



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها - ۸ سوال

۸۱- چند مورد از عبارت‌های زیر، گزاره محسوب می‌شوند؟

(الف) شیب هر خط افقی صفر است.

(ب) در یک‌سری از داده‌های آماری، مقدار پارامتر از مقدار هر آماره‌ای بزرگتر است.

(پ) حل تست‌های عربی بسیار دشوارتر از ریاضی است.

(ت) افلاطون شاگرد ارسطو بوده است.

(ث) حاصل جمع دو عدد گویا، حتماً عددی گویا می‌شود.

(ج) آیا شما در سال ۱۳۹۸ دانشجوی یک رشته و دانشگاه خوب خواهید شد؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

آزمون ۷ فروردین

۸۲- کدام هم‌ارزی، نادرست است؟

$$\sim (A \subseteq B) \equiv B \subseteq A \quad (۲)$$

$$\sim (\Delta \in \mathbb{N}) \equiv (\Delta \notin \mathbb{N}) \quad (۱)$$

$$\sim (2^3 \times 2^5 = 2^8) \equiv (2^3 \times 2^5 \neq 2^8) \quad (۴)$$

$$\sim (3 > 0) \equiv (3 \leq 0) \quad (۳)$$

آزمون ۷ فروردین

۸۳- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت حاصل هم‌ارزی زیر کدام است؟

$$[\sim (p \vee \sim p) \Leftrightarrow \sim (q \wedge \sim q)] \equiv ?$$

(۴) q

(۳) p

(۲) F

(۱) T

آزمون ۷ فروردین

۸۴- اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره با دیگر گزاره‌ها متفاوت است؟

$$p \vee (p \wedge q) \quad (۲)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q) \quad (۱)$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow q \quad (۴)$$

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \quad (۳)$$

آزمون ۷ فروردین

۸۵- با توجه به گزاره «اگر آن‌گاه ۱۰۰ مربع کامل است و برعکس» در جای خالی کدام گزاره زیر را قرار دهیم تا ارزش کل

گزاره نادرست شود؟

(۱) وزن افراد، متغیر کمی فاصله‌ای است.

(۲) رابطه $f = \{(1, 6), (2, 7), (3, 10)\}$ تابع است.

(۳) عدد ۱ نه اول است نه مرکب.

(۴) میانه‌یک سری از داده‌های آماری متمایز، همیشه از چارک سوم آن‌ها کوچکتر است.

آزمون ۷ فروردین

۸۶- ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

(۱) طول رأس سهمی $y = x^2 - 6x + 8$ برابر ۳ است و مجموع هر دو عدد زوج، عددی زوج است.

(۲) اگر درآمد افراد، متغیر کمی نسبتی باشد، آن گاه ۵۱ عددی اول است.

(۳) $f = \{(5,6), (7,9)\}$ عددی گنگ است و تابع است.

(۴) اگر دامنه تابع $y = x^2$ برابر \mathbb{R} باشد، آن گاه برد تابع $y = 1$ نیز برابر \mathbb{R} است.

آزمون ۷ فروردین

۸۷- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت هم‌ارز گزاره مرکب $(p \vee q) \Leftrightarrow \sim(p \vee \sim q)$ کدام است؟

(۴) $p \Rightarrow \sim q$

(۳) $p \Leftrightarrow q$

(۲) $p \Rightarrow q$

(۱) $q \Rightarrow p$

آزمون ۷ فروردین

۸۸- اگر ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ به انتفای مقدم، درست باشد، هم‌ارز گزاره $\sim p \Leftrightarrow (q \wedge r)$ کدام است؟

