



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، تعیین علامت - ۶ سوال

۶۱- حدود  $a$  کدام باشد تا به ازای مقادیر مختلف  $x$ ، عبارت  $A = \frac{x^2 + ax + 1}{-x^2 - x - 1}$  بتواند مقادیر مثبت، منفی و صفر را اختیار کند؟

(۲)  $|a| > 2$

(۱)  $-2 < a < 2$

(۴)  $|a| > 1$

(۳) هر مقدار حقیقی  $a$

۶۴- اگر  $a \leq m \leq b$  بزرگ‌ترین بازه برای  $m$  باشد که به ازای آن، عبارت  $A = x^2 + 2mx + x + 1$  تغییر علامت ندهد، حاصل  $ab$  کدام است؟

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $-\frac{3}{4}$

۶۸- به ازای چند عدد صحیح  $m$ ، سهمی  $y = mx^2 + mx + 1$  همواره بالای محور  $x$  ها است؟

(۲) بی‌شمار

(۱) ۳

(۴) ۵

(۳) ۴

۶۹- به ازای کدام مجموعه مقادیر برای  $m$ ، منحنی  $y = 2x - x^2$  با خط  $y = mx$  نقطه مشترک ندارد؟

(۲)  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

(۱)  $(0, +\infty)$

(۴) هیچ مقدار  $m$

(۳) هر مقدار  $m$

۷۰- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x-1}{x+1} < \frac{x+a}{x}$  به صورت بازه  $(0, +\infty) \cup (b, -\frac{1}{3}]$  باشد،  $a - b$  کدام است؟

(۲) ۴

(۱) ۱

(۴) ۲

(۳)  $\frac{1}{3}$

۶۶- مجموعه جواب نامعادله  $(x^2 + 9)(|x| + 4)(|x| - 4) \leq 0$  کدام است؟

(۲)  $[-2, 5]$

(۱)  $[-4, 4]$

(۴)  $[1, +\infty)$

(۳)  $[-3, 9]$

## ریاضی ۱، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - ۶ سوال

۶۵- در کدام گزینه، رابطه  $y$  بر حسب  $x$  یک تابع را نمایش می‌دهد؟

(۲)  $x = 2(y+1)^2$

(۱)  $|x| + |y| = 5$

(۴)  $|xy| = 4$

(۳)  $\frac{(x-1)^2}{4} + y^2 = 4$

۶۲- اگر مجموعه زوج‌های مرتب  $A = \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (a, b^2), (3, a^2 + a), (-2, 0)\}$  یک تابع باشد، حاصل  $a + b$  کدام گزینه نمی‌تواند

باشد؟

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) -۱

(۳) -۲

۵۳- چه تعداد از روابط زیر همواره یک تابع را مشخص می‌کنند؟

(الف) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

(ب) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.

(پ) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌های دوم آن را نسبت می‌دهد.

(ت) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۵- به ازای کدام مقدار یا مقادیر  $m$ ، مجموعه  $f = \{(0, 2), (-1, m^2 - 2), (m+1, -1), (-1, m)\}$  یک تابع است؟

(۲) ۲

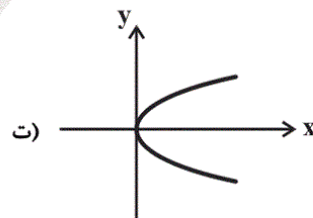
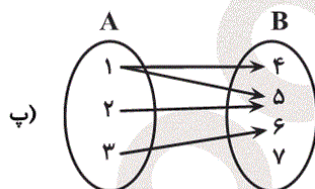
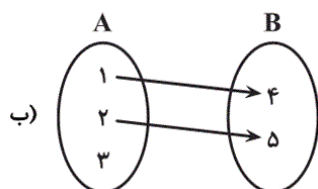
(۱) -۱

(۴) هیچ مقدار  $m$

(۳) -۱, ۲

۵۸- چه تعداد از رابطه‌های داده‌شده یک تابع را مشخص نمی‌کنند؟

(الف)  $f = \{(1, 3), (2, 3), (-1, 3), (\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{9})\}$



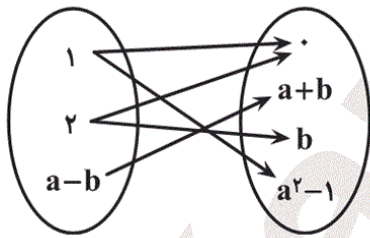
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۱

(۴) ۲

۵۹- اگر نمودار پیکانی مقابل مربوط به یک تابع باشد، مجموع مؤلفه‌های اول و دوم این تابع کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۵

(۴) ۲

## ریاضی ۱، دامنه و برد تابع - ۸ سوال

۶۰- در تابع خطی  $f$ ،  $f(3) = 8$  و  $f(-4) = 7$  است. اگر  $f(m) = \frac{3}{14}$  باشد،  $m$  کدام است؟

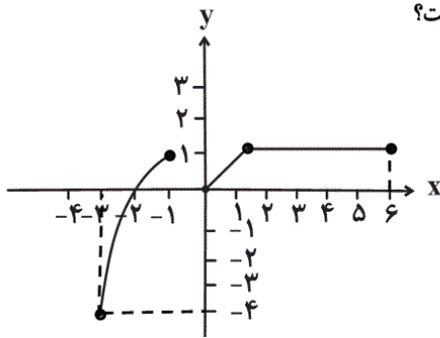
(۲)  $-50/5$

(۱)  $-50$

(۴)  $-51/5$

(۳)  $-51$

۵۶- اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد، اجتماع دامنه و برد دارای چند عدد صحیح نامثبت است؟



(۱) ۷

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۴

۵۷- دامنه تابع  $f = \{(1, 2n), (2m, 2), (m, n^2 + 2), (2m, 2m), (2n, 3)\}$  کدام است؟

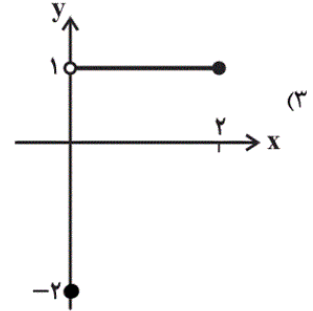
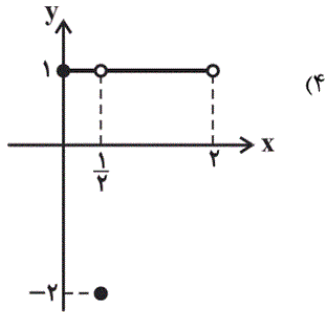
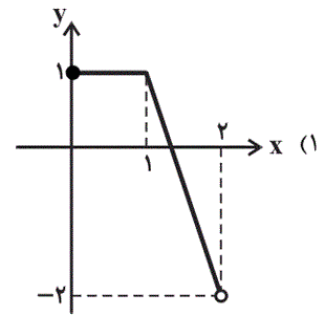
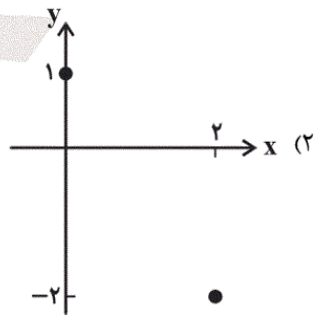
(۲)  $\{1, 4\}$

(۱)  $\{1, 2\}$

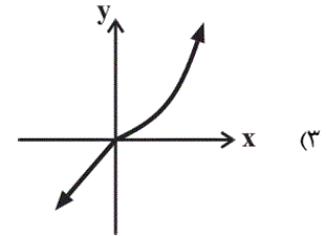
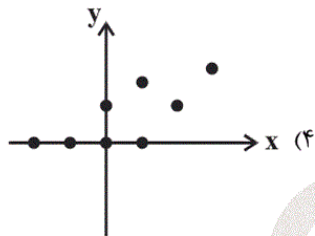
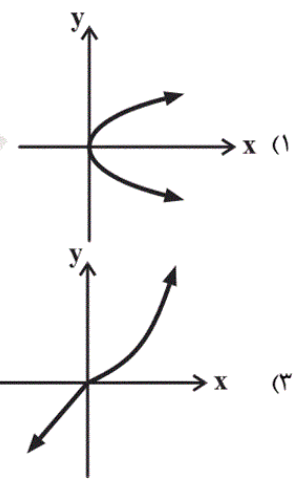
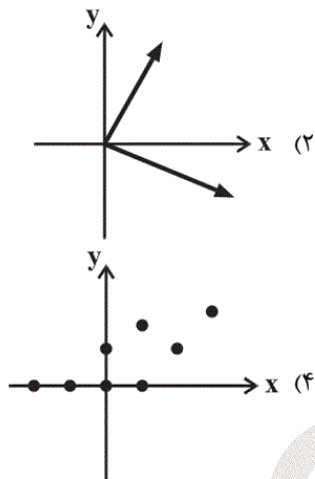
(۴)  $\{1, 2, 4\}$

(۳)  $\{1, 0, 2\}$

۵۴- کدام یک از نمودارهای زیر دارای دامنه  $[0, 2]$  و برد  $\{1, -2\}$  می‌باشد؟



۵۱- کدام نمودار، نمایش یک تابع است؟



۵۲- برد تابع  $f(x) = 2x - 1$  با دامنه  $[0, 2]$  کدام گزینه است؟

(۲)  $[-1, 3]$

(۱)  $\{-1, 3\}$

(۴)  $(-1, 3)$

(۳)  $\{-1, 1, 3\}$

۶۳- در یک تابع خطی  $f(-1) = 7$  و  $f(2) = -2$  است. اگر  $f(a) = 0$  باشد،  $a$  کدام است؟

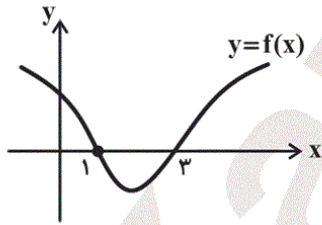
(۲)  $\frac{5}{3}$

(۱)  $\frac{5}{4}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

۶۷- شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x)$  است. اگر عبارت  $A = \frac{xf(x)}{|x^2-9|}$  در بازه  $(-1, a)$  همواره منفی باشد، بیشترین مقدار  $a$  کدام است؟



- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۳  
(۴) ۲

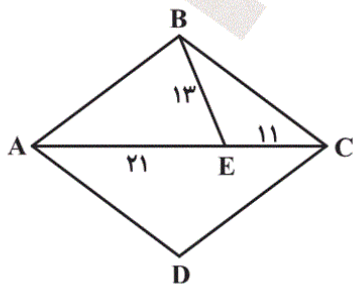
## هندسه ۱، چندضلعي ها و ویژگی هايي از آن ها

۹۴- در شکل زیر، مساحت دوزنقه متساوی الساقین ۶۰ واحد مربع است. اگر طول ارتفاع  $AH$  برابر ۵ باشد، طول  $AC$  کدام است؟



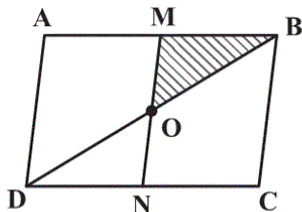
- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۳  
(۳) ۱۲/۵  
(۴) ۱۲/۳

۹۵- در شکل مقابل، مساحت لوزی  $ABCD$  کدام است؟



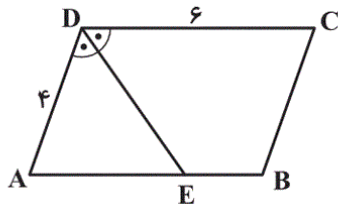
- (۱) ۳۸۴  
(۲) ۴۱۶  
(۳) ۴۴۸  
(۴) ۴۸۰

۹۷- مطابق شکل زیر، اگر  $M$  و  $N$  وسطهای دو ضلع  $AB$  و  $CD$  باشند، مساحت مثلث  $BMO$  چه کسری از مساحت متوازی الاضلاع  $ABCD$  است؟



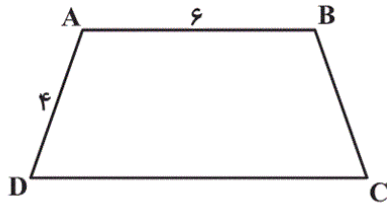
- (۱)  $\frac{1}{16}$   
(۲)  $\frac{1}{8}$   
(۳)  $\frac{1}{6}$   
(۴)  $\frac{1}{4}$

۹۸- در شکل زیر، ABCD متوازی‌الاضلاع و DE نیمساز داخلی زاویه D است. اگر محیط چهارضلعی DEBC برابر ۱۷ واحد باشد، طول DE کدام است؟



- ۴ (۱)
- ۴/۵ (۲)
- ۵ (۳)
- ۵/۵ (۴)

۹۹- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD دوزنقه است. اگر اندازه زاویه C نصف اندازه زاویه A باشد، طول قاعده DC کدام است؟



- ۱۱ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۴ (۴)

۹۱- اگر تعداد قطرهای یک  $(n + 2)$  ضلعی محدب، ۱۱ واحد بیشتر از تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب باشد، آنگاه مقدار  $n$  کدام است؟

- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۷ (۳)
- ۸ (۴)

۹۲- مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ برابر مجذور ارتفاع وارد بر وتر است. بزرگ‌ترین زاویه خارجی این مثلث کدام است؟

- ۱۶۵° (۱)
- ۱۵۰° (۲)
- ۱۳۵° (۳)
- ۱۲۰° (۴)

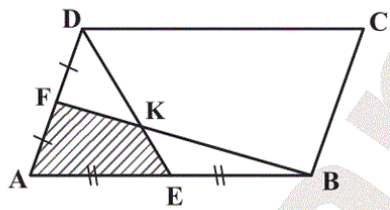
## هندسه ۱، مساحت و کاربردهای آن - ۳ سوال

۹۳- نقطه M درون مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به مساحت  $4\sqrt{3}$  قرار دارد. اگر فاصله نقطه M از اضلاع AB و AC به ترتیب برابر ۱ و ۲ باشد، آنگاه

فاصله این نقطه از ضلع BC کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ -  $\sqrt{3}$  (۴)

۱۰۰- اگر مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD برابر ۱۲۰ واحد مربع باشد، مساحت چهارضلعی AEKF کدام است؟



۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۸ (۳)

۲۰ (۴)

۹۶- در مثلث متساوی‌الساقینی به طول ساق ۱۰ و قاعده ۱۲، مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده از دو ساق آن کدام است؟

۷/۲ (۲)

۴/۸ (۱)

۱۲ (۴)

۹/۶ (۳)

ریاضی ۱- سوالات موازی، تعیین علامت - ۱۵ سوال

۷۱- مجموعه جواب نامعادله  $x + 1 \leq 5 - x \leq 2x + 3$  کدام است؟

$[0, \frac{3}{2}]$  (۲)

$(1, 2]$  (۱)

$[1, 2]$  (۴)

$[\frac{2}{3}, 2]$  (۳)

۷۳- جواب نامعادله  $|\frac{x}{3} + 1| < \frac{2}{3}$  کدام گزینه است؟

$[1, 5)$  (۲)

$(-5, -1)$  (۱)

$(5, +\infty)$  (۴)

$(1, 5)$  (۳)

۷۴- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، عبارت درجه دوم  $y = mx^2 + 2(m-1)x + m$  همواره مثبت است؟

$0 < m < \frac{1}{2}$  (۲)

$m > 0$  (۱)

$m < \frac{1}{2}$  (۴)

$m > \frac{1}{2}$  (۳)



۷۹- حدود  $a$  کدام باشد تا به ازای مقادیر مختلف  $x$ ، عبارت  $A = \frac{x^2 + ax + 1}{-x^2 - x - 1}$  بتواند مقادیر مثبت، منفی و صفر را اختیار کند؟

(۲)  $|a| > 2$

(۱)  $-2 < a < 2$

(۴)  $|a| > 1$

(۳) هر مقدار حقیقی  $a$

۸۰- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 2$  کدام است؟

(۲)  $[-1, 0) \cup (0, \frac{1}{4}]$

(۱)  $[-1, \frac{1}{4}]$

(۴)  $[-\frac{1}{4}, 0) \cup (0, 1]$

(۳)  $[-1, -\frac{1}{4}]$

۸۱- اگر  $a \leq m \leq b$  بزرگترین بازه برای  $m$  باشد که به ازای آن، عبارت  $A = x^2 + 2mx + x + 1$  تغییر علامت ندهد، حاصل  $ab$  کدام است؟

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $-\frac{3}{4}$

۸۳- به ازای چه مقادیری از  $m$ ، سهمی  $y = mx^2 - 2mx + 1$  از نواحی اول و دوم صفحه مختصات نمی‌گذرد؟

(۲)  $-1 < m < 0$

(۱)  $m < 0$

(۴)  $\{ \}$

(۳)  $0 < m < 1$

۸۴- مجموعه جواب نامعادله  $(x^2 + 9)(|x| + 4)(|x| - 4) \leq 0$  کدام است؟

(۲)  $[-2, 5]$

(۱)  $[-4, 4]$

(۴)  $[1, +\infty)$

(۳)  $[-3, 9]$

۸۵- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، مقدار عبارت  $(m+1)x^2 - 2x + m - 1$  همواره مثبت خواهد شد؟

(۲)  $m < -\sqrt{2}$  یا  $m > \sqrt{2}$

(۱)  $m > -1$

(۴)  $m > \sqrt{2}$

(۳)  $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$

۸۶- اگر مجموعه جواب نامعادله  $x^2 + 5 < 6x$  را به صورت  $|x - a| < b$  نشان دهیم،  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۳  
 (۲) ۴  
 (۳) ۵  
 (۴) ۶

۸۷- بزرگ‌ترین مجموعه جواب نامعادله  $2 \leq \left| 1 - \frac{|x|}{2} \right|$  کدام است؟

- (۱)  $x \in [-7, 7]$   
 (۲)  $x \in [-3, 1]$   
 (۳)  $x \in [-5, 5]$   
 (۴)  $x \in [1, 3]$

۸۸- به ازای کدام مجموعه مقادیر برای  $m$ ، منحنی  $y = 2x - x^2$  با خط  $y = mx$  نقطه مشترک ندارد؟

- (۱)  $(0, +\infty)$   
 (۲)  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$   
 (۳) هر مقدار  $m$   
 (۴) هیچ مقدار  $m$

۸۹- به ازای چند عدد صحیح  $m$ ، سهمی  $y = mx^2 + mx + 1$  همواره بالای محور  $x$  ها است؟

- (۱) ۳  
 (۲) بی‌شمار  
 (۳) ۴  
 (۴) ۵

۹۰- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x-1}{x+1} < \frac{x+a}{x}$  به صورت بازه  $(0, +\infty) \cup (b, -\frac{1}{3}]$  باشد،  $a - b$  کدام است؟

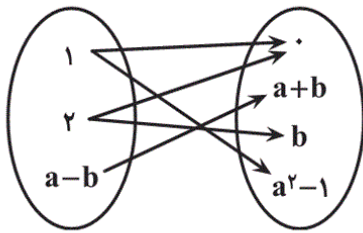
- (۱) ۱  
 (۲) ۴  
 (۳)  $\frac{1}{3}$   
 (۴) ۲

۷۷- اگر مجموعه جواب‌های دو نامعادله  $\frac{x-7}{x-4} > x$  و  $2a < 3 - ax$  با هم یکسان باشد، مقدار  $a$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $\frac{3}{2}$   
 (۳)  $\frac{5}{2}$   
 (۴)  $\frac{7}{2}$

# ریاضی ۱ - سوالات موازی ، مفهوم تابع و بازنمایی های آن

۷۸- اگر نمودار پیکانی مقابل مربوط به یک تابع باشد، مجموع مؤلفه‌های اول و دوم این تابع کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۵

(۴) ۲

۸۲- اگر مجموعه زوج‌های مرتب  $A = \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (a, b^2), (3, a^2 + a), (-2, 0)\}$  یک تابع باشد، حاصل  $a + b$  کدام گزینه نمی‌تواند

باشد؟

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) -۱

(۳) -۲

۷۵- به ازای کدام مقدار یا مقادیر  $m$ ، مجموعه  $f = \{(0, 2), (-1, m^2 - 2), (m + 1, -1), (-1, m)\}$  یک تابع است؟

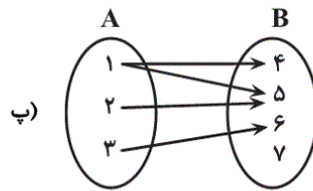
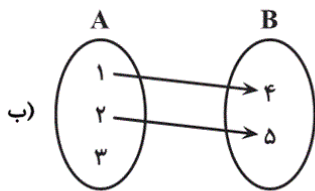
(۲) ۲

(۱) -۱

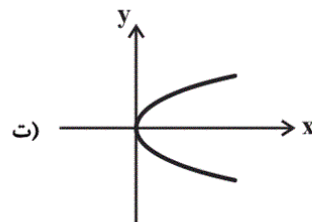
(۴) هیچ مقدار  $m$

(۳) -۱, ۲

الف)  $f = \{(1, 3), (2, 3), (-1, 3), (\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{9})\}$



۷۶- چه تعداد از رابطه‌های داده‌شده یک تابع را مشخص نمی‌کنند؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۱

(۴) ۲

۷۲- چه تعداد از روابط زیر همواره یک تابع را مشخص می‌کنند؟

(الف) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

(ب) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.

(پ) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌های دوم آن را نسبت می‌دهد.

(ت) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

## هندسه ۱ - گواه ، چندضلعي ها و ویژگی هايي از آن ها

۱۰۹- فاصله رأس یک مستطیل از قطر آن، ربع طول قطر است. زاویه بین نیمساز یک زاویه داخلی و قطر گذرنده از آن رأس، چند درجه است؟

۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

۶۰ (۴)

۴۵ (۳)

۱۱۰- یک ضلع مثلث متساوی الاضلاعی به طول ۴ واحد، قطر یک مربع است. کوتاه‌ترین فاصله رأس دیگر مربع از اضلاع این مثلث، کدام است؟

$2 - \sqrt{3}$  (۲)

$\sqrt{3} - 1$  (۱)

۱ (۴)

$\frac{1}{2}\sqrt{3}$  (۳)

۱۰۵- مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، بر روی ضلع  $AB$  از مربع ساخته شده است. اگر دو مثلث سایه زده همنهشت باشند، مساحت ذوزنقه چند برابر مساحت مربع

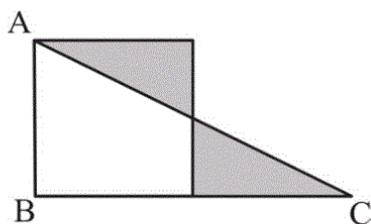
است؟

$\frac{5}{9}$  (۱)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۴)



۱۰۱- در مثلث ABC، از نقطه D، محل تلاقی نیمساز داخلی زاویه A با ضلع BC، خطوطی موازی دو ضلع دیگر رسم می‌کنیم تا آن دو را در M و N قطع

کنند. AD و MN همواره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

(۱) فقط عمود بر هم هستند.

(۲) فقط منصف هم هستند.

(۳) زاویه بین آنها مکمل است.

(۴) عمود منصف هم هستند.

۱۰۲- از وصل کردن وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی، یک مستطیل حاصل شده است. این چهارضلعی کدام می‌تواند باشد؟

(۱) دوزنقه متساوی الساقین

(۲) لوزی

(۳) مستطیل

(۴) متوازی الاضلاع

۱۰۳- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه‌های میانه و ارتفاع وارد بر وتر به ترتیب ۳ و  $2\sqrt{2}$  است. اندازه ضلع متوسط این مثلث کدام است؟

(۱)  $3\sqrt{2}$

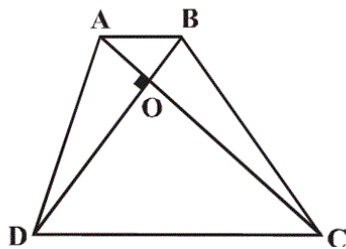
(۲)  $2\sqrt{5}$

(۳)  $2\sqrt{6}$

(۴)  $3\sqrt{3}$

## هندسه ۱ - گواه ، مساحت و کاربردهای آن - ۴ سوال

۱۰۴- مطابق شکل، قطرهای دوزنقه ABCD بر هم عمودند. اگر  $AD = 8$  و  $\angle ADO = 30^\circ$ ، آنگاه مساحت مثلث BOC کدام است؟



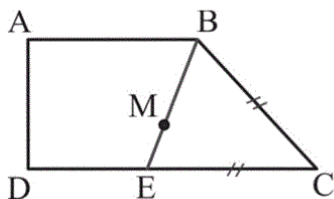
(۱)  $6\sqrt{2}$

(۲)  $6\sqrt{3}$

(۳)  $8\sqrt{2}$

(۴)  $8\sqrt{3}$

۱۰۶- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD دوزنقه قائم‌الزاویه و  $CB = CE$  است. مجموع فواصل نقطه M از دو پاره‌خط CB و CE همواره برابر کدام است؟



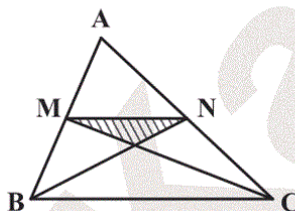
(۱) DE

(۲) BC

(۳) BE

(۴) AD

۱۰۷- در شکل زیر نقاط M و N، وسط‌های دو ضلع مثلث ABC هستند. مساحت مثلث ABC، چند برابر مساحت مثلث هاشورخورده است؟



(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۲

۱۰۸- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = AC = 5$  و  $BC = 8$  است. اگر  $G$  نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث  $ABC$  باشد، آنگاه طول  $AG$  کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{4}{7} \quad (1)$$

$$2 \quad (3)$$

۶۱- صحیح است

(مهدامین اقبال احمدی)

با توجه به مخرج کسر که  $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}$  دارد و همواره منفی است، باید صورت  $\Delta > 0$

داشته باشد تا عبارت  $A$  بتواند مقادیر مثبت، منفی و صفر را اختیار کند، لذا داریم:

$$x^2 + ax + 1: \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(1) > 0 \Rightarrow a^2 > 4 \Rightarrow |a| > 2$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱

۶۴- صحیح است

(سعید آزره‌زین)

عبارت  $ax^2 + bx + c$  به ازای  $\Delta \leq 0$  هیچ‌گاه تغییر علامت نمی‌دهد.

$$A = x^2 + (2m+1)x + 1$$

$$\Delta = (2m+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 \leq 0 \Rightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 4m - 3 < 0 \Rightarrow 4\left(m + \frac{3}{4}\right)\left(m - \frac{1}{4}\right) \leq 0 \Rightarrow -\frac{3}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a \times b = -\frac{3}{16}$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱

$$mx^2 + mx + 1 > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta = m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 < m < 4 \quad (2)$$

|             |   |     |   |     |   |
|-------------|---|-----|---|-----|---|
| $m$         |   | $0$ |   | $4$ |   |
| $m^2 - 4m$  | + | 0   | - | 0   | + |
| $0 < m < 4$ |   |     |   |     |   |

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} (0, 4) \cap (0, +\infty) = (0, 4)$$

به ازای  $m = 0$  عبارت تبدیل به  $y = 1$  می شود که خط است و دیگر سهمی نیست.  
(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۸ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y = 2x - x^2 \Rightarrow 2x - x^2 = mx \Rightarrow x^2 + mx - 2x = 0$$

$$y = mx$$

$$\Rightarrow x^2 + (m - 2)x = 0$$

$$\xrightarrow[\begin{smallmatrix} a=1, b=m-2 \\ c=0 \end{smallmatrix}]{\Delta = b^2 - 4ac < 0} \Rightarrow (m - 2)^2 - 4(1)(0) < 0$$

$$\Rightarrow (m - 2)^2 < 0$$

این نامساوی با توجه به اینکه طرف چپ آن همواره مقداری نامنفی است، برقرار نمی‌باشد و این یعنی مقداری برای  $m$  نمی‌توان یافت که معادله درجه دوم اخیر جواب نداشته باشد؛ پس مقداری برای  $m$  وجود ندارد که به ازای آن منحنی و خط، نقطه مشترک نداشته باشند.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



(عمید علیزاده)

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+a}{x} < 0 \Rightarrow \frac{x(x-1) - (x+1)(x+a)}{x(x+1)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - x - x^2 - x - ax - a}{x(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{(-2-a)x - a}{x(x+1)} < 0$$

با توجه به جواب نامعادله داده شده، جدول تعیین علامت به صورت زیر می باشد:

|                              |           |            |                |   |                 |
|------------------------------|-----------|------------|----------------|---|-----------------|
| x                            | $-\infty$ | b          | $-\frac{1}{3}$ | ۰ | $+\infty$       |
| $\frac{(-2-a)x - a}{x(x+1)}$ | +         | تعریف نشده | -<br>ج         | + | تعریف نشده<br>ج |

$$\text{ریشه‌ها: } x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 = b \end{cases}$$

$$(-2-a)x - a = 0 \Rightarrow x = \frac{a}{-2-a} = \frac{-1}{3} \Rightarrow 3a = 2+a \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a - b = 1 - (-1) = 2$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر زرانروز)

عبارت‌های  $(x^2 + 9)$  و  $(|x| + 4)$  همواره مثبت هستند، پس می‌توانیم از آن‌ها

صرف نظر کنیم، لذا چنین می‌نویسیم:

$$|x| - 4 \leq 0 \Rightarrow |x| \leq 4 \xrightarrow[\text{قدر مطلق}]{\text{طبق خواص}} -4 \leq x \leq 4$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای آنکه  $y$  تابعی از  $x$  باشد باید به ازای هر  $x$  فقط یک  $y$  وجود داشته باشد:

$$y = 5 \text{ یا } y = -5 \Rightarrow |y| = 5 \Rightarrow x = 0 \text{ : گزینه «۱»}$$

$$y = 2 \text{ یا } y = -2 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow x = 1 \text{ : گزینه «۳»}$$

$$y = -4 \text{ یا } y = 4 \Rightarrow |y| = 4 \Rightarrow x = 1 \text{ : گزینه «۴»}$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left. \begin{array}{l} (3, 2) \\ (3, a^2 + a) \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + a = 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$a = 1 \rightarrow \begin{cases} (1, b^2) \\ (1, 4) \end{cases} \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow b + a = -2 + 1 = -1 \\ b = 2 \Rightarrow b + a = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

$$a = -2 \rightarrow \begin{cases} (-2, 0) \\ (-2, b^2) \end{cases} \Rightarrow b^2 = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a + b = 0 - 2 = -2$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

روابط (الف) و (ت) نشان‌دهنده تابع هستند، زیرا به هر مولفه اول تنها یک مولفه دوم نسبت داده شده است.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left. \begin{array}{l} (-1, m) \in f \\ (-1, m^2 - 2) \in f \end{array} \right\} \Rightarrow m^2 - 2 = m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$$

$m = 2 \Rightarrow f = \{(0, 2), (-1, 2), (3, -1), (-1, 2)\}$  تابع است.

$m = -1 \Rightarrow f = \{(0, 2), (-1, -1), (0, -1), (-1, -1)\}$  تابع نیست.

۴

۳

۲ ✓

۱

الف) دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت داریم، پس  $f$  تابع

نیست.  $f = \{(1, 3), (2, 3), (-1, 3), (\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{9})\}$

ب) تابع نیست چون باید از تمام اعضای  $A$  پیکان خارج شود.

پ) و ت) تابع نیستند. (ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\{(1, 0), (1, a^2 - 1), (2, 0), (2, b), ((a - b), (a + b))\}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a = \pm 1 \\ b = 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow \{(1, 0), (2, 0), (1, 1)\} \Rightarrow \text{تابع نیست } \times \\ a = -1 \Rightarrow \{(1, 0), (2, 0), (-1, -1)\} \Rightarrow \text{تابع است } \checkmark \end{cases}$$

$$\text{مجموع مؤلفه‌ها} = 1 + 2 + (-1) + (-1) = 1$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

چون تابع  $f$  خطی است، می‌توانیم آن را به صورت  $f(x) = ax + b$  بنویسیم.  
بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} f(3) = 8 &\Rightarrow 3a + b = 8 \xrightarrow{\times 4} 12a + 4b = 32 \\ f(-4) = 7 &\Rightarrow -4a + b = 7 \xrightarrow{\times 3} -12a + 3b = 21 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 7b = 53 \Rightarrow b = \frac{53}{7}, a = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{7}x + \frac{53}{7}$$

حالا چون  $f(m) = \frac{3}{14}$  است، باید داشته باشیم:

$$\frac{1}{7}m + \frac{53}{7} = \frac{3}{14} \xrightarrow{\times 14} 2m + 106 = 3$$

$$\Rightarrow 2m = -103 \Rightarrow m = -\frac{103}{2} \Rightarrow m = -51.5$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

منظور از اعداد صحیح نامثبت، اعداد صحیح منفی و صفر است.  
اعداد صحیح عضو دامنه تابع:

$$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \xrightarrow{\text{نامثبت}} \{-3, -2, -1, 0\}$$

اعداد صحیح عضو برد تابع:

$$\{-4, -3, -2, -1, 0, 1\} \xrightarrow{\text{نامثبت}} \{-4, -3, -2, -1, 0\}$$

$$\text{اجتماع دامنه و برد در اعداد صحیح نامثبت} = \{-4, -3, -2, -1, 0\}$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در دو زوج مرتب، مؤلفه‌های اول با هم یکسان و برابر  $2m$  است، پس باید مؤلفه دوم آن‌ها نیز یکسان باشد.

$$(2m, 2) = (2m, 2m) \Rightarrow 2 = 2m \Rightarrow m = 1$$

$$m = 1 \Rightarrow f = \{(1, 3n), (2, 2), (1, n^2 + 2), (2n, 3)\}$$

$$\Rightarrow (1, 3n) = (1, n^2 + 2) \Rightarrow n^2 + 2 = 3n \Rightarrow (n-2)(n-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$

اگر  $n = 1$  باشد، دو زوج مرتب  $(2, 2)$  و  $(2, 3)$  در  $f$  قرار دارند و  $f$  تابع نمی‌شود، بنابراین فقط  $n = 2$  قابل قبول است.

$$\Rightarrow D_f = \{1, 2, 4\}$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{گزینه «۱»} \rightarrow \begin{cases} D_f = [0, 2) \\ R_f = (-2, 1] \end{cases}$$

$$\text{گزینه «۳»} \rightarrow \begin{cases} D_f = [0, 2] \\ R_f = \{1, -2\} \end{cases}$$

$$\text{گزینه «۲»} \rightarrow \begin{cases} D_f = \{0, 2\} \\ R_f = \{1, -2\} \end{cases}$$

$$\text{گزینه «۴»} \rightarrow \begin{cases} D_f = [0, 2) \\ R_f = \{1, -2\} \end{cases}$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه ۱۰۸ تا ۱۰۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عزیزالله علی اصغری)

یک نمودار زمانی یک تابع را نشان می‌دهد که هر خط موازی محور عرض‌ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. بنابراین فقط گزینه «۳» یک تابع را نشان می‌دهد.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴

۳✓

۲

۱

(علیرضا پورقلی)

در تابع خطی، با جای‌گذاری نقاط ابتدایی و انتهایی دامنه، ابتدا و انتهای برد تابع به دست می‌آید.

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 2 \times 0 - 1 = -1 \\ f(2) = 2 \times 2 - 1 = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow R = [-1, 3]$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲✓

۱

(علی ارجمند)

فرض می‌کنیم تابع خطی به صورت  $f(x) = cx + d$  باشد. در نتیجه:

$$\begin{cases} f(-1) = 7 \Rightarrow 7 = -c + d \\ f(2) = -2 \Rightarrow -2 = 2c + d \end{cases} \Rightarrow 3c = -9 \Rightarrow c = -3 \Rightarrow d = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = -3x + 4 \Rightarrow f(a) = -3a + 4 = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۹)

۴

۳✓

۲

۱

(نامد یهیی اوغلی)

با توجه به نمودار،  $x_1 = 1$  و  $x_2 = 3$  دو ریشه ساده تابع  $f$  بوده و همچنین تابع  $f$  بین این دو ریشه دارای مقدار منفی و خارج از این دو ریشه دارای مقدار مثبت است. حال با استفاده از جدول تعیین علامت، عبارت  $A$  را تعیین علامت می‌کنیم:

|             |    |   |   |   |
|-------------|----|---|---|---|
|             | -۱ | ۰ | ۱ | ۳ |
| $x$         | -  | - | + | + |
| $ x^2 - 9 $ | +  | + | + | + |
| $f(x)$      | +  | + | - | + |
| $A$         | -  | - | + | + |

تعریف نشده

$$(-1, a) = (-1, 0) \Rightarrow a = 0$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳ و ۱۰۱ تا ۱۰۸)

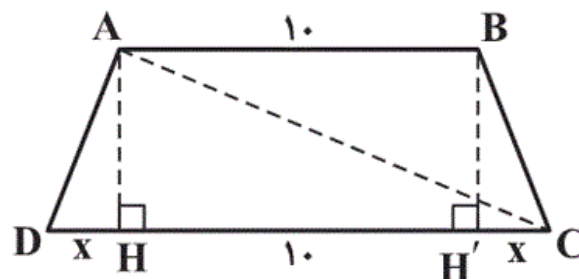
۴

۳

۲

۱ ✓

(کوروش شاه منصوریان)



$$S = \frac{(AB + DC) \times AH}{2} = \frac{(10 + DC) \times 5}{2} = 60$$

$$\Rightarrow 10 + DC = 24 \Rightarrow DC = 14$$

$$10 + 2x = 14 \Rightarrow x = 2$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $AHC$  داریم:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 5^2 + (10 + 2)^2 = 169 \Rightarrow AC = 13$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۵)

۴

۳

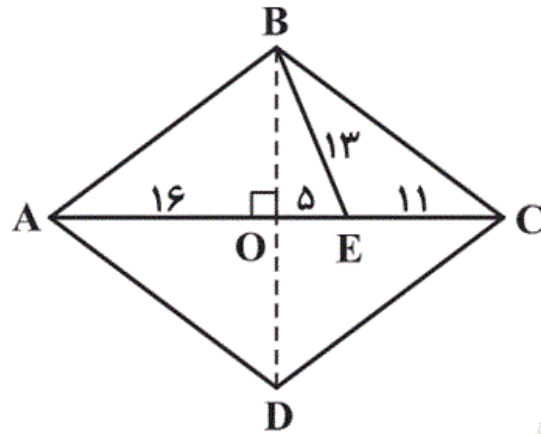
۲ ✓

۱

(رضا عباسی اصل)

قطر **BD** را رسم می‌کنیم. با توجه به این که دو قطر لوزی عمودمنصف یکدیگرند،

داریم:



$$OA = OC = \frac{1}{2} AC$$

$$= \frac{1}{2} (32) = 16 \Rightarrow OE = 5$$

در مثلث قائم‌الزاویه **BOE** داریم:

$$OB^2 = 13^2 - 5^2 \Rightarrow OB = 12 \Rightarrow BD = 24$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 32 \times 24 = 384$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۱ و ۶۵)

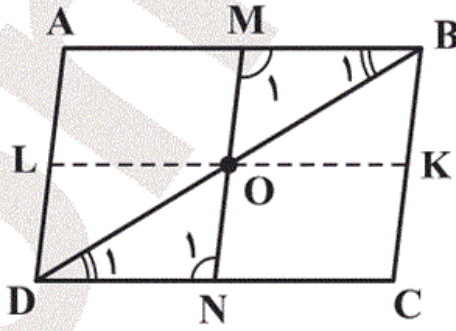
۴

۳

۲

۱ ✓





زمانی که وسط دو ضلع را به هم وصل می‌کنیم، چون قاعده متوازی‌الاضلاع نصف می‌شود، پس مساحت آن نیز نصف می‌گردد. بنا به قضیه خطوط موازی و مورب،  $\hat{M}_1 = \hat{N}_1$  و  $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$  است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} MB = ND \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{N}_1 = \hat{M}_1 \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta \text{ (ضز)}}{MBO} \cong \overset{\Delta}{NDO} \Rightarrow \begin{cases} BO = OD \\ MO = NO \end{cases}$$

اگر از نقطه O، خطی موازی با اضلاع AB و DC رسم کنیم تا اضلاع BC و AD را به ترتیب در نقاط K و L قطع نماید، آنگاه داریم:

$$S_{BMOK} = \frac{1}{4} S_{ABKL} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times S_{ABCD} = \frac{1}{16} S_{ABCD}$$

از آنجا که  $S_{BMO} = \frac{1}{4} S_{BMOK}$ ، بنابراین داریم:

$$S_{BMO} = \frac{1}{8} S_{ABCD}$$

(هندسه ا، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ و ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$AB = 6 \Rightarrow EB = 6 - 4 = 2$$

$$DEBC \text{ محیط} = 17 \Rightarrow DE + EB + BC + DC = 17$$

$$\Rightarrow DE + 2 + 4 + 6 = 17 \Rightarrow DE = 5$$

(هندسه ا، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴

۳ ✓

۲

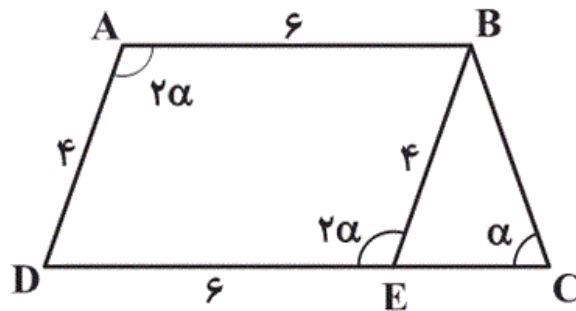
۱

از خطی موازی  $AD$  رسم می‌کنیم تا ضلع  $CD$  را در  $E$  قطع کند. اگر  $\hat{C} = \alpha$  باشد، آنگاه  $\hat{A} = 2\alpha$  است. از طرفی چهارضلعی  $ABED$  متوازی‌الاضلاع است. در نتیجه  $\hat{BED} = 2\alpha$ ،  $DE = AB = 6$  و  $BE = AD = 4$  است. از آنجا که زاویه  $BED$ ، زاویه خارجی مثلث  $BEC$  می‌باشد، داریم:

$$2\alpha = \alpha + \hat{EBC} \Rightarrow \hat{EBC} = \alpha$$

بنابراین مثلث  $BEC$  متساوی‌الساقین است و  $CE = BE = 4$ ، در نتیجه داریم:

$$CD = CE + ED = 4 + 6 = 10$$



(هندسه ۱، صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب، برابر  $\frac{n(n-3)}{2}$  است. بنابراین تعداد قطرهای

یک  $(n+2)$  ضلعی محدب، برابر  $\frac{(n+2)(n-1)}{2}$  است و داریم:

$$\frac{(n+2)(n-1)}{2} - \frac{n(n-3)}{2} = 11 \Rightarrow \frac{n^2 + n - 2 - n^2 + 3n}{2} = 11$$

$$\Rightarrow \frac{4n-2}{2} = 11 \Rightarrow 4n-2 = 22 \Rightarrow 4n = 24 \Rightarrow n = 6$$

(هندسه ۱، صفحه ۵۵)

 ۴

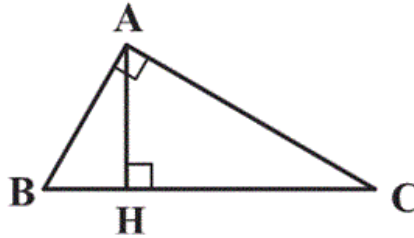
 ۳

 ۲

 ۱

$$S = 2AH^2 \Rightarrow 2AH^2 = \frac{1}{2}AH \cdot BC \Rightarrow 4AH = BC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{1}{4}BC$$



کوچک‌ترین زاویه داخلی این مثلث  $15^\circ$  است، زیرا اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ارتفاع وارد بر وتر  $\frac{1}{4}$  وتر باشد، یک زاویه حاده  $15^\circ$  در مثلث وجود دارد:

$$\text{بزرگ‌ترین زاویه خارجی مثلث} = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$$

(هندسه ۱، صفحه ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سهیل حسن‌فان‌پور)

اگر طول هر ضلع مثلث ABC را برابر  $a$  فرض کنیم، آنگاه داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Rightarrow 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

می‌دانیم مجموع فاصله‌های هر نقطه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است. اگر فاصله نقطه M از ضلع BC را برابر  $x$  در نظر بگیریم، داریم:

$$1 + 2 + x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \Rightarrow x = 2\sqrt{3} - 3$$

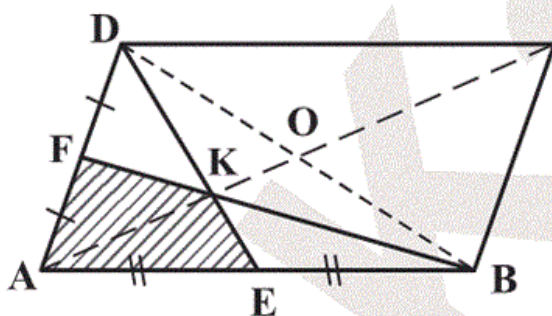
(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



**K** نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث **ABD** است. می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، **۶** مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود. اگر مساحت هر یک از مثلث‌های کوچک را **S** در نظر بگیریم، آنگاه  $S_{\triangle ABD} = 6S$  است.

از طرفی، یک قطر متوازی‌الاضلاع مساحت آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. بنابراین داریم:

$$S_{ABCD} = 2(6S) = 12S \Rightarrow 12S = 120 \Rightarrow S = 10$$

$$S_{AEKF} = 2S = 2 \times 10 = 20$$

حال:

(هندسه ۱، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ و ۶۶ و ۶۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$MP + MQ = BH'$$

$$\triangle AHB: AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$AH^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow AH^2 = 64 \Rightarrow AH = 8$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{BH' \times AC}{2}$$

$$\Rightarrow AH \times BC = BH' \times AC \Rightarrow 8 \times 12 = BH' \times 10$$

$$\Rightarrow BH' = 9/6 \Rightarrow MP + MQ = 9/6$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \left[ \frac{2}{3}, 2 \right]$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۹۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علیرضا پورقلی)

۷۳ -

$$\left| -\frac{x}{3} + 1 \right| < \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} < -\frac{x}{3} + 1 < \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\times 3} -2 < -x + 3 < 2 \Rightarrow -5 < -x < -1$$

$$\xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{\text{در منفی ضرب}} 1 < x < 5$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عزیزالله علی‌اصغری)

۷۴ -

برای اینکه عبارت درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  همواره مثبت باشد، باید  $\Delta < 0$  و  $a > 0$  باشد، بنابراین:

$$m > 0 \quad (1)$$

$$(2(m-1))^2 - 4(m)(m) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 4m^2 < 0$$

$$\Rightarrow 8m > 4 \Rightarrow m > \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m > \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۹۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به مخرج کسر که  $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}$  دارد و همواره منفی است، باید صورت  $\Delta > 0$

داشته باشد تا عبارت  $A$  بتواند مقادیر مثبت، منفی و صفر را اختیار کند، لذا داریم:

$$x^2 + ax + 1: \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(1) > 0 \Rightarrow a^2 > 4 \Rightarrow |a| > 2$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{1-x-2x^2}{x^2} \geq 0$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} \frac{2x^2+x-1}{x^2} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2+x-1=0 \Rightarrow x=-1, x=\frac{1}{2} \\ x^2=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

|                        |   |    |   |   |   |               |   |
|------------------------|---|----|---|---|---|---------------|---|
|                        |   | -1 |   | 0 |   | $\frac{1}{2}$ |   |
| $2x^2+x-1$             | + | o  | - | o | - | o             | + |
| $x^2$                  | + | o  | + | o | + | o             | + |
| $\frac{2x^2+x-1}{x^2}$ | + | o  | - | o | - | o             | + |

تعریف نشده

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = [-1, 0) \cup (0, \frac{1}{2}]$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت  $ax^2 + bx + c$  به ازای  $\Delta \leq 0$  هیچ گاه تغییر علامت نمی دهد.

$$A = x^2 + (2m+1)x + 1$$

$$\Delta = (2m+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 \leq 0 \Rightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 4m - 3 < 0 \Rightarrow 4\left(m + \frac{3}{4}\right)\left(m - \frac{1}{4}\right) \leq 0 \Rightarrow -\frac{3}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a \times b = -\frac{3}{16}$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \leq 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m \leq 0 \\ \Rightarrow 4m(m-1) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq m \leq 1 & (1) \\ a < 0 \Rightarrow m < 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) = \emptyset = \{ \}$$

یعنی به ازای هیچ مقداری برای  $m$ ، شرط گفته شده برقرار نیست.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت‌های  $(x^2 + 9)$  و  $(|x| + 4)$  همواره مثبت هستند، پس می‌توانیم از آن‌ها صرف‌نظر کنیم، لذا چنین می‌نویسیم:

$$|x| - 4 \leq 0 \Rightarrow |x| \leq 4 \xrightarrow[\text{قدر مطلق}]{\text{طبق خواص}} -4 \leq x \leq 4$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(حسن تهاجمی)

برای اینکه مقدار عبارت  $y = ax^2 + bx + c$  همواره مثبت باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \Rightarrow m > -1 \\ \Delta < 0: (-2)^2 - 4(m+1)(m-1) < 0 \Rightarrow 4 - 4m^2 + 4 < 0 \\ \Rightarrow 8 < 4m^2 \Rightarrow m^2 > 2 \Rightarrow m < -\sqrt{2} \text{ یا } m > \sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

حال بین  $m > \sqrt{2}$  یا  $m < -\sqrt{2}$  و  $m > -1$  اشتراک می‌گیریم:

۴ ✓

۳

۲

۱



(فرشاد خرامرزی)

$$x^2 + 5 < 6x \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < 0 \Rightarrow (x-5)(x-1) < 0$$

$$\Rightarrow 1 < x < 5$$

|     |              |     |   |     |   |
|-----|--------------|-----|---|-----|---|
| $x$ |              | $1$ |   | $5$ |   |
|     | $(x-5)(x-1)$ | +   | ⋮ | -   | ⋮ |
|     |              | +   | ⋮ | -   | + |

پس:

$$|x-a| < b \Rightarrow -b < x-a < b$$

$$\Rightarrow a-b < x < a+b \Rightarrow a-b=1, a+b=5$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۸ تا ۹۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رمیم مشتاق‌نظم)

$$\left| 1 - \left| \frac{1-|x|}{2} \right| \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 1 - \left| \frac{1-|x|}{2} \right| \leq 2$$

$$\Rightarrow -3 \leq -\left| \frac{1-|x|}{2} \right| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \left| \frac{1-|x|}{2} \right| \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq |1-|x|| \leq 6 \xrightarrow{|1-|x|| \geq 0} |1-|x|| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq 1-|x| \leq 6$$

$$\Rightarrow -7 \leq -|x| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq |x| \leq 7 \xrightarrow{|x| \geq 0} |x| \leq 7 \Rightarrow x \in [-7, 7]$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نیفی)

منحنی و خط نقطه مشترک ندارند یعنی اینکه اگر معادله آنها را مساوی هم قرار دهیم، معادله حاصل با توجه به اینکه از درجه دوم خواهد بود باید ریشه حقیقی نداشته باشد یعنی  $\Delta < 0$ :

$$y = 2x - x^2 \Rightarrow 2x - x^2 = mx \Rightarrow x^2 + mx - 2x = 0$$

$$y = mx$$

$$\Rightarrow x^2 + (m - 2)x = 0$$

$$\frac{a=1, b=m-2}{c=0} \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4(1)(0) < 0$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 < 0$$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(سهند ولی زاده)

$$mx^2 + mx + 1 > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta = m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 < m < 4 \quad (2)$$

|            |     |     |
|------------|-----|-----|
| $m$        | $0$ | $4$ |
| $m^2 - 4m$ | +   | +   |
|            | -   | +   |
|            | 0   | 4   |

$$0 < m < 4$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} (0, 4) \cap (0, +\infty) = (0, 4) \xrightarrow[\text{صحیح}]{\text{اعداد}} m = 1, 2, 3$$

به ازای  $m = 0$  عبارت تبدیل به  $y = 1$  می شود که خط است و دیگر سهمی نیست.

(ریاضی ۱، معادله ها و نامعادله ها، صفحه های ۱۱ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید علینزاده)

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+a}{x} < 0 \Rightarrow \frac{x(x-1) - (x+1)(x+a)}{x(x+1)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - x - x^2 - x - ax - a}{x(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{(-2-a)x - a}{x(x+1)} < 0$$

با توجه به جواب نامعادله داده شده، جدول تعیین علامت به صورت زیر می باشد:

|                              |    |            |                 |            |    |
|------------------------------|----|------------|-----------------|------------|----|
| x                            | -∞ | b          | - $\frac{1}{3}$ | ۰          | +∞ |
| $\frac{(-2-a)x - a}{x(x+1)}$ | +  | تعریف نشده | -               | +          | -  |
|                              |    | ج          | ج               | تعریف نشده | ج  |

$$\text{ریشه‌ها : } x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 = b \end{cases}$$

$$(-2-a)x - a = 0 \Rightarrow x = \frac{a}{-2-a} = \frac{-1}{3} \Rightarrow 3a = 2+a \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a - b = 1 - (-1) = 2$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۱)

۴

۳

۲

۱

ابتدا مجموعه جواب نامعادله اول را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{x-7}{x-4} > x \Rightarrow \frac{x-7}{x-4} - x > 0 \Rightarrow \frac{x-7-x(x-4)}{x-4} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-7-x^2+4x}{x-4} > 0 \Rightarrow \frac{-x^2+5x-7}{x-4} > 0 \quad (I)$$

$$-x^2+5x-7 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = -3 < 0 \\ a = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{عبارت همواره منفی است.}$$

عبارت صورت در نامساوی (I) همواره منفی است، پس برای آنکه نامساوی برقرار شود، باید عبارت مخرج هم منفی باشد، پس مجموعه جواب این نامعادله برابر است با:

$$x-4 < 0 \Rightarrow x < 4 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = (-\infty, +4)$$

به همین ترتیب مجموعه جواب نامعادله دوم به صورت زیر است:

$$ax-3 < 2a \Rightarrow ax < 2a+3 \xrightarrow{a>0} x < \frac{2a+3}{a}$$

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \left(-\infty, \frac{2a+3}{a}\right)$$

مجموعه جواب‌های دو نامعادله یکسان است، پس باید داشته باشیم:

$$\frac{2a+3}{a} = 4 \Rightarrow 2a+3 = 4a \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبفی)

$$\{(1, 0), (1, a^2 - 1), (2, 0), (2, b), ((a - b), (a + b))\}$$

$$a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a = \pm 1$$

$$b = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow \{(1, 0), (2, 0), (1, 1)\} \Rightarrow \text{تابع نیست } \times \\ a = -1 \Rightarrow \{(1, 0), (2, 0), (-1, -1)\} \Rightarrow \text{تابع است } \checkmark \end{cases}$$

$$\text{مجموع مؤلفه‌ها} = 1 + 2 + (-1) + (-1) = 1$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left. \begin{matrix} (3, 2) \\ (3, a^2 + a) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a^2 + a = 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$a = 1 \text{ اگر } \rightarrow \begin{cases} (1, b^2) \\ (1, 4) \end{cases} \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow b + a = -2 + 1 = -1 \\ b = 2 \Rightarrow b + a = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

$$a = -2 \text{ اگر } \rightarrow \begin{cases} (-2, 0) \\ (-2, b^2) \end{cases} \Rightarrow b^2 = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a + b = 0 - 2 = -2$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left. \begin{array}{l} (-1, m) \in f \\ (-1, m^2 - 2) \in f \end{array} \right\} \Rightarrow m^2 - 2 = m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$$

$m = 2 \Rightarrow f = \{(0, 2), (-1, 2), (3, -1), (-1, 2)\}$  تابع است.

$m = -1 \Rightarrow f = \{(0, 2), (-1, -1), (0, -1), (-1, -1)\}$  تابع نیست.

پس تنها مقدار  $m = 2$  قابل قبول است. (ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲✓

۱

الف) دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت داریم، پس  $f$  تابع

نیست.  $f = \{(1, 3), (2, 3), (-1, 3), (\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{9})\}$

ب) تابع نیست چون باید از تمام اعضای  $A$  پیکان خارج شود.

پ) و ت) تابع نیستند.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲✓

۱

روابط الف) و ت) نشان‌دهنده تابع هستند، زیرا به هر  $x$  تنها یک  $y$  نسبت داده شده است.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

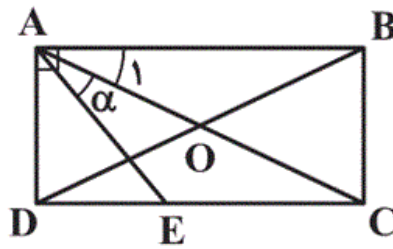
۳

۲✓

۱

نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه  $15^\circ$  دارد، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع

طول وتر است و بالعکس.



در مثلث قائم‌الزاویه  $ABD$ ، ارتفاع وارد بر

وتر (فاصله رأس از وتر  $BD$ ) برابر ربع

طول وتر است، پس  $\hat{A}BD = 15^\circ$ .

$$AE \Rightarrow \hat{E}AB = 45^\circ \text{ نیم‌ساز } \hat{A} \text{ است.}$$

$$\triangle AOB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}BO = 15^\circ \text{ متساوی الساقین}$$

$$\alpha = \hat{E}AB - \hat{A}_1 = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۵۹، ۶۰ و ۶۴)

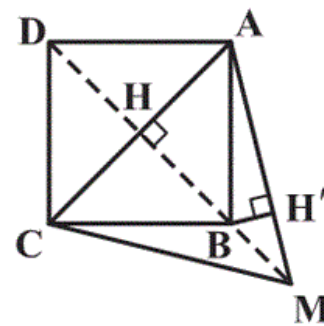
۴

۳

۲ ✓

۱

(سراسری ریاضی - ۹۲ - با تغییر)



در شکل مقابل ضلع  $AC$  از مثلث

متساوی‌الاضلاع  $MAC$ ، قطر مربع  $ABCD$

است. توجه کنید که رأس  $M$  روی امتداد قطر

$BD$  از مربع قرار دارد. در واقع پاره‌خط  $MB$

در راستای نیم‌ساز رأس  $M$  قرار می‌گیرد. یعنی

$\hat{B}MH' = 30^\circ$ . از طرفی داریم:

$$\triangle AMH : MH = \frac{\sqrt{3}}{2} AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$\triangle ABC : BH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$BM = MH - BH = 2\sqrt{3} - 2$$

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  نصف وتر است، پس در

$$BH' = \frac{1}{2} BM = \sqrt{3} - 1$$

مثلث قائم‌الزاویه  $BMH'$  داریم:

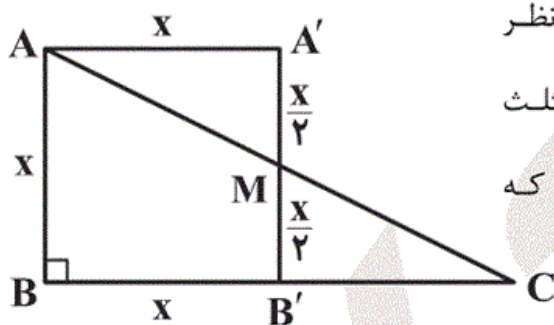
(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

۴

۳

۲

۱ ✓



طول ضلع مربع  $AA'B'B$  را  $x$  در نظر می‌گیریم. از همنهشت بودن دو مثلث  $AA'M$  و  $CB'M$ ، نتیجه می‌شود که پس:  $A'M = B'M = \frac{x}{2}$

$$\frac{S_{ABB'M}}{S_{ABB'A'}} = \frac{\frac{1}{2} \left(x + \frac{x}{2}\right) x}{x^2} = \frac{\frac{3}{4} x^2}{x^2} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۱، صفحه ۶۵)

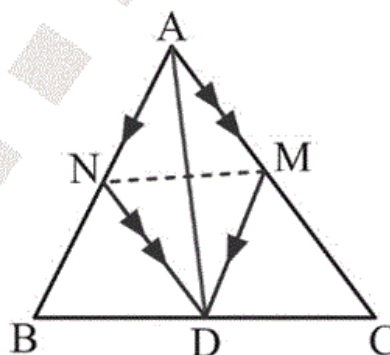
۴

۳ ✓

۲

۱

مطابق شکل، نقطه  $D$  پای نیمساز زاویه  $A$  روی ضلع  $BC$  است و طبق فرض سؤال  $MD \parallel AB$  و  $ND \parallel AC$ ، پس چهارضلعی  $AMDN$  متوازی‌الاضلاع است و در این متوازی‌الاضلاع قطر  $AD$ ، نیمساز زاویه  $A$  است، از آنجا که لوزی متوازی‌الاضلاعی است که قطرهای آن نیمساز زوایای آن هستند، می‌توان نتیجه گرفت که  $AMDN$  لوزی است.  $AD$  و  $MN$  قطرهای این لوزی هستند و در لوزی قطرهای همدیگر را نصف کرده و بر هم عمودند.



(هندسه ۱، صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۴ ✓

۳

۲

۱



می‌دانیم که از وصل کردن وسط‌های اضلاع هر چهارضلعی، یک متوازی‌الاضلاع ایجاد می‌شود به طوری که اضلاع متوازی‌الاضلاع حاصل، موازی قطرهای چهارضلعی اولیه هستند. اگر متوازی‌الاضلاع بخواهد مستطیل باشد، اقطار چهارضلعی اولیه باید بر هم عمود باشند، یعنی چهارضلعی می‌تواند لوزی باشد.

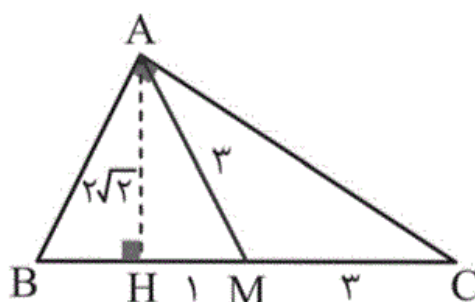
(هنرسه ۱، صفحه ۶۴)

۴

۳

۲✓

۱



با توجه به فرض مسئله، در شکل مقابل

$$AH = 2\sqrt{2} \text{ و } AM = 3$$

با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث

قائم‌الزاویه  $AHM$ ، داریم:

$$MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{9 - 8} = 1$$

چون  $AM = 3$  میانه وارد بر وتر است، پس:

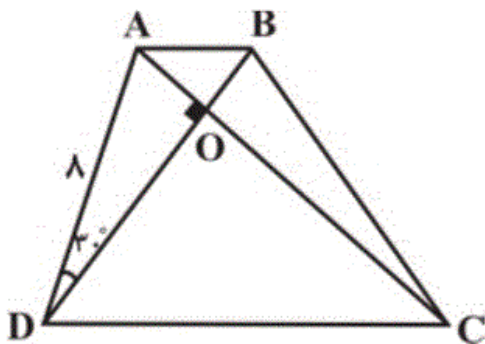
$$CM = AM = 3 \Rightarrow CH = CM + MH = 3 + 1 = 4$$

۴

۳✓

۲

۱



در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه  $30^\circ$  دارد، ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  نصف وتر است. در مثلث  $AOD$  داریم:

$$\begin{cases} AD = 8 \\ \hat{ADO} = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow AO = 4, DO = 4\sqrt{3} \Rightarrow S_{\triangle AOD} = 8\sqrt{3}$$

در دو مثلث  $ADC$  و  $BCD$ ، قاعده  $DC$  و ارتفاع نظیر این قاعده یکسان است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} S_{\triangle ADC} &= S_{\triangle BCD} \Rightarrow S_{\triangle ADC} - S_{\triangle OCD} = S_{\triangle BCD} - S_{\triangle OCD} \\ \Rightarrow S_{\triangle AOD} &= S_{\triangle BOC} \Rightarrow S_{\triangle BOC} = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

در یک مثلث متساوی‌الساقین، مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده مثلث از دو ساق، برابر با طول ارتفاع وارد بر ساق است، یعنی:

$$MP + MQ = BH$$

با توجه به نکته بالا، مجموع فاصله‌های نقطه  $M$  واقع بر قاعده مثلث متساوی‌الساقین  $CBE$  از  $BC$  و  $CE$ ، برابر با طول  $BH$  (ارتفاع وارد بر ساق) است. از طرفی دوزنقه  $ABCD$  قائم‌الزاویه است، پس مطابق شکل  $BH$  و  $AD$  برابر فاصله بین دو پاره‌خط موازی  $AB$  و  $CD$  هستند، پس:

$$BH = AD \Rightarrow MP + MQ = AD$$

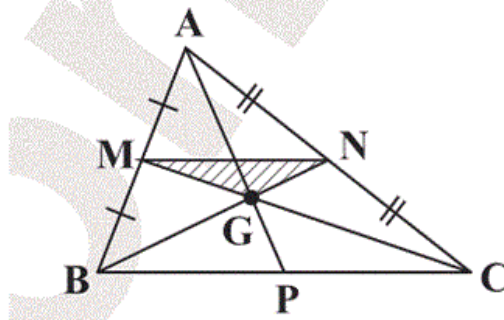
(هندسه ۱، صفحه ۶۸)

۴ ✓

۳

۲

۱



اگر نقطه تلاقی میان‌های  $AP$ ،  $BN$  و  $CM$  از مثلث  $ABC$  را  $G$  در نظر بگیریم و از  $G$  به سه رأس مثلث وصل کنیم، آن‌گاه سه مثلث پدید آمده مساحت یکسانی خواهند داشت، یعنی:

$$S_{\triangle AGB} = S_{\triangle BGC} = S_{\triangle AGC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

$M$  و  $N$  به ترتیب وسط‌های  $AB$  و  $AC$  هستند. می‌دانیم که اگر وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل کنیم، پاره خط حاصل، موازی ضلع سوم است و طول آن نیز نصف طول ضلع سوم مثلث خواهد بود.

با توجه به شکل  $MN \parallel BC$  و  $MN = \frac{1}{2} BC$ ، پس دو مثلث  $MGN$  و  $BGC$

با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها برابر است با  $k = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$ ، در نتیجه:

$$\frac{S_{\triangle MGN}}{S_{\triangle BGC}} = k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle MGN} = \frac{1}{4} S_{\triangle BGC} = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC}$$

پس مساحت مثلث  $ABC$  (بزرگ‌ترین مثلث در شکل)، ۱۲ برابر مساحت مثلث  $MGN$  است.

(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\triangle AMC : AM^2 = AC^2 - MC^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow AM = 3$$

می‌دانیم که میان‌ها یکدیگر را در نقطه‌ای به نام مرکز ثقل (نقطه  $G$ ) قطع می‌کنند.

فاصله این نقطه از هر یک از رئوس برابر  $\frac{2}{3}$  طول میانۀ نظیر آن رأس است، پس:

$$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