



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی 1، سهمی

۶۲- اگر رأس سهمی $y = 3x^2 + ax + b$ نقطه $S(1, -4)$ باشد، $a - b$ برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) -۷ (۴) -۵

۶۳- اگر رأس سهمی $y = ax^2 + bx - \frac{3}{2}$ باشد، طول نقاط تلاقی این سهمی با محور x ها کدام است؟

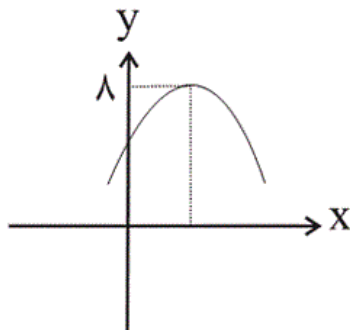
- (۱) -۲, ۴ (۲) -۱, ۳ (۳) -۳, ۵ (۴) -۲, ۳

۶۴- اگر سهمی به معادله $y = ax^2 - bx + c$ از مبدأ مختصات و نقطه $A(-1, 3)$ بگذرد و محور تقارن آن $x = 2$

باشد، مقدار $15a + 5b + c$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) -۳ (۳) ۲۱ (۴) ۱۸

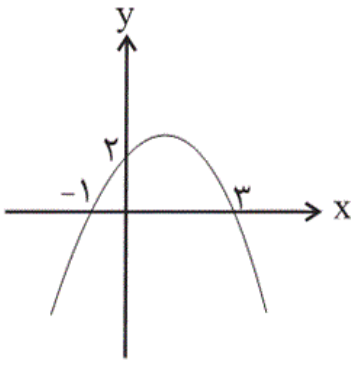
۶۵- نمودار سهمی به معادله $y = -2x^2 + ax + a + 2$ به صورت زیر است. این سهمی قسمت مثبت محور x ها را



در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۴

۶۶- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ بصورت زیر است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟



(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) $-\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{7}{3}$

(۴) $\frac{8}{3}$

۶۸- اگر عرض بالاترین نقطه سهمی به معادله $y = ax^2 + 4x + k$ برابر با -1 و نمودار سهمی محور عرض ها را در

نقطه‌ای به عرض -3 قطع کند، معادله محور تقارن سهمی کدام است؟

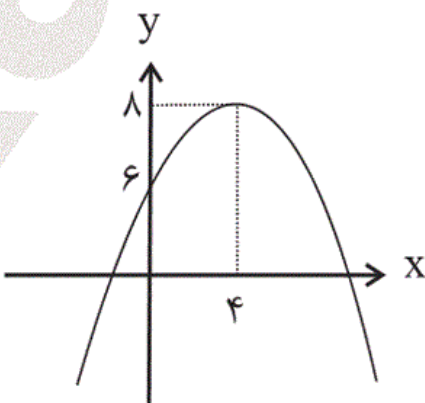
(۴) $x = -1$

(۳) $x = 1$

(۲) $x = \frac{1}{2}$

(۱) $x = -\frac{1}{2}$

۶۹- شکل زیر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد، کدام گزینه تعیین علامت y را به درستی نمایش می‌دهد؟



(۱)

x	-	۳	+	۱۱	-
y	-	•	+	•	-

(۲)

x	-	۲	+	۱۰	-
y	-	•	+	•	-

(۳)

x	-	۴	+	۱۲	-
y	-	•	+	•	-

(۴)

x	+	۲	-	۱۰	+
y	+	•	-	•	+

۷۰- اگر بالاترین نقطه سهمی $y = mx^2 + 2\sqrt{3}x + m + 2$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات باشد، حدود m

کدام است؟

(۲) $-3 < m < 1$

(۱) $m < -3$

(۴) $-1 < m < 0$

(۳) $-3 < m < -1$

ریاضی ۱، تعیین علامت

۶۷- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2$ کدام است؟

(۴) $[-10, 4]$

(۳) $[-2, 4]$

(۲) $(-\infty, 4]$

(۱) $[-4, 2]$

۵۷- جدول تعیین علامت کدام یک از چندجمله‌ای‌های زیر به صورت زیر می‌باشد؟

x	-2	1	
y	-	-	+

(۲) $y = x^2 - x + 2$

(۱) $y = x^2 + x - 2$

(۴) $y = x^3 - 3x^2 + 4$

(۳) $y = x^3 + 3x^2 - 4$

۵۸- x در کدام بازه باشد تا عبارت $A = (2 - |x|)(2x - 6)$ منفی باشد؟

(۲) $(-2, 3)$

(۱) $(2, +\infty)$

(۴) $(-\infty, 2)$

(۳) $(-2, 2) \cup (3, +\infty)$

۵۹- اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{bx(x-a)^2}{ax^2+bx+c}$ به صورت زیر باشد، آنگاه مجموعه مقادیر ممکن

برای b کدام است؟

x	-1	0	2
$P(x)$	$+$	$+$	$-$

ت ن

$\{4, -4\}$ (۴)

$\{-4\}$ (۳)

$\{4\}$ (۲)

$\{\}$ (۱)

