



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲، واحد های اندازه گیری زاویه

۹۱- حاصل عبارت $\frac{\sin(75^\circ) + \cos(-42^\circ)}{2 \tan(-315^\circ)}$ با مقدار کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $\cos(210^\circ)$ (۲) $\sin(210^\circ)$ (۳) $\cos(270^\circ)$ (۴) $\sin(150^\circ)$

۹۲- اگر $\sin(\pi + x) = \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin(\pi - x)$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد، حاصل $\cot(\frac{\pi}{4} + x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۲) $-\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴) $-\sqrt{15}$

۹۳- اگر $\cot(\pi + \alpha) > 0$ و $\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha) < 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۹۴- به ازای کدام مقدار x تساوی $\cos(3x + \frac{\pi}{12}) + \cos(\frac{\pi}{6} - x) = 0$ برقرار است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{8}$ (۲) $\frac{3\pi}{16}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{16}$

۹۵- حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2}}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) -۱

۹۶- اگر $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\cot(\frac{7\pi}{4} + \alpha)$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۹۷- اگر $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta)} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\pi - \theta) + 2 \cos(\pi + \theta)}{2 \sin(2\pi - \theta) + \cos(2\pi + \theta)}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{4}{5}$ (۴) تعریف نشده

۹۸- اگر $\cos(\frac{7\pi}{2} - x) + \sin(\frac{3\pi}{2} + x) = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟

(۴) $-\frac{23}{27}$

(۳) $\frac{23}{27}$

(۲) $-\frac{23}{54}$

(۱) $\frac{23}{54}$

۹۹- تابع $f(x) = \sin x$ در کدام بازه یک‌به‌یک است؟

(۴) $[-\pi, 0]$

(۳) $[\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$

(۲) $[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}]$

(۱) $[\frac{4\pi}{3}, 4\pi]$

۱۰۰- نمودار تابع $f(x) = a \cos x - b$ از نقطه $(\pi, -1)$ می‌گذرد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند. $2a + b$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) -۱

(۲) صفر

(۱) ۳

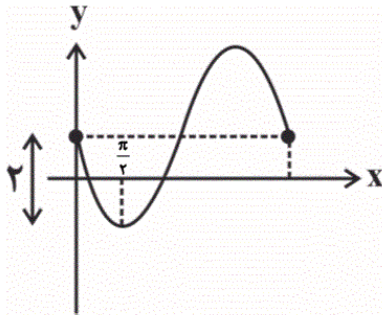
۱۰۱- برد تابع $f(x) = 3 - 4 \sin x$ کدام است؟

(۴) $[-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}]$

(۳) $[-1, 7]$

(۲) $[-4, 3]$

(۱) $[-2, 4]$



۱۰۲- شکل مقابل بخشی از نمودار تابع $f(x) = 1 - b \sin x$ است. مقدار $f(\frac{94\pi}{3})$ کدام است؟

(۱) $1 - \sqrt{3}$

(۲) $2 - \sqrt{3}$

(۳) $1 + \sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{3} - 1$

۱۰۳- اگر $\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، آنگاه حدود تغییرات $\sin(x + \frac{\pi}{6})$ کدام است؟

(۴) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

(۳) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$

(۲) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$

(۱) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

۱۰۴- اگر $\tan \theta = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه مقدار $A = \frac{\cos \theta - 3 \sin \theta}{\cos \theta + 3 \sin \theta}$ کدام است؟ $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$

(۴) ۵

(۳) $\frac{1}{5}$

(۲) $-\frac{1}{5}$

(۱) -۵

۱۰۵- حاصل عبارت $A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \dots + \tan 180^\circ$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3} + 1$ (۳) -۱ (۴) ۱

ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی های آن

۱۰۶- اگر a عددی حقیقی و نمودار توابع $f(x) = (4a - 2)^x$ و $g(x) = (1 - \frac{a}{3})^x$ نسبت به محور y ها قرینه هم باشند، مجموع مقادیر ممکن برای a

کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۳

۱۰۷- جواب معادله $\sqrt{3} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^x = \sqrt{27} \left(\frac{\sqrt{3}}{243} \right)^{3-x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{57}{29}$ (۲) $-\frac{67}{31}$ (۳) $\frac{57}{29}$ (۴) $\frac{31}{67}$

۱۰۸- خط $y = 12$ نمودار تابع $f(x) = (\sqrt{3})^x$ را در کدام بازه قطع می کند؟

- (۱) $(2, 3)$ (۲) $(3, 4)$ (۳) $(4, 5)$ (۴) $(5, 6)$

۱۰۹- از معادله $4^x - 4 + \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = 0$ مقدار x کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۱۰- نمودار تابع $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ دارای کدام ویژگی است؟

- (۱) افزایشی است. (۲) یک به یک است. (۳) دامنه آن $\mathbf{R} - \{0\}$ است. (۴) برد آن $[0, +\infty)$ است.

