



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، توابع پلکانی و قدرمطلق

۶۱- اگر $f(x)$ تابع همانی و $g(x)$ تابع علامت باشد $(g(x) = \text{sign}(x))$ ، در این صورت حاصل

$$\frac{2f(3) + g(-3)}{5g(7) + f(0)}$$

کدام است؟

۱ (۲)

۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۶۲- اگر x عددی صحیح باشد، در این صورت حاصل عبارت $A = [x] + [-x] + 12$ کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است.)

۱۴ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۶۳- حاصل عبارت مقابل کدام است؟ ($[]$ ، علامت جزء صحیح است.)

$$A = \text{sign}([-\sqrt{2}]) - 2[\text{sign}(\sqrt{2})] = ?$$

-۴ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

۶۴- به‌ازای کدام مقادیر زیر تساوی $[x] = 2x - 1$ همواره برقرار است؟

-۱ و $-\frac{1}{2}$ (۴)

۱ و $-\frac{1}{2}$ (۳)

۱ و $\frac{1}{2}$ (۲)

۱) صفر و ۱

۶۵- با توجه به تابع $f(x) = |x|$ ، عبارت ذکر شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) دامنه این تابع \mathbb{R} و برد آن $\{y \geq 0\}$ است.

(۲) نمودار این تابع، از نواحی اول و دوم می‌گذرد.

(۳) به ازای هر مقدار حقیقی k رابطه $f(-k) = f(k)$ برقرار است.

(۴) اگر k عددی صحیح باشد، آن گاه رابطه $f(kx) = kf(x)$ همواره برقرار است.

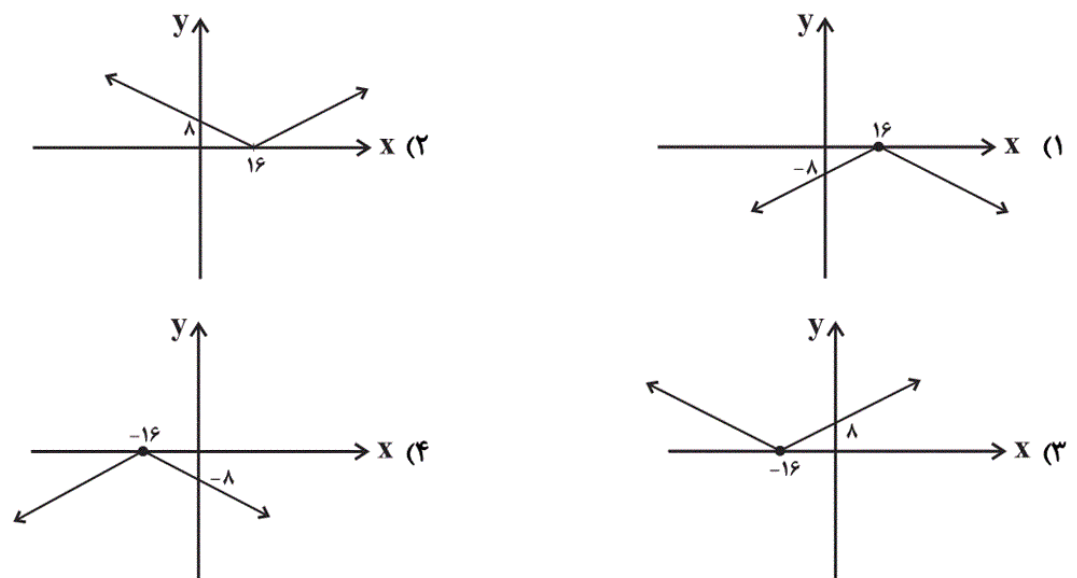
۶۶- نمودار توابع $y = \text{sign}(x)$ و $y = -|x|$ در چند نقطه با هم تلاقی دارند؟

