سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

هندسه ۱ دهم ، استدلال (هندسه‌ی ۱) - ۲ سوال

۱۰۱- در مثلث ABC، $\hat{A} = 2\hat{C} = 80^\circ$ و نقطهٔ D داخل مثلث و روی عمودمنصف ضلع AB، طوری واقع شده است که $A\hat{D}B = 110^\circ$. زاویهٔ حادهٔ بین نیمساز داخلی زاویهٔ C با پاره‌خط AD، چند درجه است؟

۱) ۵۰ ۲) ۵۵ ۳) ۶۰ ۴) ۶۵

آزمون ۷ فروردین

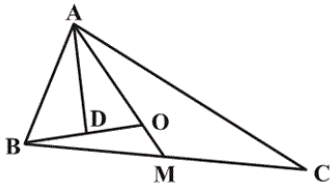
۱۰۲- درون مثلث ABC، نقطهٔ M از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. اگر زاویه‌های AMB، AMC و BMC با اعداد ۷، ۸ و ۹ متناسب باشند، آن‌گاه نقطهٔ همرسی ارتفاع‌های این مثلث در کجا واقع است؟

۱) داخل مثلث ۲) خارج مثلث ۳) وسط یک ضلع مثلث ۴) روی یک رأس مثلث

آزمون ۷ فروردین

هندسه ۱ دهم ، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردها ی آن - ۳ سوال

۱۰۳- در شکل مقابل، M نقطه‌ای دلخواه روی BC است. اگر $AO = 3OM$ و نقطهٔ D وسط BO باشد، آنگاه نسبت مساحت مثلث ABD به مساحت مثلث BOM کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{4}{3}$

آزمون ۷ فروردین

۱۰۴- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A} = 90^\circ)$، $AB = 6$ و $AC = 8$ است. اگر M و N به ترتیب وسط‌های اضلاع AB و AC و K پای ارتفاع وارد بر وتر باشد، آنگاه مساحت مثلث MNK کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۱۲

آزمون ۷ فروردین

۱۰۵- ذوزنقهٔ $ABCD$ به طول قاعده‌های ۴ و ۱۲ مفروض است. از محل تقاطع قطرهای این ذوزنقه خطی موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم تا ساق‌ها را در نقاط E و F قطع کند. اندازهٔ EF کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

آزمون ۷ فروردین

هندسه ۱ دهم ، چند ضلعي ها - ۳ سوال -

۱۰۶- قطرهای یک ذوزنقه بر هم عمودند. وسط‌های اضلاع مجاور آن را به هم وصل می‌کنیم تا یک چهارضلعی به محیط ۲۸ تشکیل شود. اگر مساحت ذوزنقه برابر ۹۶ باشد، آنگاه طول پاره‌خطی که وسط‌های ساق‌های ذوزنقه را به‌هم وصل می‌کند، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۴

آزمون ۷ فروردین

۱۰۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائم ۳ و ۴، فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه‌ها تا وسط وتر کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۶}{۵}$

آزمون ۷ فروردین

۱۰۸- یک کایت شبکه‌ای که اندازهٔ قطرهای آن ۴ و ۵ هستند، مفروض است. اگر تعداد نقاط شبکه‌ای درون این کایت برابر ۸ باشد، آن‌گاه تعداد نقاط شبکه‌ای واقع بر محیط این کایت کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۷ ۴) ۲۶

آزمون ۷ فروردین

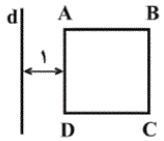
هندسه ۱ دهم ، تجسم فضايي - ۲ سوال

۱۰۹- در یک منشور سه پهلو به‌ترتیب چند جفت خط متمایز دو به دو موازی و چند جفت خط متمایز دو به دو متنافر وجود دارد؟

۱) ۳ - ۶ ۲) ۳ - ۹ ۳) ۶ - ۹ ۴) ۶ - ۱۲

آزمون ۷ فروردین

۱۱۰- در شکل زیر مربع ABCD را حول خط d دوران می‌دهیم. اگر مساحت سطح مقطع صفحهٔ گذرا بر خط d با شکل حاصل برابر ۱۸ باشد، آن‌گاه مساحت سطح مقطع صفحهٔ عمود بر خط d با شکل حاصل کدام است؟ (این صفحه از شکل حاصل می‌گذرد.)



۱) ۸π ۲) ۹π ۳) ۱۵π ۴) ۱۶π

آزمون ۷ فروردین

آمار و احتمال ، آشنايي با مباني رياضي - ۲ سوال -

۱۲۱- از برابری $A \cup B = B \cap C$ برای سه مجموعهٔ A، B و C، همواره چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

۱) $B \subseteq A \subseteq C$ ۲) $C \subseteq A \subseteq B$ ۳) $A \subseteq B \subseteq C$ ۴) $C \subseteq B \subseteq A$

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۲- اگر A، B و C سه مجموعهٔ دلخواه باشند، حاصل $(A-B')\cup(A-C')\cup[A-(B\cup C)]$ همواره برابر کدام است؟

۱) A ۲) $A\cap B$ ۳) $A\cap(B\cap C)$ ۴) $A\cap(B\cup C)$

آزمون ۷ فروردین

آمار و احتمال ، احتمال - ۴ سوال -

۱۲۳- عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد انتخابی مضرب فردی از ۳ است ولی مضرب ۵ نیست؟

۱) ۰/۱۱ ۲) ۰/۱۴ ۳) ۰/۱۷ ۴) ۰/۲۷

آزمون ۷ فروردین

۱۲۴- اگر $P(A)=\frac{۱}{۳}$، $P(A|B)=\frac{۱}{۴}$ و $P(B|A')=\frac{۱}{۲}$ باشد، $P(B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

آزمون ۷ فروردین

۱۲۵- جعبهٔ A دارای ۵ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه و جعبهٔ B دارای ۲ مهرهٔ سفید و ۶ مهره سیاه می‌باشد. تاسی داریم که روی وجه‌های آن تنها دو عدد X و Y نوشته شده است. این تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر عدد ظاهر شده X باشد از ظرف A و اگر عدد ظاهر شده Y باشد از ظرف B مهره‌ای را انتخاب می‌کنیم. اگر احتمال انتخاب شدن مهره‌های سفید و سیاه با یکدیگر برابر باشد، روی چند وجه تاس عدد X نوشته شده است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

آزمون ۷ فروردین

۱۲۶- در جعبه‌ای ۸ لامپ موجود است که ۳ تای آنها معیوب‌اند. لامپ‌ها را یکی پس از دیگری و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم تا دومین لامپ سالم خارج شود. با کدام احتمال حداکثر پس از خارج کردن سومین لامپ به این منظور می‌رسیم؟

۱) $\frac{۵}{۱۴}$ ۲) $\frac{۹}{۱۴}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۷}$

آزمون ۷ فروردین

آمار و احتمال ، آمار توصیفی - ۲ سوال -

۱۲۷- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۲,۱۰,۱۵,۲۳,۱۴,۲۷,۱۶,۳۴,۴۱,۴۳,۳۲,۱۸,۲۵,۳۱,۱۹، نسبت طول دو بخشی از جعبه که توسط میانه از هم جدا شده‌اند، کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۷}{۸}$ ۲) $\frac{۷}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

آزمون ۷ فروردین

۱۲۸- شش دادهٔ آماری با میانگین ۴ مفروض است. با افزودن دو دادهٔ ۴ و ۴، مجموعه‌ای متشکل از هشت داده حاصل می‌شود. ضریب تغییرات گروه جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

آزمون ۷ فروردین

آمار و احتمال ، آمار استنباطي - ۲ سوال -

۱۲۹- مهم‌ترین مزیت نمونه‌گیری خوشه‌ای در مقایسه با نمونه‌گیری تصادفی ساده کدام است؟

۱) از بین بردن اریبی
۲) افزایش دقت نمونه‌گیری
۳) صرفه‌جویی در هزینه و زمان
۴) یکسان شدن احتمال انتخاب همهٔ واحدهای آماری در نمونه

آزمون ۷ فروردین

۱۳۰- میانگین جامعه‌ای با انحراف معیار ۶ به وسیلهٔ نمونهٔ $\{x_۱, x_۲, x_۳, ..., x_{۱۰۰}\}$ برآورد شده است. واریانس برآورد میانگین جامعه در این نمونه کدام است؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۳۶ ۳) ۰/۰۶ ۴) ۰/۰۰۳۶

آزمون ۷ فروردین

رياضي پايه - دوازدهم - ۳ سوال -

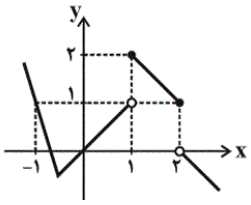
۹۸- ساده شدهٔ عبارت $A = \frac{\cos ۵۵^\circ + \sqrt{۳}\cos ۳۵^\circ}{\cos ۴۰^\circ + \sin ۴۰^\circ}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}\tan ۵^\circ$ ۴) $\sqrt{۲}\cot ۵^\circ$

آزمون ۷ فروردین

۹۹- شکل مقابل مربوط به نمودار تابع $y = f(x)$ است. تابع $g(x) = f(x) - [f(x)]$ در کدام‌یک از نقطه‌های زیر حد دارد؟

([ ]، نماد جزء صحیح است.)



