



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار 2، توابع پلکانی و قدرمطلق

۷۱- طبق تعریف تابع جزء صحیح، مقدار $\left[\frac{-7/2}{2}\right]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است)

(۲) -۳

(۱) -۴

(۴) -۲

(۳) -۷

۷۲- با فرض آن که $f(x) = [x] - [-x]$ باشد، حاصل عبارت $f(2/6) + f(1/4)$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است)

(علامت جزء صحیح است)

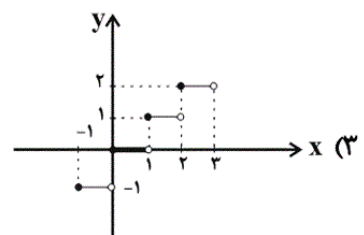
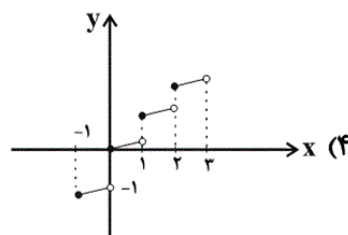
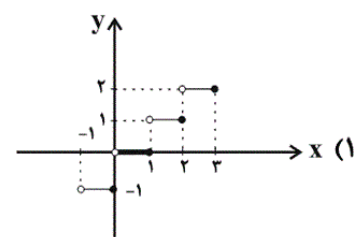
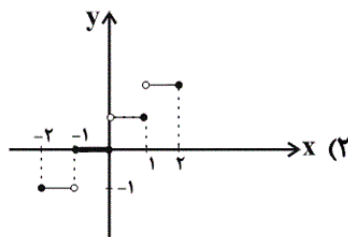
(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۵

(۱) ۶

۷۳- بخشی از نمودار تابع $f(x) = [x]$ مطابق کدام گزینه است؟ ([]، علامت جزء صحیح است)



۷۴- اگر x یک عدد طبیعی و دلخواه باشد، در این صورت مقدار $\left[\frac{-1}{x}\right]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است)

(۴) فقط -۱

(۳) صفر یا -۱

(۲) صفر یا ۱

(۱) فقط صفر

۷۵- اگر $\text{sign}(x)$ تابع علامت باشد، به ازای چه مقدار یا مقادیری از k رابطه $\text{sign}(k^2 + 3) = -1$ برقرار است؟

(۲) $k < 0$

(۱) $k \geq 0$

(۴) هیچ مقدار k

(۳) هر مقدار k

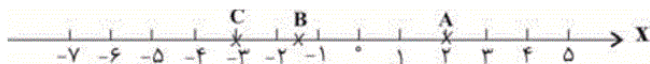
۷۶- با توجه به محور اعداد زیر حاصل $\frac{[A] + [-B]}{[2C]}$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است)

(۲) -1

(۱) $-\frac{1}{2}$

(۴) 1

(۳) $\frac{1}{2}$



۷۷- تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$ در کدام طول‌ها یکدیگر را قطع می‌کنند؟

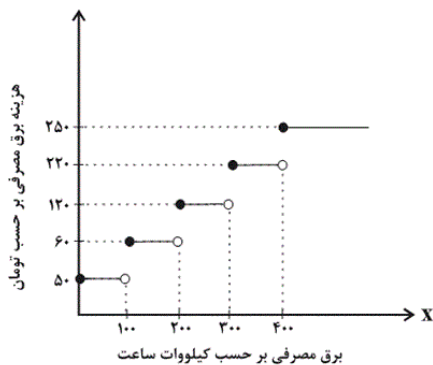
(۴) $-\frac{15}{4}, \frac{5}{4}$

(۳) $\frac{15}{4}, -\frac{5}{4}$

(۲) $-\frac{15}{4}, \frac{15}{4}$

(۱) $-\frac{5}{4}, \frac{5}{4}$

۷۸- نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی به صورت زیر می‌باشد. هزینه برق مصرفی خانواده‌ای که در یک ماه ۴۵۰ کیلووات ساعت برق مصرف می‌کند، چند تومان است؟



(۱) ۴۲۵۰۰

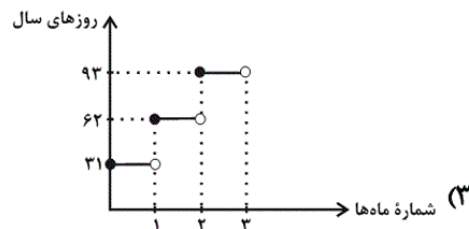
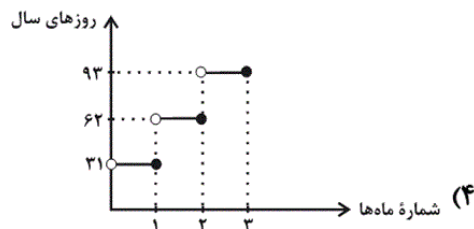
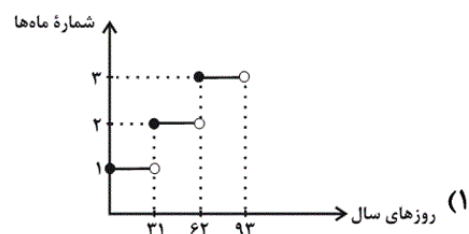
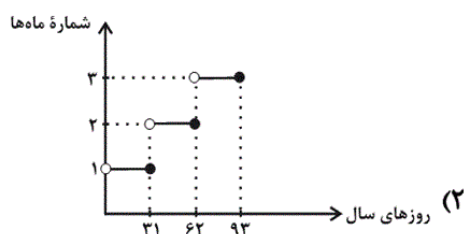
(۲) ۵۷۵۰۰

(۳) ۶۲۵۰۰

(۴) ۶۷۵۰۰

۷۹- اگر ماه‌های یک سال را به ترتیب با اعداد طبیعی نشان دهیم، در این صورت کدام نمودار زیر مربوط به ماه‌های سال برحسب تعداد روزها

برای سه ماهه نخست ابتدای سال را درست نشان می‌دهد؟



۸۰- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (m-3)x+8 & , x \geq 1 \\ (n+2)x^2+2 & , x < 1 \end{cases}$ تابعی پلکانی باشد، حاصل $m \times n$ کدام است؟

۵ (۴)

-۵ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)

-۷۱

(اسماعیل زارع، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹)

$$\left[\frac{-7/2}{2} \right] = \left[-3/6 \right] = -4$$

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(امیر زراندوز، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹)

$$f(2/6) = [2/6] - [-2/6] = 2 - (-3) = 5$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = f(0/5) = [0/5] - [-0/5] = 0 - (-1) = 1$$

$$\Rightarrow f(2/6) + f\left(\frac{1}{3}\right) = 5 + 1 = 6$$

تذکر: می‌دانیم که اگر k عددی صحیح باشد، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$k \leq x < k+1 \Rightarrow [x] = k$$

$$2 < 2/6 < 3 \Rightarrow [2/6] = 2$$

$$-3 < -2/6 < -2 \Rightarrow [-2/6] = -3$$

$$0 < 0/5 < 1 \Rightarrow [0/5] = 0$$

$$-1 < -0/5 < 0 \Rightarrow [-0/5] = -1$$

۴

۳

۲

۱

-۷۳

(مهدی بهیرایی، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹)

ضابطه تابع $f(x) = [x]$ به صورت چند ضابطه‌ای به صورت زیر می‌باشد، که نمودار آن مطابق شکل گزینه «۳» می‌باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \vdots & \\ 2 & , \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & , \quad 1 \leq x < 2 \\ 0 & , \quad 0 \leq x < 1 \\ -1 & , \quad -1 \leq x < 0 \\ \vdots & \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱

(هادی پلاور، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹)

اگر x را یک عدد طبیعی در نظر بگیریم در این صورت همواره $x \geq 1$ در نتیجه

$$0 < \frac{1}{x} \leq 1 \text{ می‌باشد.}$$

حال خواهیم داشت:

$$0 < \frac{1}{x} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\frac{1}{x} < 0$$

$$\Rightarrow \left[-\frac{1}{x}\right] = -1$$

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

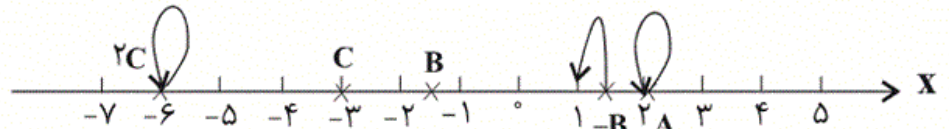
(امیر زرانروز، صفحه‌ی ۳۵ و ۳۶)

حاصل تابع $\text{sign}(x)$ در صورتی (-1) می‌شود که ورودی تابع یا همان x عددیمنفی باشد، ولی حاصل $(k^2 + 3)$ هیچ‌گاه منفی نمی‌شود. پس هیچ مقداری برای k وجود ندارد که به ازای آن حاصل $\text{sign}(k^2 + 3)$ برابر (-1) شود. ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(همید زرین‌کفش، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹)

با توجه به تعریف تابع جزء صحیح، هر عدد غیر صحیح روی محور به بزرگ‌ترین عدد

صحیح ماقبل آن مرتبط می‌شود و هر عدد صحیح به خودش، پس داریم:



$$[A] = [2] = 2$$

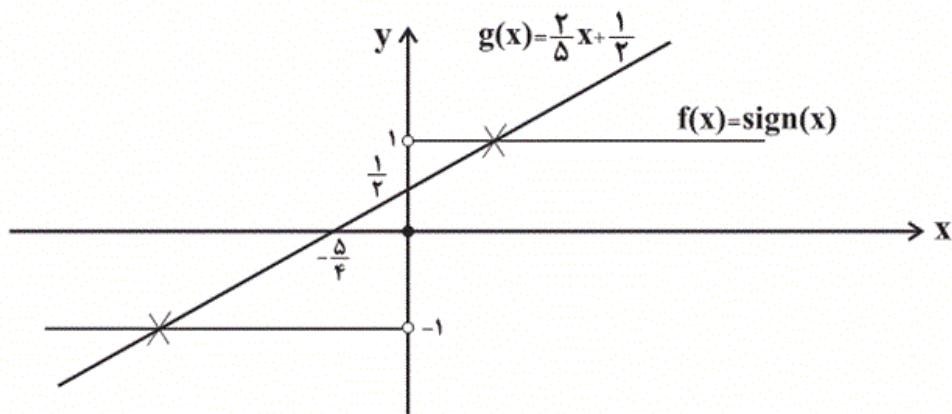
$$[-B] = 1$$

$$[2C] = [2 \times (-3)] = [-6] = -6$$

$$\frac{[A] + [-B]}{[2C]} = \frac{2 + 1}{-6} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

با توجه به نمودار دو تابع داریم:



برای بدست آوردن طول نقاط تلاقی کافی است یکبار به جای $g(x)$ در معادله خط مقدار ۱ و یکبار -۱ را قرار دهیم؛ در این صورت داریم:

$$g(x) = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{5}x + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{2}{5}x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{4} \\ \frac{2}{5}x + \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow \frac{2}{5}x = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = -\frac{15}{4} \end{cases}$$

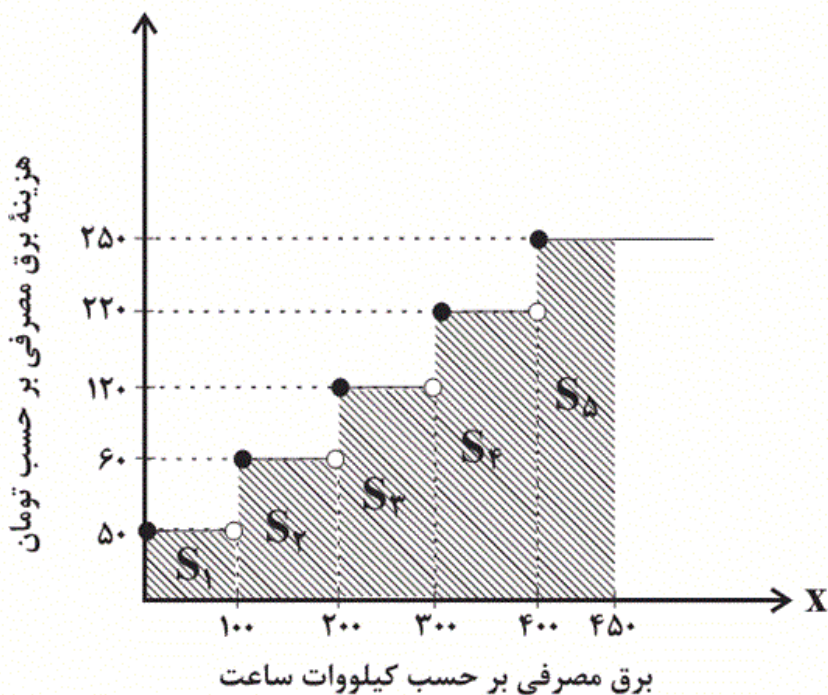
۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به نمودار زیر برای محاسبه هزینه ۴۵۰ کیلووات ساعت مصرف برق، کافی است سطح زیر نمودار هاشور خورده زیر را بدست آوریم.



$$\begin{aligned} \text{هزینه برق مصرفی} &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 \\ &= 50 \times 100 + 60 \times 100 + 120 \times 100 + 220 \times 100 + 250 \times 50 \\ &= 5000 + 6000 + 12000 + 22000 + 12500 = 57500 \text{ تومان} \end{aligned}$$

۴

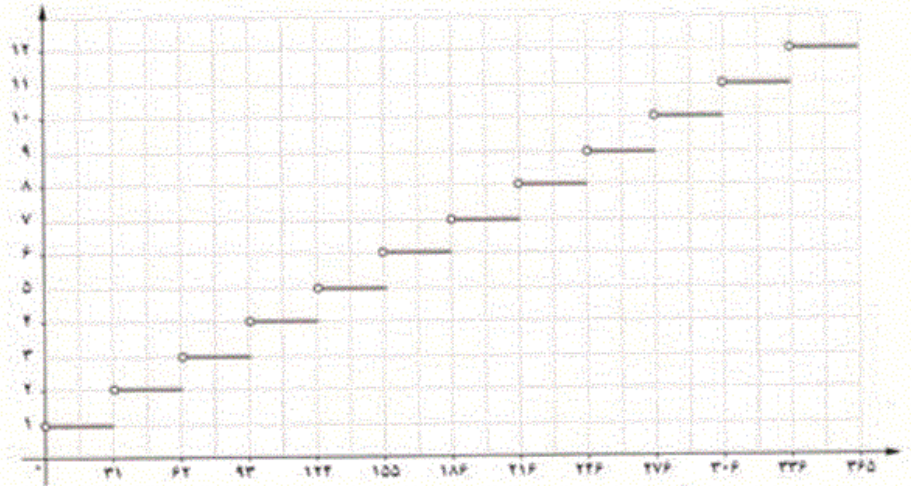
۳

۲ ✓

۱

(عمید زرین‌کفش، صفحه‌ی ۳۴ تا ۳۶)

نمودار مربوط به شماره ماه‌ها بر حسب شماره روز به صورت زیر می‌باشد، دقت کنید که نقاط ابتدایی در هر ماه در نمودار پلکانی مربوط به آن تو خالی می‌باشد، زیرا آخرین روز ماه قبل مربوط به شماره ماه قبل می‌باشد. پس نقاط انتهایی آن را تو پر در نظر می‌گیریم.



۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زرانروز، صفحه‌ی ۳۴ تا ۳۶)

تابع پلکانی تابعی چند ضابطه‌ای است که هر ضابطه آن، فقط شامل عدد باشد. پس متغیر x در هر دو ضابطه f باید حذف شود. برای این منظور، ضریب x و توان‌های آن را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3, n + 2 = 0 \Rightarrow n = -2$$

$$\Rightarrow m \times n = 3 \times (-2) = -6$$

۴

۳

۲

۱ ✓