرف باقیمانده، ۶ حرف را انتخاب می‌کنیم که ۶! هم جایگشت دارند، طبق اصل ضرب:

$$7! = \binom{7}{6} \times 6! = 7!$$

برای نوشتن کلمه‌های ۶ حرفی که در آن‌ها حروف «ن» و «ج» کنار هم باشند، ابتدا باید ۴ حرف دیگر از ۶ حرف باقیمانده انتخاب کنیم. حروف «ن» و «ج» را در یک بسته کنار هم قرار دهیم تا با ۴ حرف دیگر تشکیل ۵ شیء دهند. این ۵ شیء ۵! جایگشت دارند. ضمن آن که حروف «ن» و «ج» هم در داخل بسته ۲! جایگشت دارند. طبق اصل ضرب:

$$5! \times 2! \times \binom{6}{4} = 30 \times 5!$$

طبق اصل جمع داریم:

$$7! + 30 \times 5! = 8640$$

(صفحه ۱۱۹ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

تابع f را به صورت زوج‌های مرتب می‌نویسیم:

$$f = \{(b-1, 5), (3, a), (4, 4), (c, a-1)\}$$

f تابع همانی است، پس مؤلفه‌های اول و دوم هر زوج مرتبی از آن با هم

برابرند، لذا:

$$b-1=5 \Rightarrow b=6$$

$$3=a \Rightarrow a=3$$

$$c = a-1 \xrightarrow{a=3} c=2$$

بنابراین:

$$a+b-2c = 3+6-4 = 5$$

(صفحه ۱۱۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

خواهیم داشت:

$$y = \begin{cases} -x+a+b & , x \geq a \\ x-a+b & , x < a \end{cases}$$

دیده می‌شود که به ازای هر x بزرگتر یا مساوی a باید نیم‌خطی با

شیب منفی داشته باشیم که در گزینه «۴» شیب این نیم‌خط مثبت است.

(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

از آنجایی که:

$$g(x) = x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9$$

پس برای رسم تابع g از روی تابع f ، کافی است نمودار تابع f را ۳ واحد در راستای محور x ها به راست و سپس ۹ واحد در راستای محور y ها به پایین انتقال دهیم.

(صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به جای‌گذاری رقم‌های صفر داریم:

$$\boxed{1} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

در خانه‌های اول و دوم از سمت چپ فقط عدد صفر را می‌توان قرار داد. چون تکرار سایر ارقام مجاز نیست.

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا تعداد حالت‌هایی که «یکی از گزینه‌ها یک رقم و گزینه دیگر یک حرف الفبای فارسی باشد» را می‌یابیم:

$$\frac{۳۲}{\text{حرف}} \times \frac{۱۰}{\text{رقم}} + \frac{۱۰}{\text{رقم}} \times \frac{۳۲}{\text{حرف}} = ۶۴۰$$

(دقت کنید که از صفر تا ۹، ۱۰ رقم داریم و حروف الفبای فارسی ۳۲ حرف است.)

همچنین «تعداد حالت‌هایی که هر دو رقم یا هر دو حرف الفبای فارسی باشند» برابر است با:

$$\frac{۱۰}{\text{رقم}} \times \frac{۱۰}{\text{رقم}} + \frac{۳۲}{\text{حرف}} \times \frac{۳۲}{\text{حرف}} = ۱۰۰ + ۱۰۲۴ = ۱۱۲۴$$

$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد حالت‌های اولی}}{\text{تعداد حالت‌های دومی}} = \frac{۶۴۰}{۱۱۲۴} = \frac{۱۶۰}{۲۸۱}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

Sها یا می‌توانند در خانه اول و سوم و پنجم قرار گیرند یا در خانه‌های دوم و چهارم و ششم و حروف دیگر در خانه‌های باقی‌مانده قرار می‌گیرند. در خانه‌های باقی‌مانده هر یک از حروف A، I، T را می‌توان قرار داد.

$$\begin{array}{c} \underline{S \quad S \quad S} \\ ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶ \\ \underline{S \quad S \quad S} \\ ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶ \end{array} \Rightarrow ۶ + ۶ = ۱۲$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴ ✓

۳

۲

۱

تعداد جایگشت‌های $A, B, C, D, ABCD$ برابر با $5! = 120$ است.
 البته یک حالت $A, B, C, D, ABCD$ دوبار شمرده شده است.
 بنابراین تعداد جایگشت‌های مورد نظر برابر با $5! - 1 = 119$ است.

