سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضی عمومی ، هندسه مختصاتی و منحنی های درجه دوم - ۸ سوال -

۱۰۱-در یک هذلولی که محور کانونی آن موازی یکی از محورهای مختصات است، دو خط $y = m^۲x - ۲$ و $y = (-۴m + ۴)x + ۲$ مجانب‌های آن هستند، مرکز هذلولی کدام است؟

۱) $(۰, \frac{۱}{۲})$ ۲) $(\frac{۱}{۲}, ۰)$ ۳) $(۰,۱)$ ۴) $(۱,۰)$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۲-معادلهٔ مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که از نقطهٔ $(۷,۲)$ گذشته و بر خط $x = ۵$ مماس باشند، کدام است؟

۱) $y^۲ - ۴y - ۴x + ۲۸ = ۰$

۲) $y^۲ + ۴x - ۴y + ۲۸ = ۰$

۳) $x^۲ + y^۲ - ۴x - ۴y = ۲۸$

۴) $x^۲ - y^۲ + ۴x - ۴y = ۲۸$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۳-اگر از نقطهٔ $A(\alpha, -۱)$ بتوانیم بر دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۰$ دو مماس رسم کنیم، محدودهٔ α کدام است؟

۱) $\alpha \in [-۱,۳]$ ۲) $\alpha \in [-۱,۴]$

۳) $\alpha \in \mathbb{R} - [-۱,۳]$ ۴) $\alpha \in \mathbb{R} - [-۱,۴]$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۴-اگر فاصلهٔ نقطهٔ $P(x,y)$ تا نقطهٔ $A(۵,۰)$ دو برابر فاصله‌اش تا نقطهٔ $B(۰,۲)$ باشد، مکان هندسی نقطهٔ P دایره‌ای با کدام شعاع است؟

۱) $\frac{۲\sqrt{۱۹}}{۳}$ ۲) $\frac{۲\sqrt{۲۹}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۱۹}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲۹}}{۳}$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۵-دو نقطهٔ A و B روی منحنی $۱۶x^۲ + ۹y^۲ - ۳۲x + ۵۴y = ۴۷$ در حال حرکت‌اند. بیشترین فاصلهٔ A از B کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۶-دایره‌ای بر دو خط $y = x$ و $y = x + ۴$ مماس است و از نقطهٔ $(۳,۴)$ می‌گذرد. طول مرکز دایره کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) ۳ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{۵ + \sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۸ - \sqrt{۲}}{۲}$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۷-کدام خط می‌تواند مجانب هذلولی به معادلهٔ $\frac{(x-1)^2}{9}-\frac{(y+1)^2}{16}=1$ باشد؟

۱) $4x-3y=3$

۲) $4x-3y=8$

۳) $4x+3y=1$

۴) $4x+3y=-1$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۸-دو نقطه ثابت B و C به فاصلهٔ ۶ از هم مفروضند. اگر M نقطهٔ متحرکی از صفحه باشد، به‌طوری‌که محیط مثلث MBC همواره ۱۶ باشد، بیشترین مساحت مثلث MBC کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

آزمون ۳۰ فروردین

ریاضی عمومی ، ماتریس - ۲ سوال

۱۰۹-اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}3 & a-4\\ a-3 & 2\end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نباشد، آن‌گاه تمام مقادیر ممکن برای $a-3$ در کدام گزینه آمده است؟

۱) ۲- ۲) ۱ ۳) ۲- یا ۳ ۴) ۱ یا ۶

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۰-اگر $A\times\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 1 & 2\end{bmatrix}$، آنگاه ماتریس A کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}-3 & 5\\ 1 & -2\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}-3 & -5\\ -1 & -2\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}2 & -5\\ -1 & 3\end{bmatrix}$

آزمون ۳۰ فروردین

ریاضی پایه ، حدو پیوستگی - ۱۰ سوال -

۱۱۱-اگر تابع f در نقطهٔ $x=0$ حد داشته باشد و $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f^2(x)+2f(x)-1}{2f(x)-1}=2$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۲-

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۲-کدام گزینه در مورد تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\log_3^x+\frac{3}{2} & , x\neq 1\\ x+\frac{1}{2} & , x=1\end{cases}$ در $x=1$ درست است؟

۱) حد دارد، پیوستگی ندارد.

۲) حد دارد، پیوستگی هم دارد.

۳) حد و پیوستگی ندارد.

۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۳-اگر $f(x-1)=\frac{x^2-5x+4}{\sqrt{x}-1}$، حاصل $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) -۶ ۴) -۳

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۴-حاصل $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} \frac{\cos^2 x+\cos x+\sqrt{\cos x}}{2x-\pi}$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) صفر ۴) $-\frac{1}{2}$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۵-مقدار $\lim\limits_{x\to 0^+} (\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{x-2}{\sqrt{x}})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) وجود ندارد.

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۶-حاصل عبارت $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{\cos^4 x-\sin^4 x-1}{\sqrt{9x^4}}$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $-\frac{2}{3}$ ۴) $-\frac{3}{2}$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۷-در تابع $f(x)=\frac{2x-\sqrt{x^2+x+10}}{ax+2}$، اگر $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ کدام تابع است؟

۱) $\frac{11}{8}$ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $-\frac{11}{8}$ ۴) $-\frac{5}{4}$

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۸-اگر $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x(1-x)\sin ax}=\frac{1}{14}$، مقدار a کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) -۷ ۴) ۷

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۹-اگر $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ax^2-5x+1}{3x^b-2x+1}=\frac{3}{2}$ باشد، آنگاه حاصل ab کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

آزمون ۳۰ فروردین

۱۲۰-اگر تابع $f(x)=\begin{cases} ax-1 & [x]>1 \\ \frac{x-2}{\sin(x-2)} & [x]\le 1 \end{cases}$ در $x=2$ پیوسته باشد، $f(2)$ کدام است؟

۱) موجود نیست. ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) $\frac{1}{\sin(1)}$

آزمون ۳۰ فروردین

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۰۱- گزینهٔ «۲» *(فرشاد صدیقی‌فر)*

شیب مجانب‌های هذلولی، همواره قرینهٔ هم هستند. پس داریم:

$$\begin{cases} y=(-4m+4)x+2 \Rightarrow \text{شیب}=-4m+4 \\ y=m^2x-2 \Rightarrow \text{شیب}=m^2 \end{cases} \Rightarrow m^2=4m-4$$

$$\Rightarrow m^2-4m+4=0 \Rightarrow (m-2)^2=0 \Rightarrow m=2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=-4x+2 \\ y=4x-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow O(\frac{1}{2},0)$$

(هندسه مقطعاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۲- گزینهٔ «۱» *(عطیه رضاپور)*

اگر نقاط مورد نظر را به‌صورت (x,y) در نظر بگیریم، فاصلهٔ این نقطه تا نقطهٔ $(7,2)$ و تا خط $x=5$ برابرند. زیرا برابر با شعاع دایره‌اند. بنابراین:

$$\sqrt{(x-7)^2+(y-2)^2}=|x-5|$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (x-7)^2+(y-2)^2=(x-5)^2$$

$$\Rightarrow x^2-14x+49+y^2-4y+4=x^2-10x+25$$

$$\Rightarrow y^2-4y-4x+28=0$$

(هندسه مقطعاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۵ تا ۱۳۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۳- گزینهٔ «۳» *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

برای رسم دو مماس باید نقطه خارج از دایره قرار بگیرد. یعنی $f(A)>0$ باشد.

$$x^2+y^2-2x+4y=0 \xrightarrow{f(\alpha,-1)>0} \alpha^2+(-1)^2-2\alpha+4(-1)>0$$

$$\alpha^2-2\alpha-3>0 \Rightarrow (\alpha-3)(\alpha+1)>0 \Rightarrow \alpha>3 \text{ یا } \alpha<-1$$

$$\Rightarrow \alpha \in \mathbb{R}-[-1,3]$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۴- گزینهٔ «۲» *(سینا محمدپور)*

بنابر فرض سؤال داریم:

$$2\sqrt{(x-0)^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x-5)^2+(y-0)^2}$$

$$\Rightarrow 4x^2+4(y-2)^2=(x-5)^2+y^2$$

$$\Rightarrow 4x^2+4y^2-16y+16=x^2-10x+25+y^2$$

$$\Rightarrow 3x^2+3y^2+10x-16y-9=0$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+\frac{10}{3}x-\frac{16}{3}y-3=0 \Rightarrow R=\frac{1}{2}\sqrt{(\frac{10}{3})^2+(-\frac{16}{3})^2+4(3)}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{464}{9}}=\frac{4\sqrt{29}}{6}=\frac{2\sqrt{29}}{3}$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۵- گزینهٔ «۱» *(علی شهرابی)*