۶۰- اگر بازه $(-1, 2)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که در آن علامت عبارت $y = ax^2 + x + 2a^2$ مثبت باشد، a کدام است؟

-1 (۴)

1 (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

۶۱- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2-x}{x+2} \geq 2$ کدام است؟

$\mathbb{R} - (-1, 4)$ (۲)

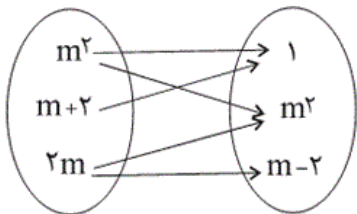
$\mathbb{R} - [-1, 4]$ (۱)

$(-2, -1] \cup [4, +\infty)$ (۴)

$(-2, -1) \cup (4, +\infty)$ (۳)

ریاضی ۱، مفهوم تابع و بازنمایی های آن

۵۱- به ازای چه مقدار m نمودار پیکانی زیر نمایش یک تابع است؟



(۱) هیچ مقداری برای m وجود ندارد.

۱ (۲)

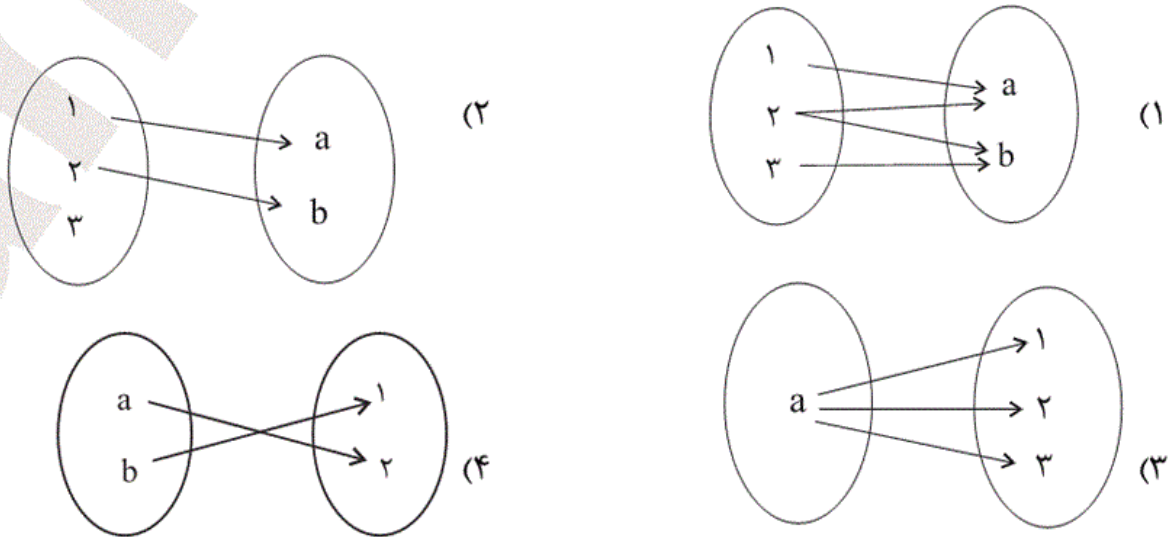
۲ (۳)

۳ (۴)

۵۲- کدام یک از روابط زیر یک تابع را مشخص نمی‌کند؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر نفر شماره ملی‌اش را نسبت دهد.
- (۲) رابطه‌ای که به هر درخت برگ‌هایش را نسبت دهد.
- (۳) رابطه‌ای که به هر شهر عدد جمعیتش را نسبت دهد.
- (۴) رابطه‌ای که به هر نفر طول قدش را نسبت دهد.

۵۳- کدام نمودار پیکانی زیر، بیانگر یک تابع است؟ (a و b اعداد حقیقی و متمایز هستند).



۵۴- اگر تابع $f = \{(a^2 - 1, b), (-2, 3), (8, 2b - 4)\}$ فقط شامل دو زوج مرتب متمایز باشد، مقدار $a^2 + b^2$ کدام

است؟ (a و b اعداد حقیقی می‌باشند).

- (۱) ۵ (۲) ۱۳ (۳) ۲۵ (۴) ۴۱

۵۵- اگر رابطه $f = \{(3, x + 2y), (6, 2), (3, 4), (4, 4), (6, x - 2y)\}$ تابع باشد، آنگاه $x + y$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۵

۵۶- اگر رابطه $f = \{(-1, a - 4), (a - 3, a - b), (-1, 1), (3, a), (2, 4)\}$ تابع باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۷۲- معادله محور تقارن سهمی $2y = -4x^2 + 8x + 2$ کدام است؟

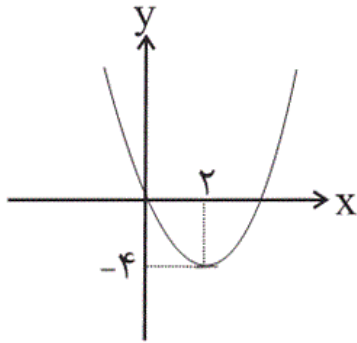
(۴) $x = -1$

(۳) $x = 1$

(۲) $x = -2$

(۱) $x = 2$

۷۳- کدام یک از معادلات زیر مربوط به سهمی روبرو است؟



(۱) $y = (x - 2)^2 + 4$

(۲) $y = (x + 2)^2 - 4$

(۳) $y = -(x - 2)^2 - 4$

(۴) $y = (x - 2)^2 - 4$

۸۳- اگر رأس سهمی $y = ax^2 + bx - \frac{3}{2}$ باشد، طول نقاط تلاقی این سهمی با محور x ها کدام است؟

(۴) $-2, 3$

(۳) $-3, 5$

(۲) $-1, 3$

(۱) $-2, 4$

۸۴- اگر سهمی به معادله $y = ax^2 - bx + c$ از مبدأ مختصات و نقطه $A(-1, 3)$ بگذرد و محور تقارن آن $x = 2$

باشد، مقدار $15a + 5b + c$ کدام است؟

(۴) ۱۸

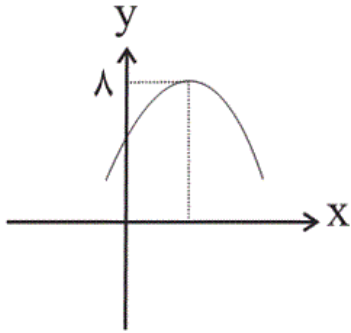
(۳) ۲۱

(۲) -۳

(۱) ۹

۸۵- نمودار سهمی به معادله $y = -2x^2 + ax + a + 2$ به صورت زیر است. این سهمی قسمت مثبت محور x ها را

در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟



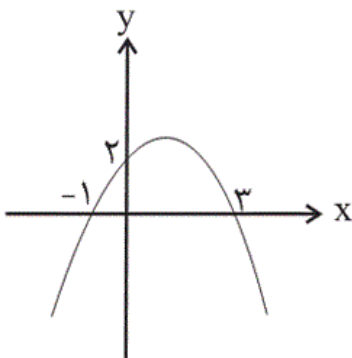
(۱) ۵

(۲) ۳

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۴

۸۶- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ بصورت زیر است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟



(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) $-\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{7}{3}$

(۴) $\frac{8}{3}$

۸۸- اگر عرض بالاترین نقطه سهمی به معادله $y = ax^2 + 4x + k$ برابر با -1 و نمودار سهمی محور عرض‌ها را در

نقطه‌ای به عرض -3 قطع کند، معادله محور تقارن سهمی کدام است؟

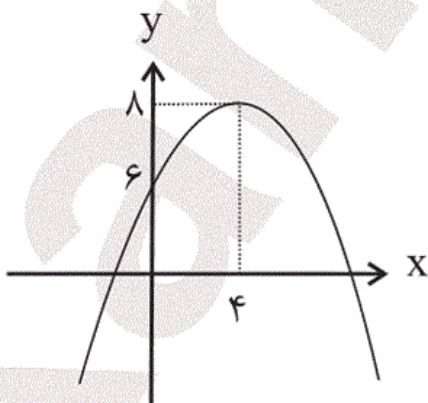
(۴) $x = -1$

(۳) $x = 1$

(۲) $x = \frac{1}{2}$

(۱) $x = -\frac{1}{2}$

۸۹- شکل زیر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد، کدام گزینه تعیین علامت y را به درستی نمایش می‌دهد؟



$$\begin{array}{c|cc} x & -3 & 11 \\ \hline y & - & + \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -2 & 10 \\ \hline y & - & + \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -4 & 12 \\ \hline y & - & + \end{array} \quad (3)$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -2 & 10 \\ \hline y & + & - \end{array} \quad (4)$$

۹۰- اگر بالاترین نقطه سهمی $y = mx^2 + 2\sqrt{3}x + m + 2$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات باشد، حدود m

کدام است؟

$$-3 < m < 1 \quad (2)$$

$$m < -3 \quad (1)$$

$$-1 < m < 0 \quad (4)$$

$$-3 < m < -1 \quad (3)$$

ریاضی 1-سوالت موازی، تعیین علامت

۸۷- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2$ کدام است؟

$$[-10, 4] \quad (4)$$

$$[-2, 4] \quad (3)$$

$$(-\infty, 4] \quad (2)$$

$$[-4, 2] \quad (1)$$

۷۴- اگر فاصله بین دو نقطه به طول‌های x^2 و $4x$ روی محور طول‌ها، به ازای $x \in (a, b)$ کوچکتر از ۵ باشد،

حداکثر مقدار $b - a$ چقدر است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۷۵- به ازای کدام محدوده از m عبارت درجه دوم $mx^2 + 3mx - 9$ همواره منفی است؟

$m < -1$ (۲)

$m < 0$ (۱)

$-4 < m < 0$ (۴)

$-5 < m < -1$ (۳)

۷۶- عبارت $\frac{(5-10x)^3}{3x^3-9x^2}$ به ازای چه مقادیری از x همواره مثبت است؟

$-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2} < x < 3$ (۱)

$0 < x < 3$ (۴)

$0 < x < \frac{1}{2}$ (۳)

۷۷- جدول تعیین علامت کدام یک از چندجمله‌ای‌های زیر به صورت زیر می‌باشد؟

x		-2		1	
y	$-$	$+$	$-$	$+$	$+$

$y = x^2 - x + 2$ (۲)

$y = x^2 + x - 2$ (۱)

$y = x^3 - 3x^2 + 4$ (۴)

$y = x^3 + 3x^2 - 4$ (۳)

۷۸- در کدام بازه باشد تا عبارت $A = (2 - |x|)(2x - 6)$ منفی باشد؟

$(-2, 3)$ (۲)

$(2, +\infty)$ (۱)

$(-\infty, 2)$ (۴)

$(-2, 2) \cup (3, +\infty)$ (۳)

۷۹- اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{bx(x-a)^2}{ax^2+bx+c}$ به صورت زیر باشد، آنگاه مجموعه مقادیر ممکن

برای b کدام است؟

x	-1	0	2
$P(x)$	$+$	$+$	$-$

ت ن

$\{4, -4\}$ (۴)

$\{-4\}$ (۳)

$\{4\}$ (۲)

$\{\}$ (۱)

۸۰- اگر بازه $(-1, 2)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که در آن علامت عبارت $y = ax^2 + x + 2a^2$ مثبت باشد، a کدام است؟

-1 (۴)

1 (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

۸۱- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2-x}{x+2} \geq 2$ کدام است؟

$\mathbb{R} - (-1, 4)$ (۲)

$\mathbb{R} - [-1, 4]$ (۱)

$(-2, -1] \cup [4, +\infty)$ (۴)

$(-2, -1) \cup (4, +\infty)$ (۳)

۸۲- اگر رأس سهمی $y = 3x^2 + ax + b$ نقطه $S(1, -4)$ باشد، $a - b$ برابر با کدام گزینه است؟

-5 (۴)

-7 (۳)

5 (۲)

7 (۱)

۷۱- اگر عبارت درجه اول $y = (a-2)x - 3$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای a کدام است؟

$\{a \mid a < 2\}$ (۲)

$\{a \mid 0 < a < 3\}$ (۱)

$\{2\}$ (۴)

\emptyset (۳)

-۶۲

«شیکب ریبی»

$$x_S = \frac{-b'}{2a'} = 1 \Rightarrow \frac{-a}{6} = 1 \Rightarrow a = -6$$

$$y = 3x^2 - 6x + b \xrightarrow{(1, -4) \in \text{همی}} 3 - 6 + b = -4 \Rightarrow b = -1$$

$$a - b = (-6) - (-1) = -5$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۶۳

«جمشید حسینی فواه»

$$\text{طول رأس} = 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a \quad (\text{I})$$

حالا مختصات رأس را در معادله سهمی قرار می‌دهیم، در نتیجه داریم:

$$-2 = a(1)^2 + b(1) - \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم}} -4 = 2a + 2b - 3$$

$$2a + 2b = -1 \quad (\text{II}) \xrightarrow{(\text{I}), (\text{II})} a = \frac{1}{2}, b = -1$$

پس سهمی مورد نظر به شکل $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ است. حال نقاط

تقاطع سهمی با محور x ها را پیدا می‌کنیم.

$$y = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0 \xrightarrow{\text{طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم}} x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 3, -1$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

$$x = \frac{-b'}{2a'} \xrightarrow{x=2} 2 = \frac{b}{2a} \Rightarrow b = 4a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a + 4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{5}, b = \frac{12}{5}$$

$$15a + 5b + c = 15 \times \frac{3}{5} + 5 \times \frac{12}{5} + 0 = 21$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«ریم مشتاق نظم»

-۶۵

$$\text{طول رأس سهمی} = \frac{-b'}{2a'} = \frac{-a}{-4} = \frac{a}{4} \Rightarrow -2\left(\frac{a}{4}\right)^2 + a \times \frac{a}{4} + a + 2 = 8$$

$$\Rightarrow \frac{-a^2}{8} + \frac{a^2}{4} + a + 2 = 8 \xrightarrow{\times 8} -a^2 + 2a^2 + 8a + 16 = 64$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a - 48 = 0 \Rightarrow (a + 12)(a - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -12 \text{ غ ق} \\ a = 4 \Rightarrow -2x^2 + 4x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \\ \Rightarrow (x + 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 3 \end{cases}$$

توجه کنید که طول رأس سهمی یعنی $x = \frac{a}{4}$ باید مثبت باشد، پس

فقط $a = 4$ قابل قبول است.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y(0) = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$\begin{cases} y(-1) = 0 \\ y(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 2 = 0 \\ 9a + 3b + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = -\frac{2}{3} + \frac{4}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

«سن نهرتی ناهوک»

-۶۸

سهمی دارای بیش‌ترین مقدار است و نمودار سهمی روبه پایین است پس $a < 0$. سهمی محور عرضها را در عرض -3 قطع می‌کند، یعنی اگر $x = 0$ را در معادله قرار دهیم، $y = -3$ می‌شود، پس $k = -3$ است.

$$y = ax^2 + 4x - 3$$

$$\text{عرض رأس سهمی} = -\frac{\Delta}{4a} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{4a} = 1 \Rightarrow \Delta = 4a \Rightarrow b^2 - 4ac = 4a \Rightarrow 16 + 12a = 4a$$

$$\Rightarrow -8a = 16 \Rightarrow a = -2 < 0$$

$$\text{محور تقارن: } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-2)} = 1 \Rightarrow x = 1$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

«داوود بوالسنی»

چون رأس سهمی نقطه $(۴, ۸)$ است، معادله آن را به صورت زیر می توان

نوشت:

$$y = a(x - 4)^2 + 8 \xrightarrow{(0, 6) \in f} 6 = a(0 - 4)^2 + 8$$

$$\Rightarrow 6 = 16a + 8 \Rightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$$y = \frac{-1}{8}(x - 4)^2 + 8 \xrightarrow{y=0} \frac{1}{8}(x - 4)^2 = 8 \Rightarrow (x - 4)^2 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 8 \Rightarrow x = 12 \\ x - 4 = -8 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

پس ریشه های معادله $y = 0$ برابر است با $x = -4$ و $x = 12$ همان طور که از نمودار مشخص است. جدول تعیین علامت به صورت گزینه «۳» می باشد.

(صفحه های ۷۸ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$= \frac{3}{m} - \frac{6}{m} + m + 2 = -\frac{3}{m} + m + 2 = \frac{m^2 + 2m - 3}{m}$$

در ناحیه چهارم داریم: $x_s > 0$ و $y_s < 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_s > 0 \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{m} > 0 \Rightarrow m < 0 \quad (I) \\ y_s < 0 \Rightarrow \frac{m^2 + 2m - 3}{m} < 0 \xrightarrow{m < 0} m^2 + 2m - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m > 1 \text{ یا } m < -3 \quad (II)$$

از اشتراک روابط (I) و (II) نتیجه می شود: $m < -3$

(صفحه های ۷۸ تا ۱۲ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«ریم مشتاق نظم»

$$\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{|x-1|}{3} + 1 \leq 2 \Rightarrow -3 \leq \frac{|x-1|}{3} \leq 1$$

$$\Rightarrow -9 \leq |x-1| \leq 3 \Rightarrow 0 \leq |x-1| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x-1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 4$$

(صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳✓

۲

۱

«وهاب نادری»

همانطور که از جدول تعیین علامت دیده می‌شود ۱ و -۲ ریشه‌های چندجمله‌ای هستند. در اطراف $x=1$ علامت چندجمله‌ای عوض شده ولی در اطراف $x=-2$ علامت چندجمله‌ای عوض نشده است. پس $x=1$ ریشه ساده و $x=-2$ ریشه مضاعف چندجمله‌ای می‌توانند باشند.

$$y = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow y = (x^2 + 4x + 4)(x-1)$$

$$\Rightarrow y = x^3 - x^2 + 4x^2 - 4x + 4x - 4$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$$

(صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳✓

۲

۱

«ریم مشتاق نظم»

$$A = 0 \rightarrow \begin{cases} 2 - |x| = 0 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2 \\ 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$2 - x $		-	+	-	-
$2x - 6$		-	-	-	+
A		+	-	+	-

$$A < 0 \Rightarrow x \in (-2, 2) \cup (3, +\infty)$$

(صفحه ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳✓

۲

۱

«مهردار فابی»

x	-1	0	2
$P(x)$	+	+	-
	⋮	⋮	⋮
	ت		

از جدول تعیین علامت چنین برداشت می‌شود که 0 و 2 ریشه‌های صورت کسر و -1 ریشه مضاعف مخرج کسر $P(x)$ باشد، در نتیجه Δ در مخرج کسر صفر است. پس:

$$\begin{cases} a = 2 \\ a - b + c = 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = b - 2(*) \\ b^2 - 4c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 - 4b + 8 = 0 \\ b^2 - 4c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (b - 4)^2 = 0 \Rightarrow b = 4 \xrightarrow{(*)} c = 2$$

$$\Rightarrow P(x) = \frac{4x(x-2)^2}{2(x+1)^2}$$

در نتیجه به ازای $x > 0$ ، حاصل عبارت مثبت و به ازای $x < 0$ ، حاصل عبارت منفی است، پس علامت $P(x)$ بدست آمده مغایر با علامت‌های مندرج در جدول تعیین علامت است. پس مقداری برای b وجود ندارد.

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱ ✓

«رعیع مشتاق نظم»

چون بازه $(-۱, ۲)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که عبارت درجه دوم مورد نظر در آن مثبت است، پس اولاً $x = -۱$ و $x = ۲$ ریشه‌های عبارت هستند و ثانیاً a منفی است.

$$y = ax^2 + x + 2a^2 \xrightarrow{x=-1} a - 1 + 2a^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2 + a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2a - 1)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\xrightarrow{x=2} 4a + 2 + 2a^2 = 0 \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = -1$$

a باید منفی باشد، پس فقط جواب $a = -1$ قابل قبول است.

(صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

x	$-\infty$	-۲	-۱	۴	$+\infty$		
$x^2 - 3x - 4$	+	+	•	-	•	+	
$x + 2$	-	•	+	+	+	+	
$P(x) \geq 0$	-	•	+	•	-	•	+

مجموعه جواب: $(-۲, -۱] \cup [۴, +\infty)$

(صفحه‌های ۱۸ تا ۱۹ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

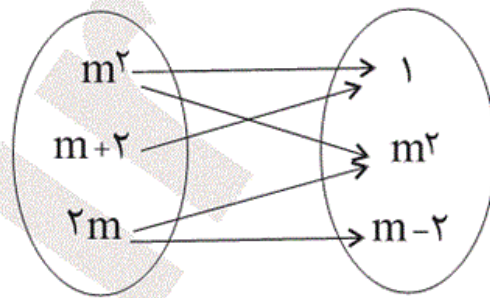
 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم شرط تابع بودن نمودار پیکانی این است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک فلش خارج شود.

پس باید:



$$\begin{cases} m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1 \\ m^2 = m - 2 \Rightarrow m^2 - m + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \end{cases}$$

چون اشتراک جواب‌های دو معادله فوق تهی است، پس برای m مقداری وجود ندارد که به ازای آن، نمودار پیکانی فوق نمایش یک تابع باشد.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

رابطه‌ای که به هر درخت برگ‌هایش را نسبت می‌دهد تابع نیست چرا که به ازای مؤلفه اول یکسان (یعنی درخت) مولفه‌های دوم متفاوت (برگ‌هایش) را نسبت می‌دهد.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار پیکانی زمانی تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود، پس گزینه ۴ جواب است.

در گزینه «۱» از عضو ۲، دو پیکان خارج شده، در گزینه «۳» از a سه پیکان خارج شده و در گزینه «۲» از ۳ هیچ پیکانی خارج نشده است.

(صفحه‌های ۹۶ و ۹۷ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«وهاب نادری»

چون تابع فقط شامل دو زوج مرتب متمایز است، پس باید
 $a^2 - 1 = 8$ یا $a^2 - 1 = -2$ باشد.

$$\begin{cases} a^2 - 1 = -2 \Rightarrow a^2 = -1 & \text{غ ق} \\ a^2 - 1 = 8 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \text{ و } \underline{b = 2b - 4} \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

مولفه‌های دوم نیز باید برابر باشد.

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (\pm 3)^2 + 4^2 = 25$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳ ✓

۲

۱

«رفیع مشتاق نظم»

$$\begin{cases} (3, x+2y) \in f, (3, 4) \in f \Rightarrow x+2y=4 \\ (6, 2) \in f, (6, x-2y) \in f \Rightarrow x-2y=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3 \xrightarrow{x+2y=4} 3+2y=4 \Rightarrow 2y=1 \Rightarrow y=\frac{1}{2}$$

پس:

$$\Rightarrow x+y=3+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

«رفیع مشتاق نظم»

$$(-1, a-4) \in f, (-1, 1) \in f \Rightarrow a-4=1 \Rightarrow a=5$$

$$f = \{(-1, 1), (2, 5-b), (3, 5), (2, 4)\}$$

$$(2, 5-b) \in f, (2, 4) \in f \Rightarrow 5-b=4 \Rightarrow b=1$$

$$a+b=5+1=6$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴ ✓

۳

۲

۱

«مهمرب بفرایی»

$$2y = -4x^2 + 8x + 2$$

$$\Rightarrow y = -2x^2 + 4x + 1 \Rightarrow y = -2x^2 + 4x - 2 + 3$$

$$\Rightarrow y = -2(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$$\Rightarrow y = -2(x-1)^2 + 3$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ محور تقارن}$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«وهاب نادری»

اولاً سهمی روبه‌بالا می‌باشد. پس گزینه «۳» که در آن ضریب x^2 منفی است، حذف می‌شود. ثانیاً طول رأس سهمی $x_s = 2$ است، پس گزینه «۲» هم حذف می‌شود. ثالثاً نقطه $(2, -4)$ در ضابطه سهمی باید صدق کند، پس گزینه «۴» گزینه صحیح می‌باشد.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

$$\text{طول رأس سهمی} = 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a \quad (\text{I})$$

حالا مختصات رأس را در معادله سهمی قرار می‌دهیم، در نتیجه داریم:

$$-2 = a(1)^2 + b(1) - \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم}} -4 = 2a + 2b - 3$$

$$2a + 2b = -1 \quad (\text{II}) \xrightarrow{(\text{I}), (\text{II})} a = \frac{1}{2}, b = -1$$

پس سهمی مورد نظر به شکل $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ است. حال نقاط

تقاطع سهمی با محور x ها را پیدا می‌کنیم.

$$y = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0 \xrightarrow{\text{طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم}} x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 3, -1$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون سهمی از نقاط $O(0,0)$ و $A(-1,3)$ می‌گذرد، پس این نقاط در

معادله سهمی صدق می‌کنند. داریم:

$$O(0,0) \Rightarrow 0 = 0 - 0 + c \Rightarrow c = 0 \Rightarrow y = ax^2 - bx$$

$$A(-1,3) \Rightarrow a + b = 3 \quad (1)$$

$$\text{محور تقارن سهمی: } x = \frac{-b'}{2a'} \xrightarrow{x=2} 2 = \frac{b}{2a} \Rightarrow b = 4a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a + 4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{5}, b = \frac{12}{5}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{طول رأس سہمی} = \frac{-b'}{2a'} = \frac{-a}{-4} = \frac{a}{4} \Rightarrow -2\left(\frac{a}{4}\right)^2 + a \times \frac{a}{4} + a + 2 = 8$$

$$\Rightarrow \frac{-a^2}{8} + \frac{a^2}{4} + a + 2 = 8 \xrightarrow{\times 8} -a^2 + 2a^2 + 8a + 16 = 64$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a - 48 = 0 \Rightarrow (a + 12)(a - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق} \\ a = -12 \\ a = 4 \Rightarrow -2x^2 + 4x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \\ \Rightarrow (x + 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 3 \end{cases}$$

توجہ کنید کہ طول رأس سہمی یعنی $x = \frac{a}{4}$ باید مثبت باشد، پس

فقط $a = 4$ قابل قبول است.

(صفہہ ہای ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y(0) = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$\begin{cases} y(-1) = 0 \\ y(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 2 = 0 \\ 9a + 2b + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = -\frac{2}{3} + \frac{4}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

«سن نصرتی ناهوک»

سهمی دارای بیشترین مقدار است و نمودار سهمی رو به پایین است پس

• $a < 0$. سهمی محور عرضها را در عرض -۳ قطع می‌کند، یعنی اگر

• $x = 0$ را در معادله قرار دهیم، $y = -۳$ می‌شود، پس $k = -۳$ است.

$$y = ax^2 + 4x - 3$$

$$\text{عرض رأس سهمی} = -\frac{\Delta}{4a} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{4a} = 1 \Rightarrow \Delta = 4a \Rightarrow b^2 - 4ac = 4a \Rightarrow 16 + 12a = 4a$$

$$\Rightarrow -8a = 16 \Rightarrow a = -2 < 0$$

$$\text{محور تقارن: } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-2)} = 1 \Rightarrow x = 1$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y = \frac{-1}{8}(x-4)^2 + 8 \xrightarrow{y=0} \frac{1}{8}(x-4)^2 = 8 \Rightarrow (x-4)^2 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-4=8 \Rightarrow x=12 \\ x-4=-8 \Rightarrow x=-4 \end{cases}$$

پس ریشه‌های معادله $y=0$ برابر است با $x=-4$ و $x=12$

همان‌طور که از نمودار مشخص است. جدول تعیین علامت به صورت

گزینه «۳» می‌باشد.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«داوود بوالسنی»

بالاترین نقطه سهمی، رأس سهمی می‌باشد و چون در ربع چهارم است،

پس $y_s < 0, x_s > 0$ است. از طرفی سهمی باید روبه پایین باشد، یعنی

$m < 0$ است.

$$\begin{cases} x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-2\sqrt{3}}{2m} = -\frac{\sqrt{3}}{m} \\ y_s = m\left(-\frac{\sqrt{3}}{m}\right)^2 + 2\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{m}\right) + (m+2) \end{cases}$$

$$= \frac{3}{m} - \frac{6}{m} + m + 2 = -\frac{3}{m} + m + 2 = \frac{m^2 + 2m - 3}{m}$$

در ناحیه چهارم داریم: $y_s < 0$ و $x_s > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_s > 0 \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{m} > 0 \Rightarrow m < 0 \quad (\text{I}) \\ y_s < 0 \Rightarrow \frac{m^2 + 2m - 3}{m} < 0 \xrightarrow{m < 0} m^2 + 2m - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m > 1 \text{ یا } m < -3 \quad (\text{II})$$

از اشتراک روابط (I) و (II) نتیجه می‌شود. $m < -3$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{|x-1|}{3} + 1 \leq 2 \Rightarrow -3 \leq \frac{|x-1|}{3} \leq 1$$

$$\Rightarrow -9 \leq |x-1| \leq 3 \Rightarrow 0 \leq |x-1| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x-1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 4$$

(صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«بمشیر حسینی فواه»

می‌دانیم فاصله بین x^2 و $4x$ همان $|x^2 - 4x|$ می‌باشد، لذا داریم:

$$|x^2 - 4x| < 5 \Rightarrow -5 < x^2 - 4x < 5 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x < 5 & (1) \\ x^2 - 4x > -5 & (2) \end{cases}$$

نامعادله (۲) به صورت $x^2 - 4x + 5 > 0$ در می‌آید که در آن $a > 0, \Delta < 0$ است، پس عبارت درجه دوم همواره مثبت است، لذا جواب آن تمام عددهای حقیقی است. پس کافی است نامعادله (۱) را حل کنیم، خواهیم داشت:

$$x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 5 \Rightarrow x \in (-1, 5)$$

پس حداکثر مقدار $b - a$ برابر با $5 - (-1) = 6$ است.

(صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای آن که عبارت درجه دوم همواره منفی باشد، باید ضریب x^2 و Δ هر دو منفی باشند.

$$a < 0 \Rightarrow m < 0 \quad (1)$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (3m)^2 - 4(m)(-9) < 0 \Rightarrow 9m^2 + 36m < 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m < 0 \Rightarrow m(m+4) < 0 \Rightarrow -4 < m < 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2) \cap (1)} -4 < m < 0$$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$$(\Delta - 10x)^3 = 0 \Rightarrow \Delta - 10x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$3x^3 - 9x^2 = 0 \Rightarrow 3x^2(x-3) = 0 \Rightarrow 3x^2 = 0 \text{ یا } x-3 = 0$$

$$x = 0 \text{ یا } x = 3$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$(\Delta - 10x)^3$	+	+	•	-	-
$3x^2$	+	•	+	+	+
$x-3$	-	-	-	•	+
$P > 0$	-	-	•	+	-

ت ن ج ت ن

$$\Rightarrow x \in \left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

«وهاب نادری»

همانطور که از جدول تعیین علامت دیده می‌شود ۱ و -۲ ریشه‌های چندجمله‌ای هستند. در اطراف $x=1$ علامت چندجمله‌ای عوض شده ولی در اطراف $x=-2$ علامت چندجمله‌ای عوض نشده است. پس $x=1$ ریشه ساده و $x=-2$ ریشه مضاعف چندجمله‌ای می‌توانند باشند.

$$y = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow y = (x^2 + 4x + 4)(x-1)$$

$$\Rightarrow y = x^3 - x^2 + 4x^2 - 4x + 4x - 4$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$$

(صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«رئیم مشتاق نظم»

$$A = 0 \rightarrow \begin{cases} 2 - |x| = 0 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2 \\ 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$2 - x $	-	•	+	•	-
$2x - 6$	-	-	-	•	+
A	+	•	-	•	+

$$A < 0 \Rightarrow x \in (-2, 2) \cup (3, +\infty)$$

(صفحه ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«مهردار قابی»

x	-1	0	2
$P(x)$	+	+	-
	⋮ تن	⋮	⋮

از جدول تعیین علامت چنین برداشت می‌شود که 0 و 2 ریشه‌های صورت کسر و -1 ریشه مضاعف مخرج کسر $P(x)$ می‌باشد، در نتیجه Δ در مخرج کسر صفر است. پس:

$$\begin{cases} a = 2 \\ a - b + c = 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = b - 2(*) \\ b^2 - 4c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 - 4b + 8 = 0 \\ b^2 - 4c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (b - 4)^2 = 0 \Rightarrow b = 4 \xrightarrow{(*)} c = 2$$

۴

۳

۲

۱ ✓

«ریم مشتاق نظم»

چون بازه $(-1, 2)$ بزرگترین بازه‌ای است که عبارت درجه دوم مورد نظر در آن مثبت است، پس اولاً $x = -1$ و $x = 2$ ریشه‌های عبارت هستند و ثانیاً a منفی است.

$$y = ax^2 + x + 2a^2 \xrightarrow{x=-1} a - 1 + 2a^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2 + a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2a - 1)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\xrightarrow{x=2} 4a + 2 + 2a^2 = 0 \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = -1$$

a باید منفی باشد، پس فقط جواب $a = -1$ قابل قبول است.

(صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«مهمد پورامری»

$$\frac{x^2 - x}{x + 2} \geq 2 \Rightarrow \frac{x^2 - x}{x + 2} - 2 \geq 0 \Rightarrow P(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 2} \geq 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ یا } x = -1 \text{ و } x = -2$$

x	$-\infty$	-2	-1	4	$+\infty$
$x^2 - 3x - 4$	+	+	•	-	+
$x + 2$	-	•	+	+	+
$P(x) \geq 0$	-	تن	+	•	+

مجموعه جواب: $(-2, -1] \cup [4, +\infty)$

(صفحه‌های ۱۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«شیکب رهیبی»

$$x_S = \frac{-b'}{2a'} = 1 \Rightarrow \frac{-a}{6} = 1 \Rightarrow a = -6$$

$$y = 3x^2 - 6x + b \xrightarrow{(1, -4) \in \text{همی}} 3 - 6 + b = -4 \Rightarrow b = -1$$

$$a - b = (-6) - (-1) = -5$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

«داوود بوالسنی»

عبارت درجه اول هیچ‌گاه همواره منفی یا همواره مثبت نمی‌باشد پس به ازای هیچ مقداری از a ، عبارت داده شده همواره منفی نمی‌باشد و پاسخ گزینه ۳ می‌باشد. توجه کنید که چون عبارت درجه اول است، ضریب x نمی‌تواند صفر باشد، یعنی $a \neq 2$ است.

x	$x = \frac{3}{a-2}$
$(a-2)x - 3$	مخالف علامت $a-2$ موافق علامت $a-2$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