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا ۵ دانش‌آموز اول دبیرستان را در ۷ صندلی ردیف اول جای می‌دهیم که این کار به $P(7, 5)$ حالت امکان‌پذیر است. حال که ۵ دانش‌آموز اولی در ردیف اول نشسته‌اند، ۹ صندلی (۲ صندلی ردیف اول و ۷ صندلی ردیف دوم) خالی مانده است. برای نشستن ۴ دانش‌آموز دوم دبیرستان روی این ۹ صندلی، $P(9, 4)$ حالت امکان‌پذیر است. بنابراین تعداد حالت‌ها به کمک اصل ضرب برابر می‌شود با:

$$P(7, 5) \times P(9, 4) = \frac{7!}{2!} \times \frac{9!}{5!} = \frac{7 \times 9!}{2 \times 5!}$$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 9!}{2 \times 5!} = 21 \times 9!$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا تمام ترکیبات ۵ رنگ را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد کل ترکیبات رنگها} = \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$$

$\binom{5}{2}$ ← ترکیب دو رنگ با هم
 $\binom{5}{3}$ ← ترکیب سه رنگ با هم
 $\binom{5}{4}$ ← ترکیب ۴ رنگ با هم
 $\binom{5}{5}$ ← ترکیب ۵ رنگ با هم

$$= 10 + 10 + 5 + 1 = 26$$

حال از کل ترکیبات رنگها، سه رنگ را برای رنگ‌آمیزی انتخاب می‌کنیم:

$$\text{تعداد حالات رنگ‌آمیزی} = \binom{26}{3} = \frac{26!}{3!23!}$$

$$= \frac{26 \times 25 \times 24 \times 23!}{3! \times 23!} = \frac{26 \times 25 \times 24}{6}$$

$$= 26 \times 25 \times 4 = 2600$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا از بین ۶ نفر، ۳ نفر را برای اتاق ۳ نفره انتخاب می‌کنیم $\binom{6}{3}$ ، سپس

از ۳ نفر باقی‌مانده، ۲ نفر را برای اتاق ۲ نفره انتخاب می‌کنیم $\binom{3}{2}$ و نفر

آخر برای اتاق یک نفره باقی می‌ماند $\binom{1}{1}$.

$$\Rightarrow \binom{6}{3} \binom{3}{2} \binom{1}{1} = \frac{6!}{3! \times 2! \times 1!} \times \frac{3!}{2! \times 1!} \times 1$$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 1 \times 2!} \times \frac{3 \times 2!}{2!} \times 1 = 20 \times 3 = 60$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«مهمر پورامردی»

تصویر نمودار بر روی محور x ها، دامنه تابع (D_f) و تصویر آن بر روی محور y ها بُرد تابع (R_f) را نشان می‌دهد، پس:

$$D_f = [-1, 4), R_f = [-5, 5]$$

$$D_f \cap R_f = [-1, 4)$$

$D_f \cap R_f$ شامل ۵ عدد صحیح $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ است.

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳ ✓

۲

۱

«بمشیر حسینی قواه»

در زوج مرتب‌های یک تابع ثابت، مؤلفه‌های دوم باید یکسان باشند:

$$a + 2 = b, 2a + 3b = b, b + c = b \Rightarrow c = 0$$

$$\begin{cases} a + 2 = b \\ 2a + 3b = b \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 1$$

در نتیجه:

$$a + b + c = 0$$

(صفحه‌های ۱۰۱ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

راه حل اول: ضابطه تابع ثابت به صورت $y = k$ است که در آن k عدد

حقیقی ثابت است. پس:

$$\frac{ax + 2}{x + 2a} = k \Rightarrow ax + 2 = kx + 2ak$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{به ازای هر } x \text{ از دامنه} \\ \text{برقرار است.}}} \left\{ \begin{array}{l} a = k \quad (1) \\ 2ak = 2 \Rightarrow ak = 1 \xrightarrow{(1)} a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \end{array} \right.$$

راه حل دوم: تابع ثابت تابعی است که به ازای ورودی‌ها مختلف از دامنه‌اش،

فقط یک خروجی دارد. اگر خروجی تابع را به ازای $x = 1$ و $x = 0$ به دست

آوریم، داریم:

$$\left(1, \frac{a+2}{1+2a}\right), \left(0, \frac{2}{2a}\right)$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{تابع ثابت است} \\ \text{مولفه های دوم برابرند.}}} \frac{a+2}{1+2a} = \frac{2}{2a} \Rightarrow 2a^2 + 4a = 2 + 4a \Rightarrow 2a^2 = 2$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

پس مجموع مقادیری که a می‌تواند داشته باشد برابر با $1 + (-1) = 0$

است.

(صفحه ۱۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به شکل، تابع قدرمطلق $(y = |x|)$ دو واحد به سمت راست و یک واحد به سمت بالا انتقال پیدا کرده است، پس ضابطه تابع باید به صورت $y = |x - 2| + 1$ باشد، در نتیجه $a = -2$ و $b = -1$ است. بنابراین:

