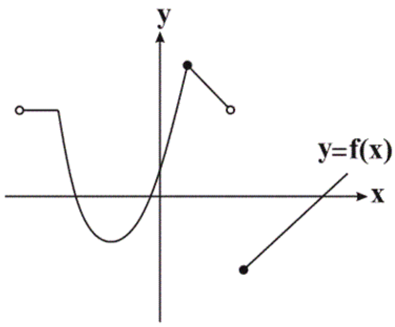
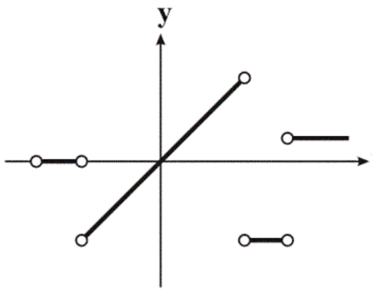
ریاضی ۳ - دوازدهم ، **مشتق** - ۱۰ سوال -

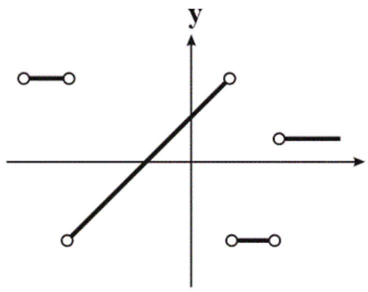
۹۱- در تابع $f(x)=\sqrt{x+2}$ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازهٔ $[2/41, 4/25]$ با آهنگ آنی آن در لحظهٔ $x=3/29$ چقدر اختلاف دارد؟

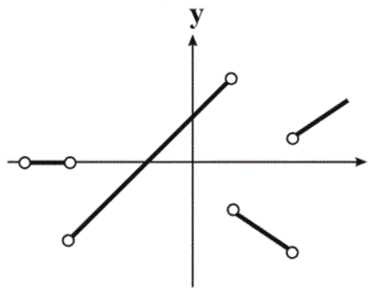
۱) صفر　　۲) $\frac{9}{23}$　　۳) $\frac{5}{23}$　　۴) $\frac{10}{23}$

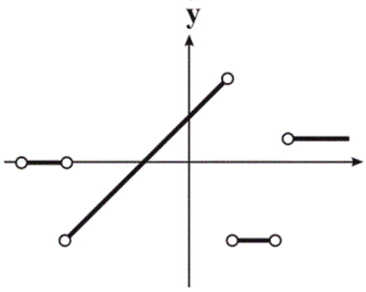
۹۲- با توجه به نمودار تابع $y=f(x)$، کدام نمودار می‌تواند نمودار تابع f' باشد؟



۱)


۲)


۳)


۴)


۹۳- کدام گزینه در مورد تابع $f(x)=\begin{cases}|x-1| & x>0\\ -x & x\leq 0\end{cases}$ صحیح است؟

۱) تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر است.
۲) تابع در فاصلهٔ $(-\infty,0]$ مشتق‌پذیر است.
۳) $f'_-(0)=f'_+(0)=-1$ است.
۴) تابع در فاصلهٔ $(0,+\infty)$ مشتق‌پذیر است.

۹۴- اگر $f(x)=[x]|x^2-x-2|$، حاصل $f'_+(-2)-f'_-(2)$ کدام است؟

۱) ۷　　۲) ۱۲　　۳) ۱۳　　۴) ۱۸

۹۵- مشتق مرتبه دوم تابع $f(x)=(2x-1)^2\sqrt{x+\frac{1}{2}}$ در $x=\frac{1}{2}$ کدام است؟

۱) صفر　　۲) ۴　　۳) ۸　　۴) ۱۶

۹۶- تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۳} & x\geq -۱ \\ |(x-۲)(x+۳)^{۲}| & x<-۱ \end{cases}$ در چند نقطه مشتق‌پذیر نیست؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۷- تابع $f(x)=\begin{cases} \dfrac{ax+b}{\sqrt{x}} & , x\geq ۱ \\ bx^{۳}-x+۶ & , x<۱ \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. $a-b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۸- اگر خط به معادلهٔ $۲y=۳x+۵k$ در نقطهٔ $A(\alpha,\beta)$ واقع در ناحیهٔ اول، بر منحنی بـه معادلـهٔ $y=\sqrt{x^{۲}+x-۱}$ ممـاس باشـد، مقدار k کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) -۱ ۳) ۵ ۴) $-\frac{۱}{۵}$

۹۹- اگر مشتق $f(\sqrt[۳]{x-۱})$ در $x=۲$ برابر -۱ باشد، مقدار مشتق $f(\frac{۲x+۱}{x+۳})$ در $x=۲$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۶ ۳) $-۰/۳$ ۴) $-۰/۶$

۱۰۰- اگر $f(x)=(x^{۲}+۱)(x^{۴}+۱)$ و $g(x)=x^{۸}-۱$ مقدار $g'(۱)f(۱)-f'(۱)g(۱)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

رياضي ۱ - دهم ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۰ سوال -

۱۰۱- چند عدد ۳ رقمی می‌توان ساخت، به‌طوری که هم رقم زوج و هم رقم فرد داشته باشد؟ (تکرار مجاز است).

۱) ۶۷۳ ۲) ۶۷۴ ۳) ۶۷۵ ۴) ۶۷۶

۱۰۲- حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟ $\dfrac{۱۲\times(۱۳!+۱۲!)}{۱۳!-۱۲!}$

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۱

۱۰۳- در یک مسابقهٔ کشتی، n کشتی‌گیر حرفه‌ای شرکت کرده‌اند. قرار است که هر دو کشتی‌گیر یک‌بار با هم مسابقه بدهند. اگر تعداد کل مسابقات ۶۶ مسابقه باشد، n کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۱۰۴- ۵ کارت سفید یکسان و ۴ کارت مشکی یکسان را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به‌طوری‌که اول و آخر ردیف، کارت مشکی باشد و هیچ دو کارت مشکی کنار هم نباشند؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۲۴ ۴) ۱۴۴

۱۰۵- چهار فوتبالیست و سه والیبالیست به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند، به‌طوری که حداقل دو فوتبالیست کنار هم باشند؟

۱) ۳۶۰۰ ۲) ۵۰۴۰ ۳) ۱۷۲۸ ۴) ۴۸۹۶

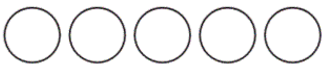
۱۰۶- با اعداد ۰,۱,۲,۳,۴ چند عدد سه‌رقمی بزرگ‌تر از ۲۰۰ می‌توان نوشت؟ (تکرار مجاز است.)

۱) ۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۷۴ ۴) ۵۴

۱۰۷- اگر $A = \{a,b,c,d,e,f,g\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی این مجموعه که دارای عضو a و فاقد عضو b باشد، چه‌قدر است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۱۰۸- به چند طریق می‌توان دایره‌های زیر را با پنج رنگ سیاه، سفید، قرمز، آبی و زرد رنگ‌آمیزی کرد به‌طوری که دایرهٔ سوم همواره سیاه باشد و هیچ دو دایرهٔ مجاور هم دارای رنگ‌های یکسانی نباشند؟



۱) ۱۴۴ ۲) ۱۲۰ ۳) ۲۵۶ ۴) ۶۲۵

۱۰۹- ۵ خانوادهٔ دونفری مفروض‌اند. به چند طریق می‌توان یک گروه سه نفری انتخاب کرد به‌طوری‌که هیچ دو نفری از آن‌ها عضو یک خانواده نباشند؟

۱) ۶۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۱۱۰- قفل یک کیف رمزدار، دارای یک کد شامل سه رقم است. اگر بدانیم رقم سمت راست این کد فرد است و رقم وسط کوچک‌تر از ۴ نیست، در بدترین حالت ممکن باید چند کد رمز را امتحان کنیم تا در کیف باز شود؟

۱) ۲۲۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۲۷۰ ۴) ۳۰۰

۹۱– *(حمیدرضا بنیانی)*

آهنگ متوسط یک تابع بازهٔ $[a,b]$ برابر است با:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$\text{آهنگ متوسط}: \frac{f(۴/۲۵)-f(۲/۴۱)}{۴/۲۵-۲/۴۱} = \frac{\sqrt{۶/۲۵}-\sqrt{۴/۴۱}}{۱/۸۴}$$

$$= \frac{۲/۵-۲/۱}{۱/۸۴} = \frac{۰/۴}{۱/۸۴} = \frac{۴۰}{۱۸۴} = \frac{۵}{۲۳}$$

و آهنگ لحظه‌ای تابع در هر نقطه برابر مشتق تابع در آن نقطه است. پس:

$$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x+۲}} \Rightarrow f'(۳/۲۹) = \frac{۱}{۲\times\sqrt{۵/۲۹}} = \frac{۱}{۲\times ۲/۳} = \frac{۱}{۴/۶}$$

$$= \frac{۱۰}{۴۶} = \frac{۵}{۲۳}$$

در نتیجه اختلاف آهنگ متوسط و آهنگ لحظه‌ای موردنظر برابر صفر است:

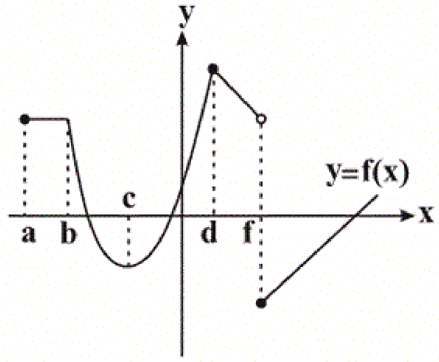
$$\frac{۵}{۲۳} - \frac{۵}{۲۳} = ۰$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۹۲– *(سهند ولی‌زاده)*

در نقاط $\{b,d,f\}$ مشتق نداریم. در نقطهٔ $\{c\}$ مشتق باید صفر باشد، طول نقطهٔ c منفی است در بازهٔ a تا b مشتق صفر است،چون شیب صفر است.
در بازهٔ b تا c تابع نزولی و $f' < ۰$، در بازهٔ c تا d تابع صعودی و $f' > ۰$، در بازهٔ d تا f تابع نزولی $f' < ۰$ و در بازهٔ $(f,+\infty)$ تابع صعودی و $f' > ۰$ است. در بازه‌های d تا f و f تا $+\infty$ تابع خطی است لذا f' ثابت است.

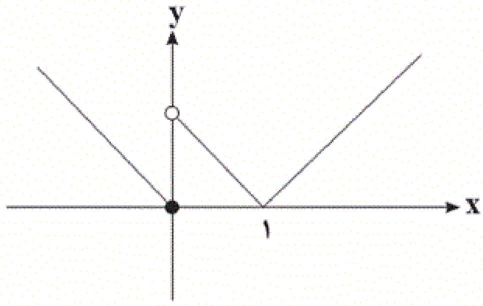


(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴ و ۹۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۳– (محمدمصطفی ابراهیمی)

نمودار تابع را رسم می‌کنیم. مطابق شکل تابع در $x=0$ از راست پیوسته نیست پس $f'_+(0)$ موجود نیست و تابع مشتق‌پذیر نمی‌باشد. (گزینه‌های ۱ و ۳ حذف می‌شوند.) به علاوه در $x=1$ نقطهٔ گوشه داریم و تابع نمی‌تواند در این نقطه مشتق‌پذیر باشد (گزینهٔ «۴» حذف می‌شود.) در $x=0$ مشتق چپ وجود دارد پس اگرچه $f'(0)$ موجود نیست ولی تابع، در فاصلهٔ $(-\infty,0]$ مشتق‌پذیر است.



(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۴– (محمدامین روانبخش)

ابتدا تکلیف قدرمطلق و جزء صحیح را در نقاط داده شده مشخص می‌کنیم.

$$x \to (-2)^+ : \begin{cases} [x]=[(-2)^+]=-2 \\ |x^2-x-2| = x^2-x-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x^2+2x+4 \Rightarrow f'(x) = -4x+2 \Rightarrow f'_+(-2)=10$$

$$x \to 2^- : \begin{cases} [x]=[2^-]=1 \\ |x^2-x-2| = -x^2+x+2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x^2+x+2$$

$$\Rightarrow f'(x) = -2x+1 \Rightarrow f'_-(2) = -3$$

$$f'_+(-2) - f'_-(2) = 10-(-3) = 13$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۵- (رسول محسنی‌منش)

$$f'(x)=2(2)(2x-1)\sqrt{x+\frac{1}{2}}+\frac{1}{2\sqrt{x+\frac{1}{2}}}(2x-1)^2$$

حالا باید از f' مشتق بگیریم و می‌دانیم که اگر عامل صفر شونده داشته باشیم فقط باید از آن عامل مشتق گرفت و در باقی عوامل ضرب کرد. اگر توان عامل صفر شونده بیش از یک باشد، مشتق در آنجا صفر است، پس داریم:

$$f'(x)=2(2)(2)\sqrt{x+\frac{1}{2}}+0 \Rightarrow f'(\frac{1}{2})=2(2)(2)(\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}})=8$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۶- (آریان حیدری)

در توابع چند ضابطه‌ای باید مشتق‌پذیری‌های تک‌تک ضابطه‌ها را بررسی کرده و مشتق‌پذیری نقطهٔ مرزی را هم بررسی کنیم.

در مورد ضابطهٔ بالایی واضح است که در دامنه‌اش در همه‌جا مشتق‌پذیر است. اما در مورد ضابطهٔ پایینی، می‌دانیم که توابع قدرمطلقی در ریشه‌های سادهٔ داخل قدرمطلق، مشتق‌ناپذیرند. پس:

$$y_2=\left|\underbrace{(x-2)}\underbrace{(x+3)^2}\right|$$

$x=2$ ریشهٔ ساده $x=-3$ ریشهٔ مضاعف

لذا این تابع فقط یک ریشهٔ سادهٔ $x=2$ دارد که آن هم جزء دامنهٔ این ضابطه $(x<-1)$ نیست! پس این ضابطه هم هیچ نقطهٔ مشتق‌ناپذیری ندارد.

نهایتاً می‌رسیم به بررسی نقطهٔ مرزی یعنی $x=-1$، ابتدا پیوستگی را در این نقطه بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(-1)=\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+} x^3=(-1)^3=-1 \\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\left|(x-2)(x+3)^2\right|=\left|(-1-2)(-1+3)^2\right|=12 \end{cases}$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

 (بابک سادات)

با توجه به قضیهٔ کتاب درسی اگر **f** در نقطه‌ای مشتق‌پذیر باشد در آن نقطه پیوسته نیز هست. پس ابتدا شرط پیوستگی را در نقطهٔ مرزی اعمال می‌کنیم چون در سایر نقاط این تابع پیوسته است. پس کافی است داشته باشیم:

$$f(۱)=\lim_{x\to ۱^+} f(x)=\lim_{x\to ۱^-} f(x)\Rightarrow \frac{a(۱)+b}{\sqrt{۱}}=b(۱)^۳-۱+۶$$

$$\Rightarrow a+b=b+۵\Rightarrow \boxed{a=۵}\quad (۱)$$

حال با جاگذاری $a=۵$ در ضابطهٔ بالایی تابع، شرط مشتق‌پذیری را اعمال می‌کنیم یعنی:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{۵x+b}{\sqrt{x}}, x\ge ۱\\ bx^۳-x+۶, x<۱\end{cases}$$

$$f'_+(۱)=f'_-(۱)\Rightarrow \frac{۵(\sqrt{x})-\dfrac{۱}{۲\sqrt{x}}(۵x+b)}{x}=۳bx^۲-۱$$

$$\Rightarrow ۵-\frac{(۵+b)}{۲}=۳b-۱$$

$$\Rightarrow ۱۰-۵-b=۶b-۲\Rightarrow ۷b=۷\Rightarrow b=۱\quad (۲)$$

درنتیجه: $\xrightarrow{(۱),(۲)} a-b=۴$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۹۸ (مهدی بیرانوند)

باید نقطهٔ $A(\alpha,\beta)$ در معادله خط مماس و منحنی صدق کند بنابراین:

$$1)\ 2y = 3x + 5k \to 2\beta = 3\alpha + 5k$$

$$2)\ y = \sqrt{x^2 + x - 1} \to \beta = \sqrt{\alpha^2 + \alpha - 1}$$

از طرفی دیگر می‌دانیم مشتق به ازای طول نقطهٔ تماس، همان شیب خط مماس است، لذا:

$$y = \sqrt{x^2 + x - 1} \Rightarrow y' = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x-1}} \xrightarrow{x=\alpha} \frac{2\alpha+1}{2\sqrt{\alpha^2+\alpha-1}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{\alpha^2+\alpha-1} = 2\alpha+1 \Rightarrow 9\alpha^2 + 9\alpha - 9 = 4\alpha^2 + 4\alpha + 1$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2 + 5\alpha - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = -2 \end{cases}$$ غقق چون α باید مثبت باشد.

$$\Rightarrow \beta = \sqrt{1+1-1} = 1 \Rightarrow (\alpha,\beta) = (1,1) \xrightarrow[\text{می‌کند.}]{\text{در معادله خط صدق}}$$

$$2 = 3 + 5k \Rightarrow k = \frac{-1}{5}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۹۹ (سروش موئینی)

$$y = f(\sqrt[3]{x-1}) \Rightarrow y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} f'(\sqrt[3]{x-1})$$

$$\xrightarrow{x=2} y' = \frac{1}{3} f'(1) = -1 \Rightarrow f'(1) = -3$$

$$y = f\left(\frac{2x+1}{x+3}\right) \Rightarrow y' = \frac{2\times 3 - (1)(1)}{(x+3)^2} f'\left(\frac{2x+1}{x+3}\right)$$

$$\xrightarrow{x=2} y'(2) = \frac{5}{25} f'(1) = \frac{1}{5}(-3) = -0/6$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۰- *(بابک سادات)*

عبارت $g(x)$ را بر $f(x)$ تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{x^{8}-1}{(x^{2}+1)(x^{4}+1)}=x^{2}-1$$

حالا از دو طرف مشتق می‌گیریم:

$$\frac{g'(x)f(x)-f'(x)g(x)}{(f(x))^{2}}=2x$$

و در نهایت x را مساوی یک قرار می‌دهیم:

$$\frac{g'(1)f(1)-f'(1)g(1)}{(f(1))^{2}}=2\xrightarrow{f(1)=4}$$

$$\Rightarrow g'(1)f(1)-f'(1)g(1)=2\times 4^{2}=32$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۵ تا ۸۷ و ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۱- *(جمشید حسینی‌خواه)*

تعداد کل اعداد سه رقمی که با ارقام صفر تا ۹ ساخته می‌شوند، برابر با $9\times10\times10=900$ است. از طرفی تعداد کل اعداد سه رقمی که فقط با ارقام فرد ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ نوشته می‌شوند، برابر با $5\times5\times5=125$ است. هم‌چنین تعداد کل اعداد سه رقمی که فقط شامل ارقام زوج ۰، ۲، ۴، ۶ و ۸ هستند، برابر با $4\times5\times5=100$ می‌باشد. لذا داریم:

جواب = کل اعداد ۳ رقمی − (اعداد ۳ رقمی فقط شامل ارقام فرد + اعداد ۳ رقمی فقط شامل ارقام زوج)

جواب $=900-(125+100)\Rightarrow$ جواب $=675$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۲- *(مرتضی امیدوار)*

$$\frac{12\times(13!+12!)}{13!-12!}=\frac{12\times12!(13+1)}{12!(13-1)}=\frac{12\times\cancel{12!}\times14}{\cancel{12!}\times12}=14$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۳- *(ایمان کوه‌پیما)*

از آن‌جایی که هر مسابقهٔ کشتی بین ۲ نفر برگزار می‌شود، پس تعداد کل مسابقات می‌شود $\binom{n}{۲}$. علت آن هم واضح است، چون در هر مسابقه ۲ نفر از n نفر انتخاب می‌کنیم در شرایطی که ترتیب آن‌ها مهم نیست، یعنی مسابقهٔ بین علی و رضا همان مسابقهٔ بین رضا و علی است و آن‌ها را دو مسابقهٔ مختلف درنظر نمی‌گیریم. بنابراین داریم:

$$\binom{n}{۲} = ۶۶ \Rightarrow \frac{n(n-۱)}{۲} = ۶۶ \Rightarrow n(n-۱) = ۱۳۲$$

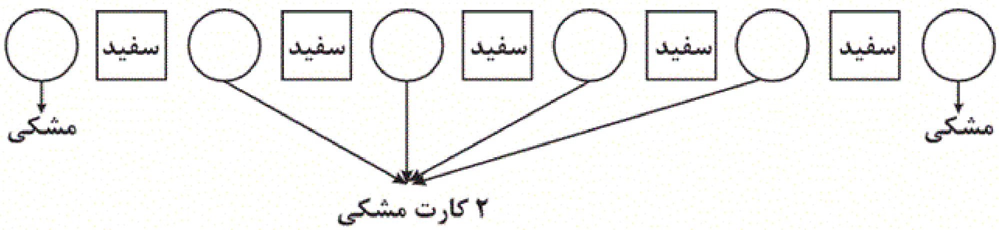
$$\Rightarrow n^۲ - n - ۱۳۲ = ۰ \Rightarrow (n-۱۲)(n+۱۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} n = ۱۲ \\ n = -۱۱ \end{cases}$$

فقط $n = ۱۲$ قابل قبول است. چون n عددی طبیعی است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۴- *(غلام‌رضا نیازی)*



ابتدا کارت‌های سفید را قرار داده، سپس در اول و آخر ردیف، کارت مشکی قرار می‌دهیم. درنهایت بین کارت‌های سفید ۴ جایگاه داریم برای دو کارت مشکی یعنی انتخاب $\binom{۴}{۲}$ که برابر است با ۶.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۵- (عطیه رضاپور)

ابتدا حالتی را که هیچ دو فوتبالیست کنار هم نیستند، محاسبه کرده و جواب را از تعداد کل حالات ممکن برای قرار گرفتن ۷ نفر کنار هم (۴ فوتبالیست و ۳ والیبالیست) کم می‌کنیم.

وقتی هیچ دو فوتبالیستی کنار هم نیستند که والیبالیست‌ها بین فوتبالیست‌ها قرار گرفته باشند. (فوفوفوف)

چون فوتبالیست‌ها و والیبالیست‌ها متفاوتند پس بین خود نیز جابه‌جا می‌شوند پس تعداد جایگشت‌های والیبالیست‌ها $!۳$ و تعداد جایگشت‌های فوتبالیست‌ها $!۴$ می‌باشد.

پس تعداد کل جایگشت‌های آن‌ها به‌صورت یک در میان $۳!\times ۴! = ۱۴۴$ است.

تعداد کل جایگشت‌های ۷ نفر نیز $۷! = ۵۰۴۰$ می‌باشد که:

$$۷! - (۳! \times ۴!) = ۵۰۴۰ - ۱۴۴ = ۴۸۹۶$$

پس ۴۸۹۶ حالت وجود دارد.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۶- (علی مرشد)

برای این‌که عدد سه‌رقمی حاصل بزرگ‌تر از ۲۰۰ باشد باید رقم صدگان آن ۲ یا ۳ یا ۴ باشد که فقط عدد ۲۰۰ عضو جواب نیست:

صدگان	دهگان	یکان
↓	↓	↓
۲ یا ۳ یا ۴	۰,۱,۲,۳,۴	۰,۱,۲,۳,۴

$۳ \times ۵ \times ۵ = ۷۵$

چون عدد «۲۰۰» نیز بین اعداد فوق است و در صورت سؤال ذکرشده که عدد سه‌رقمی باید بزرگ‌تر از ۲۰۰ باشد، پس تعداد کل حالات برابر است با:

$۷۵ - ۱ = ۷۴$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۷- (سپهر حقیقت‌افشار)

هدف یافتن زیرمجموعه‌هایی در قالب $\{a,-,-,-\}$ است که شامل عضو b نیست. در این صورت اعضای a و b را از مجموعهٔ A کنار گذاشته و از ۵ عضو باقی‌مانده باید ۳ انتخاب داشته باشیم: $\binom{۵}{۳}=۱۰$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۸- (مهدی بیرانوند)

دایرهٔ سوم فقط یک حالت دارد و دو دایرهٔ سمت چپ و راست آن هرکدام به ۴ حالت می‌توانند رنگ‌آمیزی شوند هم‌چنین دو دایره ابتدا و انتهایی نیز هرکدام به چهار حالت (به‌جز رنگ دایرهٔ کناری‌شان) رنگ‌آمیزی می‌شوند.

◯ ◯ (سیاه) ◯ ◯

$$۴\times ۴\times ۱\times ۴\times ۴=۴^{۴}=۲۵۶$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۹- (حمید علیزاده)

$$\underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{انتخاب ۳ خانواده از ۵ خانواده}}\times\underbrace{\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}}_{\text{از هر خانواده یک نفر}}=۱۰\times ۸=۸۰$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

(حمیدرضا کلاته جاری)

کد سه‌رقمی: $a \quad b \quad c$

حالات مطلوب:

a	b	c
۰	۴	۱
۱	۵	۳
⋮	⋮	۵
⋮	⋮	۷
۹	۹	۹

تعداد حالات ممکن طبق اصل ضرب: $۱۰ \times ۶ \times ۵ = ۳۰۰$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