معادلهٔ داده شده را به‌صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$۱۶x^۲ - ۳۲x + ۹y^۲ + ۵۴y = ۴۷$$

$$\Rightarrow ۱۶(x^۲ - ۲x + ۱) - ۱۶ + ۹(y^۲ + ۶y + ۹) - ۸۱ = ۴۷$$

$$\Rightarrow ۱۶(x-۱)^۲ + ۹(y+۳)^۲ = ۱۴۴ \xrightarrow{\div ۱۴۴} \frac{(x-۱)^۲}{۹} + \frac{(y+۳)^۲}{۱۶} = ۱$$

پس این معادله مربوط به یک بیضی است که بیشترین فاصلهٔ بین دو نقطهٔ آن $۲a$ است، پس:

$$a^۲ = ۱۶ \Rightarrow a = ۴ \Rightarrow ۲a = ۸$$

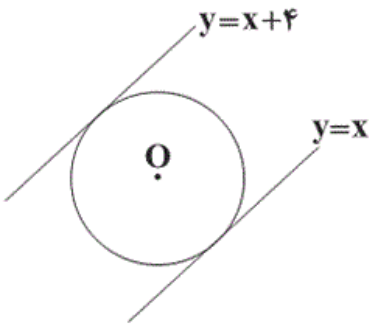
(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۶- گزینهٔ «۳» *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

مطابق شکل فاصلهٔ دو خط موازی برابر قطر دایره است.



فاصلهٔ دو خط را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} y - x = ۰ \\ y - x - ۴ = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{قطر} = \frac{۴}{\sqrt{۱^۲ + (-۱)^۲}} = ۲\sqrt{۲}$$

بنابراین شعاع دایره $\sqrt{۲}$ می‌شود. مرکز دایره بین دو خط موازی و روی خط $y = x + ۲$ قرار می‌گیرد و فاصلهٔ آن از نقطهٔ $A(۳,۴)$ باید برابر شعاع دایره یعنی $r = \sqrt{۲}$ باشد.

مرکز دایره روی خط $y = x + ۲$ قرار می‌گیرد و به‌صورت $(x, x+۲)$ خواهد بود.

$$OA = r \Rightarrow \sqrt{(x-۳)^۲ + (x+۲-۴)^۲} = \sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۶x + ۹ + x^۲ - ۴x + ۴ = ۲ \Rightarrow ۲x^۲ - ۱۰x + ۱۱ = ۰$$

$$\Rightarrow x = \frac{۱۰ \pm \sqrt{۱۰۰ - ۸۸}}{۴} = \frac{۱۰ \pm ۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۵ \pm \sqrt{۳}}{۲}$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۷- گزینهٔ «۳» *(عطیه رضاپور)*

$$\frac{(x-1)^2}{9}-\frac{(y+1)^2}{16}=1 \Rightarrow O(1,-1)$$

$$a^2=9 \Rightarrow a=3$$

$$b^2=16 \Rightarrow b=4$$

هذلولی افقی می‌باشد، بنابراین شیب مجانب‌ها:

$$m=\pm\frac{b}{a}=\pm\frac{4}{3}$$

$$(y+1)=\pm\frac{4}{3}(x-1) \Rightarrow \begin{cases} 4x-3y=7 \\ 4x+3y=1 \end{cases}$$

نکته: مجانب‌های هذلولی در مرکز هذلولی متقاطع می‌باشند و شیب مجانب‌ها در هذلولی افقی $m=\pm\frac{b}{a}$ و در هذلولی قائم $m=\pm\frac{a}{b}$ می‌باشد.

(هندسه مقطعاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۸- گزینهٔ «۲» *(فرشاد صدیقی‌فر)*

اگر قاعدهٔ مثلث را برابر فاصلهٔ کانون‌های بیضی در نظر بگیریم، داریم:

$$2c=6 \Rightarrow c=3$$

$$\text{محیط}=MB+MC+\underbrace{BC}_{6}=16 \Rightarrow MB+MC=10$$

اگر B و C را F و F' در نظر بگیریم:

$$\left.\begin{matrix} MF+MF'=10 \\ MF+MF'=2a \end{matrix}\right\} \Rightarrow a=5$$

در بیضی: $a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 25=b^2+9 \Rightarrow b=4$

چون قاعده ثابت است پس مساحت هنگامی ماکزیمم می‌شود که ارتفاع **max** باشد و ارتفاع **max** هنگامی است که برابر b باشد.

$$S=\frac{(2c)\times b}{2}=b\times c=12$$

(هندسه مقطعاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۰۹- گزینهٔ «۳» *(علی‌اکبر مؤمنی ملکشاه)*

می‌دانیم یک ماتریس ۲×۲ زمانی وارون‌پذیر است که دترمینان آن مخالف صفر باشد. از آن‌جا که ماتریس A وارون‌پذیر نیست، پس $|A|=۰$. داریم:

$$|A|=(۳)(۲)-(a-۳)(a-۴)=۰\Rightarrow ۶-(a^۲-۷a+۱۲)=۰$$

$$\Rightarrow -a^۲+۷a-۶=۰\Rightarrow -(a-۱)(a-۶)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-۱=۰\Rightarrow a=۱ \\ a-۶=۰\Rightarrow a=۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-۳=-۲ \\ a-۳=۳ \end{cases}$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۰- گزینهٔ «۴» *(علی‌اکبر مومنی ملکشاه)*

می‌دانیم برای دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبهٔ A و B در صورتی که $AB=I$ باشد، ماتریس B را ماتریس وارون ماتریس A می‌نامیم. پس:

$$A=\left(\begin{bmatrix} ۳ & ۵ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}\right)^{-۱}=\frac{۱}{۶-۵}\begin{bmatrix} ۲ & -۵ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix} ۲ & -۵ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۱- گزینهٔ «۳» *(ابراهیم بهادری)*

اگر $\lim\limits_{x\to ۰} f(x)=A$ باشد، داریم:

$$\lim_{x\to ۰}\frac{f^۲(x)+۲f(x)-۱}{۲f(x)-۱}=۲$$

$$\Rightarrow \frac{A^۲+۲A-۱}{۲A-۱}=۲\Rightarrow A^۲+۲A-۱=۴A-۲$$

$$\Rightarrow A^۲-۲A+۱=۰\Rightarrow (A-۱)^۲=۰\Rightarrow A=۱$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۰} f(x)=۱$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۸۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۲- گزینهٔ «۲» *(فائزه رضایی‌بقا)*

برای بررسی حد تابع در $x=۱$ باید حد راست و چپ را بررسی کنیم:

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x)=\lim_{x\to ۱^-} f(x)=\lim_{x\to ۱} \log_{۳}^{x}+\frac{۳}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

بنابراین این تابع در $x=۱$ دارای حد است.

برای بررسی پیوستگی باید، $\lim_{x\to ۱} f(x)=f(۱)$ باشد:

$$\lim_{x\to ۱} f(x)=\frac{۳}{۲}, f(۱)=۱+\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

بنابراین تابع در $x=۱$ نیز پیوستگی دارد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۳- گزینهٔ «۳» *(سینا محمدپور)*

می‌دانیم:

$$\lim_{x\to ۰} f(x)=\lim_{x\to ۱} f(x-۱)$$

در نتیجه:

$$\lim_{x\to ۱} f(x-۱)=\lim_{x\to ۱} \frac{x^{۲}-۵x+۴}{\sqrt{x}-۱}:\frac{۰}{۰}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۴)(x-۱)}{\sqrt{x}-۱}=\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۴)(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۱)}{\sqrt{x}-۱}$$

$$=\lim_{x\to ۱} (x-۴)(\sqrt{x}+۱)=-۶$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۶ و ۹۰ تا ۹۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۴- گزینهٔ «۲» *(امین نصراله)*

از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$x-\frac{\pi}{۲}=t\Rightarrow x=t+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^-}\frac{\cos^۲ x+\cos x+\sqrt{\cos x}}{۲x-\pi}$$

$$\Rightarrow \lim_{t\to ۰^-}\frac{\cos^۲(t+\frac{\pi}{۲})+\cos(t+\frac{\pi}{۲})+\sqrt{\cos(t+\frac{\pi}{۲})}}{۲t}$$

$$=\lim_{t\to ۰^-}\frac{\sin^۲ t-\sin t+\sqrt{-\sin t}}{۲t}$$

$$\lim_{t\to ۰^-}\frac{t^۲-t+\sqrt{-t}}{۲t}=\lim_{t\to ۰^-}\frac{t}{۲}-\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{-t}}{۲t}=-\infty$$

نکته:

$$\lim_{u\to ۰}\sin u\simeq\lim_{u\to ۰}u$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۱۰۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۵- گزینهٔ «۱» *(عباس اسدی امیرآبادی)*

با توجه به همسایگی عددی که حدش خواسته شده است، برای رفع ابهام $\infty-\infty$ درعبارت‌هایی که به‌صورت جمع یا تفریق دو کسر بیان شده‌اند از مخرج مشترک‌گیری استفاده می‌شود.

$$\lim_{x\to ۰^+}(\frac{۲}{\sqrt{x}}+\frac{x-۲}{\sqrt{x}})=\lim_{x\to ۰^+}(\frac{۲}{\sqrt{x}}+\frac{x-۲}{\sqrt{x}})=\frac{۲}{۰^+}+(\frac{-۲}{۰^+})$$

$\infty-\infty\Rightarrow$ مبهم :

$$\lim_{x\to ۰^+}(\frac{۲+x-۲}{\sqrt{x}})=\lim_{x\to ۰^+}\frac{x}{\sqrt{x}}=\lim_{x\to ۰^+}\sqrt{x}=۰$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۶- گزینهٔ «۳» *(افشین تیمورپور)*

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\cos^4 x-\sin^4 x-1}{\sqrt{9x^4}}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{(\cos^2 x-\sin^2 x)(\cos^2 x+\sin^2 x)-1}{3x^2}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{(\cos^2 x-\sin^2 x)(1)-1}{3x^2}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1-\sin^2 x-\sin^2 x-1}{3x^2}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۷- گزینهٔ «۳» *(علی مرشد)*

با توجه به فرض مسأله داریم:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-|x|}{ax}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{ax}=\frac{1}{a}=-1\Rightarrow a=-1$$

در نتیجه:

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{2x-\sqrt{x^2+x+10}}{-x+2}=\frac{4-4}{-2+2}:\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-\sqrt{x^2+x+10}}{-x+2}\times\frac{2x+\sqrt{x^2+x+10}}{2x+\sqrt{x^2+x+10}}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{4x^2-(x^2+x+10)}{(-x+2)(2x+\sqrt{x^2+x+10})}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(3x+5)}{(-x+2)(2x+\sqrt{x^2+x+10})}=-\frac{11}{8}$$

می‌توانستیم برای محاسبهٔ حد از قاعدهٔ هوپیتال هم استفاده کنیم:

$$\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to 2}\frac{2-\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+10}}}{-1}=-\frac{11}{8}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴ و ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۸- گزینهٔ «۴» *(یغما کلانتریان)*

در محاسبهٔ حد، مقدار $(۱-x)$ به ازای $x \to ۰$، عدد یک می‌شود که تاثیری در حاصل حد ندارد و برای باقی حد از هم‌ارزی استفاده می‌کنیم.

$$\lim_{x\to ۰} \frac{۱-\cos x}{x \sin ax} = \lim_{x\to ۰} \frac{\frac{x^۲}{۲}}{ax^۲} = \frac{۱}{۱۴} \Rightarrow \frac{۱}{۲a} = \frac{۱}{۱۴} \Rightarrow a = ۷$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۳۰ فروردین

۱۱۹- گزینهٔ «۳» *(فائزه رضایی‌بقا)*

از آنجایی که حاصل حد در بی نهایت برابر عددی مشخص و غیر صفر شده است، لذا باید درجه بزرگ‌ترین جمله‌های صورت و مخرج با هم برابر باشند. پس $b = ۲$ است. بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{ax^۲ - ۵x + ۱}{۳x^۲ - ۲x + ۱} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \lim_{x\to +\infty} \frac{ax^۲}{۳x^۲} = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{۳} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = \frac{۹}{۲}$$

در نتیجه:

$$ab = \frac{۹}{۲} \times ۲ = ۹$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ فروردین

$$f(x) = \begin{cases} ax - ۱ & ; x \geq ۲ \\ \frac{x-۲}{\sin(x-۲)} & ; x < ۲ \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to ۲^-} f(x) &= \lim_{x\to ۲^-} \frac{x-۲}{\sin(x-۲)} : \frac{۰}{۰} \Rightarrow \lim_{x\to ۲^-} \frac{(x-۲)}{(x-۲)} = ۱ \\ \lim_{x\to ۲^+} f(x) &= \lim_{x\to ۲^+} ax - ۱ = ۲a - ۱ \end{aligned}\right\}$$

چون تابع در $x = ۲$ پیوسته است، پس:

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} f(x) = f(۲)$$

پس $f(۲) = ۱$ خواهد شد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ فروردین