$$a + b = -3$$

(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

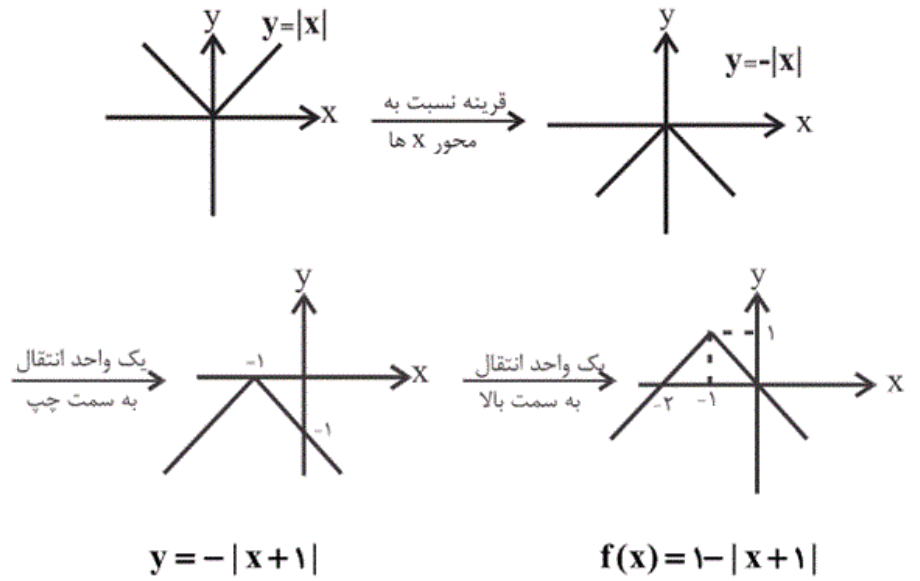
 ۴

 ۳

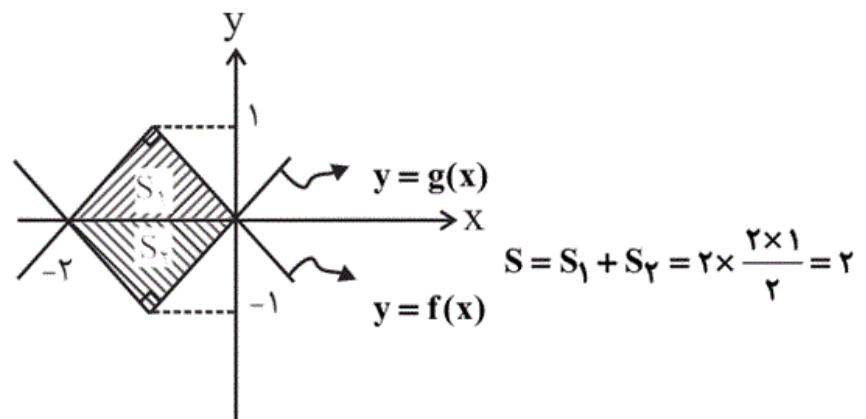
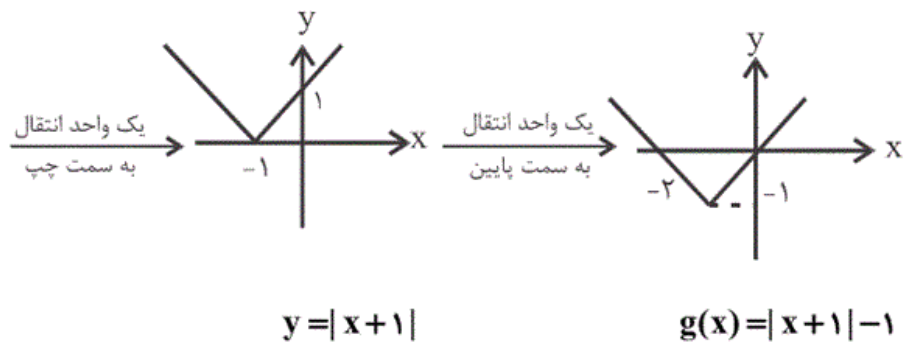
 ۲ ✓

 ۱

به کمک انتقال نمودار تابع $y = |x|$ نمودار توابع خواسته شده را رسم می‌کنیم:



همچنین برای نمودار تابع g داریم:



(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

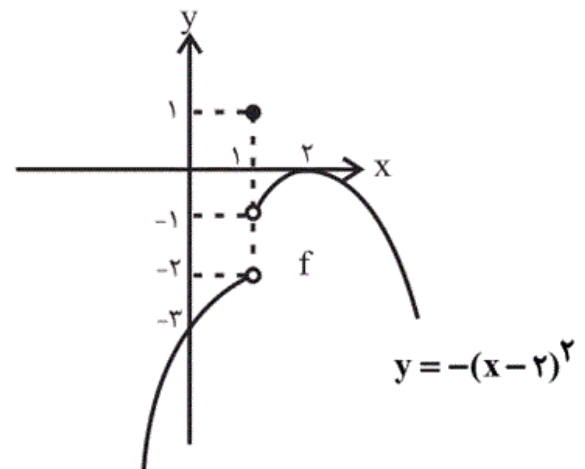
۴

۳ ✓

۲

۱

برای رسم نمودار تابع $y = -(x-1)^2 - 2$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را نسبت به محور x ها قرینه کرده، سپس آن را یک واحد به سمت راست و در نهایت دو واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. محدوده رسم این نمودار، $x < 1$ است. برای رسم نمودار تابع $y = -(x-2)^2$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را نسبت به محور x ها قرینه کرده و سپس آن را دو واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. محدوده رسم این نمودار $x > 1$ است.



$$y = -(x-1)^2 - 2$$

با توجه به نمودار فوق، برد تابع $f(x)$ برابر است با:

$$R_f = (-\infty, 0] \cup \{1\}$$

(صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای هر ستاره ۹ حالت و برای دایره ۶ حالت وجود دارد. در مربع اول یکی از ارقام {۰،۲،۴،۶،۸} قرار می‌گیرد، پس ۵ حالت دارد. در مربع دوم رقمی که در مربع اول قرار گرفته نمی‌تواند قرار گیرد، پس ۴ حالت دارد و به همین ترتیب مربع سوم، ۳ حالت دارد. توجه کنید که ارقام داخل مربع‌ها باید غیرتکراری باشند. طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$9 \times 9 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 29160$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای هر سوال دوگزینه‌ای، ۳ حالت وجود دارد.