۱) $x = -۱$ ۲) $x = ۰$
۳) $x = ۱$ ۴) $x = ۲$

آزمون ۷ فروردین

۱۰۰- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\left[x+\frac{۱}{۲}\right]+۲b & ;x<۰\\ ۳a+۱ & ;x=۰\\ \frac{\sqrt{۲}\sin ۴x}{\sqrt{۱-\cos ۲x}} & ;x>۰\end{cases}$ در $x=۰$ پیوسته باشد، $a+b$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون ۷ فروردین

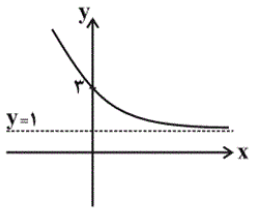
ریاضی پایه - دوازدهم ، تابع - ۳ سوال -

۸۹- اگر برد تابع $g(x)$ اعداد حقیقی نامثبت باشد، برد تابع $f(x)=\frac{۲g(x)}{g(x)-۲}$ کدام است؟

۱) $[۰,۲)$ ۲) $[۰,۱)$ ۳) $[-۱,۱)$ ۴) $\left[-\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲}\right)$

آزمون ۷ فروردین

۹۵- نمودار مقابل مربوط به تابع با ضابطهٔ $f(x)=b+\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x+a}$ است. $f^{-۱}(۲b)$ کدام است؟



۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) -۱

آزمون ۷ فروردین

۹۶- اگر $(fog)(x)=\frac{۲x+۱}{x-۱}$ و $g(x)=\frac{x-۱}{x}$ باشد، ضابطهٔ تابع $f+g$ کدام است؟ $(x\neq ۰,۱)$

۱) $\frac{۴}{x}$ ۲) $\frac{۲}{x}$ ۳) $-\frac{۴}{x}$ ۴) $-\frac{۲}{x}$

آزمون ۷ فروردین

ریاضی پایه - دوازدهم ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۳ سوال

۹۰- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\frac{x^۲+۲x+۱}{x^۲-۶x+۹}=\frac{۳x+۳}{x-۳}-۲$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- اگر A ریشهٔ پنجم عدد $2\sqrt[3]{4}$ باشد، مقدار x در تساوی $Ax=\sqrt[4]{4}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[3]{2}$ ۲) $\sqrt[3]{4}$ ۳) $\sqrt[4]{2}$ ۴) $\sqrt[6]{2}$

آزمون ۷ فروردین

۸۶- اگر $\frac{x^2}{x^4+1}=\frac{1}{4}$ باشد $(x>0)$، حاصل عبارت $x^3+\frac{1}{x^3}$ کدام است؟

۱) $3\sqrt{6}$ ۲) $\sqrt{6}$ ۳) $6\sqrt{6}$ ۴) $2\sqrt{6}$

آزمون ۷ فروردین

ریاضی پایه - دوازدهم ، مثلثات - ۳ سوال -

۹۷- با توجه به دستگاه معادلات $\begin{cases} y^{\log x}=100 \\ \log\sqrt{\frac{xy}{10}}=1 \end{cases}$، حاصل $\log_y x$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

آزمون ۷ فروردین

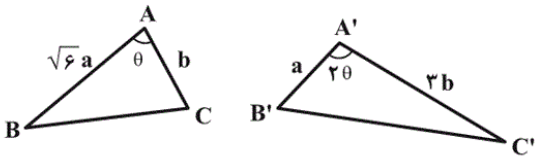
۸۳- اگر $\sin\left(\theta-\frac{5\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، حاصل عبارت $A=\sin^4\theta-\cos^4\theta+\frac{1}{1+\tan^2\theta}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{2}{3}$

۳) -1 ۴) $-\frac{2}{3}$

آزمون ۷ فروردین

۸۴- اگر $\tan\theta=\sqrt{7}$ باشد، نسبت مساحت مثلث $A'B'C'$ به مساحت مثلث ABC کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\sqrt{3}$

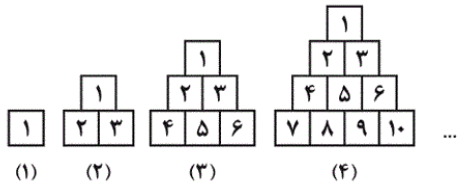
۳) ۳ ۴) ۲

آزمون ۷ فروردین

ریاضی پایه - دوازدهم ، مجموعه ، الگو و دنباله - ۲ سوال -

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۱- با توجه به الگوی مقابل، بزرگ‌ترین عدد در شکل پانزدهم کدام می‌تواند باشد؟



۱) ۱۰۵ ۲) ۱۱۰ ۳) ۱۱۵ ۴) ۱۲۰

آزمون ۷ فروردین

۸۲- جمعیت شهر کوچکی سالانه ۸ درصد رشد می‌کند. پس از گذشت چند سال جمعیت این شهر تقریباً سه برابر می‌شود؟

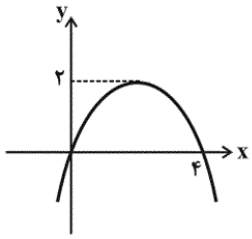
$(\log ۲ \simeq ۰/۳ , \log ۳ \simeq ۰/۵)$

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

آزمون ۷ فروردین

ریاضی پایه - دوازدهم ، معادله ها و نامعادله ها - ۲ سوال

۸۷- نمودار سهمی $f(x)=ax^۲+bx+c$ به‌صورت شکل زیر است. مجموع مربعات جواب‌های معادلهٔ $bx^۲+ax+a=۰$ کدام است؟



۱) $-\frac{۷}{۱۶}$ ۲) $\frac{۹}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱۵}{۳۲}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

آزمون ۷ فروردین

۸۸- نمودار تابع $f(x)=x^۲+ax-۲$ در بازهٔ $(-\infty,-۲)\cup(b,+\infty)$ از نمودار تابع $g(x)=۲x+۴$ بالاتر است. $a+b$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۲

آزمون ۷ فروردین

ریاضی پایه - دوازدهم ، جبرو معادله - ۴ سوال -

۹۱- اعداد طبیعی را به گونه‌ای دسته‌بندی می‌کنیم که اولین جملهٔ هر دسته مربع کامل باشد: $(۱,۲,۳),(۴,۵,۶,۷,۸),(۹,۱۰,...,۱۵),...$. مجموع جملات دستهٔ دوازدهم کدام است؟ (در هر دسته فقط یک عدد مربع کامل وجود دارد.)

۱) ۳۸۰۰ ۲) ۳۸۵۰ ۳) ۳۹۰۰ ۴) ۳۹۵۰

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲- مقادیر m در کدام بازه باشد تا معادلهٔ $2^m x^2 + 4x + 2^{m-1} - 1 = 0$، دو جواب منفی متمایز داشته باشد؟

۱) $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ ۲) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ ۳) $(2,4)$ ۴) $(1,2)$

آزمون ۷ فروردین

۹۳- معادلهٔ $|x| + 2|\sin x| = 1$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون ۷ فروردین

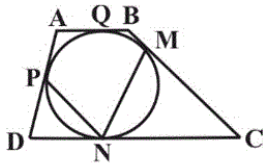
۹۴- خط $3x + 4y = 6$ بر دایره‌ای به مرکز $(k, -1)$ مماس است. اگر مساحت دایره 16π باشد، مقدار مثبت k کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

آزمون ۷ فروردین

هندسه ۲ یازدهم ، دایره - ۴ سوال

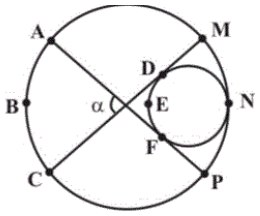
۱۱۱- مطابق شکل، اضلاع ذوزنقهٔ $ABCD$ بر دایره در نقاط M، N، P و Q مماس شده است. اگر $\hat{A} = 112^\circ$ و $\hat{B} = 138^\circ$ باشد، زاویهٔ $\hat{MNP}$ چند درجه است؟



۱) ۴۶ ۲) ۵۵ ۳) ۴۸ ۴) ۵۸

آزمون ۷ فروردین

۱۱۲- در شکل مقابل، اگر $\overset{\frown}{MNP} = 93^\circ$ و $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{DEF}$ باشد، زاویهٔ α چند درجه است؟



۱) ۸۳ ۲) ۸۷ ۳) ۹۱ ۴) ۹۴

آزمون ۷ فروردین

۱۱۳- مثلثی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷ مفروض است. اندازهٔ مماس مشترک خارجی بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین دایرهٔ محاطی این مثلث کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

آزمون ۷ فروردین

۱۱۴- اندازهٔ شعاع دایرهٔ محاطی یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ محیطی به طول قاعده‌های ۳ و ۶ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

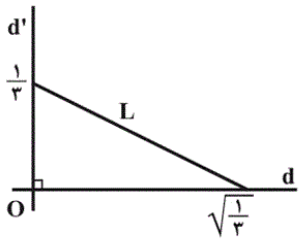
هندسه ۲ یازدهم ، تبدیل های هندسي و کاربردها - ۳ سوال

۱۱۵- دایرهٔ $C(O,a+2)$ را در دوران به مرکز A و زاویهٔ ۹۰ درجه بر دایرهٔ $C'(O',4-a)$ تصویر می‌کنیم. اگر $OA=6$ باشد، آن‌گاه طول مماس مشترک داخلی این دو دایره کدام است؟

۱) ۳ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) ۶ ۴) $6\sqrt{2}$

آزمون ۷ فروردین

۱۱۶- در شکل مقابل خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت $\sqrt{\sqrt{3}+1}$ بر خط L' تصویر می‌کنیم. مساحت محصور بین خط L و L' و خطوط d و d' کدام است؟



۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{6}$

۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{1}{12}$

آزمون ۷ فروردین

۱۱۷- نقطهٔ P روی ضلع AB از مربع $ABCD$ به‌گونه‌ای قرار دارد که $AP=5$ و $BP=7$ است. از بین مثلث‌هایی که دو رأس آن B و P و رأس دیگر آن روی قطر AC باشد، حداقل محیط ممکن کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸

۳) ۲۰ ۴) ۲۲

آزمون ۷ فروردین

هندسه ۲ یازدهم ، روابط طولي و مثلث - ۳ سوال

۱۱۸- در مثلث ABC، ضلع $BC=4$ و میانهٔ $AM=6$ است. اگر نیمسازهای دو زاویهٔ AMB و AMC، دو ضلع AB و AC را به‌ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آن‌گاه مقدار MP^2+MQ^2 کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۹

۳) ۱۶ ۴) ۱۸

آزمون ۷ فروردین

۱۱۹- در مثلث ABC، نقطهٔ I مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث است. اگر $S_{\triangle IAB}=7$، $S_{\triangle IAC}=15$ و $S_{\triangle IBC}=20$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

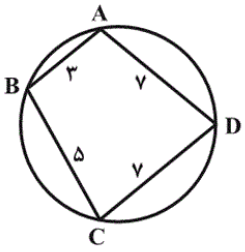
۱) ۱۴ ۲) ۲۱

۳) ۲۸ ۴) ۴۲

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- در شکل مقابل اندازهٔ شعاع دایرهٔ محیطی چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



۱) $\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $\frac{۷\sqrt{۳}}{۳}$
۳) $\frac{۱۲\sqrt{۳}}{۳}$
۴) $\frac{۱۶\sqrt{۳}}{۳}$

آزمون ۷ فروردین

آمار و احتمال - گواه ، آشنایي با مباني رياضي - ۳ سوال -

۱۳۱- اگر p گزاره درست و q و r گزاره‌های دلخواه باشند، کدامیک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

۱) $p \Rightarrow (q \wedge r)$
۲) $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee q)$
۳) $r \Rightarrow (p \vee q)$
۴) $(p \wedge q) \Rightarrow (r \wedge q)$

آزمون ۷ فروردین

۱۳۲- نقیض کدام‌یک از گزاره‌های زیر به‌درستی بیان نشده است؟

۱) گزاره: «هر مربع، یک لوزی است.»- نقیض گزاره: «مربعی وجود دارد که لوزی نیست.»

