



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:

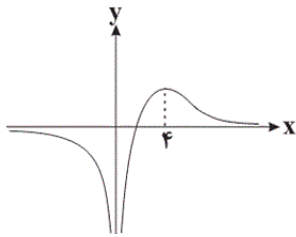


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی عمومی، کاربرد مشتق - 10 سوال -

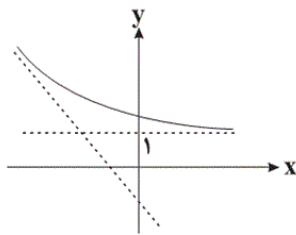
۱۰۱- اگر مرکز تقارن منحنی $y = \frac{mx-1}{2x+3}$ ، روی خط $3x + 4y = 3$ قرار داشته باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{15}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{15}{4}$



۱۰۲- شکل مقابل، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax-5}{x^2+bx}$ می‌باشد. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) $(-\frac{5}{2}, 0)$ (۲) $(\frac{3}{2}, 1)$
(۳) $(\frac{5}{2}, 0)$ (۴) $(-\frac{3}{2}, -1)$



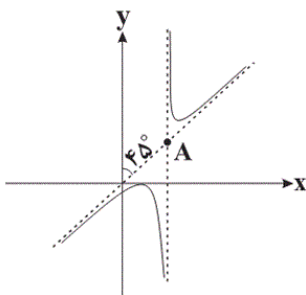
۱۰۳- نمودار تابع $f(x) = ax + \sqrt{x^2 + bx + 3}$ به شکل روبرو است. حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) -۲
(۲) -۳
(۳) ۲
(۴) ۳

۱۰۴- نمودار منحنی $y = \frac{2x+1}{x+3}$ ، از کدام ناحیه دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

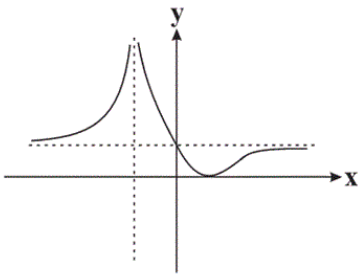
- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۰۵- اگر قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x+d}$ ، به صورت زیر و محل تلاقی مجانب‌ها نقطه $A(2, 2)$ باشد، مقدار c کدام است؟



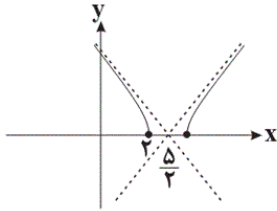
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) صفر

۱۰۶- شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 + bx + 2}{ax^2 + dx + 1}$ است، مقدار bd کدام است؟



- (۱) -۴
- (۲) -۸
- (۳) ۴
- (۴) ۸

۱۰۷- قسمتی از نمودار تابع $y = \sqrt{x^2 - ax + b}$ ، به صورت شکل زیر می‌باشد. اگر مجانب‌های مایل این نمودار در نقطه‌ای به طول



روی محور x ها متقاطع باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۵
- (۲) -۱۱
- (۳) ۱۱
- (۴) -۵

۱۰۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^3 + 4x^2 - x}{x^2 - 3x + 1}$ مجانب خود را در نقطه P قطع می‌کند. نسبت عرض به طول نقطه P کدام است؟

- (۱) ۱۳
- (۲) ۲۹
- (۳) $\frac{1}{13}$
- (۴) $\frac{1}{29}$

۱۰۹- وضعیت منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$ نسبت به مجانب مایل آن شبیه کدام گزینه است؟



۱۱۰- اگر خط $y = x + 2$ محور تقارن منحنی $y = \frac{(3a-1)x + 5}{x - |a|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $-\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{3}{4}$

۱۰۱- گزینه «۴»

(سینا ممبرپور)

منحنی $y = \frac{mx-1}{2x+3}$ ، یک تابع هموگرافیک بوده و مرکز تقارن آن، محل برخورد
مجانب‌های افقی و قائم می‌باشد.

مجانب افقی: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx-1}{2x+3} = \frac{m}{2}$

\Rightarrow مرکز تقارن: $(-\frac{3}{2}, \frac{m}{2})$

مجانب قائم: $2x+3=0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

حال از آنجایی که این نقطه روی خط $3x+4y=3$ قرار دارد، پس باید مختصات
آن در معادله مذکور صدق کند.

$$3 \times (-\frac{3}{2}) + 4 \times (\frac{m}{2}) = 3 \Rightarrow 2m = \frac{15}{2} \Rightarrow m = \frac{15}{4}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲

۱

$$f(x) = \frac{ax-5}{x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{ax^2 - 2x(ax-5)}{x^4}$$

$$f'(4) = 0 \Rightarrow 16a - 32a + 40 = 0 \Rightarrow 16a = 40 \Rightarrow a = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲

۱

۱۰۳- گزینه «۴»

(مهمدمصطفی ابراهیمی)

با توجه به نمودار رسم شده، می‌توان نتیجه گرفت که حد تابع در $+\infty$ برابر ۱

است. از طرفی می‌دانیم منحنی به معادله $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ با شرط $a > 0$

دارای مجانب مایل‌هایی به معادله $y = \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$ است. پس:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + \sqrt{x^2 + bx + 3}) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + \left| x + \frac{b}{2} \right|) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + x + \frac{b}{2}) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} ((a+1)x + \frac{b}{2}) = 1$$

در نتیجه برای آنکه تساوی فوق برقرار شود، باید x ها از بین بروند. پس:

$$a = -1 \text{ و } \frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b - a = 2 - (-1) = 3$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۰۴- گزینه «۴»

(علی شهرابی)

می‌دانیم محل تقاطع نمودار تابع با محورهای مختصات عبارتند از:

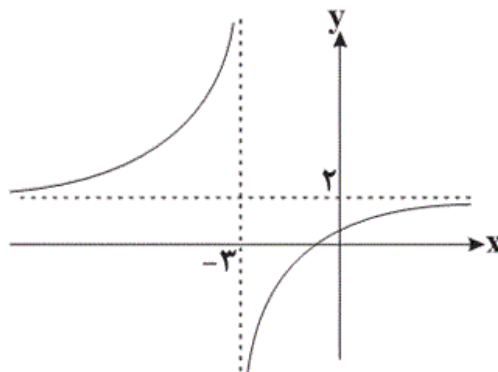
$$y(0) = \frac{2(0)+1}{0+3} = \frac{1}{3}$$

$$y = 0 \Rightarrow \frac{2x+1}{x+3} = 0 \Rightarrow 2x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$y' = \frac{2(x+3) - (2x+1)}{(x+3)^2} = \frac{5}{(x+3)^2} > 0$$

همچنین داریم:

از طرفی مجانب‌های قائم و افقی تابع مذکور به ترتیب برابر با $x = -3$ و $y = 2$ می‌باشند.



در نتیجه از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

نمودار تابع در برخورد با محور x ها، ریشه مضاعف مثبت دارد (چون در سمت راست مبدأ بر محور x ها مماس شده است). یعنی دلتای صورت کسر باید صفر باشد:

$$\Delta \text{ صورت} = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

حال مجانب مایل را بدست می آوریم. برای این کار صورت کسر را بر مخرج تقسیم می کنیم و خواهیم داشت:

$$\text{مجانب مایل: } y = ax + 2a + b$$

ولی مطابق شکل، مجانب مایل $y = x$ است، بنابراین:

$$a = 1, 2a + b = 0 \xrightarrow{a=1} b = -2$$

$$\xrightarrow{b^2 - 4ac = 0} (-2)^2 - 4(1)c = 0 \Rightarrow c = 1$$

(ریاضی عمومی، صفحه های ۹۱ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۶- گزینه «۲»

(سروش موئینی)

عدد $f(0)$ یعنی عرض نقطه برخورد با محور y ها، با عدد مجانب افقی برابر است. پس:

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{2}{a} \Rightarrow a = 1$$

مخرج کسر ریشه مضاعف منفی دارد، در نتیجه تجزیه عبارت $x^2 + dx + 1$ باید به صورت $(x+1)^2$ باشد پس $d = 2$.

صورت کسر ریشه مضاعف مثبت دارد (منحنی در سمت راست بر محور x ها مماس

شده است) پس تجزیه عبارت $2x^2 + bx + 2$ باید به صورت $2(x-1)^2$ باشد

$$b = -4$$

پس:

$$bd = -8$$

و در نهایت داریم:

(ریاضی عمومی، صفحه های ۹۱ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

تابع دارای دو مجانب مایل است که محل تلاقی آنها $(\frac{5}{2}, 0)$ می باشد:

$$\text{مجانب مایل } \sqrt{x^2 - ax + b} : \sqrt{1} \left| x - \frac{a}{2} \right| \begin{array}{l} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} y = x - \frac{a}{2} \\ \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} y = -x + \frac{a}{2} \end{array}$$

$$\text{محل تلاقی مجانبها} \Rightarrow x - \frac{a}{2} = -x + \frac{a}{2} \Rightarrow 2x = a \Rightarrow x = \frac{a}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow a = 5$$

از طرفی با توجه به نمودار داریم:

$$\xrightarrow{(2,0)} 0 = \sqrt{4 - 10 + b} \Rightarrow b = 6$$

صدق در معادله

$$\Rightarrow a + b = 11$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا با تقسیم صورت بر مخرج کسر، مجانب مایل تابع را می‌یابیم:

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 4x^2 - x \quad | \quad x^2 - 3x + 1 \\ -(2x^3 - 6x^2 + 2x) \quad \quad 2x + 10 \\ \hline 10x^2 - 3x \\ -(10x^2 - 30x + 10) \\ \hline 27x - 10 \end{array}$$

پس مجانب مایل تابع، خط $y = 2x + 10$ خواهد بود. حال طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{2x^3 + 4x^2 - x}{x^2 - 3x + 1} = 2x + 10 \Rightarrow 2x^3 + 4x^2 - x = 2x^3 + 4x^2 - 28x + 10$$

$$\Rightarrow 27x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{27}$$

از طرفی نقطه P بر روی مجانب مایل واقع است. پس:

$$y = 2x + 10 \Rightarrow y = 2\left(\frac{10}{27}\right) + 10 = \frac{290}{27}$$

در نتیجه نسبت عرض به طول این نقطه برابر است با:

$$\frac{\frac{290}{27}}{\frac{10}{27}} = 29$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا مجانب مایل تابع را می‌یابیم:

$$\begin{array}{r|l}
 x^2 - 3x + 1 & x - 2 \\
 \hline
 -(x^2 - 2x) & x - 1 \\
 \hline
 -x + 1 & \\
 -(-x + 2) & \\
 \hline
 -1 &
 \end{array}$$

پس مجانب مایل تابع $y = x - 1$ می‌باشد که با توجه به مثبت بودن شیب آن، نتیجه می‌گیریم گزینه‌های «۲» و «۴» نادرست‌اند. از طرفی داریم:

$$f(x) - (x - 1) = \frac{-1}{x - 2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x - 2} = 0^-$$

در نتیجه $f(x) < x - 1$ و به عبارتی زمانی که $x \rightarrow +\infty$ ، نمودار تابع پایین مجانب مایل آن قرار دارد.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی رستمی مور)

می‌دانیم محور تقارن تابع هموگرافیک، از مرکز تقارن آن که محل برخورد
مجانب‌های افقی و قائم تابع می‌باشد، عبور می‌کند. لذا ابتدا مرکز تقارن تابع را
می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(3a-1)x}{x} = 3a-1 \quad \text{مجانب افقی}$$

برای یافتن مجانب قائم کافی است ریشهٔ مخرج را بیابیم:

$$x - |a| = 0 \Rightarrow x = |a|$$

بنابراین مختصات مرکز تقارن تابع برابر است با:

$$(|a|, 3a-1)$$

حال کفایت مختصات این نقطه را در معادلهٔ مذکور، صدق دهیم:

$$y = x + 2 \Rightarrow 3a - 1 = |a| + 2 \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \Rightarrow 3a - 1 = a + 2 \\ a < 0 \Rightarrow 3a - 1 = -a + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ a = \frac{3}{4} \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲ ✓

۱