طبق اصل ضرب داریم:

$$\underbrace{\boxed{4} \times \boxed{4} \dots \boxed{4}}_{10 \text{ سوال } 4 \text{ گزینه‌ای}} \times \underbrace{\boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3}}_{5 \text{ سوال } 2 \text{ گزینه‌ای}} = 4^{10} \times 3^5$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

حالت اول: اگر رقم یکان صفر باشد، طبق اصل ضرب داریم:

$$\boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{1} = 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$$

حالت دوم: اگر رقم یکان ۵ باشد، طبق اصل ضرب داریم:

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{1} = 4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$$

نهایتاً طبق اصل جمع، تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$60 + 48 = 108$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

طبق مسیرهای نشان داده شده در صورت سوال، دو حالت زیر وجود دارد:

حالت اول: از A به B برود و سپس به C برود که طبق اصل ضرب به 2×3 حالت می‌تواند کار را انجام دهد.

حالت دوم: از A به D برود و سپس به C برود که طبق اصل ضرب به 3×1 حالت می‌تواند این کار را انجام دهد.

پس طبق اصل جمع، تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$2 \times 3 + 3 \times 1 = 9$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

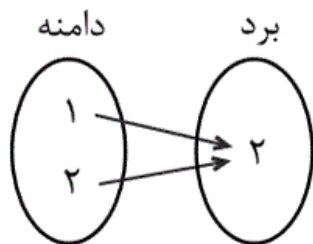
 ۴

 ۳

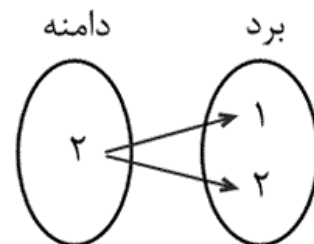
 ۲

 ۱

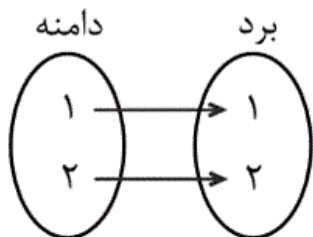
از نمودار پیکانی استفاده می‌کنیم:



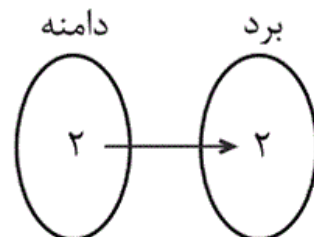
گزینه (۱): تابع است



گزینه (۲): تابع نیست



گزینه (۳): تابع است



گزینه (۴): تابع است

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از آزمون خط قائم، گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نمودار یک تابع نیستند.

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$f(۳)$ و $f(a)$ و $f(۹)$

تشکیل دنباله حسابی می دهند، پس:

$$۲f(a) = f(۳) + f(۹)$$

$$۲(a \times a + ۳) = (۳a + ۳) + (۹a + ۳)$$

$$۲a^۲ + ۶ = ۱۲a + ۶ \Rightarrow a^۲ - ۶a = ۰$$

$$\rightarrow a = ۰, a = ۶ \xrightarrow{a \neq ۰} a = ۶$$

بنابراین:

$$f(x) = ۶x + ۳$$

پس:

$$f(۲a) = f(۱۲) = ۶ \times ۱۲ + ۳ = ۷۵$$

(صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

تابع f را به صورت زوج‌های مرتب می‌نویسیم:

$$f = \{(b-1, 5), (3, a), (4, 4), (c, a-1)\}$$

اما f تابعی همانی است، پس مؤلفه‌های اول و دوم هر زوج مرتبی از آن با هم برابرند، لذا:

$$b-1=5 \Rightarrow b=6$$

$$3=a \Rightarrow a=3$$

$$c = a-1 \xrightarrow{a=3} c = 2$$

بنابراین:

$$a + b - 2c = 3 + 6 - 4 = 5$$

(صفحه ۱۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

خواهیم داشت:

$$y = \begin{cases} -x + a + b & , x \geq a \\ x - a + b & , x < a \end{cases}$$

دیده می‌شود که به ازای هر x بزرگتر یا مساوی a باید نیم‌خطی با شیب منفی داشته باشیم که در گزینه «۴» شیب این نیم‌خط مثبت است.

(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از آنجایی که:

$$g(x) = x^2 - 6x = (x - 3)^2 - 9$$

پس برای رسم تابع g از روی تابع f ، کافی است نمودار تابع f را ۳ واحد در راستای محور x ها به راست و سپس ۹ واحد در راستای محور y ها به پایین انتقال دهیم.

(صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در تشکیل عدد مورد نظر صدگان ۹ حالت دارد (همه ارقام به جز صفر)، دهگان صفر می‌تواند باشد ولی رقمی که در صدگان استفاده شده نباید در دهگان استفاده شود، پس دهگان هم ۹ حالت دارد. به همین ترتیب یکان نیز ۹ حالت دارد. پس تعداد اعداد برابر است با:

$$9 \times 9 \times 9 = 729$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به جای گذاری رقم صفر داریم:

$$\boxed{۱} \boxed{۱} \boxed{۵} \boxed{۴} \boxed{۳} = ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$$

در خانه‌های اول و دوم از سمت چپ فقط عدد صفر را می‌توان قرار داد. چون تکرار سایر ارقام مجاز نیست، پس در خانه‌ی سوم ۵ انتخاب، بعدی ۴ انتخاب و نهایتاً ۳ انتخاب برای آخرین خانه وجود دارد. طبق اصل ضرب، ۶۰ انتخاب کلی داریم.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا تعداد حالت‌هایی که «یکی از گزینه‌ها یک رقم و گزینه‌ی دیگر یک حرف الفبای فارسی باشد» را می‌یابیم:

$$\frac{۳۲}{۱۰} \times \frac{۱۰}{۳۲} + \frac{۱۰}{۳۲} \times \frac{۳۲}{۱۰} = ۶۴۰$$

حرف رقم رقم حرف

(دقت کنید که از صفر تا ۹، ۱۰ رقم داریم و حروف الفبای فارسی ۳۲ حرف است.)

همچنین «تعداد حالت‌هایی که هر دو رقم یا هر دو حرف الفبای فارسی باشند» برابر است با:

$$\frac{۱۰}{۱۰} \times \frac{۱۰}{۳۲} + \frac{۳۲}{۳۲} \times \frac{۳۲}{۱۰} = ۱۰۰ + ۱۰۲۴ = ۱۱۲۴$$

حرف حرف رقم رقم

$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد حالت‌های اولی}}{\text{تعداد حالت‌های دومی}} = \frac{۶۴۰}{۱۱۲۴} = \frac{۱۶۰}{۲۸۱}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش، بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

«کتاب آبی»

Sها یا می‌توانند در خانه‌ی اول و سوم و پنجم قرار گیرند یا در خانه‌های دوم و چهارم و ششم و حروف دیگر در خانه‌های باقی‌مانده قرار می‌گیرند. در خانه‌های باقی‌مانده هر یک از حروف T, I, A را می‌توان قرار داد.

$$\begin{array}{r} \text{S} \quad \text{S} \quad \text{S} \\ \hline 3 \times 2 \times 1 = 6 \\ \text{S} \quad \text{S} \quad \text{S} \\ \hline 3 \times 2 \times 1 = 6 \end{array} \Rightarrow 6 + 6 = 12$$

(صفحه‌های کتاب ۱۱۹ تا ۱۲۶ درسی) (شمارش، بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