



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

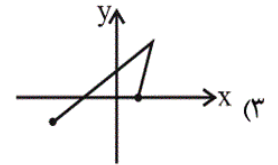
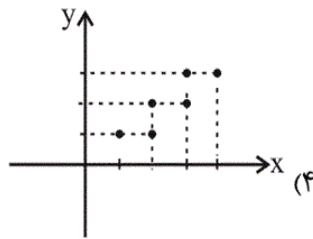
ریاضی و آمار 1، تابع -

۱۰۱- کدام رابطه یک تابع است؟

$g = \{(3, 5), (5, 5), (5, 3)\}$ (۲)

x	-۵	۳	۴
y	۴	۴	-۵

(۱)



۱۰۲- اگر رابطه $f = \{(5, a-1), (\sqrt{25}, 7), (\sqrt{5}, 2a)\}$ یک تابع باشد، مقدار a کدام است؟

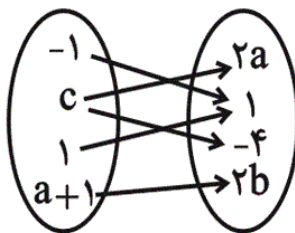
۸ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

۱۰۳- اگر نمودار پیکانی زیر بیانگر یک تابع باشد، مقدار $a+b$ چقدر است؟



$-\frac{1}{2}$ (۱)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۴)

۱۰۴- در یک تابع خطی $f(2) = 6$ و شیب خط برابر ۲ است. اگر دامنه تابع $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 5\}$ باشد، در این صورت برد تابع کدام است؟

(۲) $\{y \in \mathbb{R} \mid 2 \leq y \leq 10\}$

(۱) $\{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 12\}$

(۴) $\{y \in \mathbb{R} \mid 2 \leq y \leq 12\}$

(۳) $\{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 10\}$

۱۰۵- اگر $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 6}$ باشد، در این صورت مقدار $f(1 - \sqrt{3})$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۲) ۲

(۱) ۴

۱۰۶- یک شرکت تولیدی برای تولید x کالا، $C(x) = 5000 + 40x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۹۰ تومان می‌فروشد. سود این شرکت به

ازای فروش ۱۲۰ کالا چند تومان است؟

(۴) ۱۸۰۰

(۳) ۱۰۰۰

(۲) ۸۰۰

(۱) ۶۰۰

۱۰۷- در یک تابع خطی، داریم: $f(2k) = -3$ ، اگر این خط محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع نموده و با نیمساز ناحیه دوم موازی

باشد، مقدار k کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۲

(۱) -۱

۱۰۸- اگر کم‌ترین مقدار تابع $f(x) = x^2 - 2x + k$ برابر ۳ باشد، بیش‌ترین مقدار تابع $g(x) = -x^2 - 2x + k$ کدام است؟

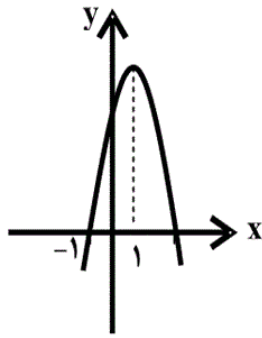
(۴) ۱۲

(۳) ۸

(۲) ۵

(۱) ۴

۱۰۹- شکل زیر نمودار تابع $y = -2x^2 + bx + c$ است. مقدار c کدام است؟



۴ (۱)

۳ (۲)

۶ (۳)

۵ (۴)

۱۱۰- اگر رأس سهمی $y = -kx^2 - 4kx + 2k - 1$ روی نیم‌ساز ناحیه اول و سوم باشد، مقدار k کدام است؟ ($k \neq 0$)

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{6}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

ریاضی و آمار 3، دنباله های حسابی

۸۱- جملات یک دنباله حسابی روی خط $2y = 4x - 6$ قرار دارند. مجموع اختلاف مشترک جملات دنباله و

جمله سوم دنباله کدام است؟

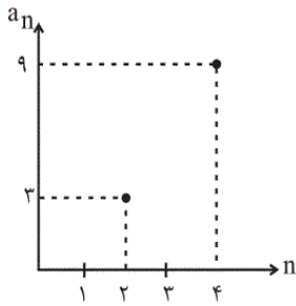
-۳ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

-۲ (۱)

۸۲- بخشی از نمودار دنباله حسابی a_n در شکل زیر آمده است. جمله پنجم دنباله a_n کدام است؟



۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴ (۴)

۸۳- بین اعداد ۱۳۹۶ و ۱۳۰۰، پنج عدد قرار داده‌ایم تا ۷ عدد تشکیل دنباله حسابی دهند. در این صورت بزرگ‌ترین عدد از بین ۵ عدد مذکور کدام است؟