ریاضی ۲- سوالات موازی، واحد های اندازه گیری زاویه

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sin(75^\circ) + \cos(-42^\circ)}{2 \tan(-315^\circ)}$ با مقدار کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $\cos(210^\circ)$ (۲) $\sin(210^\circ)$ (۳) $\cos(270^\circ)$ (۴) $\sin(150^\circ)$

۱۱۲- حاصل عبارت $A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \dots + \tan 180^\circ$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3} + 1$ (۳) -1 (۴) 1

۱۱۳- اگر $\sin(\pi + x) = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sin(\pi - x)$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد، حاصل $\cot(\frac{\pi}{3} + x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۲) $-\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴) $-\sqrt{15}$

۱۱۴- اگر $\cot(\pi + \alpha) > 0$ و $\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) < 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۱۵- در مثلث ABC رابطه $\tan(B + 20^\circ)\tan(C + 10^\circ) = 1$ برقرار است. $\cos A$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۱۶- به ازای کدام مقدار x تساوی $\cos(\frac{\pi}{6} - x) + \cos(3x + \frac{\pi}{12}) = 0$ برقرار است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{8}$ (۲) $\frac{2\pi}{16}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{16}$

۱۱۷- حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2}}$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) 1 (۳) 3 (۴) -1

۱۱۸- اگر $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\cot(\frac{7\pi}{2} + \alpha)$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

- (۱) 2 (۲) -2 (۳) 1 (۴) -1

۱۱۹- اگر $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2}-\theta)}{2} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\pi-\theta)+2\cos(\pi+\theta)}{2\sin(2\pi-\theta)+\cos(2\pi+\theta)}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{4}{5}$ (۴) تعریف نشده

۱۲۰- اگر $\cos(\frac{7\pi}{2}-x)+\sin(\frac{3\pi}{2}+x) = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{23}{54}$ (۲) $-\frac{23}{54}$ (۳) $\frac{23}{27}$ (۴) $-\frac{23}{27}$

۱۲۱- برای رسم نمودار تابع $f(x) = -1 + \cos(\frac{\pi}{6}-x)$ ، با استفاده از نمودار $y = \cos x$ ، چه انتقال‌هایی می‌تواند انجام شود؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ واحد به چپ - یک واحد به بالا
 (۲) $\frac{\pi}{6}$ واحد به راست - یک واحد به پایین
 (۳) قرینه نسبت به محور y ها - $\frac{\pi}{6}$ واحد به چپ - یک واحد به پایین
 (۴) قرینه نسبت به محور x ها - $\frac{\pi}{6}$ واحد به چپ - یک واحد به بالا

۱۲۲- تابع $f(x) = \sin x$ در کدام بازه یک‌به‌یک است؟

- (۱) $[\frac{4\pi}{3}, 4\pi]$ (۲) $[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}]$ (۳) $[\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ (۴) $[-\pi, 0]$

۱۲۳- نمودار تابع $f(x) = a \cos x - b$ از نقطه $(\pi, -1)$ می‌گذرد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند. $2a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۱

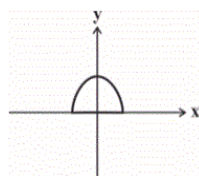
۱۲۴- برد تابع $f(x) = 3 - 4 \sin x$ کدام است؟

- (۱) $[-3, 4]$ (۲) $[-4, 3]$ (۳) $[-1, 7]$ (۴) $[-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}]$

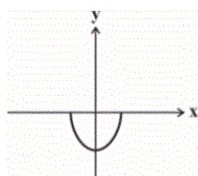
۱۲۵- مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = \sin(\frac{3\pi}{2}+x)$ در نقاطی با کدام طول رخ می‌دهد؟

- (۱) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۲) $2k\pi + \pi$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۴) $2k\pi$

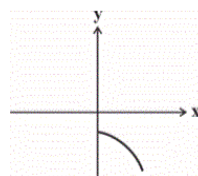
۱۲۶- کدام گزینه قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - 2 \sin(x + \frac{\pi}{3})$ را نشان می‌دهد؟



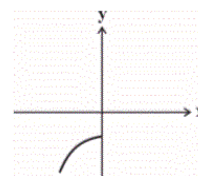
(۴)



(۳)

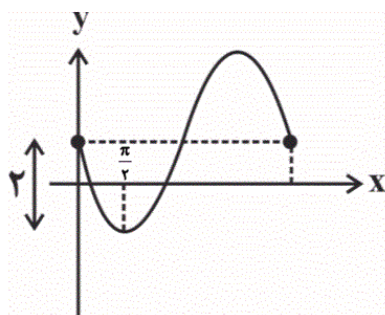


(۲)



(۱)

۱۲۷- شکل مقابل بخشی از نمودار تابع $f(x) = 1 - b \sin x$ است. مقدار $f(\frac{94\pi}{3})$ کدام است؟



(۱) $1 - \sqrt{3}$

(۲) $2 - \sqrt{3}$

(۳) $1 + \sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{3} - 1$

۱۲۸- نمودار دو تابع $y = 1 - \sin(\frac{\pi}{2} + x)$ و $y = -\cos(\frac{3\pi}{2} - x)$ در بازه $(0, 2\pi)$ همدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۲۹- تابع $y = 2 \cos(\pi + x) - 1$ در بازه $[0, 3\pi]$ ، خط $y = k$ را در سه نقطه قطع می‌کند. k چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۳۰- اگر $\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، آنگاه حدود تغییرات $\sin(x + \frac{\pi}{6})$ کدام است؟

(۴) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

(۳) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$

(۲) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$

(۱) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

-۹۱

(معمد بفرایی)

$$\sin(75^\circ) = \sin(2 \times 36^\circ + 3^\circ) = \sin 3^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-42^\circ) = \cos(42^\circ) = \cos(36^\circ + 6^\circ) = \cos 6^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(-315^\circ) = -\tan(315^\circ) = -\tan(36^\circ - 45^\circ) = 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(15^\circ) = \sin(18^\circ - 3^\circ) = \sin 3^\circ = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۲

(ابراهیم نجفی)

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

ابتدا توجه کنید که:

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x)$$

بنابراین:

$$\Rightarrow -\sin x = \frac{1}{2} + \sin x \Rightarrow 2 \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x \Rightarrow 16 = 1 + \cot^2 x \Rightarrow \cot^2 x = 15$$

$$\xrightarrow{x \text{ در ناحیه سوم}} \cot x = \sqrt{15}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\tan x = -\frac{1}{\cot x} = -\frac{1}{\sqrt{15}}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

انتهای کمان α در ناحیه اول است. زیرا:

$$\begin{cases} \cot(\pi + \alpha) > 0 \Rightarrow +\cot \alpha > 0 \\ \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \Rightarrow -\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

(مهری ملارمضانی)

می‌دانیم اگر $\alpha + \beta = \pi$ باشد، آنگاه: $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 0$

است. پس یکی از حالت‌ها این است که: $\cos\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 0$

$$3x + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} - x = \pi \Rightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$\Rightarrow \frac{\sin \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} = -3$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

(رضا ذاکر)

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{1}{8}$$

چون انتهای کمان α در ناحیه دوم قرار دارد علامت \cot منفی است:

$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{-1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = -2\sqrt{2}$$

$$\cot\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(3\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

حال:

$$= -\tan \alpha = -(-2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهرداد فابی)

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi - \theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi + \theta\right)} = \frac{\cos(\pi - \theta)}{-\sin(\pi + \theta)} = \frac{-\cos \theta}{\sin \theta} = -\cot \theta$$

$$-\cot \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot \theta = -\frac{1}{2} (*)$$

$$\frac{\sin(\pi - \theta) + 2\cos(\pi + \theta)}{2\sin(2\pi - \theta) + \cos(2\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta - 2\cos \theta}{-2\sin \theta + \cos \theta}$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می کنیم}]{\text{صورت و مخرج را بر } \sin \theta} = \frac{1 - 2\cot \theta}{-2 + \cot \theta}$$

$$(*) \frac{1 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)}{-2 + \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{-\frac{5}{2}} = -\frac{4}{5}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رضا زاکر)

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) = \cos\left(4\pi - \frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \\ \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow -\sin x - \cos x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x)$$

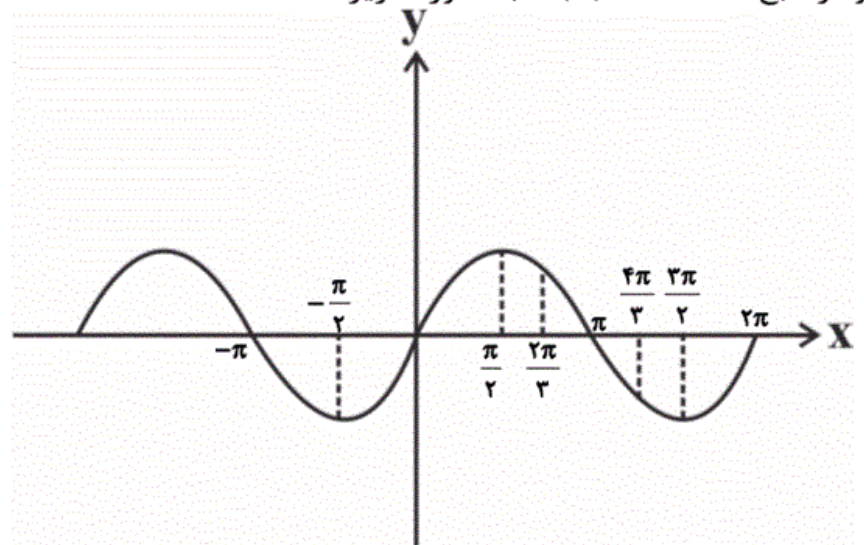
$$\sin^3 x + \cos^3 x = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - 3 \sin x \cos x \left(-\frac{2}{3}\right) \quad (1)$$

حال حاصل $\sin x \cdot \cos x$ را بدست می‌آوریم:

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 2 \sin x \cos x$$

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(میثم حمزه لویی)

نمودار تابع $f(x) = \sin x$ به صورت زیر است:با توجه به شکل و گزینه‌ها، تابع در فاصله $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$ یک‌به‌یک است.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(مهمد بهیرایی)

$$\frac{(\pi, -1)}{\longrightarrow} -1 = a \cos \pi - b \Rightarrow -1 = -a - b$$

$$\frac{(0, 3)}{\longrightarrow} 3 = a \cos 0 - b \Rightarrow 3 = a - b$$

$$\begin{cases} -a - b = -1 \\ a - b = 3 \end{cases} \Rightarrow -2b = 2 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow 2a + b = 4 - 1 = 3$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمد بهیرایی)

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\times(-4)} -4 \leq -4 \sin x \leq 4$$

$$\xrightarrow{+3} -1 \leq 3 - 4 \sin x \leq 7 \Rightarrow f \text{ برد} = [-1, 7]$$

هم‌چنین با رسم نمودار تابع نیز می‌توانیم برد آن را به دست آوریم.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید علینازره)

$$f(x) = 1 - b \sin x \xrightarrow{x=0} y = f(0) = 1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$f(x) = 1 - b \sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - b(1) = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 - 2 \sin x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{94\pi}{3}\right) = 1 - 2 \sin\left(\frac{94\pi}{3}\right) = 1 - 2 \sin\left(\frac{93\pi + \pi}{3}\right)$$

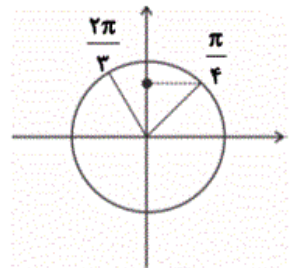
۴

۳ ✓

۲

۱

(میثم حمزه لویی)



$$\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{2} \xrightarrow{+\frac{\pi}{6}} \frac{\pi}{4} < x + \frac{\pi}{6} < \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} < \sin(x + \frac{\pi}{6}) \leq \sin \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < \sin(x + \frac{\pi}{6}) \leq 1$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

-
- ۴ ۳ ۲ ۱

(حامد فاکتی)

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \sin \theta = \cos \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta + 4 \sin^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow{0 < \theta < \frac{\pi}{2}} \sin \theta = \sqrt{\frac{1}{5}} \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{5}} - 3 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \right) \div \left(\frac{2}{\sqrt{5}} + 3 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = \frac{-\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{5}{\sqrt{5}}} = -\frac{1}{5}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

-
- ۴ ۳ ۲ ۱

(مهمرب بفرایی)

$$\tan 160^\circ = \tan(180^\circ - 20^\circ) = -\tan 20^\circ$$

$$\tan 140^\circ = \tan(180^\circ - 40^\circ) = -\tan 40^\circ$$

به همین ترتیب داریم:

$$\tan 120^\circ = -\tan 60^\circ, \tan 100^\circ = -\tan 80^\circ$$

$$\Rightarrow A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \tan 80^\circ$$

$$- \tan 80^\circ - \tan 60^\circ - \tan 40^\circ - \tan 20^\circ + \tan 180^\circ$$

$$= \tan 180^\circ = 0$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

-
- ۴ ۳ ۲ ۱

(علی شهبازی)

نمودار توابع $y = b^x$ و $y = b^{-x}$ نسبت به محور y ها قرینه هستند. پس:

$$\begin{cases} f(x) = (4a - 2)^x \\ g(x) = \left(1 - \frac{a}{2}\right)^x \end{cases} \Rightarrow 4a - 2 = \frac{1}{1 - \frac{a}{2}}$$

$$\Rightarrow 4a - 2a^2 - 2 + a = 1 \Rightarrow 2a^2 - 5a + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

پس مجموع مقادیر a برابر با $\frac{5}{2}$ است.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(حمیدرضا طالبیان)

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \left(\frac{1}{3^3} \right)^x &= 3 \sqrt{3} \left(\frac{1}{3^2} \right)^{3-x} \\ \Rightarrow 3^{-3} \left(3^{-\frac{1}{3}} \right)^x &= 3^1 \left(3^{-\frac{1}{2}} \right)^{3-x} \Rightarrow 3^{-3 - \frac{1}{3}x} = 3^{1 - \frac{27}{2} + \frac{9}{2}x} \\ -3 - \frac{1}{3}x &= -\frac{25}{2} + \frac{9}{2}x \xrightarrow{\times 6} -18 - 2x = -75 + 27x \\ \Rightarrow 57 &= 29x \Rightarrow x = \frac{57}{29} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(فردر فارسی بانی)

باید بررسی کنیم معادله $(\sqrt{3})^x = 12$ در کدام بازه جواب دارد:

$$(\sqrt{3})^x = 12 \Rightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 12$$

از آنجا که $3^2 < 12 < 3^{2/5}$ است (دقت کنید که :

$$3^2 = 9 < 12 < 3^{2/5} = \sqrt[5]{3^2} = \sqrt[5]{9} < 12$$

$$3^2 < 3^{\frac{x}{2}} < 3^{2/5} \Rightarrow 2 < \frac{x}{2} < 2/5 \Rightarrow 4 < x < 5$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(فردر فارسی بانی)

$$4^x - 4 + \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = 0 \Rightarrow 2^{2x} - 4 + 2^{-2x+2} = 0$$

$$\Rightarrow 2^{2x} - 4 + 2^{-2x} \times 2^2 = 0$$

اگر با فرض $t > 0$ ، 2^{2x} را برابر t در نظر بگیریم، 2^{-2x} برابر $\frac{1}{t}$ می‌شود.

$$t - 4 + \frac{4}{t} = 0 \xrightarrow{\times t} t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$t = 2 \Rightarrow 2^{2x} = 2 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

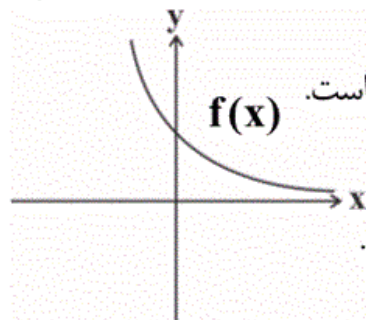
۴

۳ ✓

۲

۱

(حسین اسفینی)

نمودار تابع $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ به صورت مقابل است.

با توجه به نمودار، تابع کاهشی و یک‌به‌یک است.

دامنه تابع \mathbf{R} است و برد آن $(0, +\infty)$ است.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(معمد بگیری)

$$\sin(75^\circ) = \sin(2 \times 36^\circ + 3^\circ) = \sin 3^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-42^\circ) = \cos(42^\circ)$$

$$= \cos(36^\circ + 6^\circ) = \cos 6^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(-315^\circ) = -\tan(315^\circ) = -\tan(36^\circ - 45^\circ) = 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(15^\circ) = \sin(18^\circ - 3^\circ) = \sin 3^\circ = +\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(معمد بگیری)

$$\tan 16^\circ = \tan(18^\circ - 2^\circ) = -\tan 2^\circ$$

$$\tan 14^\circ = \tan(18^\circ - 4^\circ) = -\tan 4^\circ$$

به همین ترتیب داریم:

$$\tan 12^\circ = -\tan 6^\circ, \tan 10^\circ = -\tan 8^\circ$$

$$\Rightarrow A = \tan 2^\circ + \tan 4^\circ + \tan 6^\circ + \tan 8^\circ - \tan 8^\circ$$

$$- \tan 6^\circ - \tan 4^\circ - \tan 2^\circ + \tan 18^\circ = \tan 18^\circ = 0$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ابراهیم نبی)

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

ابتدا توجه کنید که:

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x)$$

بنابراین:

$$\Rightarrow -\sin x = \frac{1}{2} + \sin x \Rightarrow 2\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x \Rightarrow 16 = 1 + \cot^2 x \Rightarrow \cot^2 x = 15$$

$$\xrightarrow{\text{در ناحیه سوم } x} \cot x = \sqrt{15}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\tan x = -\frac{1}{\cot x} = -\frac{1}{\sqrt{15}}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{cases} \cot(\pi + \alpha) > 0 \Rightarrow \cot \alpha > 0 \\ \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \Rightarrow -\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱✓

(مهدی ملارمضانی)

می‌دانیم اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ باشد، آنگاه $\tan \alpha \tan \beta = 1$.

بنابراین با توجه به تساوی $\tan(\hat{B} + 20^\circ) \tan(\hat{C} + 10^\circ) = 1$ در مثلث ABC داریم:

$$(\hat{B} + 20^\circ) + (\hat{C} + 10^\circ) = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 60^\circ (*)$$

از طرفی در مثلث ABC تساوی $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ برقرار است. بنابراین:

$$\xrightarrow{(*)} \hat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲✓

۱

(معرفی ملارمضانی)

می‌دانیم اگر $\alpha + \beta = \pi$ باشد، آنگاه: $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 0$ است. پس یکی از حالت‌ها این است که: $\cos\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 0$

$$3x + \underbrace{\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}}_{\frac{\pi}{4}} - x = \pi \Rightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

(میثم عمزهلویی)