۲) گزاره: «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.»- نقیض گزاره: «هر مستطیل، یک مربع است.»

۳) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب ۳۶۰° است.»- نقیض گزاره: «چهارضلعی محدبی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن بیش‌تر از ۳۶۰° است.»

۴) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° است.»- نقیض گزاره: «مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن ۱۸۰° نیست.»

آزمون ۷ فروردین

۱۳۳- اگر $A=\{۲,۳,۴,۵,۶\}$ ، $A \cap B=\{۲,۳\}$ و مجموعهٔ $(A-B)\times(B-A)$ دارای ۶ عضو باشد، تعداد عضوهای B کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

آزمون ۷ فروردین

آمار و احتمال - گواه ، احتمال - ۳ سوال -

۱۳۴- در کیسه‌ای ۵ مهرهٔ سفید، ۴ مهرهٔ سیاه و ۳ مهرهٔ قرمز موجود است. اگر ۳ مهره از کیسه خارج کنیم، با کدام احتمال حداکثر ۲ مهره از مهره‌های خارج شده هم‌رنگ هستند؟

۱) $\frac{۱۷}{۲۲}$
۲) $\frac{۱۹}{۲۲}$
۳) $\frac{۳۹}{۴۴}$
۴) $\frac{۴۱}{۴۴}$

آزمون ۷ فروردین

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۳۵- یک تاس ناهمگن طوری ساخته شده که احتمال رخداد اعداد اول با هم برابر و ۲ برابر احتمال رخداد اعداد دیگر است. اگر آن تاس را پرتاب کنیم، احتمال این که برآمد تاس، عددی زوج بوده یا از ۲ بیشتر نباشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

آزمون ۷ فروردین

۱۳۶- در یک جعبه، ۵ مهرهٔ سفید و ۱۰ مهرهٔ سیاه موجود است. دو مهره به‌طور متوالی و بدون جای‌گذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. اگر مهرهٔ دوم سفید باشد، با کدام احتمال اولین مهره نیز سفید است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۵}{۱۴}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

آزمون ۷ فروردین

آمار و احتمال - گواه ، آمار توصیفی - ۲ سوال

۱۳۷- در جدول توزیع فراوانی داده‌های آماری زیر، اگر میانگین جامعه ۴۱ باشد، زاویهٔ مربوط به دسته $[۳۹,۴۳)$ در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

مرکز دسته	۳۳	۳۷	۴۱	۴۵	۴۹
فراوانی مطلق	۷	۱۰	۱۵	۱۲	$a-۴۴$

۱) ۱۰۲ ۲) ۹۸ ۳) ۹۶ ۴) ۱۰۸

آزمون ۷ فروردین

۱۳۸- با توجه به جدول مقابل، اگر x متغیری کمی باشد، ضریب تغییرات داده‌های x_i کدام است؟

$x_i - ۱۲$	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲
f_i	۱	۳	۱	۳	۶	۲

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

آزمون ۷ فروردین

آمار و احتمال - گواه ، آمار استنباطی - ۲ سوال -

۱۳۹- کدام نمونه‌گیری ناریب است؟

۱) نمونه‌گیری از ماهی‌های سطح یک دریاچه به منظور بررسی وزن ماهی‌های دریاچه

۲) نمونه‌گیری از دانش‌آموزان شهر تهران به منظور بررسی میانگین نمرهٔ ریاضی دانش‌آموزان کشور

۳) نمونه‌گیری از دانشجویان برای بررسی تأثیر هوش هیجانی بر پیشرفت تحصیلی دانشجویان

۴) نمونه‌گیری از تاکسی‌های تهران برای بررسی میانگین عمر وسایل نقلیه شهری

آزمون ۷ فروردین

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۰- در جامعه‌ای شامل ۶ خانواده، تعداد فرزندان خانواده‌ها به‌ترتیب ۲، ۵، ۳، ۰، ۱ و ۴ است. از این جامعه یک نمونهٔ ۲ تایی انتخاب شده که تعداد فرزندان آنها ۲ و ۴ می‌باشد. اگر در این جامعه میانگین تعداد فرزندها پارامتر باشد، آنگاه:

۱) پارامتر جامعه برابر ۳ می‌باشد.

۲) آمارهٔ نمونه برابر ۲/۵ می‌باشد.

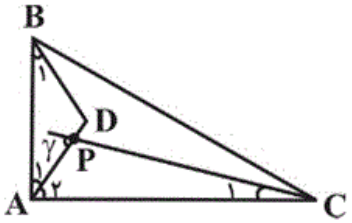
۳) برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه ۳ می‌باشد.

۴) برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه ۲/۵ می‌باشد.

آزمون ۷ فروردین

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۰۱- (حسین حاجیلو)



$$\hat{A} = 2\hat{C} = 80^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 80^\circ \\ \hat{C} = 40^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 60^\circ$$

چون نقطهٔ D روی عمودمنصف AB واقع است، پس $AD = DB$ و

مثلث ABD متساوی‌الساقین است و $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$، بنابراین:

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{ADB}}{2} = \frac{180^\circ - 110^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{A} - \hat{A}_1 = 80^\circ - 35^\circ = 45^\circ$$

$$\hat{C}_1 = \frac{\hat{C}}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \text{زاویهٔ خارجی}: \gamma = \hat{A}_2 + \hat{C}_1 = 45^\circ + 20^\circ = 65^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\Rightarrow k = ۱۵^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{AMB} = ۱۰۵^\circ \\ \widehat{AMC} = ۱۲۰^\circ \\ \widehat{BMC} = ۱۳۵^\circ \end{cases}$$

از طرفی مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث برابر ۱۸۰ درجه است، پس:

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = ۹۰^\circ \\ \widehat{MBC} + \widehat{BMC} + \widehat{MCB} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha + ۱۳۵^\circ + \beta = ۱۸۰^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \gamma = ۴۵^\circ$$

به روش مشابه $\alpha = ۳۰^\circ$ و $\beta = ۱۵^\circ$ به‌دست می‌آید.

پس اندازهٔ زاویه‌های مثلث ABC، برابر $\hat{A} = ۲\gamma = ۹۰^\circ$، $\hat{B} = ۲\alpha = ۶۰^\circ$

و $\hat{C} = ۲\beta = ۳۰^\circ$ است.

این مثلث قائم‌الزاویه است و در هر مثلث قائم‌الزاویه، نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها روی رأس قائمه است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳-

دو مثلث BOM و BAM در ارتفاع رسم‌شده از رأس B مشترک هستند،

پس:

$$\frac{S_{\Delta BOM}}{S_{\Delta BAM}} = \frac{OM}{AM} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow S_{\Delta BOM} = \frac{S_{\Delta BAM}}{۴} \qquad (۱)$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABO} = \frac{۳S_{\Delta BAM}}{۴}$$

دو مثلث ABD و ABO در ارتفاع رسم‌شده از A مشترک هستند، پس:

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ABO}} = \frac{BD}{BO} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow S_{\Delta ABD} = \frac{S_{\Delta ABO}}{۲} = \frac{۳S_{\Delta BAM}}{۸} \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BOM}} = \frac{\frac{۳}{۸}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۳}{۲}$$

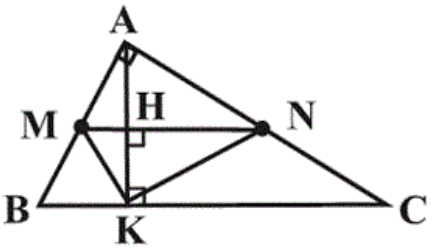
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۴- (علی ساوجی)



اگر نقطهٔ برخورد MN با ارتفاع AK را H بنامیم، با توجه بـه عکـس قضـیهٔ تالس نتیجه می‌شود که MN موازی BC و در نتیجه بـر ارتفـاع AK عمـود است و هم‌چنین $MN=\frac{۱}{۲}BC$ و $KH=\frac{۱}{۲}AK$. پس:

$$S_{\Delta MNK}=\frac{۱}{۲}KH.MN=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}AK.\frac{۱}{۲}BC)$$

$$=\frac{۱}{۴}(\frac{۱}{۲}AK.BC)=\frac{۱}{۴}S_{\Delta ABC}$$

از طرفی: $S_{\Delta ABC}=\frac{۱}{۲}AB.AC=\frac{۱}{۲}\times ۶\times ۸=۲۴$

$$S_{\Delta MNK}=\frac{۱}{۴}\times ۲۴=۶$$

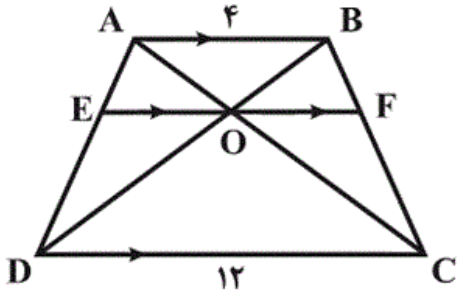
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵-



با توجه به قضیهٔ تالس در دو مثلث ACD و BCD داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{ACD}: OE \parallel CD \Rightarrow \dfrac{OE}{CD} = \dfrac{AE}{AD} \\ \overset{\Delta}{BCD}: OF \parallel CD \Rightarrow \dfrac{OF}{CD} = \dfrac{BF}{BC} \end{array}\right\} \xrightarrow{\frac{AE}{AD}=\frac{BF}{BC}} OE = OF$$