(۴) F

(۳) T

(۲) $\sim q \Leftrightarrow r$

(۱) $r \Rightarrow p$

آزمون ۷ فروردین

ریاضی و آمار ۲، استدلال ریاضی - سوال ۳ -

۸۹- نماد ریاضی گزاره «مجموع مربعات دو عدد از مجموع معکوس‌های آن‌ها بزرگتر است.» کدام است؟

$$x^2 + y^2 > \frac{1}{x+y} \quad (۲)$$

$$(x+y)^2 > \frac{1}{x+y} \quad (۱)$$

$$x^2 + y^2 > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad (۴)$$

$$(x+y)^2 > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad (۳)$$

آزمون ۷ فروردین

۹۰- در کدام گزینه، قطعاً خطای محاسباتی رخ نداده است؟

$$a > b \xrightarrow{c > 0} \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \quad (۲)$$

$$a > b \xrightarrow{\text{به توان ۴}} a^4 > b^4 \quad (۱)$$

$$x^2 + 36 = 0 \Rightarrow x = \pm 6 \quad (۴)$$

$$\frac{2 + \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \quad (۳)$$

آزمون ۷ فروردین

۹۱- با توجه به استدلال‌های زیر، کدام گزینه صحیح است؟

استدلال A:

مقدمه (۱): اگر خط $ay + bx + c = 0$ عمودی باشد (موازی محور y ها)، آن‌گاه $a = 0$ است.

مقدمه (۲): خط $(k-1)y + 2kx + 6 = 0$ عمودی است.

$k = 1$.

استدلال B:

مقدمه (۱): اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ یک ریشه مضاعف داشته باشد، آن‌گاه $\Delta = b^2 - 4ac = 0$.

مقدمه (۲): در معادله $x^2 - 6x + 9 = 0$ مقدار Δ برابر صفر است.

∴ معادله $x^2 - 6x + 9 = 0$ یک ریشه مضاعف دارد.

(۱) فقط نتیجه استدلال A صحیح است.

(۲) نتیجه استدلال B و کلاً هر استدلال مغالطه، نادرست است.

(۳) استدلال A قیاس استثنایی و استدلال B مغالطه است.

(۴) روش به کار رفته در هر دو استدلال، درست است.

آزمون ۷ فروردین

ریاضی و آمار ۲، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی - ۹ سوال

۹۲- اگر برد تابع ثابت f برابر با $R_f = \{4, k-1\}$ و زوج مرتب $(5, 3m+1)$ عضو f باشد، مقدار $k-m$ کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۳ (۱)

آزمون ۷ فروردین

۹۳- اگر تابع $g = \{(a,b), (c,d), (e,f)\}$ ثابت باشد، واریانس داده‌های b, d و f چند برابر میانگین آن‌هاست؟

$\sqrt{b^2 + d^2 + f^2}$ (۴)

\sqrt{bdf} (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

آزمون ۷ فروردین

۹۴- اگر زوج‌های مرتب $(1, n^2 - 4n + 1)$ و $(-2, n^2 - 6n + 6)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، مقدار n کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

آزمون ۷ فروردین

۹۵- اگر رابطه $g(x) = \begin{cases} 2ax+1 & , x \geq 0 \\ x-b & , x \leq 0 \end{cases}$ تابع باشد، در این صورت مقدار b کدام است؟

(۴) بستگی به مقدار a دارد.

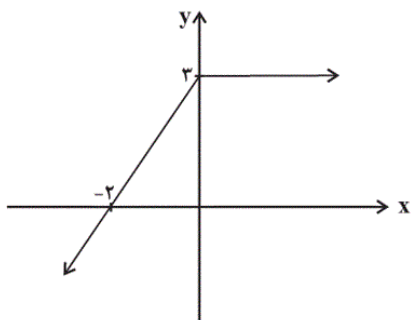
۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

آزمون ۷ فروردین

۹۶- با توجه به نمودار تابع مقابل، حاصل $f(\sqrt{2}) + f(-2\sqrt{2})$ کدام است؟



(۱) $-4\sqrt{2} + 9$

(۲) $-3\sqrt{2} + 6$

(۳) $2\sqrt{2} + 6$

(۴) $-6\sqrt{2} + 9$

آزمون ۷ فروردین

۹۷- اگر در تابع زیر $f(2) = 6$ و $f(\frac{-4}{3}) = 1$ باشد، حاصل $f(-3)$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} 2bx^2 + 2ax & , x < -2 \\ 3 + bx & , -2 \leq x \leq 1 \\ ax^3 - 3x^2 - 6 & , x > 1 \end{cases}$$

(۴) -۳۶

(۳) ۳۶

(۲) -۹

(۱) ۹

آزمون ۷ فروردین

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & , x < 0 \\ x + k & , x \geq 0 \end{cases}$$

۹۸- مقدار k کدام گزینه باشد تا نمودار تابع f از هر چهار ناحیه محوره‌های مختصات عبور کند؟

(۴) ۲

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) صفر

آزمون ۷ فروردین

۹۹- تابع $f(x)$ به‌ازای $2 < x < 5$ تابعی همانی و به‌ازای $x \geq 2$ و $x \leq -5$ تابعی ثابت است. اگر $f(1) + f(6) = 5$ و

$f(-2) - f(-6) = -1$ باشد، حاصل $\frac{f(-5)f(2)}{f(-2)}$ کدام است؟

(۴) -۲

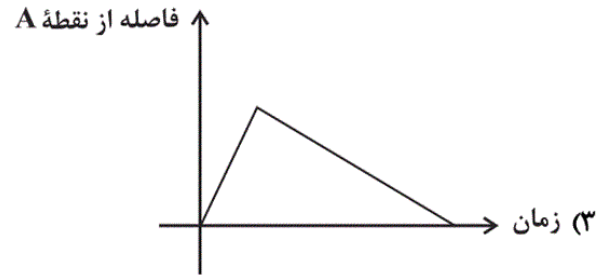
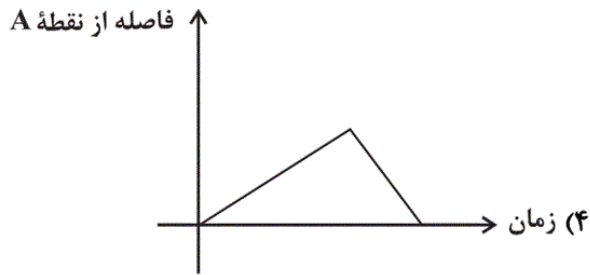
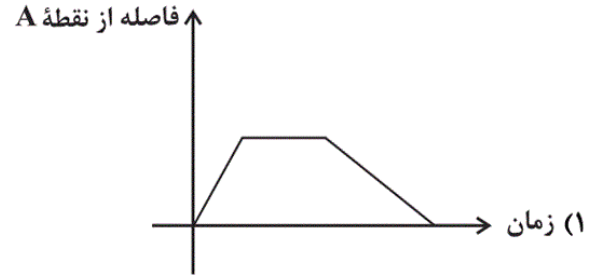
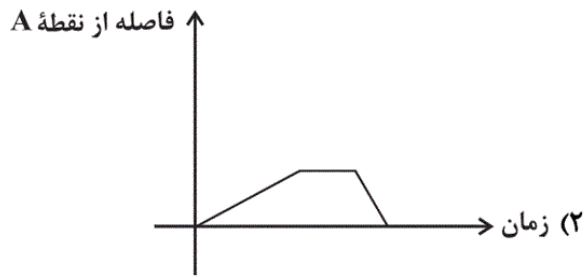
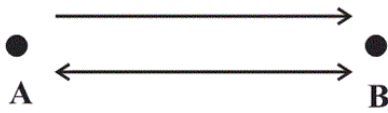
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۱

آزمون ۷ فروردین

«دونده‌ای؛ کنار یک زمین فوتبال، با سرعت ثابت در مدت ۵ دقیقه از نقطه A تا نقطه B شروع به دویدن می‌کند و به مدت ۲ دقیقه در نقطه B می‌ایستد و سپس همان مسیر را با سرعت ثابت در مدت ۲ دقیقه باز می‌گردد تا به نقطه A برسد.»



آزمون ۷ فروردین

۸۱-

(امیر زراندوز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

می‌دانیم گزاره، جمله‌ای است خبری که ارزش آن دقیقاً درست یا نادرست است، هر چند ارزش آن بر ما پوشیده باشد. ضمناً جملات سؤالی، عاطفی و سلیقه‌ای گزاره نیستند. پس موارد (پ)، (ج) گزاره محسوب نمی‌شوند.

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

۸۲-

(امیر زراندوز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۸)

در گزینه‌های «۱، ۳ و ۴» نقیض گزاره‌ها به درستی نوشته شده‌اند، ولی در گزینه‌ی «۲» اشتباه رخ داده است و اصلاح شده‌ی آن به صورت زیر است:

$$\sim (A \subseteq B) \equiv A \not\subseteq B$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

۸۳-

(امیر زراندوز، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۱۱)

اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، می‌دانیم که:

$$(p \vee \sim p) \equiv T, \quad (q \wedge \sim q) \equiv F$$

$$[\sim T \Leftrightarrow \sim F] \equiv (F \Leftrightarrow T) \equiv F$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

با توجه به ارزش گزاره‌های p و q داریم:

$$p \equiv T, q \equiv F$$

$$۱) (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q) \equiv (T \Leftrightarrow F) \Leftrightarrow \underbrace{(T \Rightarrow \sim F)}_T \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

$$۲) p \vee (p \wedge q) \equiv T \vee (T \wedge F) \equiv T \vee F \equiv T$$

$$۳) (p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv \underbrace{(T \wedge \sim F)}_T \vee \underbrace{(T \Rightarrow F)}_F \equiv T \vee F \equiv T$$

$$۴) (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow q \equiv (T \Rightarrow F) \Leftrightarrow F \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

پس ارزش گزاره گزینه «۱» با دیگر گزینه‌ها متفاوت است.

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

در متن سؤال، ارزش گزاره «۱۰۰ مربع کامل است» درست می‌باشد پس برای آن که ارزش کل گزاره دو شرطی داده شده نادرست باشد، در جای خالی باید گزاره‌ای با ارزش نادرست قرار دهیم. ارزش تمام گزاره‌های «۲، ۳ و ۴» درست‌اند ولی ارزش گزاره ۱ نادرست است، چون وزن افراد، متغیر کمی با مقیاس نسبتی می‌باشد.

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

بررسی گزینه‌ی «۱»:

$$\left[\left(\underbrace{\text{طول رأس سه‌گونی}}_{\text{T}} \wedge \underbrace{\text{مجموع هر دو عدد زوج، عددی زوج است.}}_{\text{T}} \right) \right] \equiv \text{T}$$

گزینه‌ی «۲»:

$$\left[\left(\underbrace{\text{درآمد افراد، متغیر کمی نسبتی است.}}_{\text{T}} \Rightarrow \underbrace{\text{۵۱ عددی اول است.}}_{\text{F}} \right) \right] \equiv \text{F}$$

گزینه‌ی «۳»:

$$\left[\left(\underbrace{\text{۶/۲۳ عددی گنگ است.}}_{\text{F}} \wedge \underbrace{\text{f = \{(۵,۶), (۷,۹)\} تابع است.}}_{\text{T}} \right) \right] \equiv \text{F}$$

گزینه‌ی «۴»:

$$\left[\left(\underbrace{\text{دامنه تابع } y = x^2 \text{ برابر } \mathbb{R} \text{ است.}}_{\text{T}} \Rightarrow \underbrace{\text{برد تابع } y = 1 \text{ برابر } \mathbb{R} \text{ است.}}_{\text{F}} \right) \right] \equiv \text{F}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

طبق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	~p	~q	~p ∨ ~q	p ∨ q
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	F

~(p ∨ q)	(~p ∨ ~q) ⇔ ~(p ∨ q)	p ⇔ q
F	T	T
F	F	F
F	F	F
T	T	T

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

گفته شده ارزش $(p \vee q) \Rightarrow r$ به انتفای مقدم، درست است، پس ارزش $p \vee q$ حتماً نادرست است، ولی ارزش r نامعلوم می‌باشد. از نادرستی ارزش $p \vee q$ نتیجه می‌گیریم که ارزش p و q هر دو نادرست‌اند، لذا:

$$[\sim p \Leftrightarrow (q \wedge r)] \equiv [\sim F \Leftrightarrow (\underbrace{F \wedge r}_F)] \equiv (\sim F \Leftrightarrow F) \equiv (T \Leftrightarrow F) \equiv F$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(همید زرین‌کفش، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۲ و ۱۳)

اگر دو عدد موردنظر را x و y در نظر بگیریم، مجموع مربعات آن‌ها به صورت $x^2 + y^2$ و مجموع معکوس‌های آن‌ها $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ است، پس نماد گزاره موردنظر به صورت زیر است:

$$x^2 + y^2 > \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۷ فروردین

(همید زرین‌کفش، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۶ تا ۱۸)

بررسی گزینه‌ی «۱»: اگر مثلاً $a = -1$ و $b = -2$ باشد، آن‌گاه:

$$a^4 = (-1)^4 = 1, \quad b^4 = (-2)^4 = 16 \Rightarrow a^4 < b^4$$

بررسی گزینه‌ی «۳»: علامت جمعی که بین ۲ و $\sqrt{3}$ وجود دارد، مانع از آن می‌شود که بتوانیم ۲ صورت را با ۲ مخرج ساده کنیم.

بررسی گزینه‌ی «۴»: معادله $x^2 + 36 = 0$ فاقد جواب حقیقی است، زیرا: $x^2 = -36$ و می‌دانیم نمی‌توانیم از عدد منفی، جذر بگیریم.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۷ فروردین

استدلال A از نوع قیاس استثنایی و استدلال B از نوع مغالطه است. می‌دانیم که روش به‌کار رفته در قیاس استثنایی، همواره درست و در مغالطه همواره نادرست است ولی نتیجه‌های این دو استدلال باید بررسی شوند؛ یعنی این طور نیست که نتیجه قیاس استثنایی همیشه درست و نتیجه مغالطه همیشه نادرست باشد. درستی نتیجه قیاس استثنایی بستگی به مقدمه ۱ دارد. می‌دانیم اگر خطی عمودی باشد، آنگاه ضریب y صفر است، پس چون مقدمه ۱ استدلال A درست است، نتیجه آن هم درست است. استدلال B با آن که مغالطه است، نتیجه‌اش درست است، چون می‌دانیم اگر دلتای یک معادله صفر باشد، آن معادله یک ریشه مضاعف دارد.

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(مهری ملارمفانی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۷)

می‌دانیم برد تابع ثابت، فقط ۱ عضو دارد، پس $k-1$ باید با ۴ برابر باشد و در نتیجه $k=5$ خواهد بود. از طرفی زوج مرتب $(5, 3m+1)$ عضوی از تابع f است، پس نتیجه می‌گیریم که:

$$3m+1=4 \Rightarrow m=1$$

$$\Rightarrow k-m=5-1=4$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(امیر زرانروز، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۷)

تابع g ثابت است، پس مؤلفه دوم همه زوج مرتب‌های g با هم برابرند، یعنی:

$$b = d = f$$

از طرفی از سال دهم می‌دانید که اگر داده‌ها با هم برابر باشند، واریانس آن‌ها مساوی صفر است و میانگین آن‌ها برابر هر کدام از آن‌هاست، لذا:

$$\frac{\text{واریانس } f, d, b}{\text{میانگین } f, d, b} = \frac{0}{b} = \frac{0}{d} = \frac{0}{f} = 0$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

(فرداد روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۳۰)

یک زوج مرتب هنگامی روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار می‌گیرد که مؤلفه‌های آن با یکدیگر برابر باشد:

$$(1, n^2 - 4n + 1) \Rightarrow n^2 - 4n + 1 = 1 \Rightarrow n^2 - 4n = 0$$

$$\Rightarrow n(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n - 4 = 0 \Rightarrow n = 4 \end{cases}$$

$$(-2, n^2 - 6n + 6) \Rightarrow n^2 - 6n + 6 = -2 \Rightarrow n^2 - 6n + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 2)(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n - 2 = 0 \Rightarrow n = 2 \\ n - 4 = 0 \Rightarrow n = 4 \end{cases}$$

پس به‌ازای $n = 4$ که اشتراک مقادیر به دست آمده برای n از دو معادله به دست آمده است، دو زوج مرتب روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار می‌گیرند.

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(فرداد روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

چون $x = 0$ در دامنه هر دو ضابطه قرار دارد، لذا برای تابع بودن این رابطه می‌بایست مقدار هر دو ضابطه به‌ازای $x = 0$ یکسان باشد، لذا داریم:

$$2a \times (0) + 1 = 0 - b \Rightarrow b = -1$$

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

(معدری ملارمضانی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۹)

تابع داده شده دوضابطه‌ای است. ضابطه آن را در قسمت خطی با شیب مخالف صفر به دست می‌آوریم. این خط از نقاط $(-۲, ۰)$ و $(۰, ۳)$ عبور می‌کند.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{۳ - ۰}{۰ - (-۲)} = \frac{۳}{۲}$$

$$y = mx + h \xrightarrow{\text{جایگذاری } (۰, ۳)} ۳ = m(۰) + h \Rightarrow h = ۳$$

$$\Rightarrow y = \frac{۳}{۲}x + ۳$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{۳}{۲}x + ۳ & , x < ۰ \\ ۳ & , x \geq ۰ \end{cases}$$

$$f(\sqrt{۲}) = ۳$$

از آن جا که $\sqrt{۲} > ۰$ است؛ پس:

از آن جا که $-۲\sqrt{۲} < ۰$ است؛ پس:

$$f(-۲\sqrt{۲}) = \frac{۳}{۲}(-۲\sqrt{۲}) + ۳ = -۳\sqrt{۲} + ۳$$

$$۲f(-۲\sqrt{۲}) + f(\sqrt{۲}) = ۲(-۳\sqrt{۲} + ۳) + ۳ = -۶\sqrt{۲} + ۹$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(امیر محمودیان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

مقدار $f(2)$ از ضابطه سوم و $f(-\frac{4}{3})$ از ضابطه دوم به دست می‌آید، لذا داریم:

$$f(2) = 6 \xrightarrow{\text{ضابطه سوم}} a(2)^3 - 3(2)^2 - 6 = 6 \Rightarrow 8a - 12 - 6 = 6$$

$$\Rightarrow 8a = 24 \Rightarrow a = 3$$

$$f(-\frac{4}{3}) = 1 \xrightarrow{\text{ضابطه دوم}} 3 + b(-\frac{4}{3}) = 1 \Rightarrow 3 - \frac{4b}{3} = 1 \Rightarrow \frac{4b}{3} = 2$$

$$\Rightarrow b = 2 \times \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

با قرار دادن مقادیر a و b در ضابطه اول، مقدار $f(-3)$ را به دست می‌آوریم:

$$\text{ضابطه اول: } f(-3) = 2 \times \frac{3}{2} \times (-3)^2 + 2 \times 3 \times (-3) = 27 - 18 = 9$$

۴

۳

۲

۱ ✓

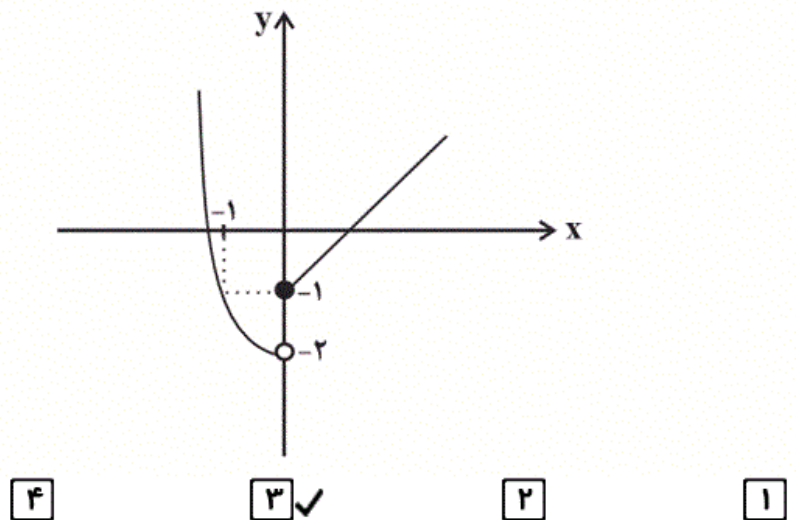
آزمون ۷ فروردین

(فرداد روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

با توجه به رسم نمودار تابع داریم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x < 0 \\ x + k, & x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l|l} x & -1 \quad 0 \\ y & -1 \quad -2 \\ \hline x & 0 \quad 1 \\ y & k \quad 1+k \end{array}$$

از رسم قسمت سهمی نمودار درمی‌یابیم که نمودار از نواحی دوم و سوم می‌گذرد، حال برای اینکه کل نمودار تابع از هر چهار ناحیه عبور کند، می‌بایست نمودار تابع خطی از نواحی اول و چهارم عبور کند. اگر $k \geq 0$ در این صورت نمودار تابع خطی فقط از ناحیه اول عبور می‌کند. پس الزاماً می‌بایست مقدار k منفی باشد تا نمودار از ناحیه چهارم نیز عبور کند. پس با توجه گزینه‌ها، گزینه‌ی «۳» صحیح است.



آزمون ۷ فروردین

(امیر مضموریان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۳۰)

تابع $f(x)$ تابعی سه ضابطه‌ای است. از آنجا که تابع $f(x)$ در بازه $-5 < x < 2$ تابعی همانی است، در این بازه $f(x) = x$ است، پس $f(-2) = -2$ و $f(1) = 1$ است. طبق فرض سؤال:

$$f(1) + f(6) = 5 \Rightarrow 1 + f(6) = 5 \Rightarrow f(6) = 4$$

$$f(-2) - f(-6) = -1 \Rightarrow -2 - f(-6) = -1 \Rightarrow f(-6) = -1$$

از آنجا که تابع به‌ازای $x \geq 2$ و $x \leq -5$ تابعی ثابت است، پس ضابطه تابع f به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \leq -5 \\ x, & -5 < x < 2 \\ 4, & x \geq 2 \end{cases}$$

پس طبق ضابطه $f(x)$ داریم:

$$f(-5) = -1, \quad f(2) = 4, \quad f(-2) = -2$$

$$\frac{f(-5)f(2)}{f(-2)} = \frac{(-1) \times (4)}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۷ فروردین

(فرزاد روشنی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

مدت زمانی که طول می‌کشد تا دونده از نقطه A به نقطه B برسد، بیشتر از مدت زمانی است که دونده از نقطه B به نقطه A می‌رسد، پس از نظر اندازه، شیب نمودار فاصله از نقطه A تا B در مرحله اول کم‌تر از مرحله سوم هنگام برگشت است. از طرفی دقت کنید که مدت زمان ۲ دقیقه را دونده در نقطه B توقف داشته است، پس نمودار در این بازه زمانی تابع ثابت است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۷ فروردین