مقدار هریک از نسبت‌ها را می‌یابیم:

$$\tan \frac{\pi}{4} = 1, \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \sin \frac{3\pi}{2} = -1$$

$$\sin \frac{\Delta\pi}{6} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sin \frac{\Delta\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} - 1} = -3$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{-1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = -2\sqrt{2}$$

حال:

$$\cot\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(3\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$= \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha = -(-2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

(مهرداد فابی)

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi - \theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi + \theta\right)} = \frac{\cos(\pi - \theta)}{-\sin(\pi + \theta)} = \frac{-\cos\theta}{\sin\theta} = -\cot\theta$$

$$-\cot\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot\theta = -\frac{1}{2} (*)$$

$$\frac{\sin(\pi - \theta) + 2\cos(\pi + \theta)}{2\sin(2\pi - \theta) + \cos(2\pi + \theta)} = \frac{\sin\theta - 2\cos\theta}{-2\sin\theta + \cos\theta}$$

$$\frac{\sin\theta}{\text{تقسیم می کنیم صورت و مخرج را بر } \sin\theta} \rightarrow = \frac{1 - 2\cot\theta}{-2 + \cot\theta}$$

$$(*) \frac{1 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)}{-2 + \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{-\frac{5}{2}} = -\frac{4}{5}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رضا ذاکر)

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) = \cos\left(4\pi - \frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \\ \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow -\sin x - \cos x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x)$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - 3 \sin x \cos x \left(-\frac{2}{3}\right) \quad (1)$$

حال حاصل $\sin x \cdot \cos x$ را بدست می‌آوریم:

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x$$

$$1 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - 3 \sin x \cdot \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{5}{18}$$

$$\xrightarrow{(1)} \sin^3 x + \cos^3 x = -\frac{8}{27} - 3\left(-\frac{5}{18}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{23}{27}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(میثم حمزه لویی)

ابتدا تابع f را با استفاده از تساوی $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = -1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

برای رسم این نمودار با استفاده از نمودار $y = \cos x$ ، کافی است این نمودار را $\frac{\pi}{6}$ به راست و سپس یک واحد به پایین منتقل کنیم.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴)

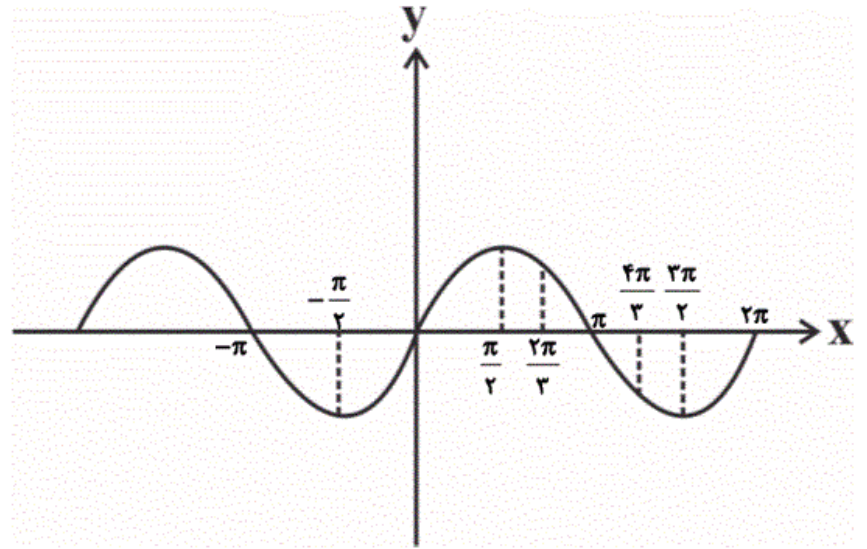
۴

۳

۲ ✓

۱

نمودار تابع $f(x) = \sin x$ به صورت زیر است:



با توجه به شکل و گزینه‌ها، تابع در فاصله $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$ یک‌به‌یک است.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمرب بفرایی)

$$\xrightarrow{(\pi, -1)} -1 = a \cos \pi - b \Rightarrow -1 = -a - b$$

$$\xrightarrow{(0, 3)} 3 = a \cos 0 - b \Rightarrow 3 = a - b$$

$$\begin{cases} -a - b = -1 \\ a - b = 3 \end{cases} \Rightarrow -2b = 2 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow 2a + b = 4 - 1 = 3$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمرب بفرایی)

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\times(-4)} -4 \leq -4 \sin x \leq 4$$

$$\xrightarrow{+3} -1 \leq 3 - 4 \sin x \leq 7 \Rightarrow f \text{ برد} = [-1, 7]$$

هم‌چنین با رسم نمودار تابع نیز می‌توانیم برد آن را به دست آوریم.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

 ۴

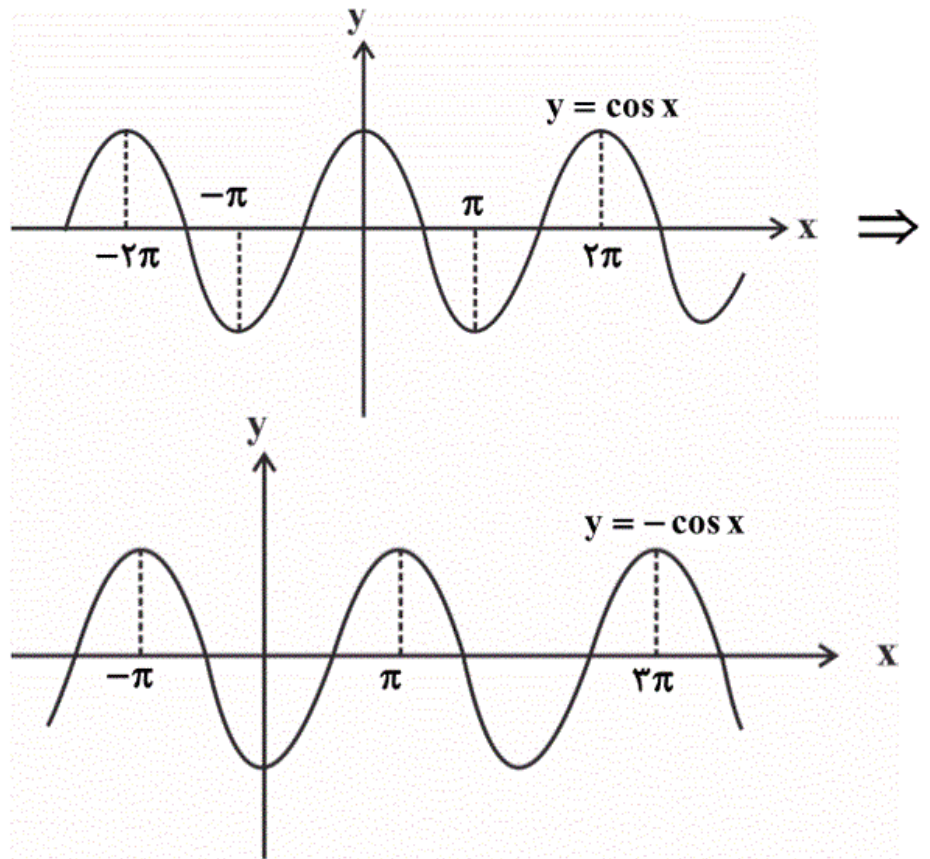
 ۳

 ۲

 ۱

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x$$

حال نمودار $y = -\cos x$ را رسم می‌کنیم و طول نقاط ماکزیمم تابع را مشخص می‌کنیم:



پس مقدار ماکزیمم تابع در نقاطی به طول‌های ... و 3π و π و $-\pi$ و ... رخ می‌دهد که به صورت $x = 2k\pi + \pi$ قابل نمایش است.

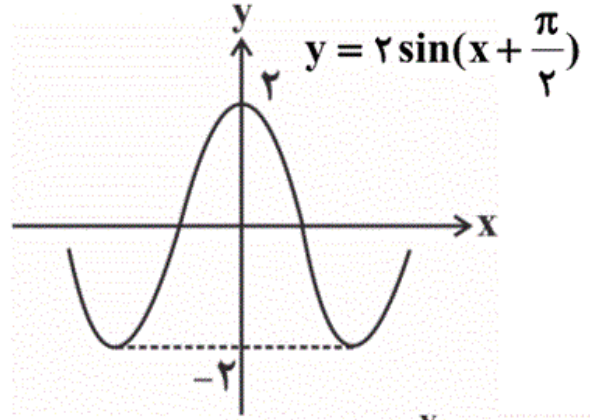
(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۹ تا ۹۴)

 ۴

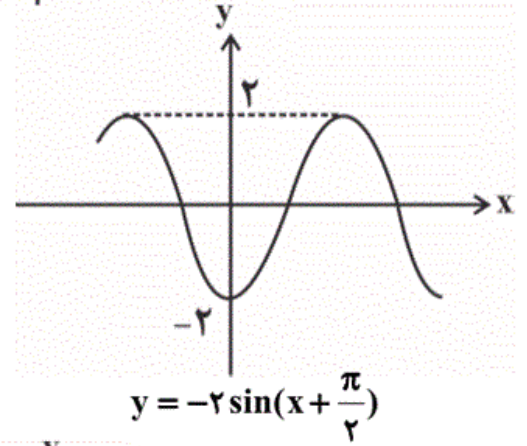
 ۳

 ۲

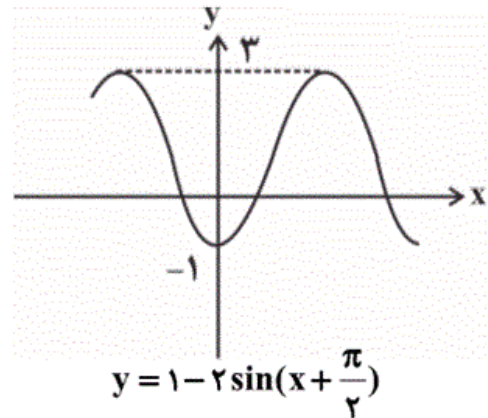
 ۱



قرینه نسبت به محور x ها



یک واحد به بالا



(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۹ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$f(x) = 1 - b \sin x \xrightarrow{x=0} y = f(0) = 1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$f(x) = 1 - b \sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - b(1) = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 - 2 \sin x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{94\pi}{3}\right) = 1 - 2 \sin\left(\frac{94\pi}{3}\right) = 1 - 2 \sin\left(\frac{93\pi + \pi}{3}\right) =$$

$$= 1 - 2 \sin\left(\underbrace{31\pi + \frac{\pi}{3}}_{\text{ناحیه سوم}}\right) = 1 + 2 \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= 1 + 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + \sqrt{3}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

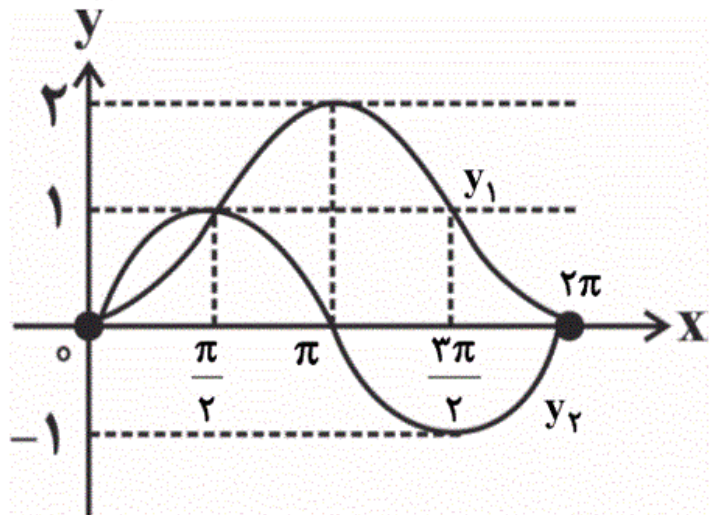
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y_2 = -\cos\left(\underbrace{\frac{3\pi}{2} - x}_{\text{ناحیه سوم}}\right) = \sin x$$



بنابراین در بازه $(0, 2\pi)$ دو تابع همدیگر را فقط در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ قطع می‌کنند.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

 ۴

 ۳

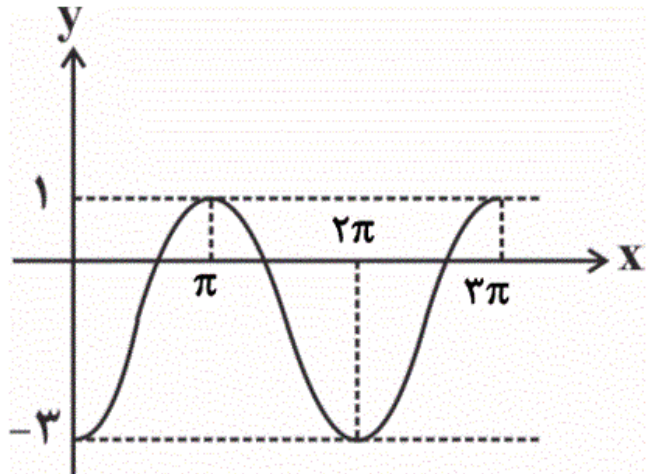
 ۲

 ۱

(علی شهبازی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم و بعد نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$$y = \underbrace{2 \cos(\pi + x)}_{-\cos x} - 1 \Rightarrow y = -2 \cos x - 1$$



اگر خط $y = k$ نمودار فوق را در ۳ نقطه قطع کند، باید $-3 < k < 1$ باشد. پس k سه مقدار صحیح -2 و -1 و 0 را می‌تواند داشته باشد.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

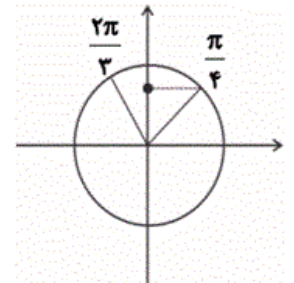
۱

(میثم حمزه‌لویی)

$$\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{2} \xrightarrow{+\frac{\pi}{6}} \frac{\pi}{4} < x + \frac{\pi}{6} < \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} < \sin(x + \frac{\pi}{6}) \leq \sin \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < \sin(x + \frac{\pi}{6}) \leq 1$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۱۷)



۴

۳ ✓

۲

۱