پس طول EF دو برابر طول OE است $(EF = OE + OF = ۲OE)$

حال با نوشتن دوباره قضیهٔ تالس در دو مثلث ABD و ACD داریم:

$$\left\{\begin{array}{l} \overset{\Delta}{ABD}: OE \parallel AB \Rightarrow \dfrac{OE}{AB} = \dfrac{DE}{AD} \\ \overset{\Delta}{ACD}: OE \parallel CD \Rightarrow \dfrac{OE}{CD} = \dfrac{AE}{AD} \end{array}\right. \overset{(+)}{\Rightarrow} \frac{OE}{AB} + \frac{OE}{CD} = \underbrace{\frac{DE}{AD} + \frac{AE}{AD}}_{۱}$$

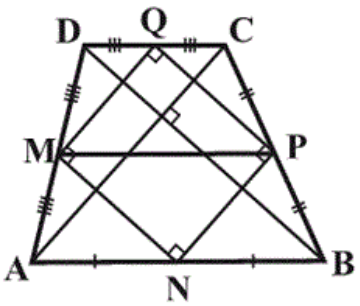
$$\Rightarrow \frac{OE}{۴} + \frac{OE}{۱۲} = ۱ \Rightarrow OE = ۳ \Rightarrow EF = ۲OE = ۶$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

می‌دانیم اگر وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، چهارضلعی حاصل یک متوازی‌الاضلاع است که مساحت آن نصف چهارضلعی اولیه است. چون قطرهای ذوزنقهٔ $ABCD$ بر هم عمودند، پس چهارضلعی $MNPQ$ مستطیل است. با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} S_{ABCD} = ۹۶ \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{۹۶}{۲} = ۴۸ \\ \text{محیط}(MNPQ) = ۲۸ \Rightarrow ۲(MN + NP) = ۲۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MN \times NP = ۴۸ \\ MN + NP = ۱۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MN = ۸ \\ NP = ۶ \end{cases} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} MP^۲ = MN^۲ + NP^۲ = ۸^۲ + ۶^۲$$

$$\Rightarrow MP = ۱۰$$

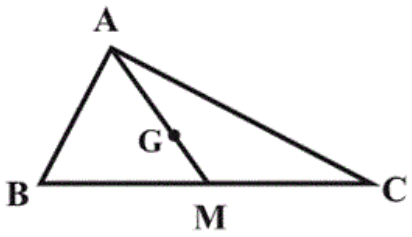
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را با نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین با توجه به شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{ABC}: AB^{۲} + AC^{۲} = BC^{۲} \xrightarrow[AC=۴]{AB=۳} BC = ۵$$

در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است.

$$AM = \frac{BC}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

با توجه به این‌که میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، داریم:

$$AG = ۲GM \Rightarrow \frac{GM}{AG} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{GM}{AM} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow GM = \frac{۱}{۳}AM = \frac{۱}{۳} \times \frac{۵}{۲} = \frac{۵}{۶}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰، ۶۶ و ۶۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

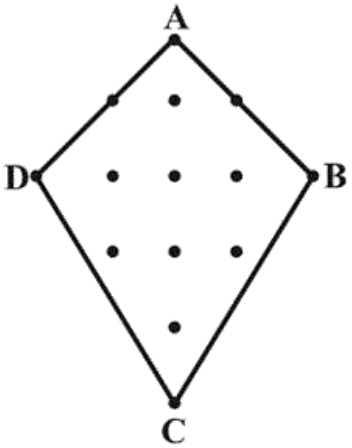
در هر کایت قطرها بر هم عمود هستند و در هر چهارضلعی که قطرها بـر هـم عمود باشند، اندازهٔ مساحت برابر نصف حاصل‌ضرب طول دو قطر است. پـس مساحت کایت $ABCD$ برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲} AC \times BD = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۴ = ۱۰$$

حال طبق رابطهٔ پیک اگر تعداد نقاط شبکه‌ای واقع در درون یـک چندضـلعی شبکه‌ای (نقاط درونی) برابر i و تعداد نقاط شبکه‌ای واقـع بـر روی رئـوس و اضلاع چندضلعی (نقاط مرزی) برابر b باشد، اندازهٔ مساحت برابر است با:

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow ۱۰ = \frac{b}{۲} + i - ۱ \xrightarrow{i=۸} \frac{b}{۲} = ۳ \Rightarrow b = ۶$$

پس ۶ نقطه روی محیط کایت واقع است. شکل زیر یکی از حالت‌های کایـت مفروض را نمایش می‌دهد:



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۶۹ تا ۷۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$(CF,AD),(CF,BE),(BE,AD)$ ⇒ ۶ جفت

$(DF,AB),(EF,AB),(CF,AB)$: جفت خطوط دو به دو متنافر

$(DF,BC),(DE,BC),(AD,BC),(EF,CA),(DE,CA)$

$(BE,CA),(CF,DE),(AD,EF),(BE,DF)$ ⇒ ۱۲ جفت

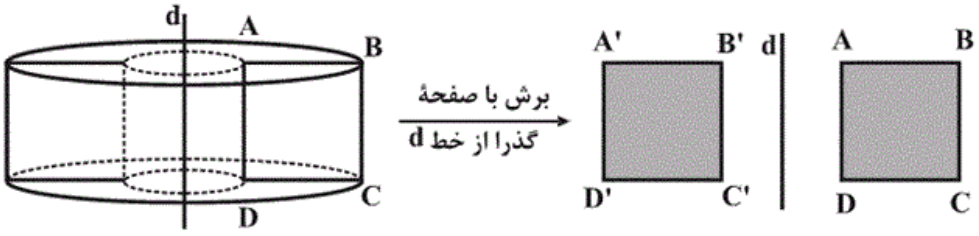
(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین

۱۱۰- (محمد خندان)

اگر مربع $ABCD$ را حول خط d دوران دهیم، شکل حاصل یک استوانه است که از داخل آن یک استوانه خالی شده است. اگر این استوانه را با صفحهٔ گذرا بر خط d برش دهیم، سطح مقطع حاصل، دو مربع می‌شود.

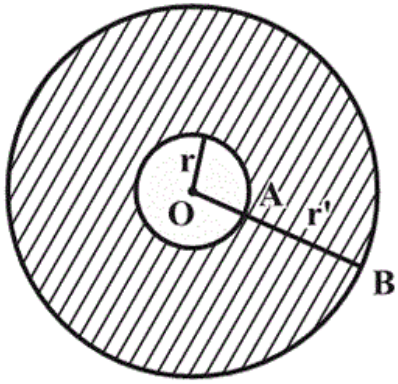


مساحت سطح مقطع حاصل، دو برابر مساحت مربع $ABCD$ است، پس:

$$S_{\text{سطح مقطع حاصل}} = ۲S_{ABCD} = ۱۸ \Rightarrow ۲AB^۲ = ۱۸ \Rightarrow AB = ۳$$

حال اگر شکل حاصل را با صفحه‌ای عمود بر خط d برش دهیم، شکل زیر حاصل می‌شود:

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا



$$OA = ۱\ ,\ AB = ۳ \Rightarrow \begin{cases} r = ۱ \\ r' = ۴ \end{cases}$$

$$S_{\text{هاشورخورده}} = \pi r'^{۲} - \pi r^{۲} = \pi(۴)^{۲} - \pi(۱)^{۲} = ۱۵\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

-۱۲۱ (کاظم باقرزاده)

$$x \in A \xrightarrow{A \subseteq A \cup B} x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = B \cap C} x \in B \cap C$$

$$\Rightarrow x \in B \Rightarrow A \subseteq B \qquad (۱)$$

$$x \in B \xrightarrow{B \subseteq A \cup B} x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = B \cap C} x \in B \cap C$$

$$\Rightarrow x \in C \Rightarrow B \subseteq C \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow A \subseteq B \subseteq C$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۲ (محمدعلی نادرپور)

$$(A-B')\cup(A-C')\cup[A-(B\cup C)]$$
$$=(A\cap B)\cup(A\cap C)\cup[A\cap(B\cup C)']$$

$$=\left[A\cap(B\cup C)\right]\cup\left[A\cap(B\cup C)'\right]$$

$$=A\cap[(B\cup C)\cup(B\cup C)']=A\cap U=A$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

پیشامدهای A، B و C را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

A : پیشامد این که عدد انتخابی مضرب ۳ باشد.

B : پیشامد این‌که عدد انتخابی مضرب ۲ باشد.

C : پیشامد این‌که عدد انتخابی مضرب ۵ باشد.

$$P(A\cap B'\cap C')=P\left[A\cap(B\cup C)'\right]=P\left[A-(B\cup C)\right]$$

$$=P(A)-P\left[A\cap(B\cup C)\right]=P(A)-P\left[(A\cap B)\cup(A\cap C)\right]$$

$$=P(A)-\left[P(A\cap B)+P(A\cap C)-P(A\cap B\cap C)\right]$$

$$=\frac{\left[\frac{۱۰۰}{۳}\right]}{۱۰۰}-\frac{\left[\frac{۱۰۰}{۶}\right]}{۱۰۰}-\frac{\left[\frac{۱۰۰}{۱۵}\right]}{۱۰۰}+\frac{\left[\frac{۱۰۰}{۳۰}\right]}{۱۰۰}$$

$$=\frac{۳۳-۱۶-۶+۳}{۱۰۰}=۰/۱۴$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۴- (رضا عباسی‌اصل)

$$P(A)=\frac{۱}{۳}\Rightarrow P(A')=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

$$P(B\mid A')=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \frac{P(B\cap A')}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow P(B\cap A')=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۳}$$

$$P(A\mid B)=\frac{۱}{۴}\Rightarrow P(A'\mid B)=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A'\cap B)}{P(B)}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow \frac{\frac{۱}{۳}}{P(B)}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow P(B)=\frac{۴}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

۱۲۵- (مرتضی فهیم‌علوی)

فرض کنید روی x وجه تاس، عدد X و روی y وجه آن، عدد Y نوشته شده باشد. داریم:

$$x+y=۶\Rightarrow y=۶-x$$

۱) احتمال انتخاب مهرهٔ سفید: $\frac{x}{۶}\times\frac{۵}{۸}+\frac{۶-x}{۶}\times\frac{۲}{۸}$

۲) احتمال انتخاب مهرهٔ سیاه: $\frac{x}{۶}\times\frac{۳}{۸}+\frac{۶-x}{۶}\times\frac{۶}{۸}$

$$\Rightarrow \frac{۵x+۱۲-۲x}{۴۸}=\frac{۳x+۳۶-۶x}{۴۸}$$

$$\Rightarrow ۳x+۱۲=-۳x+۳۶\Rightarrow ۶x=۲۴\Rightarrow x=۴$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۶- (علی‌اکبر علیزاده)