- (۱) صفر (۲) یک نقطه (۳) دو نقطه (۴) سه نقطه

۶۷- با فرض $x > 2$ حاصل عبارت $A = 3|2x - 4| - |3 - 5x|$ همواره کدام است؟

- (۱) $9 - x$ (۲) $x - 9$ (۳) $x - 3$ (۴) $3 - x$

۶۸- نمودار تابع $y = |-\frac{1}{2}x + 8|$ کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} (m-1)x^2 + 8 & , x > 1 \\ \frac{k}{2}x - 1 & , x = 1 \\ n - 3 & , x < 1 \end{cases}$$

۶۹- می‌خواهیم تابع چند ضابطه‌ای $x=1$ را به یک تابع پلکانی تبدیل کنیم. کدام گزینه الزاماً صحیح

است؟

(۱) $m=1$ ، k هر عدد دلخواه و فقط $n=3$ (۲) $m=1$ ، فقط $k=0$ و n هر عدد دلخواه

(۳) $m=1$ ، k و n هر عدد دلخواه می‌توانند باشند. (۴) $m=1$ ، فقط $k=0$ و فقط $n=3$

۷۰- شرکتی تصمیم دارد از ابتدای سال آینده، حقوق کارمندانش را افزایش دهد. این افزایش حقوق به این صورت است: حقوق‌های کمتر از

یک میلیون تومان ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. حقوق‌های بین ۱ تا ۲ میلیون تومان به‌ازای مزاد حقوق از ۱ میلیون، ۱۸ درصد افزایش

می‌یابد. حقوق‌های بین ۲ تا ۴ میلیون به‌ازای مزاد حقوق از ۲ میلیون، ۱۲ درصد افزایش می‌یابد و حقوق‌های بیش از ۴ میلیون

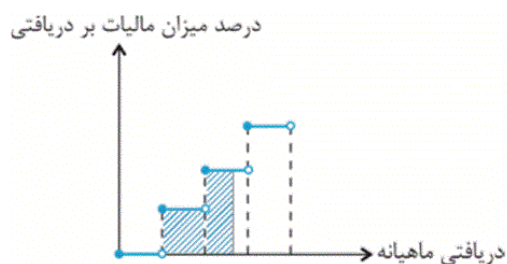
تومان به‌ازای مزاد حقوق از ۴ میلیون تومان، ۱۰ درصد افزایش خواهند یافت. اگر حقوق کارمندی ۵۶۰ هزار تومان افزایش یابد،

حقوق قبلی او چقدر بوده است؟

(۱) ۴۲۰۰۰۰۰۰ تومان (۲) ۳۵۰۰۰۰۰۰ تومان (۳) ۲۵۰۰۰۰۰۰ تومان (۴) ۳۲۰۰۰۰۰۰ تومان

ریاضی و آمار ۲ - گواه ، توابع پلکانی و قدرمطلق -

۷۱- در نمودار پلکانی زیر، سطح رنگی زیر نمودار نشان‌دهنده چیست؟



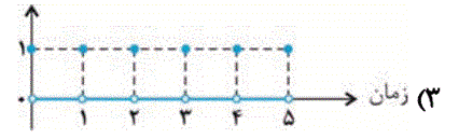
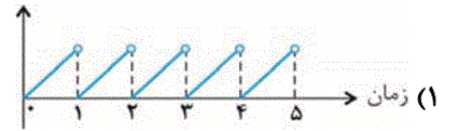
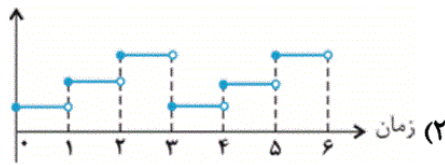
(۱) درصد مالیات پرداختی شخص

(۲) مالیات کل سال شخص

(۳) میزان معافیت مالیاتی شخص

(۴) مالیات ماهانه شخص

۷۲- در یک ساعت دیواری، پرنده‌ای رأس هر ساعت از ساعت بیرون می‌آید. کدام گزینه نمودار آن را نشان می‌دهد؟



۷۳- حاصل $\frac{[\pi] + 7 \times [0/0.2]}{[0/9] \times [-2/1] + [-0/1]}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۴) صفر

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) ۳

(۱) -۳

۷۴- اگر $f(x) = [-x]$ و $g(x) = [3x]$ باشند، حاصل $\frac{g(\frac{5}{6}) - f(0/1)}{2f(-1/2)}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۷۵- به‌ازای چه محدوده‌ای از x ، مقادیر تابع $f(x) = [x]$ همواره بیشتر از مقادیر تابع $g(x) = \text{sign}(x)$ است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

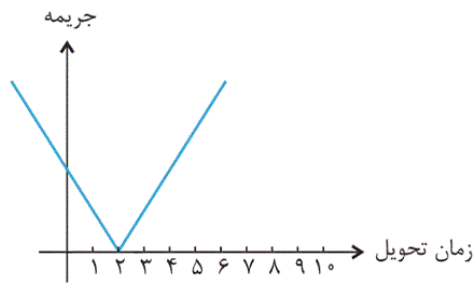
(۴) $x \geq -1$

(۳) $0 \leq x < 2$

(۲) $x \geq 1$

(۱) $x \geq 2$

۷۶- نمودار جریمه برحسب زمان تحویل یک پروژه مطابق شکل زیر است. قدرمطلق شیب خط به چه معنایی است؟



(۱) مبلغ کل جریمه

(۲) موعد تحویل

(۳) سود پروژه

(۴) جریمه به ازای هر ماه تأخیر یا تعجیل

۷۷- نمودار تابع $f(x) = |2x - 3|$ از کدام نقطه زیر عبور نمی‌کند؟

(۴) $(-1, 1)$

(۳) $(2, 1)$

(۲) $(0, 3)$

(۱) $(1, 1)$

۷۸- ضابطه تابع $y = |2x + 6| + 3$ به صورت چند ضابطه‌ای کدام است؟

$$y = \begin{cases} 2x + 3 & , x \geq -2 \\ -2x + 1 & , x < -2 \end{cases} \quad (۲)$$

$$y = \begin{cases} 2x + 9 & , x \geq -3 \\ -2x - 3 & , x < -3 \end{cases} \quad (۱)$$

$$y = \begin{cases} x + 3 & , x \geq -2 \\ -x + 2 & , x < -2 \end{cases} \quad (۴)$$

$$y = \begin{cases} 2x + 6 & , x \geq -3 \\ -2x - 3 & , x < -3 \end{cases} \quad (۳)$$

۷۹- اگر $f(x) = |x + 1| - 2$ و دامنه f محدوده $1 \leq x \leq 3$ باشد، آنگاه برد تابع f کدام است؟

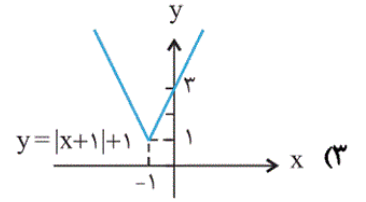
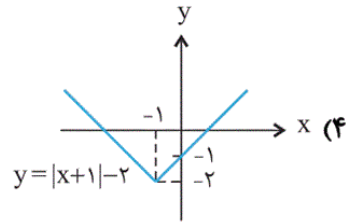
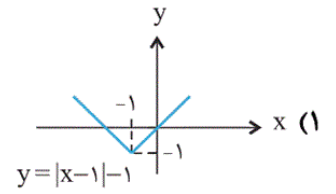
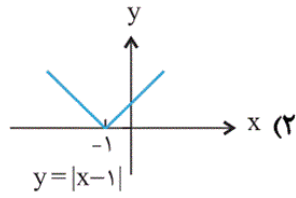
(۴) $1 \leq y \leq 3$

(۳) $1 \leq y \leq 2$

(۲) $0 \leq y \leq 1$

(۱) $0 \leq y \leq 2$

۸۰- در کدام گزینه، نمودار تابع به‌طور صحیح رسم شده است؟



-۶۱

(فرداد روشنی، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

می‌دانیم ضابطه تابع همانی $f(x) = x$ است و ضابطه تابع علامت به صورت زیر می‌باشد:

$$g(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{2f(3) + g(-3)}{5g(7) + f(0)} = \frac{2 \times 3 + (-1)}{5 \times (1) + 0} = \frac{6-1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

۴

۳

۲

۱

-۶۲

(امیر زراندوز، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

اگر x عددی صحیح باشد آن‌گاه:

$$[x] = x \quad \text{و} \quad [-x] = -x$$

لذا خواهیم داشت:

$$A = [x] + [-x] + 12 = \underbrace{x + (-x)}_{\text{صفر}} + 12 = 12$$

۴

۳

۲

۱

-۶۳

(امیر زراندوز، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

می‌دانیم $\sqrt{2}$ تقریباً برابر $1/4$ می‌باشد. از طرفی تابع علامت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{sign}(-\sqrt{2}) = \text{sign}(-1/4) = \text{sign}(-2) = -1 \\ \text{sign}(\sqrt{2}) = \text{sign}(1/4) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = -1 - 2(1) = -3$$

۴

۳

۲

۱

$$\begin{aligned}
 \text{۳)} \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} [-\frac{1}{2}] = -1 \\ 2 \times (-\frac{1}{2}) - 1 = -1 - 1 = -2 \end{cases} \quad \times \\ x = 1 \Rightarrow \begin{cases} [1] = 1 \\ 2 \times (1) - 1 = 2 - 1 = 1 \end{cases} \quad \checkmark \end{array} \right. \\
 \text{۴)} \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} [-\frac{1}{2}] = -1 \\ 2 \times (-\frac{1}{2}) - 1 = -1 - 1 = -2 \end{cases} \quad \times \\ x = -1 \Rightarrow \begin{cases} [-1] = -1 \\ 2 \times (-1) - 1 = -2 - 1 = -3 \end{cases} \quad \times \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

پس تنها به ازای $x = \frac{1}{2}$ و $x = 1$ تساوی برقرار است.

۴

۳

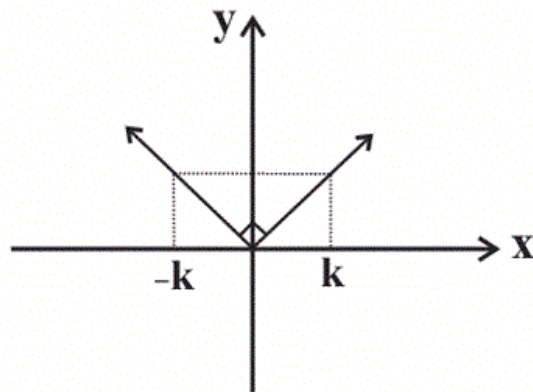
۲ ✓

۱

۶۵-

(امیر زرانروز، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲)

از نمودار تابع $f(x) = |x|$ نتیجه می‌گیریم که دامنه f برابر \mathbb{R} و برد آن برابر $\{y \geq 0\}$ است. ضمناً نمودار از نواحی اول و دوم می‌گذرد. از روی نمودار، معلوم است که $f(k)$ و $f(-k)$ همواره با هم برابرند. ولی رابطه $f(kx) = kf(x)$ همواره برقرار نیست، مثلاً اگر $x = -1$ و $k = -2$ باشد آن‌گاه:



$$\begin{cases} f(kx) = f(2) = |2| = 2 \\ kf(x) = -2 \times 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow f(kx) \neq kf(x)$$

۴ ✓

۳

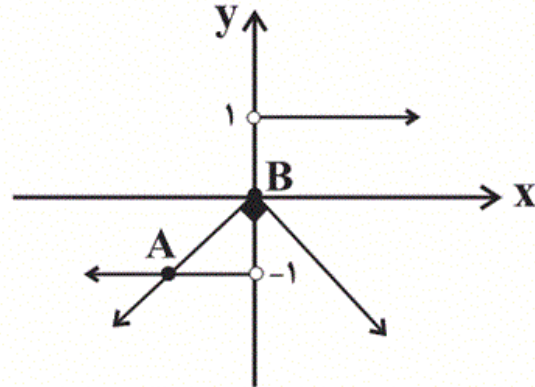
۲

۱

(معمد بهیرایی، صفحه‌ی ۳۴ تا ۴۲)

$$y = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$y = -|x| = \begin{cases} -x & , x \geq 0 \\ x & , x < 0 \end{cases}$$



از روی نمودار، معلوم می‌شود که نمودار توابع داده شده در ۲ نقطه A و B تلاقی دارند.

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهردی ملا، مضانی، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲)

اگر $x > 2$ باشد، عبارت $(2x - 4)$ همواره مثبت و عبارت $(3 - 5x)$ همواره منفی خواهد بود، زیرا:

$$x > 2 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow 2x - 4 > 4 - 4 \Rightarrow 2x - 4 > 0$$

$$x > 2 \Rightarrow -5x < -10 \Rightarrow 3 - 5x < 3 - 10 \Rightarrow 3 - 5x < -7$$

$$A = 3 \overbrace{|2x - 4|}^{+} - \overbrace{|3 - 5x|}^{-} = 3(2x - 4) + (3 - 5x)$$

$$= 6x - 12 + 3 - 5x = x - 9$$

۴

۳

۲ ✓

۱

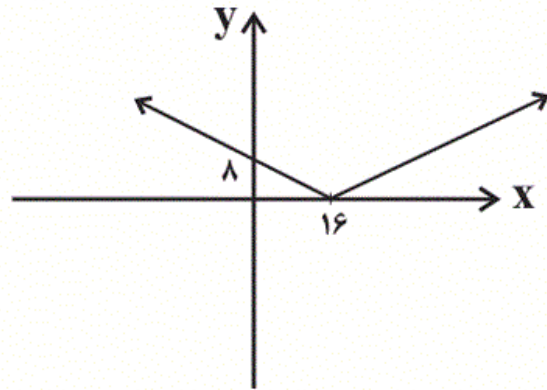
ابتدا ضابطه تابع را به صورت چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \left| -\frac{1}{2}x + 8 \right| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 8 & , -\frac{1}{2}x + 8 \geq 0 \\ -(-\frac{1}{2}x + 8) & , -\frac{1}{2}x + 8 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 8 & , x \leq 16 \\ \frac{1}{2}x - 8 & , x > 16 \end{cases}$$

حال با رسم نمودارهای تابع دوخطی $y = -\frac{1}{2}x + 8$ و $y = \frac{1}{2}x - 8$ با توجه به

محدوده دامنه ضابطه‌ها به نمودار تابع گزینه «۲» می‌رسیم.



۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم هر ضابطه یک تابع پلکانی، مقداری ثابت است، لذا باید ضریب متغیر x در ضابطه‌ها را مساوی صفر قرار دهیم تا متغیرها از بین بروند.

$$m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1$$

ضمناً n هر عددی می‌تواند باشد، چون در ضابطه $(n - 3)$ متغیر x وجود ندارد.

از طرفی چون ضابطه وسط به‌ازای مقدار $x = 1$ همواره یک عدد است، پس این ضابطه نیز به‌ازای هر مقدار k ثابت است.

۴

۳ ✓

۲

۱

برای محاسبه میزان افزایش حقوق، طبق نمودار پلکانی زیر، مساحت هر قسمت را محاسبه می‌کنیم.

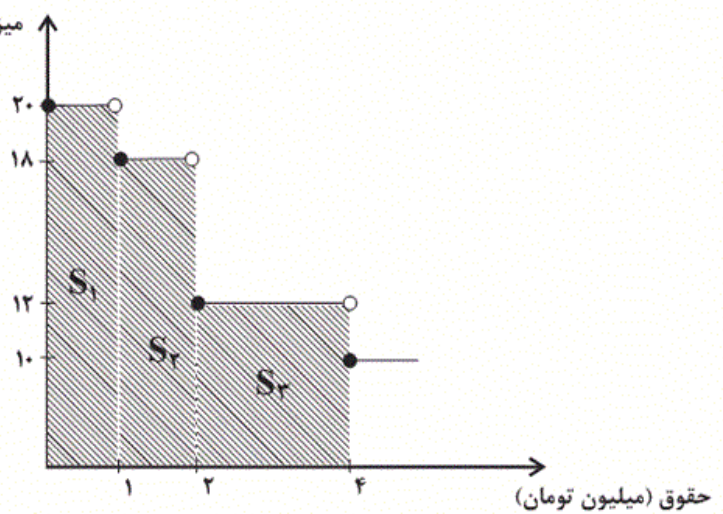
$$S_1 = 1000000 \times \frac{20}{100} = 200000 \text{ تومان}$$

$$S_2 = 1000000 \times \frac{18}{100} = 180000 \text{ تومان}$$

$$S_3 = 2000000 \times \frac{12}{100} = 240000 \text{ تومان}$$

اگر میزان افزایش حقوق کمتر از S_1 باشد، یعنی حقوق اولیه شخص کمتر از یک میلیون تومان است. اگر بین S_1 و $S_1 + S_2$ باشد، حقوقش بین یک تا دو میلیون تومان و اگر بین $S_1 + S_2$ تا $S_1 + S_2 + S_3$ باشد، حقوق بین ۲ تا ۴ میلیون و در غیر این صورت، بیش از ۴ میلیون بوده است.

میزان افزایش برحسب درصد



$$S_1 = 200000$$

$$S_1 + S_2 = 200000 + 180000 = 380000$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 200000 + 180000 + 240000 = 620000$$

چون 560000 تومان بین $S_1 + S_2$ و $S_1 + S_2 + S_3$ است، حقوقش بین ۲ تا ۴ میلیون بوده است. اگر حقوقش x تومان بوده، میزان افزایش حقوق برابر است با:

$$S_1 + S_2 + (x - 200000) \times \frac{12}{100} = 560000$$

$$\Rightarrow 380000 + (x - 200000) \times \frac{12}{100} = 560000$$

$$(x - 200000) \times \frac{12}{100} = 180000 \Rightarrow x - 200000 = 150000 \Rightarrow x = 350000$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۷۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۳۴ تا ۳۶ کتاب درسی)

سطح زیر نمودار پلکانی درصد میزان مالیات بر دریافتی برابر با مالیات ماهانه فرد

است.

۱

۲

۳

۴ ✓

-۷۲

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۳۴ تا ۳۶ کتاب درسی)

چون در فواصل زمانی یک ساعت پرند بیرون می‌آید، نمودار تابع می‌تواند به صورت خط افقی $y = 0$ باشد که در نقاط با طول صحیح، مقدار یک دارد. یعنی نمودار گزینه «۳» صحیح است.

۱

۲

۳ ✓

۴

-۷۳

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹ کتاب درسی)

اعداد داده شده را روی محور نشان داده و جزء صحیح آن‌ها را به دست می‌آوریم.
پس:



$$[\pi] = 3, [0/0.2] = 0$$

$$[0/9] = 0, [-2/1] = -3$$

$$[-0/1] = -1$$

در نتیجه:

$$\frac{[\pi] + 7 \times [0/0.2]}{[0/9] \times [-2/1] + [-0/1]} = \frac{3 + 0}{0 \times (-3) - 1} = -3$$

۴

۳

۲

۱ ✓

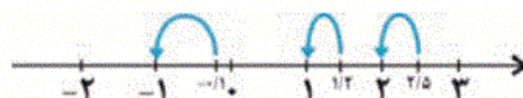
-۷۴

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹ کتاب درسی)

با توجه به ضابطه توابع f و g داریم:

$$\frac{g(\frac{5}{6}) - f(0/1)}{2f(-1/2)} \quad \begin{matrix} f(x) = [-x] \\ g(x) = [3x] \end{matrix} \rightarrow \frac{[3 \times \frac{5}{6}] - [-0/1]}{2 \times [-(1/2)]} = \frac{[2] - [-0/1]}{2 \times [1/2]}$$

$$[2] = 2, [-0/1] = -1, [1/2] = 1$$



$$\Rightarrow \frac{[2] - [-0/1]}{2 \times [1/2]} = \frac{2 - (-1)}{2 \times 1} = \frac{3}{2}$$

۴

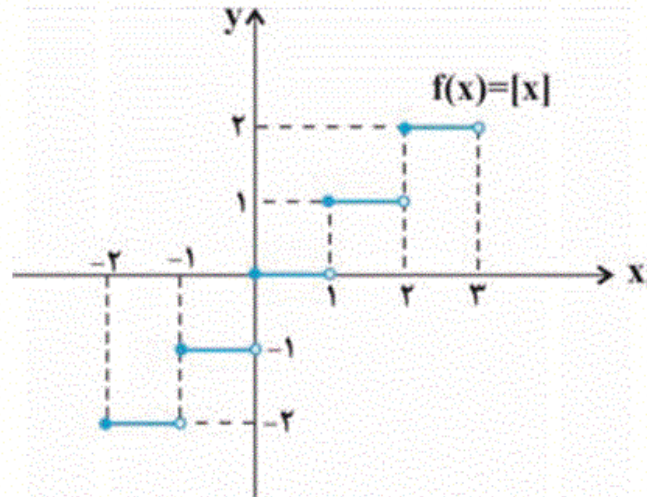
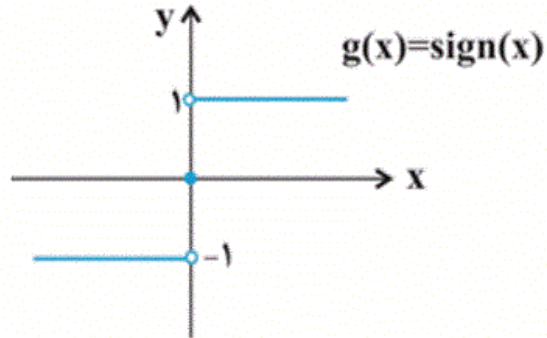
۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۳۴ تا ۳۹ کتاب درسی)

نمودار دو تابع $f(x) = [x]$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ را رسم می‌کنیم.



همان‌طور که در نمودارها دیده می‌شود تنها در محدوده $x \geq 2$ نمودار تابع همواره $f(x) = [x]$ بالای نمودار تابع $g(x) = \text{sign}(x)$ است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

شیب خط نمودار، نشان‌دهنده میزان جریمه به‌ازای هر یک ماه تأخیر یا تعجیل در تحویل پروژه است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۷۷

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲ کتاب (رسی))

نقطه‌های داده شده را در ضابطه تابع $f(x) = |2x - 3|$ امتحان می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = |2 \times 1 - 3| = |-1| = 1 \Rightarrow (1, 1) \in f$$

$$\xrightarrow{x=0} f(0) = |0 - 3| = |-3| = 3 \Rightarrow (0, 3) \in f$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = |2 \times 2 - 3| = |4 - 3| = 1 \Rightarrow (2, 1) \in f$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = |2 \times (-1) - 3| = |-2 - 3| = |-5| = 5 \Rightarrow (-1, 1) \notin f$$

۴ ✓

۳

۲

۱

-۷۸

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲ کتاب (رسی))

با توجه به تعریف قدرمطلق داریم:

$$y = \begin{cases} (2x+6)+3 & , 2x+6 \geq 0 \\ -(2x+6)+3 & , 2x+6 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 2x+9 & , 2x \geq -6 \\ -2x-6+3 & , 2x < -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 2x+9 & , x \geq -3 \\ -2x-3 & , x < -3 \end{cases}$$

۴

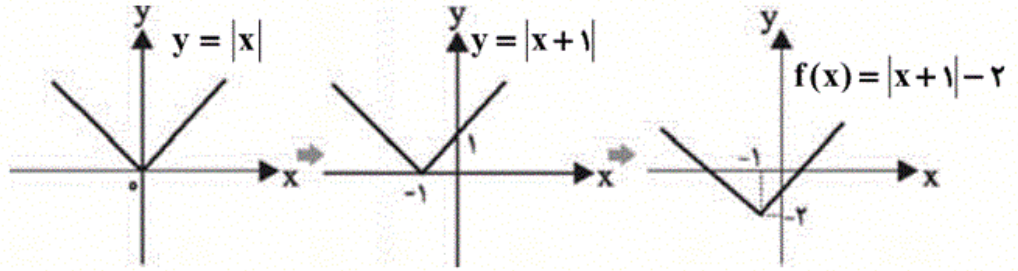
۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۳۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

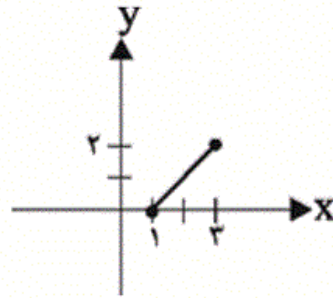
با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = |x|$ نمودار تابع $f(x) = |x+1| - 2$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به دامنه $1 \leq x \leq 3$ داریم:

$f(1) = 0$

$f(3) = 2$



\Rightarrow برد تابع: $0 \leq y \leq 2$

۴

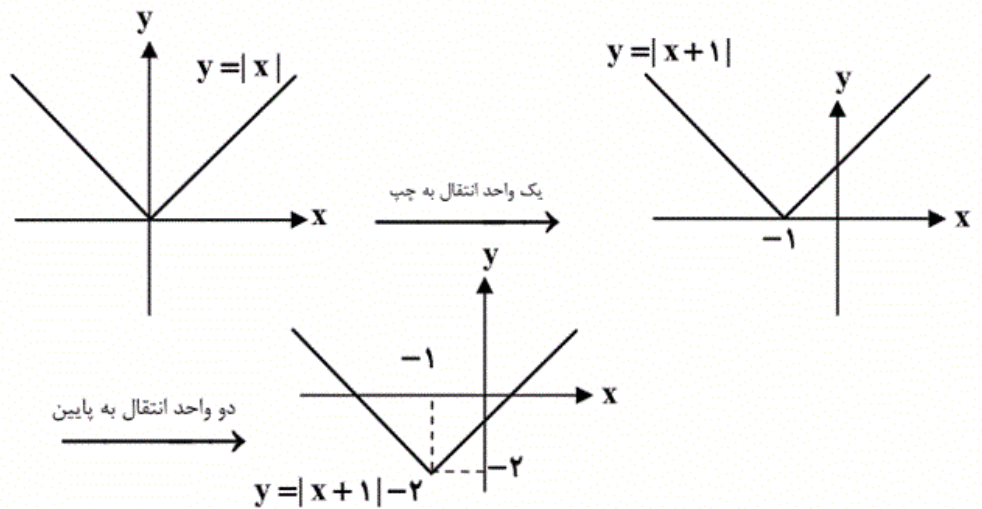
۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۳۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = |x|$ ، در مورد گزینه «۴» داریم:



۴ ✓

۳

۲

۱