۱۳۸۰ (۴)

۱۳۴۸ (۳)

۱۳۶۴ (۲)

۱۳۹۰ (۱)

۸۴- اگر $x, y, z, 13, \dots$ پنج جمله اول یک دنباله حسابی باشند، حاصل $\frac{yxy}{z}$ کدام است؟

$-\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

۸۵- اگر در یک دنباله حسابی $a_1 = -1$ و $a_{n+1} = a_n + 1$ باشد، مقدار S_{10} (مجموع ۱۰ جمله اول دنباله) کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۸۶- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = 5n^2 - 3n$ به دست می‌آید. مجموع جملات پنجم و ششم این دنباله کدام است؟

۵۴ (۴)

۸۴ (۳)

۹۴ (۲)

۳۲ (۱)

۸۷- در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول ۲۰۷ و جمله دهم برابر ۴۳ است. جمله سوم این دنباله کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۶ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

ریاضی و آمار 3، دنباله های هندسی

۸۸- پس از مصرف داروی A بعد از هر ساعت میزان ماده مؤثر آن در خون نصف می شود. اگر شخصی ۱۰۰ میلی گرم از داروی A را مصرف

کند، پس از چند ساعت میزان ماده مؤثر آن در خون کم تر از ۷ میلی گرم می شود؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۹- اگر $a-1, 8, -4, 2b, \dots$ جملات یک دنباله هندسی باشند، جمله هشتم این دنباله کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$-\frac{1}{16}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۹۰- اگر رابطه بازگشتی یک دنباله به صورت $a_n = -2a_{n-1}$ و جمله سوم دنباله ۸- باشد، جمله اول دنباله کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۴ (۲)

-۲ (۱)

ریاضی و آمار 2، تابع -

۱۱۱- اگر $f(x) = -5$ تابع ثابت باشد، آنگاه حاصل $A = f(5) + f(2) - f(5) \times f(-2)$ کدام است؟

۱۵ (۲)

-۳۵ (۱)

۲۵ (۴)

-۱۵ (۳)

۱۱۲- اگر $f = \{(2a, -4), (1, a+2b)\}$ یک تابع همانی باشد، آنگاه مقدار $b-a$ کدام است؟

۳/۵ (۴)

۱ (۳)

-۱/۵ (۲)

-۲ (۱)

۱۱۳- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & x < -1 \\ 0, & -1 \leq x \leq 1 \\ 2|1-x^2|, & x > 1 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{2f(\frac{2}{3}) - f(-2)}{1 - f(\sqrt{2})f(\frac{3}{4})}$ کدام است؟

$\frac{4}{7}$ (۴)

$-\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

۱۱۴- اگر برد تابع $\begin{cases} f: N \rightarrow N \\ f(x) = 3 \end{cases}$ را با R_f و برد تابع $g(x) = \begin{cases} -3, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 3, & x > 0 \end{cases}$ را با R_g نمایش دهیم، کدام گزینه نادرست است؟ (D_f دامنه f و D_g دامنه g است.)

(۴) g یک تابع پلکانی است.

(۳) f یک تابع همانی است.

(۲) $R_f \cap D_g = \{3\}$

(۱) $R_f \subseteq R_g$

۱۱۵- مقدار مساحتی که بین نمودار تابع پلکانی $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 2 \\ 3, & 2 \leq x < 5 \\ 4, & 5 \leq x \leq 8 \end{cases}$ و محور x ها ایجاد می‌شود، کدام است؟ (مساحت مستطیل‌هایی که

از عمودکردن نقاط مرزی بر محور x ها به دست می‌آید).

۲۵ (۴)

۲۳ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۱۱۶- حاصل عبارت $A = \frac{2 \operatorname{sign}(-3/14) + 2 \times [-0/003]}{2 \times [3\sqrt{2} + 1] + \operatorname{sign}(\sqrt{2} + 1)}$ کدام است؟ [] نماد جزء صحیح و sign تابع علامت است.

$-\frac{4}{9}$ (۴)

$-\frac{3}{11}$ (۳)

$-\frac{3}{9}$ (۲)

$-\frac{4}{11}$ (۱)

۱۱۷- اگر $f(x) = \frac{1}{2}|2x+1|+2$ باشد، ضابطه این تابع به ازای مقادیر $x < -2$ کدام است؟

$x - \frac{1}{2}$ (۴)

$-x + \frac{3}{2}$ (۳)

$-x + \frac{1}{2}$ (۲)

$-x - \frac{1}{2}$ (۱)

۱۱۸- اگر $f = \{(-1, 3), (-2, 5), (0, 2), (1, 4)\}$ و $g = \{(-1, 2), (0, 2), (2, 4), (1, 6)\}$ باشند، تابع $3f - \frac{g}{2}$ کدام است؟

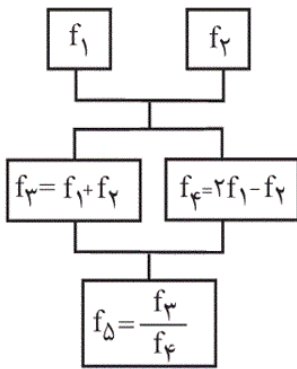
$\{(-1, 1), (0, 0), (1, -2)\}$ (۲)

$\{(-1, 8), (0, 5), (1, 9)\}$ (۱)

$\{(2, 1), (-1, 1), (0, 0), (1, -2)\}$ (۴)

$\{(-2, 1), (-1, 8), (0, 5), (1, 9)\}$ (۳)

۱۱۹- اگر $f_1(x) = 2x - 1$ و $f_2(x) = x + 3$ باشند، با توجه به نمودار درختی زیر $f_\Delta(4)$ کدام است؟



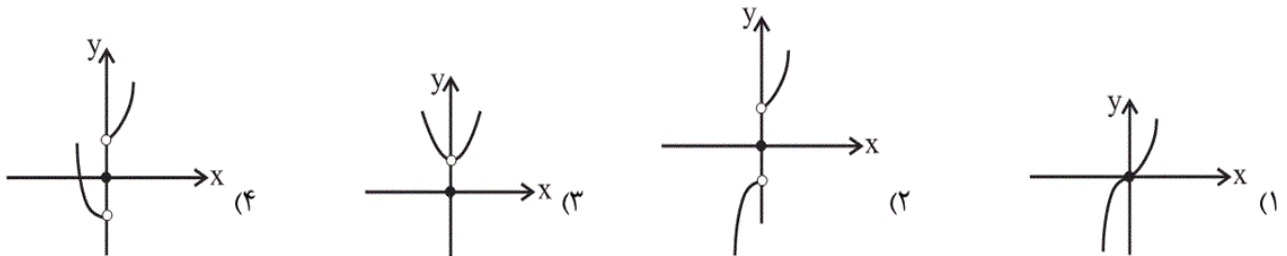
(۱) $\frac{12}{7}$

(۲) $\frac{15}{7}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۲۰- اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند، نمودار تابع $(f + g)(x)$ کدام است؟



ریاضی و آمار 3 - گواه، دنباله های حسابی

۹۱- جمله عمومی دنباله حسابی $a_n: 2, 7, 12, 17, 22, \dots$ کدام است؟

(۲) $a_n = 5n + 2$

(۱) $a_n = 5n - 3$

(۴) $a_n = 4n - 1$

(۳) $a_n = 2n + 3$

۹۲- اگر به اختلاف مشترک یک دنباله حسابی ۲ واحد اضافه کنیم و جمله اول دنباله ثابت بماند، به جمله پنجم دنباله حاصل چند واحد اضافه می شود؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۲

(۱) صفر

۹۳- مجموع دو جمله n ام و $(n-1)$ ام دنباله $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ کدام است؟

(۴) $4n + 1$

(۳) $4n$

(۲) $4n - 1$

(۱) $4n - 2$

۹۴- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات چهارم و هشتم برابر با ۴ و حاصل ضرب جملات اول و ششم برابر با ۲۶- می‌باشد. اختلاف مشترک

دنباله کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۵- کارفرمایی به یک کارگر مبتدی، در هفته اول ۷۵۰ واحد پول دستمزد می‌دهد و متعهد می‌شود که در صورت رضایت کاری، در پایان هر

هفته، ۲۵ واحد پول بر دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ واحد پول برسد. در صورت رضایت کاری پس از چند هفته از

شروع کار، به دستمزد ثابت می‌رسد؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۴۹ (۳) ۵۰ (۴) ۵۱

۹۶- در یک دنباله حسابی، جمله هفتم و سیزدهم به ترتیب از راست به چپ ۴۶ و ۸۲ می‌باشند. مجموع ۱۹ جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۳۱۶ (۲) ۱۲۱۶ (۳) ۱۳۱۱ (۴) ۱۲۷۶

۹۷- مجموع چند جمله از دنباله حسابی $\dots, -\frac{1}{4}, -1, -\frac{3}{4}$ برابر با پانزده است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۹۸- در یک دنباله حسابی، مجموع ۷ جمله اول مساوی ۱۸۲ و جمله هشتم برابر ۵۴ می‌باشد. جمله اول کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

ریاضی و آمار 3- گواه، دنباله های هندسی

۹۹- جمله پنجم دنباله هندسی $\dots, -\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $-\frac{1}{45}$ (۳) $\frac{1}{135}$ (۴) -۱

۱۰۰- پنج عدد $\frac{5}{3}, a, b, c$ ، به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی هستند، b کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

(امیر زرانروز)

۱۰۱- ریاضی

رابطه بین دو مجموعه A و B (از مجموعه A به مجموعه B) یک تابع است، هرگاه به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B نظیر شود. بنابراین گزینه «۱» تابع است.

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۳)

۴

۳

۲

۱

(امیر زرانروز)

۱۰۲- ریاضی

$$\sqrt{25} = 5 \Rightarrow \begin{cases} (5, a-1) \in f \\ (5, 7) \in f \end{cases} \Rightarrow a-1 = 7 \Rightarrow a = 8$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۳)

۴

۳

۲

۱

اگر نمودار را به صورت زوج‌های مرتب بنویسیم، داریم:

$$f = \{(-1, 1), (c, 2a), (c, -4), (1, 1), (a+1, 2b)\}$$

در زوج‌های مرتب، اگر مؤلفه‌های اول برابر باشند، رابطه وقتی تابع است که مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$\left. \begin{array}{l} (c, 2a) \in f \\ (c, -4) \in f \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} 2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

اگر مقدار a را در تابع قرار دهیم خواهیم داشت:

$$f = \{(-1, 1), (c, -4), (1, 1), (-1, 2b)\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (-1, 1) \in f \\ (-1, 2b) \in f \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} 2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a + b = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۳)

۴

۳

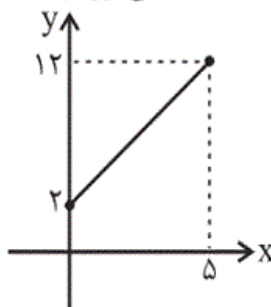
۲

۱

$$f(x) = 2x + n$$

$$f(2) = 6 \Rightarrow 6 = 4 + n \Rightarrow n = 2$$

با توجه به دامنه، نمودار تابع را رسم می‌کنیم و برد را به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow f \text{ برد} = \{y \in \mathbb{R} \mid 2 \leq y \leq 12\}$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

$$\begin{aligned}
 f(1-\sqrt{3}) &= \sqrt{-(1-\sqrt{3})^2 + 2(1-\sqrt{3}) + 6} \\
 &= \sqrt{-(1+3-2\sqrt{3}) + 2 - 2\sqrt{3} + 6} \\
 &= \sqrt{-(4-2\sqrt{3}) + 8 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{-4 + 2\sqrt{3} + 8 - 2\sqrt{3}} \\
 &= \sqrt{4} = 2
 \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمربفیرایی)

$$\text{درآمد: } R(x) = 90x$$

$$\text{سود: } P(x) = R(x) - C(x) = 90x - 50000 - 40x$$

$$\Rightarrow P(120) = 50 \times 120 - 50000 = 1000 \text{ تومان}$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمیدرضا سپوری)

چون خط مورد نظر با نیمساز ناحیه دوم، یعنی $y = -x$ موازی است، پس شیب دو خط مساویند، یعنی داریم:

$$y = -x \text{ نیمساز ناحیه دوم} \Rightarrow m = -1 \Rightarrow m' = m = -1$$

از طرفی خط از دو نقطه $(2k, -3)$ و $(1, 0)$ می‌گذرد و شیب آن -1 می‌باشد، پس داریم:

$$m' = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow -1 = \frac{0 - (-3)}{1 - 2k} \Rightarrow -1 + 2k = 3$$

$$\Rightarrow 2k = 4 \Rightarrow k = 2$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

کمترین مقدار همان عرض رأس سهمی است. بنابراین:

$$y = x^2 - 2x + k \Rightarrow x_{\text{رأس}} = \frac{+2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow y_{\text{رأس}} = 1^2 - 2 \times 1 + k = k - 1$$

$$k - 1 = 3 \Rightarrow k = 4$$

$$\xrightarrow{k=4} g(x) = -x^2 - 2x + 4$$

$$x_{\text{رأس}} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$y_{\text{رأس}} = -(-1)^2 - 2 \times (-1) + 4 = 5$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$y = -2x^2 + bx + c$$

$$\text{نقطه } (-1, 0) \text{ روی تابع قرار دارد. } 0 = -2(-1)^2 + b(-1) + c$$

$$\Rightarrow 0 = -2 - b + c \Rightarrow 2 = -b + c \quad (*)$$

$$x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 1 = \frac{-b}{2 \times (-2)} \Rightarrow 1 = \frac{b}{4} \Rightarrow b = 4$$

$$\xrightarrow{(*)} 2 = -4 + c \Rightarrow c = 2 + 4 = 6 \Rightarrow c = 6$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

مختصات رأس سهمی را به دست می آوریم:

$$y = -kx^2 - 4kx + 2k - 1$$

$$\frac{\text{مقایسه با فرم استاندارد}}{y = ax^2 + bx + c} \rightarrow \begin{cases} a = -k \\ b = -4k \\ c = 2k - 1 \end{cases}$$

$$\text{طول رأس: } x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4k)}{2(-k)} = \frac{4k}{-2k} = -2 \Rightarrow x_s = -2$$

$$\text{عرض رأس } y_s = -k(-2)^2 - 4k(-2) + 2k - 1 = -4k + 8k + 2k - 1 = 6k - 1$$

چون رأس سهمی روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد در این حالت طول و عرض رأس برابرند، یعنی $x_s = y_s$ می باشد، پس داریم:

$$y_s = x_s \Rightarrow 6k - 1 = -2 \Rightarrow 6k = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{6}$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه های ۷۷ تا ۸۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد بصیرایی)

$$2y = 4x - 6 \Rightarrow y = 2x - 3$$

شیب خط همان اختلاف مشترک جملات دنباله است. بنابراین: $d = 2$

در این مسئله برای به دست آوردن جمله سوم کافی است در معادله خط

$$\xrightarrow{x=3} y = 2 \times 3 - 3 = 3 \Rightarrow a_3 = 3 \quad \text{قرار دهیم: } x = 3$$

$$\Rightarrow d + a_3 = 2 + 3 = 5$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای قطعی، صفحه های ۶۱ تا ۶۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} a_2 = 3 \Rightarrow a_1 + d = 3 \\ a_4 = 9 \Rightarrow a_1 + 3d = 9 \end{cases} \Rightarrow 2d = 6 \Rightarrow d = 3$$

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = 9 + 3 = 12$$

(ریاضی و آمار، (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

(ریم مشتاق نظم)

$$d = \frac{b-a}{n+1} \Rightarrow d = \frac{1396-1300}{5+1} = \frac{96}{6} = 16$$

بنابراین اعداد برابرند با: ۱۳۰۰، ۱۳۱۶، ۱۳۳۲، ۱۳۴۸، ۱۳۶۴، ۱۳۸۰، ۱۳۹۶

از بین ۵ عدد مذکور عدد بزرگ‌تر برابر است با: ۱۳۸۰.

(ریاضی و آمار، (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷ و ۷۱)

(کوروش داوری)

Z واسطه حسابی بین ۱۳ و ۵ است، بنابراین:

$$2Z = 5 + 13 \Rightarrow Z = \frac{18}{2} = 9$$

$$d = 9 - 5 = 4$$

$$\Rightarrow y = 5 - 4 = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 - 4 = -3 \Rightarrow \frac{2xy}{z} = \frac{2 \times (-3) \times (1)}{9} = -\frac{2}{3}$$

(ریاضی و آمار، (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

$$a_{n+1} = a_n + 1 \Rightarrow \underbrace{a_{n+1} - a_n}_d = 1$$

$$\Rightarrow d = 1, a_1 = -1, n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times (-1) + (10-1) \times (1))$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5 \times (-2 + 9) = 5 \times 7 = 35$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فضا، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای محاسبه مجموع جملات پنجم و ششم دنباله، با داشتن رابطه S_n کافی است مجموع ۶ جمله اول را منهای مجموع ۴ جمله اول کنیم.

$$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$$

$$= a_5 + a_6 \Rightarrow S_6 - S_4 = a_5 + a_6$$

$$\Rightarrow a_5 + a_6 = (5 \times 6^2 - 3 \times 6) - (5 \times 4^2 - 3 \times 4) = 94$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فضا، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d), a_1 = 43$$

$$S_9 = 207 \Rightarrow 207 = \frac{9}{2}(2a_1 + (9-1)d)$$

$$\Rightarrow 414 = 18a_1 + 72d \xrightarrow{\div 18} 23 = a_1 + 4d$$

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 23 \\ a_1 + 9d = 43 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 4d = -23 \\ a_1 + 9d = 43 \end{cases} \Rightarrow 5d = 20 \Rightarrow d = 4$$

$$a_1 + 4d = 23 \Rightarrow a_1 + 4 \times 4 = 23 \Rightarrow a_1 + 16 = 23 \Rightarrow a_1 = 7$$

$$\Rightarrow a_3 = a_1 + 2d = 7 + 8 = 15$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فخطی، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۲)

۴

۳

۲

۱

$$100 \text{ mg} \xrightarrow{t=1} 50 \text{ mg} \xrightarrow{t=2} 25 \text{ mg} \xrightarrow{t=3} 12.5 \text{ mg} \xrightarrow{t=4} 6.25 \text{ mg}$$

بنابراین پس از ۴ ساعت میزان ماده مؤثر دارو در خون کمتر از ۷ میلی‌گرم می‌شود.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرفخطی، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشد، آنگاه شرط

$$b^2 = ac \text{ برقرار است، پس داریم:}$$

$$a - 1, 8, -4 \Rightarrow (8)^2 = -4(a - 1) \Rightarrow 64 = -4a + 4$$

$$\Rightarrow -4a = 60 \Rightarrow a = -15$$

$$\text{جملات دنباله: } -16, 8, -4, \dots \Rightarrow a_1 = -16, r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{-16} = -\frac{1}{2}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_8 = -16 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^7$$

$$= -16 \times \left(-\frac{1}{128}\right) = \frac{16}{128} = \frac{1}{8}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

روش اول: رابطه بازگشتی داده شده، نمایش یک دنباله هندسی است که نسبت مشترک آن برابر است با:

$$a_n = -2a_{n-1} \Rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} = -2 \Rightarrow r = -2 \quad \text{روش اول:}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_3 = a_1 (-2)^2$$

$$\Rightarrow -8 = a_1 \times 4 \Rightarrow a_1 = \frac{-8}{4} = -2$$

روش دوم:

$$a_n = -2a_{n-1} \Rightarrow \begin{cases} n=3 \Rightarrow a_3 = -2a_2 \Rightarrow -8 = -2a_2 \Rightarrow a_2 = 4 \\ n=2 \Rightarrow a_2 = -2a_1 \Rightarrow 4 = -2a_1 \Rightarrow a_1 = -2 \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

f تابع ثابت است، پس به ازای هر مقدار x مقدار تابع ثابت است. چون $f(x) = -5$ پس:

$$A = (-5) + (-5) - (-5) \times (-5) = -10 - 25 = -35$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۶ و ۳۱ تا ۳۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ بوده که در آن مقدار x و y همواره با یکدیگر برابرند، یعنی:

$$(2a, -4) \in f \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

$$(1, a + 2b) \in f \Rightarrow a + 2b = 1 \xrightarrow{a=-2} -2 + 2b = 1$$

$$\Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$b - a = \frac{3}{2} - (-2) = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq \frac{2}{3} \leq 1 \xrightarrow{\text{ضابطه وسط}} f\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \\ -2 < -1 \xrightarrow{\text{ضابطه بالا}} f(-2) = \sqrt{1 - (-2)^3} = \sqrt{1+8} = \sqrt{9} = 3 \\ \sqrt{2} > 1 \xrightarrow{\text{ضابطه پایین}} f(\sqrt{2}) = 2|1 - (\sqrt{2})^2| = 2|1-2| = 2|-1| = 2(1) = 2 \\ \frac{3}{2} > 1 \xrightarrow{\text{ضابطه پایین}} f\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left|1 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right| = 2\left|1 - \frac{9}{4}\right| = 2\left|-\frac{5}{4}\right| = 2\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{2} \end{array} \right.$$

$$A = \frac{2(0) - 3}{1 - 2\left(\frac{5}{2}\right)} = \frac{0 - 3}{1 - 5} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

برد تابع f برابر $\{3\}$ و برد تابع g برابر $\{-3, 0, 3\}$ می‌باشد، لذا واضح است که رابطه $R_f \subseteq R_g$ درست است. ضمناً f تابعی ثابت و g تابعی پلکانی است. همچنین توجه کنید که:

$$R_f \cap D_g = \{3\} \cap \mathbb{R} = \{3\}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۶)

 ۴

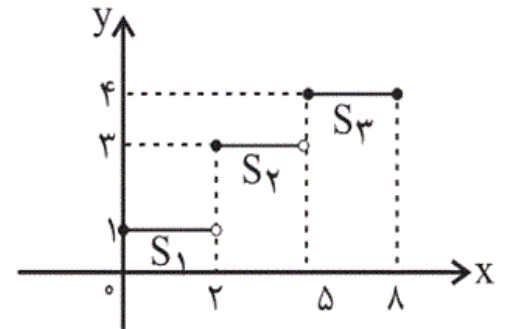
 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا نمودار تابع پلکانی را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 2 \\ 3, & 2 \leq x < 5 \\ 4, & 5 \leq x \leq 8 \end{cases}$$



با توجه به شکل ۳ مستطیل ایجاد می‌شود و خواهیم داشت:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = (2 \times 1) + (3 \times 3) + (3 \times 4)$$

$$= 2 + 9 + 12 = 23$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{sign}(-3/14) = -1, \text{sign}(\sqrt{2}+1) = 1, [-0/0.3] = -1$$

$$\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4} [3\sqrt{2}+1] = [3 \times 1/4 + 1]$$

$$= [5/2] = 5 \Rightarrow A = \frac{2 \times (-1) + 2 \times (-1)}{2 \times 5 + 1} = \frac{-4}{11}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۴

۳

۲

۱

$$2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

تابع را دو ضابطه‌ای می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2x+1)+2, & x \geq -\frac{1}{2} \\ \frac{-1}{2}(2x+1)+2, & x < -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x + \frac{5}{2}, & x \geq -\frac{1}{2} \\ -x + \frac{3}{2}, & x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین به ازای مقادیر کوچک‌تر از -2 ضابطه تابع $-x + \frac{3}{2}$ است.

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۴

۳

۲

۱

$$f = \{(-1, 3), (-2, 5), (0, 2), (1, 4)\}$$

$$g = \{(-1, 2), (0, 2), (2, 4), (1, 6)\}$$

$$3f = \{(-1, 9), (-2, 15), (0, 6), (1, 12)\}$$

$$\frac{g}{2} = \{(-1, 1), (0, 1), (2, 2), (1, 3)\}$$

$$D(3f) = \{-1, -2, 0, 1\}$$

$$D\left(\frac{g}{2}\right) = \{-1, 0, 2, 1\} \Rightarrow D(3f) \cap D\left(\frac{g}{2}\right) = \{-1, 0, 1\}$$

$$3f - \frac{g}{2} = \{(-1, 8), (0, 5), (1, 9)\}$$

(ریاضی و آمار، (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$f_3(x) = 2x - 1 + x + 3 = 3x + 2$$

$$f_4(x) = 2(2x - 1) - (x + 3) = 3x - 5$$

$$\Rightarrow f_5(x) = \frac{3x+2}{3x-5} \Rightarrow f_5(4) = \frac{3 \times 4 + 2}{3 \times 4 - 5} = \frac{14}{7} = 2$$

(ریاضی و آمار، (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۴)

 ۴

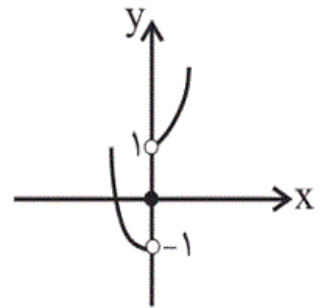
 ۳

 ۲

 ۱

$$g(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x > 0 \\ x^2, & x = 0 \\ x^2 - 1, & x < 0 \end{cases}$$



(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۴)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

ابتدا جمله اول و اختلاف مشترک دنباله را مشخص می‌کنیم:

$$2, 7, 12, \dots \Rightarrow a_1 = 2, d = 7 - 2 = 5$$

$$\Rightarrow a_n = 2 + 5(n-1) = 5n - 3$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فخطی، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a'_5 = a_1 + 4(d+2) = \underbrace{a_1 + 4d}_{a_5} + 8 = a_5 + 8$$

بنابراین به جمله پنجم 8 واحد اضافه می شود.

(ریاضی و آمار (3)، الگوهای فخطی، صفحه های 61 تا 67)

4

3

2

1

(کتاب آبی)

دنباله داده شده یک دنباله حسابی است، جمله عمومی آن را می یابیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 2 + (n-1)2 = 2 + 2n - 2 = 2n$$

$$\Rightarrow a_n = 2n \Rightarrow a_{n-1} = 2(n-1) = 2n - 2$$

$$\Rightarrow a_n + a_{n-1} = 2n + 2n - 2 = 4n - 2$$

دقت کنید که پس از به دست آوردن a_n اگر به جای n ، $n-1$ قرار دهیم a_{n-1} به دست می آید.

(ریاضی و آمار (3)، الگوهای فخطی، صفحه های 61 تا 67)

4

3

2

1

(کتاب آبی)

$$a_4 + a_8 = 4 \Rightarrow (a_1 + 3d) + (a_1 + 7d) = 4$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 10d = 4$$

$$\Rightarrow 2(a_1 + 5d) = 4 \Rightarrow a_1 + 5d = 2 \Rightarrow a_6 = 2$$

$$a_1 \times a_6 = -26 \xrightarrow{a_6=2} a_1 \times 2 = -26 \Rightarrow a_1 = -13$$

$$a_6 = 2 \Rightarrow a_1 + 5d = 2 \xrightarrow{a_1=-13} -13 + 5d = 2$$

$$\Rightarrow 5d = 15 \Rightarrow d = 3$$

(ریاضی و آمار (3)، الگوهای فخطی، صفحه های 61 تا 67)

4

3

2

1

اگر فرض کنیم وی در هفته n ام به دستمزد ۲۰۰۰ واحد خواهد رسید:

$$a_1 = 750$$

$$d = 25$$

$$a_n = 2000$$

$$\Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2000 = 750 + (n-1)25$$

$$\Rightarrow 2000 = 750 + 25n - 25 \Rightarrow 25n = 2000 - 750 + 25$$

$$\Rightarrow 25n = 1275 \Rightarrow n = \frac{1275}{25} = 51$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} \Rightarrow d = \frac{82 - 46}{13 - 7} \Rightarrow d = \frac{36}{6} = 6$$

$$a_7 = 46 \Rightarrow a_1 + 6d = 46 \Rightarrow a_1 + 6 \times 6 = 46$$

$$\Rightarrow a_1 = 46 - 36 = 10$$

$$a_{19} = a_1 + 18d = 10 + 18 \times 6 = 118$$

$$S_{19} = \frac{n}{2}(a_1 + a_{19}) \Rightarrow S_{19} = \frac{19}{2}(10 + 118)$$

$$\Rightarrow S_{19} = \frac{19}{2} \times 128 = 19 \times 64 \Rightarrow S_{19} = 1216$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطی، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$-\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, \dots \Rightarrow a_1 = -\frac{3}{2}, d = -1 - \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n\left[2\left(-\frac{3}{2}\right) + (n-1)\left(\frac{1}{2}\right)\right]}{2}$$

$$= \frac{n\left(-3 + \frac{n-1}{2}\right)}{2} = \frac{n\left(\frac{-6+n-1}{2}\right)}{2} = \frac{n(n-7)}{4}$$

$$\xrightarrow{S_n=15} \frac{n(n-7)}{4} = 15$$

$$\Rightarrow n^2 - 7n - 60 = 0 \Rightarrow (n-12)(n+5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 12 \text{ ق.ق} \\ n = -5 \text{ ق.غ} \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فطری، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

$$S_7 = 182 \Rightarrow \frac{7}{2} [2a_1 + 6d] = 182 \Rightarrow \frac{7}{2} \times 2(a_1 + 3d) = 182$$

$$\Rightarrow a_1 + 3d = \frac{182}{7} = 26 \quad (\text{I})$$

$$a_8 = 54 \Rightarrow a_1 + 7d = 54 \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{(\text{II}), (\text{I})} \begin{cases} a_1 + 3d = 26 \\ a_1 + 7d = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 3d = -26 \\ a_1 + 7d = 54 \end{cases}$$

$$4d = 28 \Rightarrow d = \frac{28}{4} = 7$$

حال $d = 7$ را در یکی از معادلات بالا جای گذاری می کنیم.

$$a_1 + 7 \times 7 = 54 \Rightarrow a_1 = 54 - 49 = 5 \Rightarrow a_1 = 5$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فخطی، صفحه های ۶۱ تا ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا نسبت مشترک دنباله را به دست می آوریم:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{1}{3}$$

جملات بعدی دنباله هندسی را تشکیل می دهیم:

$$a_3 = ra_2 = -\frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{15}$$

$$a_4 = ra_3 = -\frac{1}{3} \times \frac{1}{15} = -\frac{1}{45}$$

$$a_5 = ra_4 = -\frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{45}\right) = \frac{1}{135}$$

(ریاضی و آمار، (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه های ۷۴ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در دنباله هندسی داریم:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_5}{a_4}$$

$$a_2 = ra_1, \quad a_3 = ra_2 = r^2 a_1$$

$$a_4 = ra_3 = r^3 a_1, \quad a_5 = ra_4 = r^4 a_1$$

$$\frac{a_5 = \frac{5}{3}}{a_1 = \frac{5}{12}} \rightarrow \frac{5}{3} = r^4 \frac{5}{12} \Rightarrow r^4 = 4 \Rightarrow r^2 = 2$$

$$a_3 = r^2 a_1 = 2 \times \frac{5}{12} = \frac{5}{6}$$

(ریاضی و آمار، (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه های ۷۴ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