در جعبه، ۵ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب وجود دارد.

$$P(\text{اولی و دومی سالم}) = \frac{۵}{۸} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۱۰}{۲۸}$$

$$P(\text{اولی معیوب و دومی و سومی سالم}) = \frac{۳}{۸} \times \frac{۵}{۷} \times \frac{۴}{۶} = \frac{۵}{۲۸}$$

$$P(\text{اولی سالم، دومی معیوب و سومی سالم}) = \frac{۵}{۸} \times \frac{۳}{۷} \times \frac{۴}{۶} = \frac{۵}{۲۸}$$

اگر پیشامد مورد نظر سؤال را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{۵}{۲۸} + \frac{۵}{۲۸} + \frac{۱۰}{۲۸} = \frac{۲۰}{۲۸} = \frac{۵}{۷}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

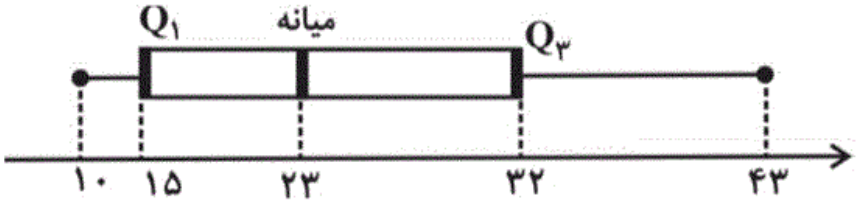
۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین

۱۲۷- (هنریک سرکیسیان)

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم تا میانه و چارک‌ها مشخص شوند.

$$۱۰,۱۲,۱۴,\underline{۱۵},۱۶,۱۸,۱۹,\underline{۲۳},۲۵,۲۷,۳۱,\underline{۳۲},۳۴,۴۱,۴۳$$
$$Q_۱ \qquad Q_۲ \qquad Q_۳$$



بنابراین در نمودار جعبه‌ای نسبت طول دو بخش موردنظر برابر است با:

$$\frac{۳۲-۲۳}{۲۳-۱۵} = \frac{۹}{۸} \quad \text{یا} \quad \frac{۲۳-۱۵}{۳۲-۲۳} = \frac{۸}{۹}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۸- (رضا بخشنده)

میانگین گروه جدید نیز مانند گروه اول برابر ۴ است و از طرفی مجموع مجذورهای «انحراف از میانگین‌ها» در هر دو گروه برابرند که اگر آن را با S نشان دهیم، آنگاه واریانس‌ها برابر می‌شوند با:

$$\begin{cases} \sigma_1^2 = \frac{S}{6} \\ \sigma_2^2 = \frac{S}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{\sigma_2}{\bar{x}}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

۱۲۹- (سیدعادل حسینی)

مزیت استفاده از نمونه‌گیری خوشه‌ای به جای نمونه‌گیری تصادفی ساده، کاهش هزینهٔ نمونه‌گیری است.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

۱۳۰- (سیدعادل حسینی)

با توجه به رابطهٔ انحراف‌معیار برآورد میانگین جامعه داریم:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{100}} = 0/6 \Rightarrow \sigma_{\bar{x}}^2 = (0/6)^2 = 0/36$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحهٔ ۱۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۸- (علی شهرابی)

$$\cos ۵۵^\circ + \sqrt{۳}\cos ۳۵^\circ = \sin ۳۵^\circ + \sqrt{۳}\cos ۳۵^\circ$$

$$= ۲\left(\underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\cos ۶۰^\circ} \sin ۳۵^\circ + \underbrace{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}_{\sin ۶۰^\circ} \cos ۳۵^\circ \right) = ۲\sin\left(۳۵^\circ + ۶۰^\circ \right)$$

$$= ۲\sin ۹۵^\circ$$

از طرفی با توجه به اتحاد $\sin x + \cos x = \sqrt{۲}\sin\left(x + \frac{\pi}{۴} \right)$ داریم:

$$\cos ۴۰^\circ + \sin ۴۰^\circ = \sqrt{۲}\sin\left(۴۰^\circ + ۴۵^\circ \right) = \sqrt{۲}\sin ۸۵^\circ$$

$$\Rightarrow A = \frac{۲\sin ۹۵^\circ}{\sqrt{۲}\sin ۸۵^\circ} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$$

دقت کنید که دو زاویهٔ ۸۵° و ۹۵° مکمل‌اند، پس سینوس‌هایشان با هم برابر است.

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۹

در $x=-1$ و $x=0$ تابع $y=f(x)$ حد دارد ولی چون مقادیر $f(x)$ در این نقاط صحیح هستند، $[f(x)]$ حد ندارد. در نتیجه $f(x)-[f(x)]$ در $x=-1$ و $x=0$ حد ندارد. حال گزینه‌های «۳» و «۴» را جداگانه بررسی می‌کنیم.

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \left(\left[x + \frac{1}{2} \right] + 2b \right) = 2b$$

$$f(0) = 3a + 1$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{2}\sin 4x}{\sqrt{1-\cos 2x}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{2}\sin 4x}{\sqrt{2}|\sin x|}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{2\sin 2x\cos 2x}{\sin x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{4\sin x\cos x\cos 2x}{\sin x} = 4$$

شرط پیوستگی : $3a+1 = 2b = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- (سعید مدیرخراسانی)

$$f(x)=\frac{۲g(x)}{g(x)-۲}=\frac{۲g(x)-۴+۴}{g(x)-۲}=\frac{۲\left(g(x)-۲\right)}{g(x)-۲}+\frac{۴}{g(x)-۲}$$

$$=۲+\frac{۴}{g(x)-۲}$$

می‌دانیم $g(x)\leq ۰$ است. پس:

$$g(x)\leq ۰\Rightarrow g(x)-۲\leq -۲\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\leq \frac{۱}{g(x)-۲}<۰$$

$$\xrightarrow{\times ۴} -۲\leq \frac{۴}{g(x)-۲}<۰\xrightarrow{+۲} ۰\leq \frac{۴}{g(x)-۲}+۲<۲$$

$$\Rightarrow ۰\leq f(x)<۲\Rightarrow R_f=[۰,۲)$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۵

مطابق نمودار داریم:

$$\begin{cases} f(۰)=۳ \\ b=۱ \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۰+a}=۲ \Rightarrow a=-۱$$

$$f(x)=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x-۱}+۱$$

$$f^{-۱}(۲b)=f^{-۱}(۲)=x_۰ \Rightarrow f(x_۰)=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x_۰-۱}+۱=۲$$

$$\Rightarrow \left(\frac{۱}{۲}\right)^{x_۰-۱}=۱ \Rightarrow x_۰=۱$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲

و توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f\big(g(x)\big)=\frac{۲x+۱}{x-۱}\Rightarrow f\left(\frac{x-۱}{x}\right)=\frac{۲x+۱}{x-۱}$$

$$\frac{x-۱}{x}=t\Rightarrow tx-x+۱=۰\Rightarrow x(t-۱)=-۱\Rightarrow x=\frac{-۱}{t-۱}$$

$$f(t)=\frac{۲\left(\frac{-۱}{t-۱}\right)+۱}{\frac{-۱}{t-۱}-۱}=\frac{-۲+t-۱}{-۱-t+۱}=\frac{t-۳}{-t}\Rightarrow f(x)=\frac{-x+۳}{x}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x)=f(x)+g(x)=\frac{-x+۳}{x}+\frac{x-۱}{x}=\frac{۲}{x}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۰ (سعید خانجانی)

$$\frac{x^2+2x+1}{x^2-6x+9}-3\left(\frac{x+1}{x-3}\right)+2=0$$

$$\left(\frac{x+1}{x-3}\right)^2-3\left(\frac{x+1}{x-3}\right)+2=0 \xrightarrow{\frac{x+1}{x-3}=t} t^2-3t+2=0$$

$$(t-1)(t-2)=0 \Rightarrow t=1,2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{x-3}=2 \Rightarrow 2x-6=x+1 \Rightarrow x=7 \\ \frac{x+1}{x-3}=1 \Rightarrow x-3=x+1 \Rightarrow -3=1 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸

و حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

-۸۵ (علی شهرابی)

$$2\sqrt[3]{4}=2\times 2^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{5}{3}}$$

$$A=\sqrt[5]{2^{\frac{5}{3}}}=2^{\left(\frac{5}{3}\times\frac{1}{5}\right)}=2^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \text{ریشهٔ پنجم } 2^{\frac{5}{3}}$$

$$Ax=\sqrt[4]{4} \Rightarrow x=\frac{\sqrt[4]{4}}{2^{\frac{1}{3}}}=\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}}=2^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۴۷ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\frac{x^۲}{x^۴+۱}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{x^۴+۱}{x^۲}=۴\Rightarrow x^۲+\frac{۱}{x^۲}=۴$$

$$\xrightarrow{\text{مربع کامل می‌کنیم}}\left(x+\frac{۱}{x}\right)^۲-۲=۴\xrightarrow{x>۰}\left(x+\frac{۱}{x}\right)=\sqrt{۶}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۳}}\left(x+\frac{۱}{x}\right)^۳=\left(\sqrt{۶}\right)^۳\Rightarrow x^۳+۳x+\frac{۳}{x}+\frac{۱}{x^۳}$$

$$=\left(x^۳+\frac{۱}{x^۳}\right)+۳\left(x+\frac{۱}{x}\right)=\left(x^۳+\frac{۱}{x^۳}\right)+۳\sqrt{۶}=\left(\sqrt{۶}\right)^۳$$

$$\Rightarrow\left(x^۳+\frac{۱}{x^۳}\right)=\left(\sqrt{۶}\right)^۳-۳\sqrt{۶}=\sqrt{۶}\left(\left(\sqrt{۶}\right)^۲-۳\right)$$

$$\Rightarrow\left(x^۳+\frac{۱}{x^۳}\right)=۳\sqrt{۶}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۷- (محمدرضا توجه)

$$y^{\log x}=۱۰۰\Rightarrow \log y^{\log x}=\log ۱۰۰\Rightarrow \log x\log y=۲ \quad (۱)$$

$$\log\sqrt{\frac{xy}{۱۰}}=۱\Rightarrow \sqrt{\frac{xy}{۱۰}}=۱۰\Rightarrow \frac{xy}{۱۰}=۱۰۰\Rightarrow xy=۱۰۰۰$$

$$\Rightarrow \log(xy)=۳\Rightarrow \log x+\log y=۳ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\begin{cases}\log x\log y=۲\\ \log x+\log y=۳\end{cases}$$

بنابراین $\log x$ و $\log y$ جواب‌های معادلهٔ $t^۲-۳t+۲=۰$ هستند، یعنی:

$$t=۱,۲.$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\log x=۱\\ \log y=۲\end{cases}\Rightarrow \log_y x=\frac{۱}{۲} \text{ یا } \begin{cases}\log x=۲\\ \log y=۱\end{cases}\Rightarrow \log_y x=۲$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$A = \sin^4\theta - \cos^4\theta + \frac{1}{1+\tan^2\theta}$$

$$\Rightarrow A = \underbrace{\left(\sin^2\theta + \cos^2\theta\right)}_{1}\left(\sin^2\theta - \cos^2\theta\right) + \frac{1}{\frac{1}{\cos^2\theta}}$$

$$\Rightarrow A = \sin^2\theta - \cos^2\theta + \cos^2\theta$$

$$\Rightarrow A = \sin^2\theta$$

$$\Rightarrow A = 1 - \cos^2\theta \xrightarrow{(1)} A = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶

و حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲}\left(\sqrt{۶}a\right)(b)\sin\theta$$

$$S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}} = \frac{۱}{۲}(a)(۳b)\sin ۲\theta$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{\frac{۱}{۲}(a)(۳b)\sin ۲\theta}{\frac{۱}{۲}\left(\sqrt{۶}a\right)(b)\sin\theta} = \frac{۳ab(۲\sin\theta\cos\theta)}{\sqrt{۶}ab\sin\theta}$$

$$= \sqrt{۶}\cos\theta$$

از طرفی طبق رابطهٔ $۱+\tan^۲\theta = \frac{۱}{\cos^۲\theta}$، $\cos\theta$ به سادگی به‌دست می‌آید:

$$\tan\theta = \sqrt{۷} \Rightarrow \cos\theta = \frac{۱}{۲\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

θ باید در ربع اول قرار گیرد، در غیر این‌صورت ۲θ نمی‌تواند زاویهٔ یک مثلث باشد.

$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{\sqrt{۶}\sqrt{۲}}{۴} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵ و ۴۲ تا ۴۶

حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۱

بزرگ‌ترین عدد در هر شکل را در جدول زیر مشخص کرده‌ایم:

شماره	شکل ۱	شکل ۲	...	شکل n
بزرگ‌ترین عدد	۱	$۱+۲=۳$	...	$۱+۲+...+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$

بنابراین بزرگ‌ترین عدد در شکل ۱۵اُم، عدد $\frac{۱۵\times۱۶}{۲}=۱۵\times۸=۱۲۰$ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

جمعیت سالانهٔ این شهر را می‌توانیم با یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت ۱/۰۸

مدل‌سازی کنیم. بنابراین داریم:

$P_n = P_0(۱/۰۸)^n$: جمعیت انتهای سال n ام

$$\Rightarrow \frac{P_n}{P_0} = (۱/۰۸)^n \xrightarrow{\frac{P_n}{P_0}=۳} (۱/۰۸)^n = ۳$$

$$\xrightarrow{\log} n\log ۱/۰۸ = n\log\frac{۱۰۸}{۱۰۰} = n\left(\log ۱۰۸ - \log ۱۰۰\right)$$

$$= n\left(\log ۲^۲ \times ۳^۳ - \log ۱۰^۲\right) = n\left(۲\log ۲ + ۳\log ۳ - ۲\right) = \log ۳$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log ۳}{۲\log ۲ + ۳\log ۳ - ۲} = \frac{۰/۵}{۰/۶ + ۱/۵ - ۲} = \frac{۰/۵}{۰/۱} = ۵$$

(ریاضی ۱- مجموعه الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷

و حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

$x=۰$ و $x=۴$ صفرهای سهمی هستند، داریم:

$$\left.\begin{array}{l} f(۴)=۰ \Rightarrow ۴(۴a+b)=۰ \Rightarrow ۴a+b=۰ \\ f(۲)=۲ \Rightarrow ۲(۲a+b)=۲ \Rightarrow ۲a+b=۱ \end{array}\right\} \Rightarrow a=-\frac{۱}{۲}, b=۲$$

بنابراین باید معادلهٔ $bx^۲+ax+a=۲x^۲-\frac{۱}{۲}x-\frac{۱}{۲}=۰$ را حل کنیم.

اگر α و β جواب‌های این معادله باشند، داریم:

مجموع مربعات جواب‌ها $=\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P$

$$=\left(\frac{\frac{۱}{۲}}{۲}\right)^۲-۲\left(\frac{\frac{-۱}{۲}}{۲}\right)=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۲}=\frac{۹}{۱۶}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲

و حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۸ و ۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

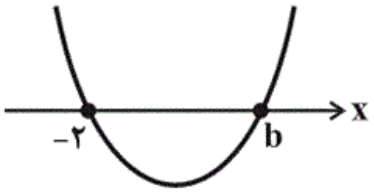
دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

نمودار تابع $f(x)$ از نمودار تابع $g(x)$ بالاتر است، یعنی:

$$f(x) > g(x) \Rightarrow x^۲ + ax - ۲ > ۲x + ۴ \Rightarrow x^۲ + (a-۲)x - ۶ > ۰$$

حال می‌توان گفت جواب نامعادلهٔ $x^۲ + (a-۲)x - ۶ > ۰$ به‌صورت $(-\infty, -۲) \cup (b, +\infty)$ می‌باشد.

بنابراین با توجه به رسم نمودار $y = x^۲ + (a-۲)x - ۶$، به کمک بازهٔ داده شده می‌توان نتیجه گرفت، جواب‌های معادلهٔ $x^۲ + (a-۲)x - ۶ = ۰$، b و -۲ می‌باشند.



$$(-۲)^۲ + (a-۲)(-۲) - ۶ = ۰ \Rightarrow -۲a + ۲ = ۰ \Rightarrow a = ۱$$

$$\Rightarrow \text{معادله} : x^۲ - x - ۶ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۲ \\ x = ۳ \end{cases}$$

جواب دیگر معادله $b = ۳$ است.

$$\Rightarrow a + b = ۱ + ۳ = ۴$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\Rightarrow S = ۱۴۴ + ۱۴۵ + \ldots + ۱۶۸ = \frac{۲۵}{۲}\left(۱۴۴ + ۱۶۸\right) = ۳۹۰۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

۹۲- (سیدعادل حسینی)

قرار می‌دهیم: $t = ۲^m$. بنابراین معادله به صورت $tx^۲ + ۴x + \frac{t}{۲} - ۱ = ۰$ خواهد بود. برای اینکه یک معادلهٔ درجه دوم، دو جواب منفی داشته باشد، باید $\Delta > ۰$، $S < ۰$ و $P > ۰$ باشد. بنابراین داریم:

$$\Delta = ۱۶ - ۴t\left(\frac{t}{۲} - ۱\right) = ۱۶ + ۴t - ۲t^۲ = -۲\left(t - ۴\right)\left(t + ۲\right)$$

$$\xrightarrow{\Delta > ۰} -۲ < t < ۴ \qquad (۱)$$

$$S = -\frac{۴}{t} \xrightarrow{S < ۰} t > ۰ \qquad (۲)$$

$$P = \frac{\frac{t}{۲} - ۱}{t} = \frac{t - ۲}{۲t} \xrightarrow{P > ۰} t > ۲ \text{ یا } t < ۰ \qquad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲),(۳)} ۲ < t < ۴ \Rightarrow ۲ < ۲^m < ۴ \Rightarrow ۱ < m < ۲$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۱۳

و توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین

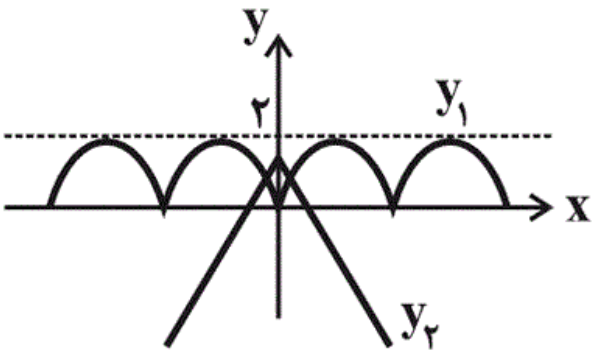
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۳

$$|x|+۲|\sin x|=۱\Rightarrow ۲|\sin x|=۱-|x|$$

تعداد جواب‌های معادلهٔ مذکور، تعداد نقاط تقاطع نمودارهای

$y_۱=۲|\sin x|$ و $y_۲=۱-|x|$ **است.**



بنابراین معادله دو جواب دارد.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶، مثلثات: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r = 4$$

از طرفی فاصلهٔ مرکز دایره از خط مماس بر دایره برابر شعاع دایره است،

بنابراین:

$$\frac{|-4+3k-6|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 4 \Rightarrow \frac{|-10+3k|}{5} = 4$$

$$\Rightarrow |3k-10| = 20 \xrightarrow{k \text{ مقدار مثبت}} 3k-10 = 20 \Rightarrow k = 10$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

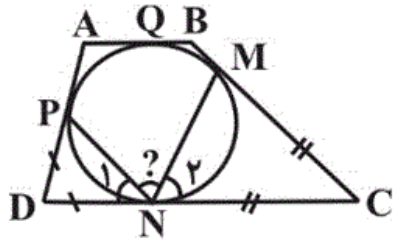
۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

چون ABCD ذوزنقه است، پس:

$$\hat{D} = ۱۸۰^\circ - \hat{A} = ۶۸^\circ, \hat{C} = ۱۸۰^\circ - \hat{B} = ۴۲^\circ$$



می‌دانیم اگر از نقطه‌ای خارج دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم، طول

دو مماس با هم برابر است. پس:

$$\begin{cases} DP = DN \Rightarrow \hat{N}_۱ = \dfrac{۱۸۰^\circ - \hat{D}}{۲} = \dfrac{۱۱۲^\circ}{۲} = ۵۶^\circ \\ CM = CN \Rightarrow \hat{N}_۲ = \dfrac{۱۸۰^\circ - \hat{C}}{۲} = \dfrac{۱۳۸^\circ}{۲} = ۶۹^\circ \end{cases}$$

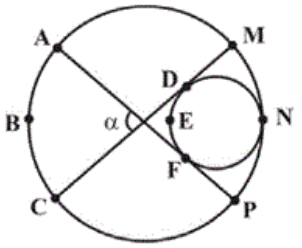
$$\Rightarrow \hat{MNP} = ۱۸۰^\circ - (\hat{N}_۱ + \hat{N}_۲) = ۱۸۰^\circ - ۱۲۵^\circ = ۵۵^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



با جمع طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$۲\alpha + \alpha = (x + ۹۳^\circ) + (۱۸۰^\circ - x) \Rightarrow ۳\alpha = ۲۷۳^\circ \Rightarrow \alpha = ۹۱^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

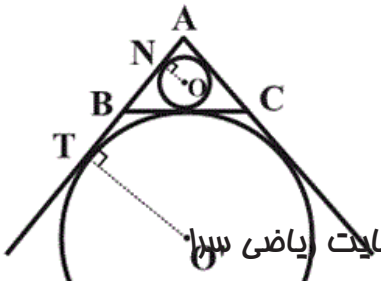
آزمون ۷ فروردین

۱۱۳- (سینا محمدپور)

در هر مثلث کوچک‌ترین دایرهٔ محاطی، دایرهٔ محاطی داخلی مثلث $\left(r = \frac{S}{P}\right)$ و بزرگ‌ترین دایرهٔ محاطی، دایرهٔ محاطی خارجی نظیر بزرگ‌ترین ضلع مثلث $\left(r_a = \frac{S}{P - a}\right)$ است.

با توجه به تمرین ۶ صفحهٔ ۳۰ کتاب درسی، طول پاره‌خط‌های AN و AT از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

$$AN = P - a \quad و \quad AT = P$$



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

با فرض $BC = ۷$، بزرگ‌ترین دایرهٔ محاطی خارجی مثلث ABC، نظیر این ضلع می‌باشد و در نتیجه خواستهٔ سوال، محاسبهٔ طول پاره‌خط NT است.

داریم:

$$\text{مماس مشترک خارجی} = NT = AT - AN = P - (P - a) = a = ۷$$

(هندسه ۲- دایره: مشابه تمرین ۶ صفحهٔ ۳۰)

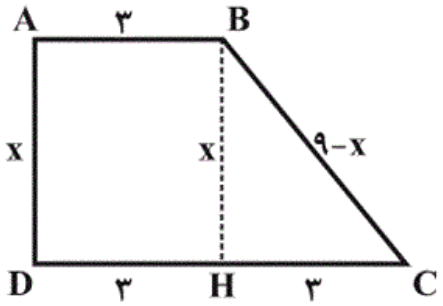
۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۴

اگر چهارضلعی $ABCD$ محیطی باشد، آن‌گاه رابطهٔ $AB+CD=AD+BC$ بین اضلاع آن برقرار است.

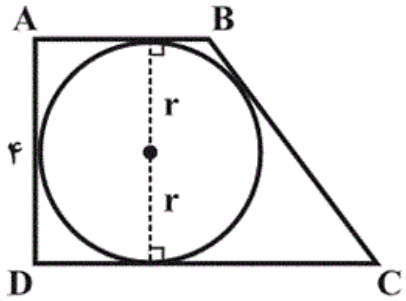


بنابراین با رسم ارتفاع BH داریم:

$$\underbrace{AB}_{۳}+\underbrace{CD}_{۶}=AD+BC \xrightarrow{AD=x} BC=۹-x$$

$$\overset{\Delta}{BHC}: BC^۲=BH^۲+CH^۲ \Rightarrow (۹-x)^۲=x^۲+۳^۲$$

$$\Rightarrow x=۴ \Rightarrow AD=۴$$



حال با توجه به این که طول AD برابر با طول قطر دایره است، پس داریم:

$$AD=۲r=۴ \Rightarrow r=۲$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

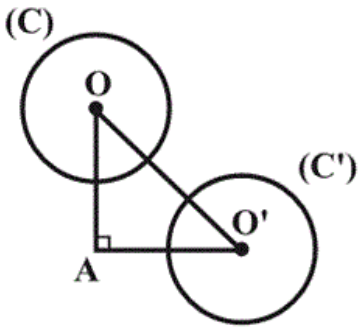
۱۱۵-

چون دوران تبدیلی طولپاست، پس طول شعاع‌های دو دایره با هم برابر است.

داریم:

$$R = R' \Rightarrow a + ۲ = ۴ - a \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow R = R' = ۳$$

مطابق شکل دایرهٔ C' تصویر دایرهٔ C در دوران به مرکز A و با زاویهٔ ۹۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.



$$OA = AO' \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} OO' = ۶\sqrt{۲}$$

طول مماس مشترک داخلی دو دایره : $TT' = \sqrt{OO'^{۲} - (R + R')^{۲}}$

$$= \sqrt{\left(۶\sqrt{۲}\right)^{۲} - (۳ + ۳)^{۲}} = \sqrt{۷۲ - ۳۶} = ۶$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳- تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

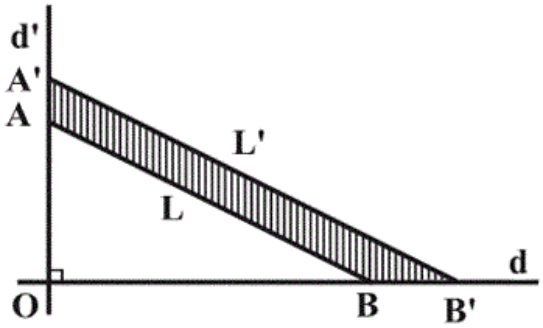
۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۶

اگر مساحت مثلث OAB برابر S باشد، مساحت مثلث $OA'B'$ برابر k^2S است. (دو شکل متجانس، همواره متشابه‌اند.)



$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{18}$$

$$S_{AA'B'B} = S_{\Delta OA'B'} - S_{\Delta OAB} = k^2 S - S = \left(k^2 - 1\right) S$$

$$\xrightarrow[S=\frac{\sqrt{3}}{18}]{k=\sqrt{\sqrt{3}+1}} S_{AA'B'B} = \left(\sqrt{3} + 1 - 1\right) \frac{\sqrt{3}}{18} = \frac{1}{6}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

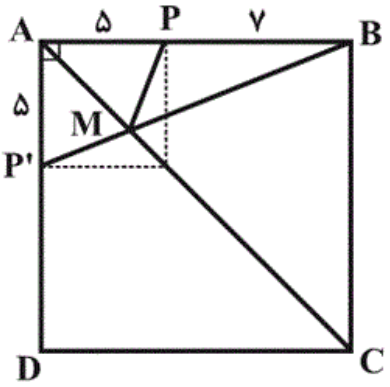
۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۷ (محمد خندان)

اگر رأس دیگر مثلث را M فرض کنیم، برای یافتن نقطهٔ M به‌طوری که محیط مثلث PBM حداقل باشد، باید کم‌ترین مقدار $PM+BM$ را پیدا کنیم. (مقدار $PB=۷$ مشخص است.) برای این‌کار از روش هرون کمک می‌گیریم. نقطهٔ P را نسبت به AC بازتاب داده و P' می‌نامیم. نقطهٔ M محل برخورد $P'B$ با AC است.



با توجه به شکل داریم:

$$PM+BM=P'M+BM=P'B$$

$$\overset{\Delta}{BAP'}: P'B^{۲}=\underbrace{AP'^{۲}}_{۵}+\underbrace{AB^{۲}}_{۱۲}\Rightarrow P'B=۱۳$$

$$\text{محیط مثلث } PBM=\underbrace{PM+BM}_{۱۳}+\underbrace{PB}_{۷}=۲۰$$

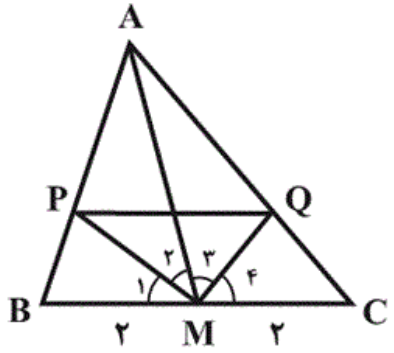
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۸-



با توجه به قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{AMB}: \dfrac{AP}{BP}=\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{۶}{۲}=۳ \\ \overset{\Delta}{AMC}: \dfrac{AQ}{QC}=\dfrac{AM}{CM}=\dfrac{۶}{۲}=۳\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP}=\frac{AQ}{QC}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیهٔ تالس نتیجه می‌گیریم که $PQ \parallel BC$ است.

در نتیجه داریم:

$$\frac{PQ}{BC}=\frac{AP}{AB}=\frac{AP}{AP+BP}=\frac{AM}{AM+BM}=\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow PQ=\frac{۳}{۴}BC=\frac{۳}{۴}\times ۴=۳$$

حال با توجه به این‌که MP و MQ نیمساز زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC هستند، می‌توان نوشت:

$$\hat{M}_۱+\hat{M}_۲+\hat{M}_۳+\hat{M}_۴=۱۸۰^\circ \xrightarrow[\hat{M}_۳=\hat{M}_۴]{\hat{M}_۱=\hat{M}_۲}$$

$$\Rightarrow \hat{M}_۲+\hat{M}_۳=۹۰^\circ$$

پس مثلث PMQ قائم‌الزاویه است و طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$MP^۲+MQ^۲=PQ^۲=۳^۲=۹$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{IAB}^{\Delta} + S_{IAC}^{\Delta} + S_{IBC}^{\Delta} = ۷ + ۱۵ + ۲۰ = ۴۲$$

اکنون با توجه به قضیهٔ هرون داریم:

$$P = \frac{a+b+c}{۲} = \frac{\frac{۱۴}{r} + \frac{۳۰}{r} + \frac{۴۰}{r}}{۲} = \frac{۴۲}{r}$$

$$S = \sqrt{\frac{۴۲}{r}\left(\frac{۴۲}{r} - \frac{۱۴}{r}\right)\left(\frac{۴۲}{r} - \frac{۳۰}{r}\right)\left(\frac{۴۲}{r} - \frac{۴۰}{r}\right)}$$

$$\Rightarrow ۴۲ = \frac{۱۶۸}{r^{۲}} \Rightarrow r = ۲$$

$$\Rightarrow P = \frac{۴۲}{r} = \frac{۴۲}{۲} = ۲۱$$

بنابراین اندازهٔ نصف محیط مثلث برابر ۲۱ و اندازهٔ محیط مثلث برابر ۴۲ است.

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

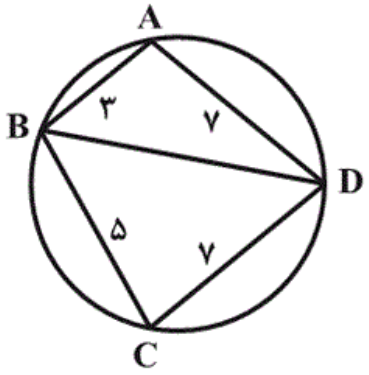
۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰-

قطر BD را رسم می‌کنیم.



چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، پس هر دو زاویهٔ روبه‌روی آن مکمل یکدیگرند و کسینوس آنها قرینهٔ یکدیگر است. در نتیجه:

$$\cos\hat{A} = -\cos\hat{C}$$

حال با توجه به قضیهٔ کسینوس‌ها در دو مثلث ABD و BCD داریم:

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ABD} : BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB.AD.\cos\hat{A} \\ \overset{\Delta}{BCD} : BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC.CD.\cos\hat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BD^2 = 9 + 49 - 2\times 3\times 7\times \cos\hat{A} \\ BD^2 = 25 + 49 - 2\times 5\times 7\times \cos\hat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 58 - 42\cos\hat{A} = 74 - 70\cos\hat{C} \xrightarrow{\cos\hat{A} = -\cos\hat{C}}$$

$$112\cos\hat{A} = -16 \Rightarrow \cos\hat{A} = -\frac{1}{7} \Rightarrow BD = 8$$

$$\cos\hat{A} = -\frac{1}{7} \Rightarrow \sin\hat{A} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{7}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

حال با توجه به قضیهٔ سینوس‌ها، اندازهٔ شعاع دایرهٔ محیطی را به‌دست می‌آوریم:

$$2R = \frac{BD}{\sin\hat{A}} \Rightarrow R = \frac{BD}{2\sin\hat{A}} = \frac{8}{2\times\frac{4\sqrt{3}}{7}} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- (کتاب آبی- سوال ۱۸)

$p \equiv T$

$r, q \equiv$ دلخواه

گزینهٔ «۱»:

$p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv T \Rightarrow q \wedge r$ به ارزش q و r بستگی دارد.

گزینهٔ «۲»: $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee q) \equiv T \Rightarrow r \vee q$

به ارزش q و r بستگی دارد.

گزینهٔ «۳»: $r \Rightarrow (p \vee q) \equiv r \Rightarrow T \equiv T$

گزینهٔ «۴»: $(p \wedge q) \Rightarrow (r \wedge q)$

به ارزش q و r بستگی دارد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

۱۳۲- (کتاب آبی- سوال ۵۹)

نقیض گزارهٔ «مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.»

به‌صورت «چهارضلعی محدبی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن برابر 360° نیست.» می‌باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۳

$$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=۵-۲=۳$$

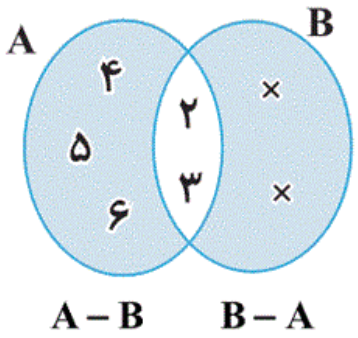
$$n[(A-B)\times(B-A)]=۶$$

$$\Rightarrow \underbrace{n(A-B)}_{۳}\times n(B-A)=۶$$

$$۳\times n(B-A)=۶\Rightarrow n(B-A)=۲$$

$$\Rightarrow n(B)-n(A\cap B)=۲\xrightarrow{n(A\cap B)=۲} n(B)-۲=۲$$

$$\Rightarrow n(B)=۴$$



(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۴-

فضای نمونه‌ای شامل تمام حالت‌های انتخاب ۳ مهره از میان ۱۲ مهره است.

داریم:

$$n(S)=\binom{۱۲}{۳}=۲۲۰$$

اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، آنگاه A' (متمم پیشامد A) آن است که سه مهرهٔ خارج شده همرنگ باشند، داریم:

$$n(A')=\underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{۳مهرهٔ سفید}}+\underbrace{\binom{۴}{۳}}_{\text{۳مهرهٔ سیاه}}+\underbrace{\binom{۳}{۳}}_{\text{۳مهرهٔ قرمز}}=۱۰+۴+۱=۱۵$$

$$P(A')=\frac{۱۵}{۲۲۰}=\frac{۳}{۴۴}\Rightarrow P(A)=۱-\frac{۳}{۴۴}=\frac{۴۱}{۴۴}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵-

$$P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱$$

$$\Rightarrow x+۲x+۲x+x+۲x+x=۱$$

$$\Rightarrow ۹x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۹}$$

پیشامد آن که برآمد تاس، عددی زوج باشد یا از ۲ بیش‌تر نباشد، به صورت $A=\{۱,۲,۴,۶\}$ است. بنابراین داریم:

$$P(A)=P(۱)+P(۲)+P(۴)+P(۶)$$

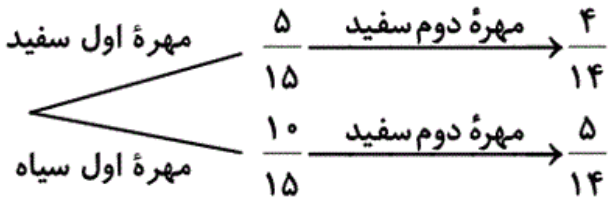
$$=\frac{۱}{۹}+\frac{۲}{۹}+\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۹}=\frac{۵}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



$$P(A)=\frac{۵}{۱۵}\times\frac{۴}{۱۴}+\frac{۱۰}{۱۵}\times\frac{۵}{۱۴}=\frac{۷۰}{۲۱۰}=\frac{۱}{۳}$$

$$P(B_۱\mid A)=\frac{\frac{۵}{۱۵}\times\frac{۴}{۱۴}}{\frac{۱}{۳}}=\frac{\frac{۲۰}{۲۱۰}}{\frac{۱}{۳}}=\frac{۲}{۷}$$

روش دوم:

احتمال مورد نظر سؤال، معادل احتمال پیشامدی است که در صورتی که مهرهٔ اول خارج شده از جعبه، سفید باشد، آن‌گاه مهرهٔ دوم نیز سفید خارج گـردد. واضح است که بعد از خروج یک مهرهٔ سفید، ۴ مهرهٔ سفید و ۱۰ مهرهٔ سیاه در جعبه باقی می‌ماند و احتمال خروج مهرهٔ سفید دوم در ایـن حالـت، برابـر $\frac{۴}{۱۴}=\frac{۲}{۷}$ است.

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۷۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۷- (سراسری ریاضی- ۹۱)

برای سادگی محاسبه از نمایندهٔ دسته‌ها میانگین را کم می‌کنیم و به این صورت میانگین صفر خواهد شد.

انحراف از میانگین	$۳۳-۴۱=-۸$	$۳۷-۴۱=-۴$	$۴۱-۴۱=۰$	$۴۵-۴۱=۴$	$۴۹-۴۱=۸$
f_i	۷	۱۰	۱۵	۱۲	$a-۴۴$

$$\frac{۷\times(-۸)+۱۰\times(-۴)+۱۵\times۰+۱۲\times۴+(a-۴۴)\times۸}{۷+۱۰+۱۵+۱۲+a-۴۴}=۰$$

$$\Rightarrow -۵۶-۴۰+۴۸+۸\times(a-۴۴)=۰\Rightarrow a=۵۰$$

نمایندهٔ دستهٔ $[۳۹,۴۳)$ برابر ۴۱ است، پس زاویهٔ مرکزی متناظر با آن برابر است با:

$$\theta_۳=\frac{۱۵}{۵۰}\times ۳۶۰^\circ=۱۰۸^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۷ فروردین | دبیر

۱۳۸- (کتاب آبی- سوال ۵۶۴)

از داده‌ها ۱۲ واحد کم شده‌است پس برای به‌دست آوردن میانگین، باید میانگین جدول را محاسبه و سپس به آن ۱۲ واحد اضافه کنیم.

$$\bar{x}=\frac{۱\times(-۳)+۳\times(-۲)+۱\times(-۱)+۳\times(۰)+۶\times(۱)+۲\times(۲)}{۱+۳+۱+۳+۶+۲}+۱۲$$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$= \frac{-۳-۶-۱+۰+۶+۴}{۱۶}$$

$$\bar{x} = ۰ \Rightarrow \bar{x}_{\text{اولیه}} = ۰ + ۱۲ = ۱۲$$

واریانس و انحراف‌معیار داده‌ها در صورت اضافه یا کم کردن مقـداری ثابـت

به تمام داده‌ها تغییر نمی‌کنند، پس داریم:

$$\sigma^۲ = \frac{۱\times(-۳-۰)^۲ + ۳\times(-۲-۰)^۲ + ۱\times(-۱-۰)^۲}{۱۶}$$

$$\frac{+۳\times(۰-۰)^۲ + ۶\times(۱-۰)^۲ + ۲\times(۲-۰)^۲}{۱۶} = \frac{۳۶}{۱۶} = \frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{۹}{۴}} = \frac{۳}{۲}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{۳}{۲}}{۱۲} = \frac{۱}{۸}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

در گزینهٔ «۲» دانش آموزان شهر تهران معرف کل ایران بـه منظـور بررسـی

میانگین نمرهٔ ریاضی نیستند.

در گزینهٔ «۴» تاکسی‌های شهر تهران معرف کل وسایل نقلیهٔ شهری نیستند.

در گزینهٔ «۳» به دنبال تأثیر هوش هیجانی بر پیشرفت تحصـیلی دانشـجویان

هستیم و نمونه‌گیری از دانشجویان به خوبی معرف جامعه است.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فروردین

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۰- (کتاب آبی- سوال ۶۶۳)

پارامتر جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{۴+۱+۰+۳+۵+۲}{۶} = \frac{۱۵}{۶} = ۲/۵$$

آماره نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{۴+۲}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

مقدار آماره نمونه برابر است با برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه، پس بـرآورد

ما از پارامتر جامعه ۳ می‌باشد.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۷ فرورد

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا