سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضی ۳ - دوازدهم ، کاربرد مشتق - ۵ سوال

۹۶- اگر تابع $f(x)=x^۳+ax^۲+bx$ فقط در بازهٔ $(۱,۳)$ نزولی باشد، آنگاه طول نقطهٔ بحرانی تابع $g(x)=x^۲-(a+b)x+۱$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $-\frac{۳}{۴}$ ۴) $-\frac{۴}{۳}$

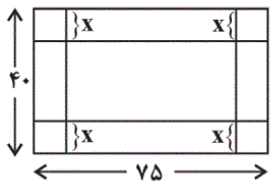
۹۷- مجموعهٔ طول نقاط بحرانی تابع با ضابطهٔ $f(x)=(x^۲-۱)\sqrt[۳]{x^۲}$ کدام است؟

۱) $\{-۱,۱\}$ ۲) $\{-۴,۰,۱\}$ ۳) $\{-۲,۰,۲\}$ ۴) $\{-\frac{۱}{۲},۰,\frac{۱}{۲}\}$

۹۸- به ازای کدام مجموعه مقادیر a تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{x^۲-۳x}{x+a}$ دارای اکسترمم نسبی است؟

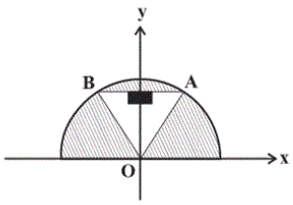
۱) $(-۳,۰)$ ۲) $(۰,۳)$ ۳) $\mathbb{R}-[-۳,۰]$ ۴) $\mathbb{R}-[۰,۳]$

۹۹- مطابق شکل زیر می‌خواهیم با برش زدن مربع‌هایی با اندازه‌های مساوی از چهار گوشهٔ یک قطعه مقوای ۷۵ × ۴۰ سانتی‌متر، یک جعبهٔ در باز بسازیم. طول ضلع مربع‌های جدا شده باید چه قدر باشد تا حجم جعبه، بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد؟



۱) ۳۰ ۲) $\frac{۲۵}{۳}$ ۳) $\frac{۲۵}{۶}$ ۴) $\frac{۵۰}{۳}$

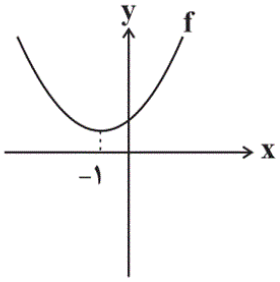
۱۰۰- مثلث OAB مطابق شکل در داخل منحنی $y=\sqrt{۲-x^۲}$ محاط شده است، به گونه‌ای که یک رأس آن روی مبدأ مختصات و ۲ رأس دیگر آن روی منحنی قرار دارد. اگر مساحت قسمت هاشورخورده در شکل کمترین مقدار ممکن باشد، اندازهٔ میانهٔ وارد بر ضلع AB کدام است؟

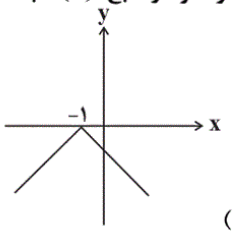


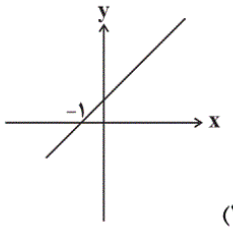
۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

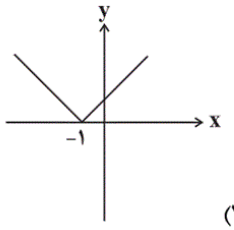
ریاضی ۳ - دوازدهم ، مشتق

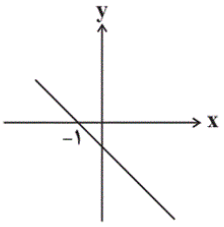
۹۱- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت سهمی زیر باشد، نمودار $f'(x)$ کدام خواهد بود؟



۱)


۲)


۳)


۴)


۹۲- مقدار مشتق تابع $f(x)=\sqrt{-۲\sqrt{x}+۱+x}$ به ازای $x=\frac{۱}{۹}$ کدام است؟ $(۰<x<۱)$

۱) $-\frac{۲}{۳}$ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۹۳- اگر $f(x)=\sqrt{۲x+۳}$ باشد، حاصل $ff''+(f')^۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۹۴- معادلهٔ خط مماس بر منحنی تابع $h(x)=(x^۲+۳x+۱)^۷$ در نقطه‌ای به طول $x=-۱$ واقع بر آن کدام است؟

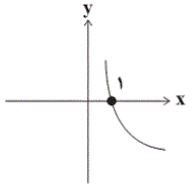
۱) $y-۷x=-۶$ ۲) $y+۶x=۷$ ۳) $y+۶x=-۷$ ۴) $y-۷x=۶$

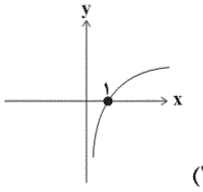
۹۵- معادلهٔ حرکت متحرکی به صورت $f(t)=t^۳-۲t^۲+۳t+۱$ بر حسب متر است. اگر سرعت لحظه‌ای آن در لحظهٔ $t=a$ برابر سرعت متوسط در بازهٔ $[۰,a]$ باشد، مقدار a کدام است؟

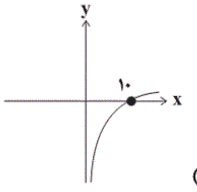
۱) ۲ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

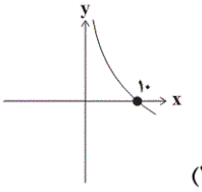
ریاضی ۲ - یازدهم ، توابع نمایی و لگاریتمی

۱۰۱- کدام منحنی مربوط به نمودار $y=\log ۰/۱x$ است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۱۰۲- اگر $\log_۲^۵=a$ و $۲^b=۰/۴$، آنگاه حاصل $\log_۵^{a+b}$ کدام است؟

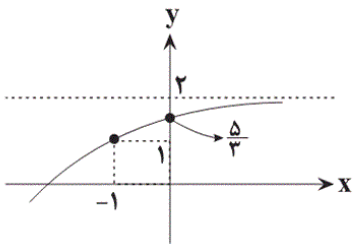
۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- دامنهٔ تابع $y = \log(۱۶ - x^۲) + \frac{x}{\log(x+۱)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) فاقد عدد صحیح

۱۰۴- نمودار تابع نمایی $y = a - b^{x+c}$ مطابق شکل زیر است. حاصل $۳b + a + c$ کدام است؟



۱) ۶

۲) ۵

۳) ۴

۴) ۳

۱۰۵- مقدار انرژی آزاد شده (E) از یک زلزلهٔ M ریشتری بر حسب اِرگ از رابطهٔ $\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M$ به دست می‌آید. مقدار انرژی آزاد شده از یک زلزلهٔ ۳/۶ ریشتری چند برابر یک زلزلهٔ ۳/۲ ریشتری است؟

۱) $\sqrt[۵]{۱۰^۴}$ ۲) $\sqrt[۵]{۱۰^۳}$ ۳) $\sqrt[۵]{۱۰^۲}$ ۴) $\sqrt[۵]{۱۰}$

۱۰۶- معادلهٔ $۲^{۳x} = x^۶$ چند ریشهٔ مثبت دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۷- حاصل عبارت $\log_{۳۹}^{۱۱۷} \times \log_{۳۹}^{۱۳} + \left(\log_{۳۹}^{۳}\right)^۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -۱ ۳) -۲ ۴) ۱

۱۰۸- اگر $\log_۲^۳ = k$ باشد، حاصل $\frac{\log ۱۲ + \log ۲}{\log ۱۲ - \log ۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{k+۱}{k+۳}$ ۲) $\frac{۳k+۱}{k+۱}$ ۳) $\frac{k+۳}{k+۱}$ ۴) $\frac{k+۱}{۳k+۱}$

۱۰۹- اگر $۲^x \times ۴^y = \sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}}$ و $\log_۳(x+y) = ۱ + \log_۳(x-y)$ باشد، آن‌گاه مقدار x کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۱۶}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- در بازهٔ (a,b) نمودار تابع $y=\log_{\frac{1}{3}}^{1-x}$ پائین‌تر از نمودار تابع $y=\log_{3}^{x}-1$ قرار می‌گیرد. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

ریاضي ۳ -دوازدهم-اعتبارسنجي - ۱۰ سوال

۲۵۱- معادله‌ی نیم‌مماس چپ تابع $f(x)=|x^2-1|$ در $x=1$ از کدام نقطه‌ی زیر عبور می‌کند؟

۱) $(-1,3)$ ۲) $(0,1)$ ۳) $(-2,5)$ ۴) $(-3,8)$

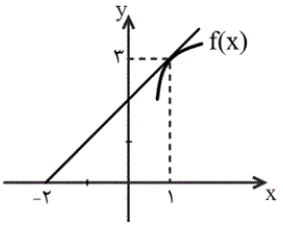
۲۵۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}(x-1)|x-1| & , \ x\neq 1\\ a & , \ x=1\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=1$ مشتق‌پذیر است. a کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۲۵۳- اگر α و β صفرهای تابع درجه‌ی دوم $f(x)=x^2-3x+1$ باشند، آنگاه $\frac{1}{f'(\alpha)}+\frac{1}{f'(\beta)}$ کدام است؟

۱) $\alpha+\beta$ ۲) صفر ۳) $\alpha-\beta$ ۴) ۱

۲۵۴- شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ است. هرگاه $g(x)=\frac{x^3}{f(x)}$ باشد، آن‌گاه شیب خط مماس بر نمودار تابع g در $x=1$ چقدر است؟



۱) ۱ ۲) $\frac{8}{3}$ ۳) $\frac{10}{9}$ ۴) $\frac{8}{9}$

۲۵۵- در تابع با ضابطه‌ی $f(x)=(x^2-3x+2)^5$، در چند نقطه‌ی غیرواقع بر محور xها، شیب خط مماس صفر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ

۲۵۶- آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم V یک کره نسبت به شعاع r، در $r=1$، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت آن نسبت به شعاع در $r=1$ است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۵۷- به ازای چه حدودی از x، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=27x-\frac{1}{4}x^4$ اکیداً نزولی است؟

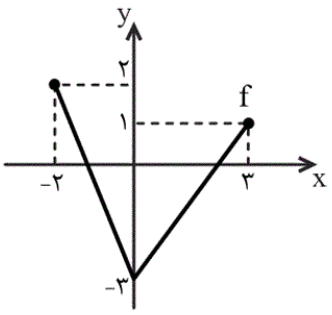
۱) $(-\infty,+\infty)$ ۲) $(3,+\infty)$ ۳) $(-\infty,3)$ ۴) $(0,+\infty)$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۵۸–اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} x+\frac{|x|}{x} & , \quad x\neq 0 \\ a & , \quad x=0 \end{cases}$ در $x=0$ فاقد اکسترمم نسبی باشد، مجموعه‌ی جواب a کدام است؟

۱) $\{a \mid |a|<1\}$ ۲) $\{a \mid |a|\leq 1\}$ ۳) $\{a \mid |a|\geq 1\}$ ۴) $\{a \mid |a|>1\}$

۲۵۹–اگر نمودار تابع f در بازه‌ی $[-2, 3]$ به شکل زیر باشد، ماکزیمم مطلق تابع $|f|$ در این بازه کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) فاقد ماکزیمم مطلق

۲۶۰– حجم استوانه‌ای 2π متر مکعب است. اگر سطح کل آن مینیمم باشد، شعاع آن چند متر است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) ۰/۵

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(1) = 3 + 2a + b = 0 (I) \\ f'(3) = 27 + 6a + b = 0 (II) \end{cases} \xrightarrow{I,II} a = -6, b = 9$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 3x + 1$$

حال طول نقطهٔ بحرانی تابع $g(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$g'(x) = 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$ طول نقطهٔ بحرانی

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۷- (محمد ساسانی)

$$f(x) = \left(x^2 - 1\right)\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow f'(x) = (2x)\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(x^2 - 1)$$

$$f'(x) = \frac{6x^2 + 2x^2 - 2}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{8x^2 - 2}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 8x^2 - 2 = 0 \Rightarrow 8x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$$

در ضمن در $x = 0$ مشتق وجود ندارد.

پس مجموعهٔ نقاط بحرانی تابع برابر $\left\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right\}$ است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

-۹۸

تابع f، تابع کسری است و در دامنهٔ خودش پیوسته و مشتق‌پذیر است.

پس وقتی اکسترمم نسبی دارد یعنی حتماً ریشه سادهٔ f' هم دارد، بنابراین:

$$f'(x)=\frac{(2x-3)(x+a)-(1)(x^2-3x)}{(x+a)^2}=0$$

$$\Rightarrow 2x^2+2ax-3x-3a-x^2+3x=0$$

$\Rightarrow x^2+2ax-3a=0\Rightarrow$ باید دلتای آن مثبت باشد تا ریشهٔ ساده داشته باشد.

$$\Delta>0\Rightarrow (2a)^2-4(1)(-3a)>0$$

$$4a^2+4(3a)>0\Rightarrow a^2+3a>0\Rightarrow a(a+3)>0$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۹ *(جهانگیر خاکی)*

با برش زدن و جدا کردن مربع‌های مساوی به طول ضلع x حجم جعبه ساخته شده بر حسب x به صورت زیر خواهد بود: $(0 < x < 20)$

$$V = (75 - 2x)(40 - 2x)(x) \Rightarrow V = 4x^3 - 230x^2 + 3000x$$

حال به کمک V'، نقطهٔ بحرانی تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$V' = 0 \Rightarrow 12x^2 - 460x + 3000 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 4} 3x^2 - 115x + 750 = 0 \Rightarrow (3x - 25)(x - 30) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 30 \text{ غ.ق.ق} \\ x_2 = \frac{25}{3} \text{ ق.ق} \end{cases}$$

توجه کنیدکه $x = 30$ در محدودهٔ $(0,20)$ نیست، پس غیرقابل قبول است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$S(x) = x\sqrt{2 - x^2}$$

نقاط بحرانی تابع S را می‌یابیم:

$$S'(x) = 0 \Rightarrow 1 \times \sqrt{2 - x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{2 - x^2}} \times x = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{2 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(2 - x^2) - x^2}{\sqrt{2 - x^2}} = 0 \Rightarrow 2 - 2x^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow[\text{مختصات است}]{\text{A در ربع اول}} x = 1$$

$$\Rightarrow OH = y = \sqrt{2 - x^2} \xrightarrow{x=1} y = 1$$

حال از آن جا که در مثلث متساوی‌الساقین، میانه و ارتفاع وارد بر قاعده بر هم منطبق‌اند، مقدار میانه نیز برابر ۱ خواهد بود.

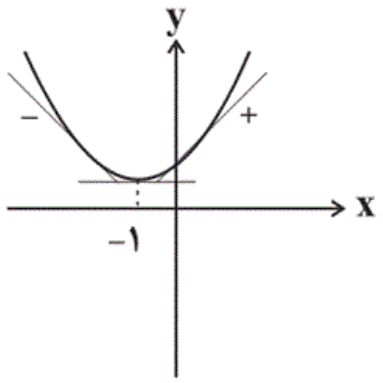
(کاربرد مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- *(علی مرشد)*

می‌دانیم که مشتق یک تابع همان شیب خط مماس بر آن تابع است. با رسم مماس در نقاط مختلف تابع f و تعیین علامت شیب خط مماس، نمودار f' را به‌دست می‌آوریم.



در نقطهٔ $x=-1$ خط مماس افقی است، پس مشتق f در آن صفر است. برای $x<-1$ خطوط مماس دارای شیب منفی هستند، پس نمودار f' باید زیر محور xها باشد. برای $x>-1$ خط مماس دارای شیب مثبت است، پس نمودار f' باید بالای محور xها باشد. ضمناً توجه کنید که نمودار سهمی مربوط به یک تابع درجه دوم است که مشتق آن از درجهٔ اول خواهد بود و نمودارش به‌صورت یک خط است. بنابراین گزینهٔ «۲» درست خواهد بود.

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۲- *(مهدی بیرانوند)*

$$f(x)=\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}=\sqrt{(\sqrt{x}-1)^2}=|\sqrt{x}-1|$$

$$\xrightarrow{0<x<1} f(x)=1-\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'\left(\frac{1}{9}\right)=-\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{9}}}=\frac{-1}{\frac{2}{3}}=-\frac{3}{2}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۵ تا ۸۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- *(رسول محسنی‌منش)*

با ساده‌سازی و بررسی عبارت خواسته شده داریم:

$$ff'' + (f')^{۲} = \left(ff'\right)' = \left(\sqrt{۲x+۳} \times \frac{۲}{۲\sqrt{۲x+۳}}\right)' = \left(۱\right)' = ۰$$

تذکر: توجه داشته باشید مشتق مرتبهٔ دوم تابع f را با f'' نمایش می‌دهیم.

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۴- *(حمیدرضا شیبانی)*

اگر $f(x) = x^{۷}$ و $g(x) = x^{۲} + ۳x + ۱$ را در نظر بگیریم، آن‌گاه:

$$h(x) = f(g(x))$$

با توجه به قاعدهٔ مشتق تابع مرکب داریم:

$$h'(x) = g'(x).f'(g(x)) = (۲x+۳)(۷)(x^{۲}+۳x+۱)^{۶}$$
$$\Rightarrow h'(-۱) = ۱ \times ۷ \times ۱ = ۷$$

همچنین $h(-۱) = -۱$. پس با داشتن مشتق تابع و همچنین نقطهٔ $(-۱,-۱)$ داریم:

$$y - y_{۰} = \underset{\downarrow}{m}_{h'(x_{۰})}(x - x_{۰}) \Rightarrow y + ۱ = ۷(x+۱)$$

$$\Rightarrow y = ۷x + ۶ \Rightarrow y - ۷x = ۶$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- *(محمدجواد محسنی)*

سرعت لحظه‌ای متحرک در $t=a$ برابر با $f'(a)$ است:

$$f'(t)=3t^2-4t+3 \Rightarrow f'(a)=3a^2-4a+3$$

سرعت متوسط متحرک در بازهٔ $[0,a]$ برابر است با: $\frac{f(a)-f(0)}{a-0}$

$$\frac{f(a)-f(0)}{a-0}=\frac{a^3-2a^2+3a+1-1}{a}=a^2-2a+3$$

حال داریم:

$$3a^2-4a+3=a^2-2a+3 \Rightarrow 2a^2-2a=0 \Rightarrow \begin{cases} a_1=1 & \text{ق ق} \\ a_2=0 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۱- *(مجید شعبانی عراقی)*

چون $\log 0/1x=\log_{10}^{0/1x}$، پس نمودار باید صعودی باشد. از طرفی نقطهٔ برخورد تابع با محور xها از معادلهٔ $y=0$ بدست می‌آید:

$$y=0 \Rightarrow 0=\log_{10}^{0/1x}=0 \Rightarrow 10^0=0/1x$$

$$\Rightarrow 0/1x=1 \Rightarrow x=10$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۵ و ۱۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۲ (عزیزالله علی‌اصغری)

$$۲^{b} = ۰/۴ \Rightarrow b = \log_{۲}^{۰/۴} = \log_{۲}^{\frac{۴}{۱۰}} = \log_{۲}^{\frac{۲}{۵}}$$

$$= ۱ - \log_{۲}^{۵} \xrightarrow{\log_{۲}^{۵}=a} b = ۱ - a \Rightarrow a + b = ۱$$

$$\Rightarrow \log_{۵}^{a+b} = \log_{۵}^{۱} = ۰$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۰۳ (محمدمهدی زریون)

عبارت جلوی لگاریتم باید مثبت و مخرج کسر مخالف صفر باشد:

$$\begin{cases} ۱۶ - x^{۲} > ۰ \Rightarrow -۴ < x < ۴ \\ x + ۱ > ۰ \Rightarrow x > -۱ \\ \log(x+۱) \neq ۰ \Rightarrow x + ۱ \neq ۱ \Rightarrow x \neq ۰ \end{cases} \Rightarrow D_f = (-۱, ۴) - \{۰\}$$

بنابراین دامنهٔ تابع مورد نظر شامل اعداد صحیح $\{۱, ۲, ۳\}$ است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۴- *(افشین گلستانی)*

با توجه به شناختی که از نمودار تابع نمایی داریم، متوجه می‌شویم که نمودار ۲ واحد به بالا انتقال داده شده است پس $a = ۲$، لذا خواهیم داشت:

$$y = ۲ - b^{x+c}$$

نقاط $(-۱,۱)$ و $(۰,\frac{۵}{۳})$ روی نمودار تابع قرار دارند، بنابراین:

$$(۰,\frac{۵}{۳}) \Rightarrow \frac{۵}{۳} = ۲ - b^{۰+c} \Rightarrow b^c = \frac{۱}{۳} \ (*)$$

$$(-۱,۱) \Rightarrow ۱ = ۲ - b^{-۱+c} \Rightarrow b^{-۱+c} = ۱ \Rightarrow b^{-۱} \times b^c = ۱$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{۱}{۳} b^{-۱} = ۱ \Rightarrow b = \frac{۱}{۳}, c = ۱$$

در نتیجه: $۳b + a + c = ۳ \times \frac{۱}{۳} + ۲ + ۱ = ۴$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۵- *(میلاد سیاوشی)*

$$M_۱ = ۳/۶ \Rightarrow \log E_۱ = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times ۳/۶ = ۱۷/۲$$
$$\Rightarrow \log E_۱ = ۱۷/۲ \Rightarrow E_۱ = ۱۰^{۱۷/۲}$$

$$M_۲ = ۳/۲ \Rightarrow \log E_۲ = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times ۳/۲ = ۱۶/۶$$
$$\Rightarrow \log E_۲ = ۱۶/۶ \Rightarrow E_۲ = ۱۰^{۱۶/۶}$$

$$\frac{E_۱}{E_۲} = \frac{۱۰^{۱۷/۲}}{۱۰^{۱۶/۶}} = ۱۰^{۰/۶} = ۱۰^{\frac{۶}{۱۰}} = ۱۰^{\frac{۳}{۵}} = \sqrt[۵]{۱۰^۳}$$

(ریاضی ۲، صفحهٔ ۱۱۷)

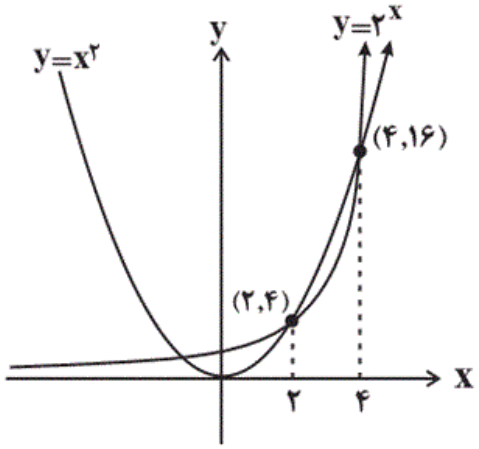
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- *(سروش موئینی)*

از دو طرف ریشهٔ سوم می‌گیریم: $۲^x = x^۲$

با توجه به شکل زیر، این معادله دو ریشهٔ مثبت دارد:



(ریاضی ۲، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۷- *(عباس گنجی)*

$$\log_{۳۹}^{۱۱۷} = \log_{۳۹}^{۹\times۱۳} = \log_{۳۹}^{۳^۲} + \log_{۳۹}^{۱۳} = ۲\log_{۳۹}^{۳} + \log_{۳۹}^{۱۳}$$

اگر قرار دهیم: $\log_{۳۹}^{۳} = a$ و $\log_{۳۹}^{۱۳} = b$، آن‌گاه داریم:

$\log_{۳۹}^{۱۱۷} = ۲a + b$ پس:

$$a^۲ + b(۲a + b) = a^۲ + ۲ab + b^۲ = (a+b)^۲$$

از طرفی $a + b = \log_{۳۹}^{۳} + \log_{۳۹}^{۱۳} = \log_{۳۹}^{۳۹} = ۱$ پس حاصل برابر $۱^۲$

یعنی ۱ است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- (محمدامین روانبخش)

طبق فرض سوال: $\log_{۲}^{۳}=\frac{\log ۳}{\log ۲}=k$

$$\frac{\log ۱۲+\log ۲}{\log ۱۲-\log ۲}=\frac{\log ۲۴}{\log ۶}=\frac{\log ۸\times ۳}{\log ۲\times ۳}=\frac{\log ۳+۳\log ۲}{\log ۳+\log ۲}$$

$$\xrightarrow[\log ۲ \text{ تقسیم می کنیم}]{\text{صورت و مخرج را بر}} \frac{\frac{\log ۳}{\log ۲}+۳}{\frac{\log ۳}{\log ۲}+۱}=\frac{k+۳}{k+۱}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۹- (یغما مکانستریان)

$$\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}}=(۲^{۱}\times ۲^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{۱}{۳}}=(۲^{\frac{۳}{۲}})^{\frac{۱}{۳}}=۲^{\frac{۱}{۲}} \quad (*)$$

$$۲^{x}\times ۴^{y}=\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}} \xrightarrow{(*)} ۲^{x+۲y}=۲^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow x+۲y=\frac{۱}{۲}$$

از طرفی داریم:

$$\log_{۳}(x+y)=\underset{\log_{۳}^{۳}}{\underset{\downarrow}{۱}}+\log_{۳}(x-y)$$

$$\Rightarrow \log_{۳}(x+y)=\log_{۳}^{۳(x-y)} \Rightarrow x+y=۳x-۳y$$

$$\Rightarrow x-۲y=۰$$

$$\begin{cases} x+۲y=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=\frac{۱}{۴} \\ x-۲y=۰ \end{cases}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۹۸، ۱۰۳، ۱۰۴ و ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۰ *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$$\log_{۳}^{x} - ۱ > \log_{۳}^{۱-x} \rightarrow \log_{۳}^{x} - \log_{۳}^{۳} > \log_{۳}^{۱-x}$$

$$\Rightarrow \log_{۳}^{\frac{x}{۳}} > \log_{۳}^{۱-x} \Rightarrow \frac{x}{۳} > ۱ - x \rightarrow x > ۳ - ۳x$$

$$\Rightarrow ۴x > ۳ \Rightarrow x > \frac{۳}{۴} \quad (۱)$$

از طرفی عبارت‌های x و $x-۱$ که داخل لگاریتم هستند باید مثبت باشند:

$$x > ۰, ۱ - x > ۰ \Rightarrow ۰ < x < ۱ \quad (۲)$$

از اشتراک (۱) و (۲) به بازهٔ $(\frac{۳}{۴}, ۱)$ می‌رسیم پس حداکثر مقدار $b - a$ برابر با $۱ - \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۴}$ است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲، ۱۱۵ و ۱۱۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا