سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

هندسه ۱ دهم ، استدلال (هندسه‌ی ۱) - ۲ سوال

۱۳۱- کدام‌یک از قضیه‌های زیر، دو شرطی نیست؟

۱) در هر مثلث، اگر سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز با هم برابرند.

۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

۳) اگر دو دایره محیط برابر داشته باشند، آنگاه مساحت برابر دارند.

۴) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آنگاه مساحت‌های برابر دارند.

۱۳۲- در مثلث ABC، $BC > AB$ و $\hat{B} = ۷۰^\circ$ است. کم‌ترین مقدار صحیحی که اندازهٔ زاویهٔ A بر حسب درجه می‌تواند داشته باشد، کدام است؟

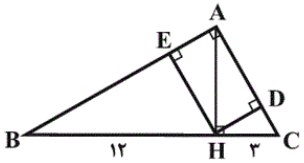
۱) ۵۴ ۲) ۵۵ ۳) ۵۶ ۴) ۵۷

هندسه ۱ دهم ، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردها ی آن

۱۳۳- در مثلث ABC، نقطهٔ D روی ضلع BC چنان واقع است که $\widehat{BAD} = \hat{C}$ می‌باشد. اگر $AB = ۶$ و $CD = ۵$، طول BD کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۳

۱۳۴- در شکل زیر، اگر AH ارتفاع نظیر ضلع BC باشد، آنگاه مساحت مستطیل $ADHE$ کدام است؟

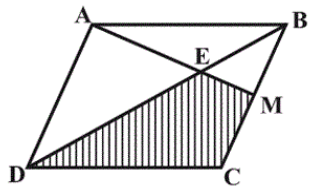


۱) ۱۴/۴ ۲) ۱۵/۲

۳) ۱۲/۶ ۴) ۱۳/۸

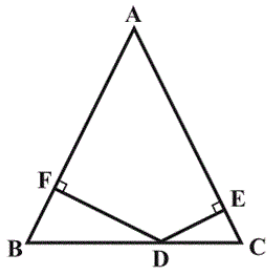
هندسه ۱ دهم ، چند ضلعي ها - ۳ سوال -

۱۳۵- در شکل زیر، اگر نقطهٔ M وسط ضلع BC و مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD برابر ۳۰ باشد، آنگاه مساحت ناحیهٔ هاشورخورده کدام است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۱/۲۵
۳) ۱۲
۴) ۱۲/۵

۱۳۶- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. اگر $AF = ۷$ و $AE = ۱۱$ باشد، مجموع طول‌های دو پاره‌خط DE و DF کدام است؟



۱) $۹\sqrt{۳}$
۲) $۸\sqrt{۳}$
۳) $۷\sqrt{۳}$
۴) $۶\sqrt{۳}$

۱۳۷- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۳ واحد است. حداقل تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

هندسه ۱ دهم ، تجسم فضایی - ۳ سوال

۱۳۸- دو خط $d_۱$ و $d_۲$ در فضا با هم موازی‌اند. چه تعداد از گزاره‌های زیر لزوماً صحیح است؟

الف) اگر صفحه‌ای مانند P با یکی از این دو خط موازی باشد، آنگاه خط دیگر بر صفحهٔ P واقع است.

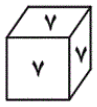
ب) اگر صفحهٔ P شامل یکی از این دو خط باشد، آنگاه می‌تواند شامل خط دیگر نیز باشد.

پ) اگر صفحهٔ P با یکی از دو خط متقاطع باشد، آنگاه خط دیگر را نیز قطع می‌کند.

۱) هیچ
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

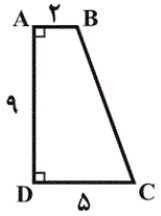
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۹- روی تمام وجوه یک مکعب، عدد ۷ نوشته شده است. چه تعداد از این مکعب‌ها را به‌صورت ستونی روی هم قرار دهیم تا مجموع تمام اعدادی که قابل رؤیت هستند، برابر ۳۱۵ شود؟



۱) ۹
۲) ۱۰
۳) ۱۱
۴) ۱۲

۱۴۰- ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ $ABCD$ را حول ضلع AD دوران داده و سپس شکل حاصل را با صفحه‌ای به موازات قاعده‌ها و به فاصلهٔ ۳ واحد از قاعدهٔ بزرگ برش می‌دهیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟



۱) ۹π
۲) ۱۶π
۳) ۱۲π
۴) ۲۰π

آمار و احتمال ، آشنایي با مباني رياضي - ۴ سوال

۱۵۷- اگر v تابعی روی گزاره‌ها باشد به‌گونه‌ای که در صورت درستی گزارهٔ p، $v(p)=۱$ و در صورت نادرستی گزارهٔ p، $v(p)=۰$ باشد، آنگاه $v(p\Leftrightarrow q)$ معادل کدام‌یک از توابع زیر است؟

۱) $\max\{v(p),v(q)\}$
۲) $v(p)+v(q)-v(p)v(q)$
۳) $v(p)(۱-v(q))+(۱-v(p))v(q)$
۴) $v(p)v(q)+(۱-v(p))(۱-v(q))$

۱۵۸- مجموعهٔ اعداد اول (P) را به سه مجموعهٔ A، B و C افراز کرده‌ایم. اگر $A=\{x\in P\mid x=۶k-۱,k\in\mathbb{N}\}$ و $B=\{x\in P\mid x=۶k+۱,k\in\mathbb{N}\}$ باشند، آنگاه کدام یک از رابطه‌های زیر نادرست است؟

۱) $\{۲\}\subseteq C-A$
۲) $\{۵,۱۱,۱۷\}\subseteq A$
۳) $A-B=A-C$
۴) $\{۳,۱۳,۴۳\}\subseteq B$

۱۵۹- برای سه مجموعهٔ دلخواه A، B و C، اگر $A\cup B\subseteq C'$ و $A\cup C\subseteq B$، آنگاه کدام نتیجه‌گیری همواره صحیح است؟

۱) $A=B$
۲) $C=\varnothing$
۳) $A=\varnothing$
۴) $B=C$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶۰- اگر A، B و C سه مجموعهٔ دلخواه باشند، آنگاه چه تعداد از روابط زیر همواره صحیح است؟

الف) $A-B=\varnothing \Rightarrow A\times C\subseteq B\times C$

ب) $A\times B\subseteq B\times A\Rightarrow A=B$

پ) $(A\times B)\cap(B\times A)=(A\cap B)^{2}$

۱) هیچ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

آمار و احتمال ، احتمال - ۶ سوال

۱۵۱- ۶ نفر را که دو نفر آنها با هم برادرند، به‌تصادف در یک ردیف قرار می‌دهیم. احتمال آنکه یکی از دو برادر در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱}{۲۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳۰}$

۱۵۲- یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. ۴۲ درصد از مشتریان کارت نوع A و ۵۴ درصد مشتریان کارت نوع B را همراه دارند. اگر ۲۶ درصد مشتریان فقط یکی از این دو نوع کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن هر دو کارت از این فروشگاه خرید کنند؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۳۵ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۴۵

۱۵۳- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در دو بار پرتاب این تاس، احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده کوچک‌تر از ۴ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۴۴}$ ۲) $\frac{۵}{۱۴۴}$ ۳) $\frac{۷}{۱۴۴}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۴۴}$

۱۵۴- در یک کیسه، ۴ مهرهٔ سیاه و ۶ مهرهٔ سبز وجود دارد. دو مهره به‌طور متوالی و با جای‌گذاری از این کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یک بار مهرهٔ سیاه از کیسه خارج شود، کدام است؟

۱) ۰/۶۴ ۲) ۰/۴۸ ۳) ۰/۴۰ ۴) ۰/۱۶

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۵- تیم فوتسال یک کلاس، ۸ بازیکن با قدهای مختلف دارد. دو بازیکن از این تیم به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بازیکن اول بلندتر از بازیکن دوم باشد، احتمال اینکه بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۱۵۶- دسته‌ای کارت شامل ۳ کارت دو رو سفید، ۴ کارت دو رو مشکی و ۴ کارت یک رو سفید و یک رو مشکی داریم. کارتی به تصادف از این دسته کارت انتخاب می‌کنیم و فقط یک روی آن را مشاهده می‌کنیم. اگر روی مشاهده شده مشکی باشد، احتمال آنکه روی دیگر این کارت نیز مشکی باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۱}$ ۲) $\frac{۴}{۱۱}$

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، دنباله - ۱ سوال -

۱۲۷- به ازای چه حدودی از a تابع $f(x)=ax+|x|$ یک‌به‌یک است؟

۱) $-۱<a<۱$ ۲) $-۱\le a\le ۱$

۳) $a\ge ۱$ یا $a\le -۱$ ۴) $a>۱$ یا $a<-۱$

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، تابع - ۲ سوال

۱۲۵- اگر دامنهٔ تابع خطی $g(x)=-۲x+۲$ ، بازهٔ $[-۲,۳]$ باشد، برد این تابع کدام است؟

۱) $[-۶,۶]$ ۲) $[-۴,۶]$

۳) $[-۴,۴]$ ۴) $[۴,۶]$

۱۲۶- اگر $x^۲+x<۰$ باشد، حاصل $[x]+[x^۲]+[x^۳]+[x^۴]$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) ۱

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱ سوال

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۴- کسر $\frac{۱}{\sqrt[۵]{-۲\sqrt[۳]{۴}}}$ را در چه عددی ضرب کنیم تا حاصل برابر ۲- گردد؟

۱) $\sqrt[۳]{۲}$ ۲) $۲\sqrt[۳]{۴}$

۳) $\sqrt[۳]{۱۶}$ ۴) $\sqrt[۳]{۴}$

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، مثلثات - ۳ سوال

۱۲۸- اگر $\frac{۱}{\cos x} - \tan x = ۲$ باشد، $\frac{۱}{\cos x} + \tan x$ کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

۱۲۹- معادلهٔ $x^۲ - ۱ = |\sin x|$ چند ریشه دارد؟

۱) دو ریشهٔ قرینه ۲) بی‌شمار ۳) ریشه ندارد. ۴) یک ریشهٔ مضاعف

۱۳۰- اگر $x = \frac{\pi}{۱۲}$ باشد، $\sin x + \cos x$ چند برابر $\sin x - \cos x$ است؟

۱) $\sqrt{۳} - ۲$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $-\sqrt{۳}$ ۴) ۱

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، مجموعه ، الگو و دنباله - ۲ سوال -

۱۲۳- در یک دنبالهٔ هندسی، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲ و تفاضل جملهٔ هفتم از جملهٔ پنجم برابر ۱ است. جملهٔ هفتم این دنباله کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{-۱}{۴}$

۱۲۱- در یک مهمانی، ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر چای و ۱۷ نفر قهوه نوشیده باشند و ۶ نفر نه چای و نه قهوه نوشیده باشند، چند نفر حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند؟

۱) ۱۲ ۲) ۷ ۳) ۱۳ ۴) ۱۹

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، جبرو معادله - ۱ سوال

۱۲۲- اگر به جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی ۲ واحد بیفزاییم، چه مقدار از قدرنسبت آن کم کنیم تا مجموع ۱۰ جملهٔ اول آن ثابت بماند؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۱۰}$

۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۱۰}$

هندسه ۱ - گواه - دهم ، استدلال (هندسه‌ی ۱) - ۲ سوال

۱۴۱- در کدام‌یک از ترسیم‌های زیر، یک شکل منحصربه‌فرد حاصل نمی‌شود؟

۱) رسم یک لوزی با معلوم‌بودن طول دو قطر
۲) رسم یک مستطیل با معلوم‌بودن طول یک قطر و طول یک ضلع
۳) رسم یک مربع با معلوم‌بودن طول قطر
۴) رسم متوازی‌الاضلاع با معلوم‌بودن طول یک قطر و طول یک ضلع

۱۴۲- در مثلث ABC نیمساز داخلی زاویهٔ A، ضلع BC را در نقطهٔ D قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره صحیح است؟

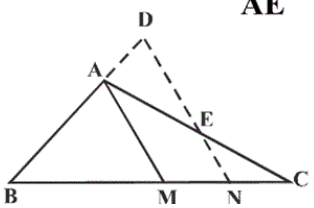
۱) $AB > BD$ ۲) $AD > BD$ ۳) $AB > AD$ ۴) $BD > AD$

هندسه ۱ - گواه - دهم ، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردها ی آن - ۳ سوال -

۱۴۳- مثلثی به اضلاع ۳، a و b با مثلثی به طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ متشابه است. اگر دو مثلث قابل انطباق نباشند، بیش‌ترین محیط از مثلث اول کدام است؟

۱) ۷/۲ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۳/۵

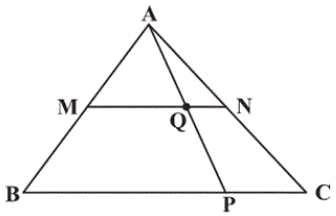
۱۴۴- در مثلث ABC، که در آن $AB = \frac{۲}{۳}AC$ است، اگر پاره‌خط ND موازی میانهٔ AM باشد، نسبت $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$

۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۱۴۵- در شکل زیر $MN \parallel BC$، $\frac{AM}{MB} = \frac{۲}{۳}$ و $\frac{PC}{PB} = \frac{۱}{۲}$ می‌باشد. نسبت مساحت مثلث AQN به مساحت ذوزنقهٔ $MQPB$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$

۳) $\frac{۳}{۲۰}$ ۴) $\frac{۲}{۲۱}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

هندسه ۱ - گواه - دهم ، چند ضلعي ها - ۳ سوال

۱۴۶- در یک مستطیل اندازهٔ اضلاع ۵ و ۱۱ واحد است. مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی این مستطیل، کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۱۴۷- در داخل یک مربع به ضلع $\sqrt{۳}$، مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $\sqrt{۳}$ رسم می‌کنیم. مجموع فواصل مرکز مربع از اضلاع این مثلث کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۲

۱۴۸- مجموع تعداد نقاط مرزی و نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۸ است. حداکثر مساحت این چندضلعی کدام است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۵ ۳) ۵/۵ ۴) ۶

هندسه ۱ - گواه - دهم ، تجسم فضايي - ۲ سوال

۱۴۹- در یک مکعب، قطر یکی از وجه‌های آن با چند یال مکعب متنافر است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۵۰- اگر صفحهٔ P، کره‌ای به شعاع $۶\sqrt{۲}$ را طوری قطع کند که فاصلهٔ مرکز سطح مقطع حاصل تا مرکز کره، برابر $۲\sqrt{۶}$ باشد، آن‌گاه مساحت سطح مقطع حاصل چقدر است؟

۱) ۴۸π ۲) ۲۴π ۳) ۳۶π ۴) ۱۸π

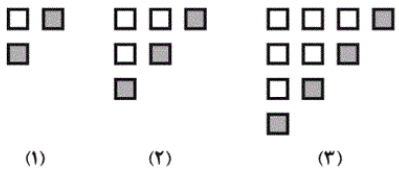
رياضي ۱ دهم - ۱۰ سوال -

۱۰۱- اگر $A=[-۱-m,۳]$، $B=[۲-m,n+۱]$ و $A\cap B=[-۱,۲]$ باشند، حاصل $m+n$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- با توجه به الگوی روبه‌رو، تعداد مربع‌های سفید در شکل دهم کدام است؟



۱) ۱۱۰ ۲) ۱۰۰

۳) ۵۵ ۴) ۵۰

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- زاویه‌های یک پنج‌ضلعی، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی می‌دهند. اگر بزرگ‌ترین زاویه، ۷ برابر کوچک‌ترین زاویه باشد، کوچک‌ترین زاویهٔ داخلی این پنج‌ضلعی چند درجه است؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۵

۳) ۱۸ ۴) ۲۷

۱۰۴- جملهٔ هشتم یک دنبالهٔ هندسی صعودی برابر ۸ و حاصل‌ضرب جمله‌های دهم و هجدهم آن برابر $۲^{۱۸}$ است. جملهٔ سی‌ودوم این دنباله کدام است؟

۱) $۲^{۲۷}$ ۲) $۲^{۲۸}$

۳) $۲^{۳۱}$ ۴) $۲^{۳۲}$

۱۰۵- مجموع تمام جملات یک دنبالهٔ حسابی ۲۴۳۰ می‌باشد. اگر مجموع ۱۰ جملهٔ اول این دنباله ۱۵ و مجموع ۱۰ جملهٔ آخر آن ۱۰۶۵ باشد، این دنباله چند جمله دارد؟

۱) ۴۵ ۲) ۲۲

۳) ۵۳ ۴) ۳۴

۱۰۶- در یک دنبالهٔ هندسی صعودی غیرصفر، مجموع ۸ جملهٔ اول ۱۷ برابر مجموع ۴ جملهٔ اول است. مجموع معکوس‌های ۸ جملهٔ اول چند برابر مجموع معکوس‌های ۴ جملهٔ اول است؟

۱) $\frac{۱}{۱۷}$ ۲) $\frac{۱۷}{۱۶}$

۳) $\frac{۱۶}{۱۷}$ ۴) ۲

۱۰۷- اگر $x = \sqrt{۸\sqrt[۳]{۹\sqrt[۴]{۸۱}}}$ باشد، $x^{۲}$ کدام است؟

۱) ۸۱ ۲) ۹

۳) ۱۲ ۴) ۲۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

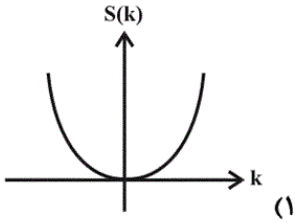
۱۰۸- اگر $\sqrt{۹x-۴}+۳\sqrt{x+۲}=۵$ باشد، حاصل $\sqrt{۹x+۱۸}-۳\sqrt{x-\frac{۴}{۹}}$ کدام است؟

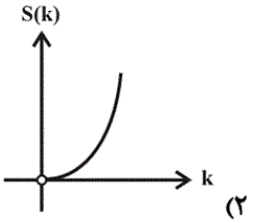
۱) ۴
۲) ۴/۲
۳) ۴/۴
۴) ۴/۶

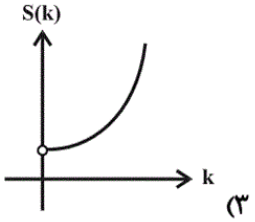
۱۰۹- اگر رابطهٔ $f=\{(m-۱,-۱),(-۱,m-۱),(۲m-۳,m-۳)\}$ یک تابع باشد، m چند مقدار نمی‌تواند داشته باشد؟

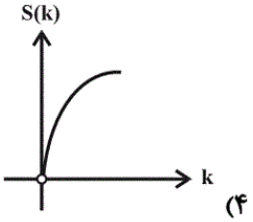
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۱۰- از تقاطع نمودار دو تابع $y=||۳x|-x|$ و $y=k$ مثلثی در صفحه ایجاد می‌شود که مساحت آن را بر حسب k با $S(k)$ نمایش می‌دهیم. نمودار $S(k)$ کدام است؟

۱)


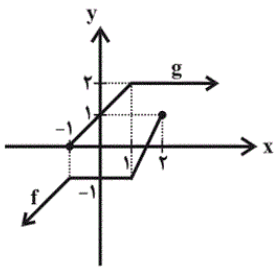
۲)


۳)


۴)


حسابان ۱ دهم - ۱۰ سوال

۱۱۱- اگر نمودار توابع f و g به‌صورت زیر باشند، حدود m کدام باشد تا تابع $h(x)=\begin{cases} f(x)g(x) & ;x\geq ۱ \\ |g(x)-f(x)+m| & ;x<۱ \end{cases}$ یک‌به‌یک باشد؟



۱) $(-\infty,-۵]\cup[۱,+\infty)$
۲) $(-\infty,-۵)\cup(۱,+\infty)$
۳) $(-\infty,-۵]\cup(۱,+\infty)$
۴) $(-\infty,-۵)\cup[۱,+\infty)$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۲- اگر $f(x)=\frac{۲x-۱}{x-۳}$ و $g(x)=\sqrt{۹-x^۲}$ باشد، دامنهٔ تابع $gof(x)$، چند عدد صحیح را نمی‌تواند بپذیرد؟

۱) ۱
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۷

۱۱۳- دو تابع $f=\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۶),(۴,۷)\}$ و $g(x)=x+\sqrt{x}$ مفروض‌اند. به ازای چند مقدار a، $f^{-۱}(g(۳a))=۳$ می‌باشد؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۱۴- مجموعهٔ طول نقاط مشترک نمودار توابع $f(x)=\sqrt[۳]{۴-x^۳}$ و $f^{-۱}(x)$، چند عضو دارد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) این مجموعه نامتناهی است.

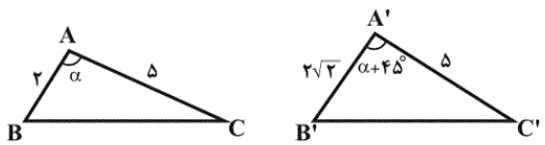
۱۱۵- در یک ساعت عقربه‌ای، نوک عقربهٔ دقیقه‌شمار در مدت زمان ۴۰ دقیقه، مسافت ۶۰ سانتی‌متر را طی کرده است. طول عقربهٔ دقیقه‌شمار چند سانتی‌متر است؟

۱) $\frac{۱۵}{\pi}$
۲) ۱۵π
۳) $\frac{۴۵}{\pi}$
۴) ۴۵π

۱۱۶- زاویهٔ بین دو خط $x-\sqrt{۳}y=۱$ و $y-\sqrt{۳}x=۱$ چند درجه است؟

۱) ۱۵
۲) ۳۰
۳) ۴۵
۴) ۶۰

۱۱۷- اگر مساحت مثلث ABC برابر با ۳ باشد، مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟ $(۰^\circ<\alpha<۹۰^\circ)$



۱) ۳/۵
۲) ۷
۳) $۳/۵\sqrt{۲}$
۴) $۷\sqrt{۲}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۸- مقدار عبارت $\sin ۵^\circ \cos ۱۰^\circ \cos ۱۵^\circ + \cos ۵^\circ \sin ۱۰^\circ \cos ۱۵^\circ$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۱۹- مقدار عبارت $A = \left(۱+\cos\frac{\pi}{۸}\right)\left(۱+\cos\frac{۷\pi}{۸}\right)\left(۱+\cos\frac{۳\pi}{۸}\right)\left(۱+\cos\frac{۵\pi}{۸}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۱۶}$

۳) $\frac{۱}{۱۲}$

۴) $\frac{۱}{۸}$

۱۲۰- حاصل عبارت $T = \sqrt{۱-\sin(۱۰۰^\circ)} + \sqrt{۱+\sin(۱۰۰^\circ)}$ کدام است؟

۱) $۲\sin ۴۰^\circ$

۲) $\sin ۴۰^\circ$

۳) $۲\cos ۴۰^\circ$

۴) $\cos ۴۰^\circ$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

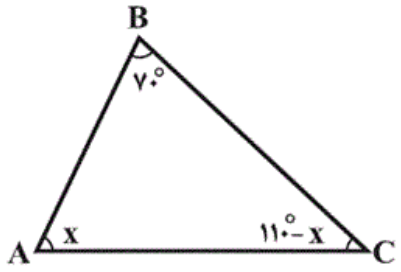
۱۳۱- (محمد خندان)

در گزینه‌های «۱» و «۲» و «۳»، عکس قضایای داده شده نیز برقرار است. پس همگی این قضیه‌ها دو شرطی هستند. اما عکس قضیهٔ گزینهٔ «۴» لزوماً برقرار نیست. به عنوان مثال دو مثلث قائم‌الزاویه یکی با اضلاع قائمه‌ای به طول‌های ۲ و ۶ و دیگری با اضلاع قائمه‌ای به طول‌های ۳ و ۴، مساحت برابر دارند ولی هم‌نهشت نیستند.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحهٔ ۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۲- (رضا عباسی‌اصل)



فرض کنیم $\hat{A} = x$ باشد، در این‌صورت مطابق شکل $\hat{C} = ۱۱۰^\circ - x$ است و داریم:

$$BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow x > ۱۱۰^\circ - x \Rightarrow ۲x > ۱۱۰^\circ$$

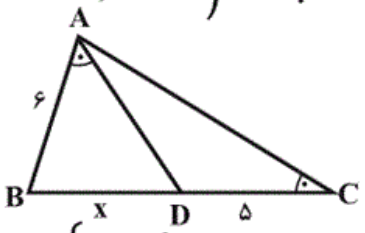
$$\Rightarrow x > ۵۵^\circ \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} \min(x) = ۵۶^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۳- (رضا عباسی‌اصل)

با توجه به شکل زیر مثلث‌های DBA و ABC به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند $\left(\widehat{BAD}=\hat{C},\hat{B}=\hat{B}\right)$، بنابراین داریم:



$$\frac{BD}{AB}=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\frac{x}{۶}=\frac{۶}{x+۵}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^{۲}+۵x-۳۶=۰\Rightarrow(x+۹)(x-۴)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۴\\x=-۹\ \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۴- (امیرحسین ابومحبوب)

مطابق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AB^{۲}=BC\times BH=۱۵\times۱۲=۱۸۰\Rightarrow AB=۶\sqrt{۵}$$

$$AC^{۲}=BC\times CH=۱۵\times۳=۴۵\Rightarrow AC=۳\sqrt{۵}$$

$$DH\parallel AB\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{DH}{AB}=\frac{CH}{BC}\Rightarrow\frac{DH}{۶\sqrt{۵}}=\frac{۳}{۱۵}$$

$$\Rightarrow DH=\frac{۶\sqrt{۵}}{۵}$$

$$EH\parallel AC\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{EH}{AC}=\frac{BH}{BC}\Rightarrow\frac{EH}{۳\sqrt{۵}}=\frac{۱۲}{۱۵}$$

$$\Rightarrow EH=\frac{۱۲\sqrt{۵}}{۵}$$

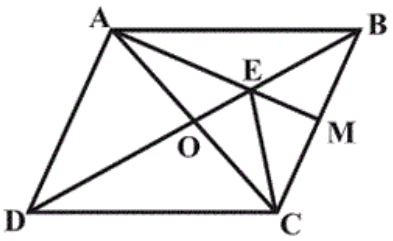
$$S_{ADHE}=DH\times EH=\frac{۶\sqrt{۵}}{۵}\times\frac{۱۲\sqrt{۵}}{۵}=\frac{۷۲}{۵}=۱۴/۴$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۴۱ تا ۴۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- (علی فتح آبادی)



قطر AC را رسم می‌کنیم تا قطر BD را در نقطهٔ O قطع نماید. در مثلث ABC، AM و BO میانه‌های نظیر اضلاع BC و AC هستند.

اگر نقاط C و E را به هم وصل کنیم، مساحت هر یک از دو مثلث EOC و EMC، $\frac{۱}{۶}$ مساحت مثلث ABC است.

$$S_{\Delta EOC} = S_{\Delta EMC} = \frac{۱}{۶} S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۱۲} S_{ABCD} = \frac{۱}{۱۲} \times ۳۰ = ۲/۵$$

از طرفی با رسم دو قطر یک متوازی‌الاضلاع، ۴ مثلث هم مساحت پدید می‌آید، بنابراین داریم: $S_{\Delta DOC} = \frac{۱}{۴} S_{ABCD} = \frac{۱}{۴} \times ۳۰ = ۷/۵$

مساحت ناحیهٔ هاشورخورده $= S_{\Delta DOC} + S_{\Delta EOC} + S_{\Delta EMC}$

$= ۷/۵ + ۲/۵ + ۲/۵ = ۱۲/۵$

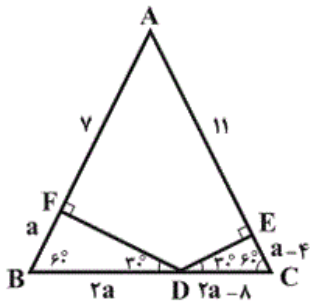
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۶- (رضا عباسی‌اصل)

مثلث‌های BFD و DEC، مثلث‌هایی قائم‌الزاویه هستند که اندازهٔ زاویه‌های حادهٔ آنها ۳۰° و ۶۰° است. اگر BF = a باشد، آنگاه داریم:



$$AB = AC \Rightarrow AF + BF = AE + EC$$

$$\Rightarrow ۷ + a = ۱۱ + EC \Rightarrow EC = a - ۴$$

$$BD = ۲BF = ۲a$$

$$DC = ۲EC = ۲a - ۸$$

$$BC = AB \Rightarrow ۴a - ۸ = a + ۷ \Rightarrow a = ۵ \Rightarrow BC = ۱۲$$

مجموع فاصله‌های هر نقطهٔ روی قاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، بنابراین داریم:

$$DE + DF = \frac{\sqrt{۳}}{۲} BC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۲ = ۶\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۴ و ۶۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۷- (امیرحسین ابومحبوب)

طبق فرمول پیک، اگر b تعداد نقاط مرزی و i تعداد نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای باشد، آنگاه مساحت این چندضلعی برابر $S = \frac{b}{۲} + i - ۱$ است. با توجه به این که تعداد نقاط درونی یک چند ضلعی شبکه‌ای، عددی حسابی است و $b \geq ۳$ می‌باشد، مجموعهٔ مقادیر ممکن برای b و i مطابق جدول زیر است:

b	i
۸	۰
۶	۱
۴	۲

پس حداقل تعداد نقاط مرزی برابر ۴ است.

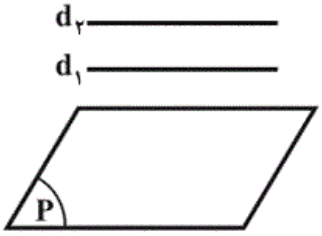
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۷۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

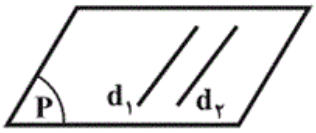
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- (امیرحسین ابومحبوب)

گزارهٔ «الف» نادرست است. مطابق شکل اگر خط d_1 با صفحهٔ P موازی باشد، آنگاه خط d_2 می‌تواند خارج صفحهٔ P قرار داشته باشد.



گزارهٔ «ب» درست است. مطابق شکل، صفحهٔ P می‌تواند شامل دو خط موازی d_1 و d_2 باشد.



گزارهٔ «پ» درست است. اگر صفحهٔ P یکی از دو خط موازی d_1 و d_2 را قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع خواهد کرد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی: مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۸۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۹- (علی فتح آبادی)

فرض کنید n مکعب را روی هم قرار داده باشیم. بدیهی است که فقط ۴ وجه جانبی مکعب پایینی و مکعب‌های میانی قابل رؤیت هستند و در مکعب بالایی، علاوه بر ۴ وجه جانبی، وجه بالایی آنها نیز دیده می‌شود، بنابراین داریم:

$$\text{مجموع تعداد وجوه قابل رؤیت} = 5 + (n-1)\times 4 = 4n+1$$

$$\text{مجموع اعداد قابل رؤیت} = 7(4n+1) \Rightarrow 315 = 7(4n+1)$$

$$\Rightarrow 4n+1 = 45 \Rightarrow 4n = 44 \Rightarrow n = 11$$

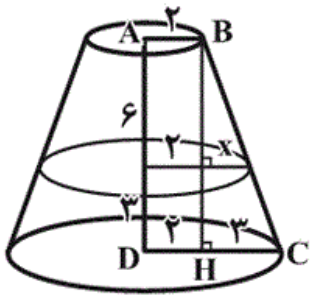
(هندسه ۱- تجسم فضایی: مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۰

از دوران ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه حول ارتفاع، یک مخروط ناقص به‌وجود می‌آید. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای موازی با قاعده‌های ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه با این مخروط ناقص، یک دایره است.



طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث BHC داریم:

$$\frac{x}{۳}=\frac{۶}{۹}\Rightarrow ۹x=۱۸\Rightarrow x=۲$$

بنابراین مطابق شکل، شعاع دایرهٔ مورد نظر برابر ۴ است و در نتیجه مساحت سطح مقطع برابر است با: $S=\pi(۴)^۲=۱۶\pi$

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

گزارهٔ $p \Leftrightarrow q$ تنها در صورتی درست است که ارزش هر دو گزارهٔ سازندهٔ آن یعنی p و q یکسان باشد. در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳»، اگر p و q هر دو نادرست باشند، مقدار تابع مساوی صفر است که مخالف ارزش $v(p \Leftrightarrow q)$ است.

مقدار تابع گزینهٔ «۴» به ازای حالت‌های مختلف برابر است با:

الف) $v(p)=v(q)=1 \Rightarrow 1\times 1+0\times 0=1=v(p \Leftrightarrow q)$

ب) $v(p)=1, v(q)=0 \Rightarrow 1\times 0+0\times 1=0=v(p \Leftrightarrow q)$

پ) $v(p)=0, v(q)=1 \Rightarrow 0\times 1+1\times 0=0=v(p \Leftrightarrow q)$

ت) $v(p)=v(q)=0 \Rightarrow 0\times 0+1\times 1=1=v(p \Leftrightarrow q)$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحهٔ ۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

تنها اعداد اولی که نمی‌توان به‌صورت $6k+1$ یا $6k-1$ $(k\in\mathbb{N})$ نوشت، دو عدد ۲ و ۳ هستند، بنابراین $C=\{2,3\}$ است. در نتیجه $3\notin B$، یعنی $\{3,13,43\}\not\subseteq B$.

تذکر: مجموعه‌های A، B و C، جدا از هم هستند، بنابراین $A-B=A-C=A$ است و $C-A=C$ می‌باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحهٔ ۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۹-

$$A \cup C \subseteq B \xrightarrow{C \subseteq A \cup C} C \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq C' \qquad (۱)$$

$$A \cup B \subseteq C' \xrightarrow{B \subseteq A \cup B} B \subseteq C' \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow B \cup B' \subseteq C' \Rightarrow U \subseteq C' \xrightarrow{C' \subseteq U} C' = U \Rightarrow C = \varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

گزارهٔ «الف» همواره درست است، زیرا داریم:

$$A-B=\varnothing \Rightarrow A\subseteq B \Rightarrow A\times C\subseteq B\times C$$

گزارهٔ «ب» لزوماً درست نیست. به عنوان مثال نقض، اگر $A=\varnothing$ و $B=\{1\}$ باشد، آنگاه $A\times B=B\times A$ است ولی $A\neq B$ می‌باشد.

گزارهٔ «پ» همواره درست است، زیرا داریم:

$$\begin{aligned}
&(x,y)\in[(A\times B)\cap(B\times A)]\\
&\Leftrightarrow[(x,y)\in(A\times B)]\wedge[(x,y)\in(B\times A)]\\
&\Leftrightarrow[(x\in A)\wedge(y\in B)]\wedge[(x\in B)\wedge(y\in A)]\\
&\Leftrightarrow[(x\in A)\wedge(x\in B)]\wedge[(y\in A)\wedge(y\in B)]\\
&\Leftrightarrow[x\in(A\cap B)]\wedge[y\in(A\cap B)]\\
&\Leftrightarrow(x,y)\in(A\cap B)\times(A\cap B)\\
&\Leftrightarrow(x,y)\in(A\cap B)^{2}
\end{aligned}$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۵۱ (هومن نورائی)

فضای نمونه‌ای این آزمایش، شامل تمام حالت‌های قرار گرفتن ۶ نفر در یک ردیف است، بنابراین $n(S) = ۶!$ می‌باشد.

اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه تعداد اعضای پیشامد A مطابق شکل زیر برابر است با:

$$n(A) = ۲ \times ۴!$$

$$\bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc$$
$$۲ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۱$$

در واقع برای ابتدای ردیف، یکی از دو برادر را انتخاب می‌کنیم و برادر دیگر در انتهای ردیف قرار می‌گیرد و ۴ نفر باقی‌مانده در ردیف‌های دوم تا پنجم به $۴!$ حالت می‌توانند قرار بگیرند. بنابراین احتمال پیشامد A برابر است با:

$$P(A) = \frac{۲ \times ۴!}{۶!} = \frac{۲ \times ۴!}{۶ \times ۵ \times ۴!} = \frac{۱}{۱۵}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: مشابه تمرین ۸ صفحهٔ ۱۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۲- اگر پیشامدهای همراه داشتن کارت اعتباری نوع A و نوع B را به‌ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه پیشامد همراه داشتن فقط یکی از دو نوع کارت به‌صورت $(A-B)\cup(B-A)$ است. با توجه به این که دو پیشامد $(A-B)$ و $(B-A)$ ناسازگارند، داریم:

$$P[(A-B)\cup(B-A)]=P(A-B)+P(B-A)$$
$$=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$$
$$P[(A-B)\cup(B-A)]=0/26$$
$$\Rightarrow 0/42+0/54-2P(A\cap B)=0/26$$
$$\Rightarrow 2P(A\cap B)=0/7\Rightarrow P(A\cap B)=0/35$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۱۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

حالت‌هایی که مجموع اعداد رو شدهٔ دو تاس، کوچک‌تر از ۴ باشد، شامل $(1,1)$، $(1,2)$ و $(2,1)$ است. احتمال وقوع این پیشامد برابر است با:

$$P(\{(1,1),(1,2),(2,1)\})$$
$$=P(\{(1,1)\})+P(\{(1,2)\})+P(\{(2,1)\})$$
$$=P(1)\times P(1)+P(1)\times P(2)+P(2)\times P(1)$$
$$=\frac{1}{12}\times\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\times\frac{3}{12}+\frac{3}{12}\times\frac{1}{12}=\frac{7}{144}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۶۷ تا ۷۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

اگر پیشامد خارج شدن حداقل یک مهرهٔ سیاه را A بنامیم، آنگاه می‌توان به یکی از دو روش زیر، $P(A)$ را محاسبه کرد:

روش اول:

$$P(A)=\underbrace{\frac{۴}{۱۰}}_{\text{اولی سیاه}}\times\underbrace{\frac{۴}{۱۰}}_{\text{دومی سیاه}}+\underbrace{\frac{۴}{۱۰}}_{\text{اولی سیاه}}\times\underbrace{\frac{۶}{۱۰}}_{\text{دومی سبز}}+\underbrace{\frac{۶}{۱۰}}_{\text{اولی سبز}}\times\underbrace{\frac{۴}{۱۰}}_{\text{دومی سیاه}}$$

$$=۰/۱۶+۰/۲۴+۰/۲۴=۰/۶۴$$

روش دوم: متمم پیشامد A آن است که هر دو مهرهٔ خارج شده از کیسه، سبز باشند. در این صورت داریم:

$$P(A')=\underbrace{\frac{۶}{۱۰}}_{\text{اولی سبز}}\times\underbrace{\frac{۶}{۱۰}}_{\text{دومی سبز}}=۰/۳۶\Rightarrow P(A)=۱-۰/۳۶=۰/۶۴$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۵- (علیرضا شریف‌خطیبی)

فرض کنید پیشامدهای A و B به‌ترتیب به‌صورت «بازیکن اول بلندتر از بازیکن دوم باشد.» و «بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد.» تعریف شوند. در این‌صورت داریم:

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}=\frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۴}$$

تذکر: $P(A)=\frac{۱}{۲}$ است، چون بین دو بازیکن اول و دوم، احتمال بلندقدتر بودن یک بازیکن برابر دیگری است. همچنین پیشامد B، زیرمجموعهٔ پیشامد A است، بنابراین $A\cap B=B$ است.

(آمار و احتمال- احتمال: مشابه مثال صفحهٔ ۵۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۶-

اگر پیشامد A را مشکی بودن روی مشاهده شدهٔ کارت و پیشامدهای B، C و D را به‌ترتیب انتخاب کارت دو رو سفید، انتخاب کارت دو رو مشکی و انتخاب کارت یک رو مشکی و یک رو سفید در نظر بگیریم، آنگاه طبق قانون احتمال کل و قانون بیز داریم:

$$P(A)=P(B)P(A|B)+P(C)P(A|C)+P(D)P(A|D)$$

$$=\frac{۳}{۱۱}\times ۰+\frac{۴}{۱۱}\times ۱+\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۳}{۲}$$

$$P(C|A)=\frac{P(C)P(A|C)}{P(A)}=\frac{\frac{۴}{۱۱}\times ۱}{\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۳}{۲}}=\frac{۲}{۳}$$

(آمار و احتمال- احتمال: مشابه مثال صفحهٔ ۶۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

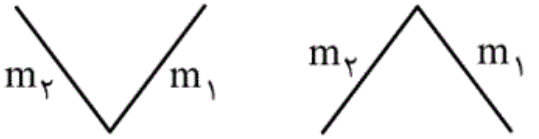
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۷

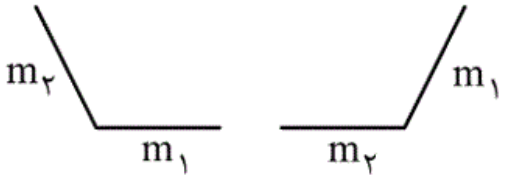
$$f(x)=\begin{cases}(a+1)x & ; \quad x\geq 0 \quad \Rightarrow \quad m_1=a+1\\ (a-1)x & ; \quad x<0 \quad \Rightarrow \quad m_2=a-1\end{cases}$$

با توجه به ضابطهٔ به‌دست آمده در حالت‌های مختلف شیب‌ها، شکل‌های زیر به‌دست می‌آید.

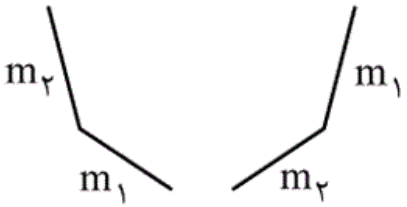
$m_1.m_2<0$:



$m_1.m_2=0$:



$m_1.m_2>0$:



با توجه به شکل‌های رسم شده، تابع زمانی یک‌به‌یک است که

$m_1\,m_2>0$، پس: $(a+1)(a-1)>0 \Rightarrow a>1$ یا $a<-1$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- (کتاب آبی ریاضی پایه - سؤال ۸۳۱)

$$-۲ \le x \le ۳ \xrightarrow{\times(-۲)} -۶ \le -۲x \le ۴$$

$$\xrightarrow{+۲} -۴ \le -۲x+۲ \le ۶ \Rightarrow -۴ \le g(x) \le ۶$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع } g = [-۴,۶]$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱ ✓۲ ۳ ۴

۱۲۶- (کتاب آبی ریاضی پایه - سؤال ۹۲۷)

اگر $x^۲ + x < ۰$ باشد، $-۱ < x < ۰$ خواهدبود، بنابراین:

$$-۱ < x < ۰ \Rightarrow [x] = -۱$$

$$-۱ < x < ۰ \Rightarrow ۰ < x^۲ < ۱ \Rightarrow [x^۲] = ۰$$

$$-۱ < x < ۰ \Rightarrow -۱ < x^۳ < ۰ \Rightarrow [x^۳] = -۱$$

$$-۱ < x < ۰ \Rightarrow ۰ < x^۴ < ۱ \Rightarrow [x^۴] = ۰$$

$$\Rightarrow [x]+[x^۲]+[x^۳]+[x^۴] = -۱+۰-۱+۰ = -۲$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۳)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۴- (کتاب آبی ریاضی پایه - سؤال ۳۰۸)

$$\frac{۱}{-\sqrt[۵]{۲\sqrt[۳]{۲^۲}}}=\frac{-۱}{\sqrt[۵]{\sqrt[۳]{۲^۳\times ۲^۲}}}=\frac{-۱}{\sqrt[۵]{\sqrt[۳]{۲^۵}}}=\frac{-۱}{\sqrt[۱۵]{۲^۵}}=\frac{-۱}{\sqrt[۳]{۲}}$$

اگر عدد مطلوب را a فرض کنیم، داریم:

$$\frac{-۱}{\sqrt[۳]{۲}}\times a=-۲\Rightarrow a=۲\sqrt[۳]{۲}=\sqrt[۳]{۲^۳\times ۲}=\sqrt[۳]{۱۶}$$

پس باید کسر را در $\sqrt[۳]{۱۶}$ ضرب کنیم.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا وعبارت‌های جبری: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۲۸- (کتاب آبی ریاضی پایه - سؤال ۱۴۵۵)

از آن‌جایی‌که $۱+\tan^۲ x=\frac{۱}{\cos^۲ x}$، پس:

$$\frac{۱}{\cos^۲ x}-\tan^۲ x=۱$$

$$\Rightarrow \underbrace{(\frac{۱}{\cos x}-\tan x)}_{۲}(\frac{۱}{\cos x}+\tan x)=۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\cos x}+\tan x=۰/۵$$

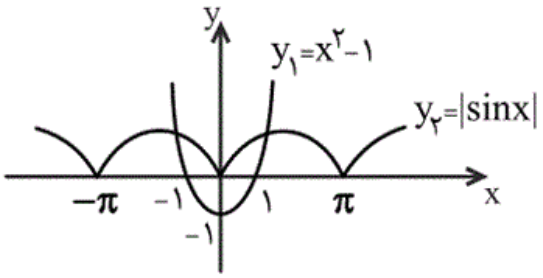
(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۹- (کتاب آبی ریاضی پایه - سؤال ۱۵۶۰)

تعداد ریشه‌های معادلهٔ $x^2-1=|\sin x|$، با تعداد نقاط تلاقی نمودارهای توابع $y=x^2-1$ و $y=|\sin x|$ برابر است. بنابراین کافی است نمودار این دو تابع را در یک دستگاه رسم کنیم.



با توجه به شکل، دیده می‌شود که دو نمودار یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند، پس معادله دو ریشه دارد که با توجه به شکل، قرینه‌اند.

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۰- (کتاب آبی ریاضی پایه - سؤال ۱۵۷۲)

فرض می‌کنیم: $A=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}$، بنابراین باید A را بیابیم:

$$A=\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}=\frac{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{-\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$A=-\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\xrightarrow{x=\frac{\pi}{12}}A=-\tan\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۳- (کتاب آبی ریاضی پایه - سؤال ۲۰۱)

$$\begin{cases} t_5 + t_6 = 2 \\ t_5 - t_7 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^4 + t_1 r^5 = 2 \\ t_1 r^4 - t_1 r^6 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 r^4 (1+r) = 2 \quad (*) \\ t_1 r^4 (1-r^2) = 1 \quad (**) \end{cases}$$

عبارت (**) را بر عبارت (*) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{t_1 r^4 (1-r^2)}{t_1 r^4 (1+r)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(1-r)(1+r)}{1+r} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{r \neq -1} 1 - r = \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

با قرار دادن $r = \frac{1}{2}$ در (*)، جملهٔ اول را می‌یابیم.

$$t_1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow t_1 \left(\frac{1}{16}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \Rightarrow t_1 = \frac{64}{3}$$

$$\Rightarrow t_7 = t_1 r^6 = \frac{64}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{3}$$

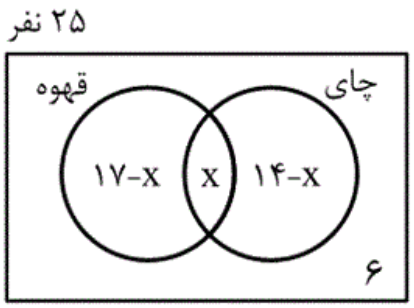
(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۱

اگر x تعداد نفراتی باشد که هم چای نوشیده‌اند و هم قهوه، با توجه به نمودار ون زیر، خواهیم داشت:



$$۲۵ = ۱۷ - x + x + ۱۴ - x + ۶ \Rightarrow ۲۵ = ۳۷ - x \Rightarrow x = ۱۲$$

$$\Rightarrow n \text{ (حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند)} = n(U) - n \text{ (هر دو نوع نوشیدنی را نوشیده‌اند)}$$

$$= ۲۵ - x = ۲۵ - ۱۲ = ۱۳$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۲- (کتاب آبی ریاضی پایه - سؤال ۱۷۵)

در حالت اول جملهٔ اول را a_1 و قدر نسبت را d در نظر می‌گیریم. مجموع ۱۰ جملهٔ اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{10} = 5(2a_1 + 9d)$$

در حالت دوم جملهٔ اول را $a_1 + 2$ و قدر نسبت را $d - k$ در نظر می‌گیریم. مجموع ۱۰ جملهٔ اول در این حالت برابر است با:

$$S'_{10} = 5(2(a_1 + 2) + 9(d - k)) = 5(2a_1 + 9d + 4 - 9k)$$

برای آن که $S_{10} = S'_{10}$ باشد، باید داشته باشیم:

$$4 - 9k = 0 \Rightarrow k = \frac{4}{9}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۱- (کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۵۶)

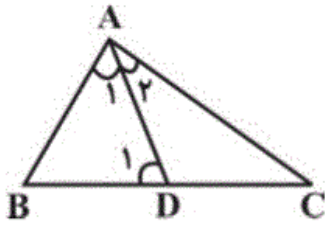
به دلیل عمودمنصف بودن قطرهای مربع و لوزی، این دو چهار ضلعی با داشتن طول قطرها به‌صورت منحصر به فرد قابل رسم هستند. در مستطیل نیز با داشتن طول یک ضلع و طول قطر، طول ضلع دیگر از قضیهٔ فیثاغورس، قابل محاسبه است و در نتیجه مستطیل به‌صورت منحصر به فرد رسم می‌شود.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۲- (سراسری ریاضی - ۸۰)



چون AD نیمساز است، پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$، از طرفی چون $\hat{D}_1$ زاویهٔ خارجی مثلث ADC است، داریم: $\hat{D}_1 = \hat{A}_2 + \hat{C} \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_1$

در مثلث ABD می‌دانیم ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر، در نتیجه: $\overset{\Delta}{ABD} : \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \Rightarrow AB > BD$

گزینه‌های دیگر بسته به شرایط، می‌توانند درست یا نادرست باشند و به عنوان یک قضیهٔ کلی قابل بیان نیستند.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۴۳- (سراسری تجربی - ۹۰)

در دو مثلث متشابه، اضلاع دو به دو متناسب‌اند. با توجه به اینکه دو مثلث قابل انطباق نیستند، ضلع با اندازهٔ ۳ در مثلث اولی با ضلع به اندازهٔ ۳ در مثلث دوم متناسب نیست. در نتیجه دو حالت داریم:

$$\begin{cases} \frac{۳}{۴} = \frac{a}{۳} = \frac{b}{۵} \Rightarrow a = \frac{۹}{۴}, b = \frac{۱۵}{۴} \Rightarrow \text{محیط} = ۳ + \frac{۹}{۴} + \frac{۱۵}{۴} = ۹ \\ \frac{۳}{۵} = \frac{a}{۳} = \frac{b}{۴} \Rightarrow a = \frac{۹}{۵}, b = \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow \text{محیط} = ۳ + \frac{۹}{۵} + \frac{۱۲}{۵} = \frac{۳۶}{۵} \end{cases}$$

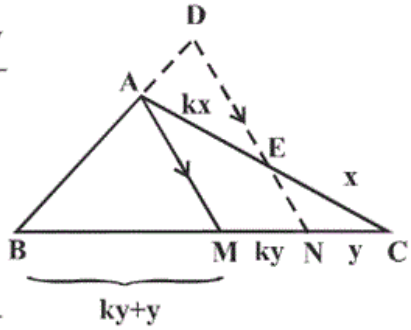
بنابراین بیشترین محیط برابر ۹ است. دقت کنید که در هر حالت جای a و b می‌تواند عوض شود که تأثیری در محیط مثلث ندارد.

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۹)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۴- فرض کنیم نقطهٔ E، ضلع AC را به نسبت k تقسیم کرده باشد، یعنی $EC = x$ و $AE = kx$. از آن‌جا که طبق فرض $EN \parallel AM$، بنا به قضیهٔ تالس N نیز MC را به نسبت k تقسیم کرده است، یعنی اگر $NC = y$، آنگاه $MN = ky$ و از آن‌جا که طبق فرض، M وسط BC است، پس $BM = CM = ky + y$ است.



$$AM \parallel DN \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MN} = \frac{(k+1)y}{ky}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{k}{k+1} AB \qquad (1)$$

$$EN \parallel AM \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} = \frac{ky}{(k+1)y}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{k}{k+1} AC \qquad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{\frac{k}{k+1} AB}{\frac{k}{k+1} AC} = \frac{AB}{AC} \underset{\text{طبق فرض}}{=\!=} \frac{2}{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۵

$$MN \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AQ}{AP} = \frac{MQ}{BP} \\ \frac{AQ}{AP} = \frac{QN}{PC} \end{cases} \Rightarrow \frac{MQ}{BP} = \frac{QN}{PC} \Rightarrow \frac{PC}{BP} = \frac{QN}{MQ}$$

$$\Rightarrow \frac{QN}{MQ} = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} = \frac{QN}{MQ} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} = \frac{۱}{۲} \qquad (۱)$$

$$MQ \parallel BP \Rightarrow \triangle AMQ \sim \triangle ABP$$

$$k = \frac{AM}{AB} \xrightarrow{\frac{AM}{MB} = \frac{۲}{۳}} k = \frac{۲}{۵}$$

$$\frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP}} = k^۲ \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP}} = \frac{۴}{۲۵} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}}$$

$$\frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP} - S_{\triangle AMQ}} = \frac{۴}{۲۵-۴} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{MQPB}} = \frac{۴}{۲۱} \qquad (۲)$$

از ضرب طرفین رابطهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} \times \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{MQPB}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۲۱} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AQN}}{S_{MQPB}} = \frac{۲}{۲۱}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۶- (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۳)

از برخورد نیمسازهای داخلی زوایای یک مستطیل بـه اضـلاع a و b، مربعـی بـه مساحت $\frac{۱}{۲}(a-b)^۲$ پدید می‌آید.

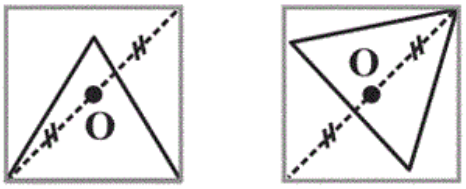
با توجه به نکتهٔ فوق و فرض مسئله، مساحت مربع حاصل برابر است با:

$$S=\frac{۱}{۲}(۱۱-۵)^۲=\frac{۳۶}{۲}=۱۸$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

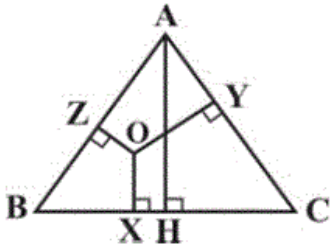
۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۴۷- (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷)



با کمی بررسی، متوجه می‌شویم که مثلث متساوی‌الاضلاع هر طور که رسم شود، مرکز مربع همواره داخل مثلث می‌افتد.

در نتیجه باید مجموع فواصل یک نقطهٔ دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضـلاع به ضلع $\sqrt{۳}$ را از اضلاع آن به‌دست آوریم.



۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۸- (کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۵۰۸)

$$i+b=۸\Rightarrow i=۸-b$$

$$S=\frac{b}{۲}+i-۱\Rightarrow S=\frac{b}{۲}+۸-b-۱=۷-\frac{b}{۲}$$

بدیهی است زمانی S بیش‌ترین است که b کم‌ترین مقدار را داشته باشد.

چون کم‌ترین مقدار b برابر ۳ می‌باشد، پس:

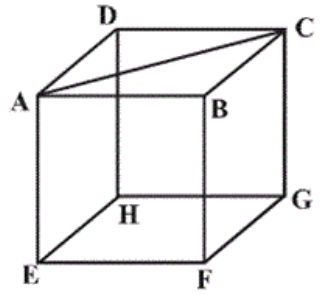
$$S=۷-\frac{۳}{۲}=۵/۵$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۹- (کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۵۳۷)

مطابق شکل زیر، قطر AC با یال‌های BF، DH، GH، EF، FG و EH متنافر است.

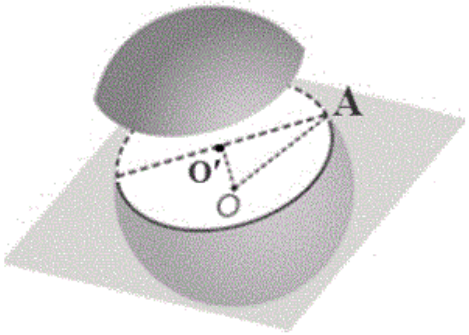


(هندسه ۱- تجسم فضایی: مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۸۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۰ (کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۶۲۴)



سطح مقطع ایجاد شده از تقاطع صفحهٔ P با کره، یک دایره به شعاع AO' است. حال برای به‌دست آوردن شعاع سطح مقطع حاصل با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOO' داریم:

$$AO^2 = OO'^2 + AO'^2$$

$$\xrightarrow[OO'=2\sqrt{6}]{AO=6\sqrt{2}} (6\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{6})^2 + AO'^2$$

$$\Rightarrow 72 = 24 + AO'^2 \Rightarrow AO'^2 = 48$$

حال مساحت سطح مقطع موردنظر برابر است با:

$$\text{مساحت سطح مقطع} = \pi(AO')^2 = \pi \times 48 = 48\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی: مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۹۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۰۱ (سعید مدیرخراسانی)

با توجه به بازهٔ اشتراک، واضح است که $n+1$ باید برابر ۲ باشد؛ در نتیجه داریم: $n = 1$.

برای m نیز داریم:

$$\begin{cases} -1 - m = -1 \Rightarrow m = 0 \Rightarrow [2,2] \cap [-1,3] \neq [-1,2] \text{ غ.ق.ق} \\ 2 - m = -1 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow [-1,2] \cap [-4,3] = [-1,2] \text{ ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + n = 4$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۷)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- (سعید خانجانی)

اگر شکل‌ها را به‌صورت مربع کامل $(n+۱)(n+۱)$ در نظر بگیریم، در هر شکل، $(n+۱)^۲$ مربع وجود دارد که $n+۱$ مربع سیاه و بقیهٔ سفید هستند؛ در نتیجه:

$$\text{تعداد مربع‌های سفید در هر شکل } n \text{ ام} = (n+۱)^۲ - (n+۱)$$

$$= n^۲ + ۲n + ۱ - n - ۱ = n^۲ + n$$

که این عبارت تعداد کل مربع‌های سفید در شکل n ام را نشان می‌دهد اما تعداد مطلوب مربع‌های سفید در این مسئله، نصف این تعداد است، یعنی: $\frac{n^۲+n}{۲}$. در نتیجه در شکل دهم تعداد مربع‌های سفید برابر است با:

$$\frac{۱۰^۲ + ۱۰}{۲} = ۵۵$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- (سیدعادل حسینی)

دنبالهٔ زاویه‌ها : $a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, a_1+4d$

مجموع زوایا $= 5a_1+10d = 540^\circ \Rightarrow a_1+2d = 108^\circ$

$$\frac{\text{بزرگ‌ترین زاویه}}{\text{کوچک‌ترین زاویه}} = \frac{a_1+4d}{a_1} = 7 \Rightarrow 3a_1 = 2d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{کوچک‌ترین زاویه} = a_1 = 27^\circ \\ \text{قدر نسبت} = d = 40/5^\circ \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۴- (سیدعادل حسینی)

راه حل اول:

دنبالهٔ صعودی $t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} t_8 = t_1 r^7 = 8 = 2^3 \\ t_{10} t_{18} = t_1^2 r^{26} = 2^{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 2 \\ t_1 = 2^{-4} \end{cases}$

$$\Rightarrow t_n = 2^{n-5} \Rightarrow t_{32} = 2^{27}$$

راه‌حل دوم: در یک دنبالهٔ هندسی اگر برای اعداد طبیعی m، n، p و q داشته باشیم: $m+n=p+q$، رابطهٔ $t_m t_n = t_p t_q$ برقرار است. در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow t_{10} t_{18} = t_8 t_{20} \Rightarrow t_{20} = 2^{15}$$

از طرفی $t_{20}^2 = t_8 t_{32}$؛ بنابراین: $t_{32} = \frac{2^{30}}{2^3} = 2^{27}$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵- (یاسین سپهر)

$$a_1 + a_2 + ... + a_{10} = 15$$

$$a_n + a_{n-1} + ... + a_{n-9} = 1065$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + ... + a_{10} + a_{n-9} = 1080$$

از طرفی در هر دنبالهٔ حسابی داریم:

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = ... = a_{10} + a_{n-9}$$

$$\Rightarrow 10(a_1 + a_n) = 1080 \Rightarrow a_1 + a_n = 108$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = 2430 \Rightarrow \frac{n}{2}(108) = 2430 \Rightarrow n = 45$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\Rightarrow S'_n = \frac{1}{a_1}\left(\frac{1-\left(\frac{1}{q}\right)^n}{1-\left(\frac{1}{q}\right)}\right) \Rightarrow \frac{S'_8}{S'_4} = \frac{\left(\frac{1}{a_1}\right)\frac{\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^8\right)}{1-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{a_1}\frac{\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^4\right)}{1-\frac{1}{2}}}$$

$$= 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 1 + \frac{1}{16} = \frac{17}{16}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- (یاسین سپهر)

$$\sqrt[۴]{۸۱}=۳\Rightarrow x=\sqrt{۸\sqrt[۳]{۲۷}}=\sqrt{۲۴}\Rightarrow x^{۲}=۲۴$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۸- (جهانبخش نیکنام)

$$\begin{cases}۳\sqrt{x+۲}+\sqrt{۹x-۴}=\sqrt{۹x+۱۸}+\sqrt{۹x-۴}=۵\\ \sqrt{۹x+۱۸}-۳\sqrt{x-\frac{۴}{۹}}=\sqrt{۹x+۱۸}-\sqrt{۹x-۴}=A\end{cases}$$

با ضرب طرفین تساوی‌های فوق داریم:

$$\left(\sqrt{۹x+۱۸}+\sqrt{۹x-۴}\right)\left(\sqrt{۹x+۱۸}-\sqrt{۹x-۴}\right)=۵A$$

$$\Rightarrow\left(۹x+۱۸\right)-\left(۹x-۴\right)=۵A\Rightarrow ۲۲=۵A\Rightarrow A=\frac{۲۲}{۵}=۴/۴$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۹- (سعید مدیرخراسانی)

$m-۱=-۱\Rightarrow m=۰\Rightarrow f=\{(-۱,-۱),(-۳,-۳)\}$ تابع است.

$۲m-۳=m-۱\Rightarrow m=۲\Rightarrow f=\{(۱,-۱),(-۱,۱)\}$ تابع است.

$۲m-۳=-۱\Rightarrow m=۱\Rightarrow(-۱,۰),(-۱,-۲)\in f$ تابع نیست.

بنابراین، m نمی‌تواند مقدار ۱ را بپذیرد.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

برای اینکه مثلث ایجاد شود، باید $k > ۰$ باشد؛ بنابراین با توجه به شکل داریم:

$$\Rightarrow S = \frac{۱}{۲}|MN||OH| \Rightarrow S(k) = \frac{۳}{۸}k^۲; k > ۰$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

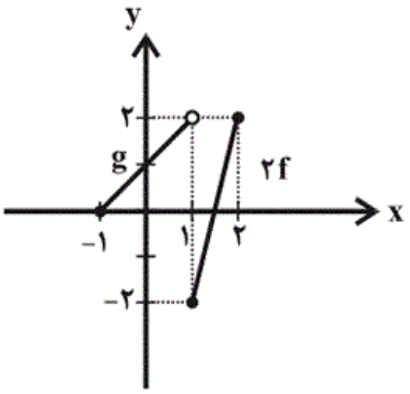
۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۱- (جهانبخش نیکنام)

$$D_h = D_f \cap D_g = [-۱,۲]$$

$$h(x) = \begin{cases} ۲f(x) & ;۱ \le x \le ۲ \\ g(x)+۱+m & ;-۱ \le x < ۱ \end{cases}$$

ابتدا نمودار $y = \begin{cases} ۲f(x) & ;۱ \le x \le ۲ \\ g(x) & ;-۱ \le x < ۱ \end{cases}$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل، برای این که تابع h یک‌به‌یک شود، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} ۱+m > ۲ \Rightarrow m > ۱ \\ \text{یا} \\ ۱+m \le -۴ \Rightarrow m \le -۵ \end{cases} \Rightarrow m \in (-\infty,-۵] \cup (۱,+\infty)$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f(x)=۲+\frac{۵}{x-۳}\Rightarrow\begin{cases}D_f=\mathbb{R}-\{۳\}\\R_f=\mathbb{R}-\{۲\}\end{cases}$$

$$g(x)=\sqrt{۹-x^۲}\Rightarrow\begin{cases}D_g=[-۳,۳]\\R_g=[۰,۳]\end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{gof(x)}=\{x\in D_f\mid f(x)\in D_g\}$$

$$=\left\{x\neq ۳\mid -۳\leq ۲+\frac{۵}{x-۳}\leq ۳\right\}$$

حل نامعادلهٔ فوق: $-۳\leq ۲+\frac{۵}{x-۳}\leq ۳\Rightarrow -۵\leq \frac{۵}{x-۳}\leq ۱$

$$\Rightarrow -۱\leq \frac{۱}{x-۳}\leq \frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-۳<۰:-۱\leq \frac{۱}{x-۳}<۰\Rightarrow x-۳\leq -۱\Rightarrow x\leq ۲\\x-۳>۰:۰<\frac{۱}{x-۳}\leq \frac{۱}{۵}\Rightarrow x-۳\geq ۵\Rightarrow x\geq ۸\end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{gof}=\{x\mid x\neq ۳, x\leq ۲ \text{ یا } x\geq ۸\}=\mathbb{R}-(۲,۸)$$

بنابراین اعداد صحیح ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ نمی‌توانند جزء دامنهٔ $(gof)(x)$ باشند.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- (امیرهوشنگ خمسه)

$$f^{-1}\big(g(3a)\big)=3 \Rightarrow f(3)=g(3a) \Rightarrow 6=3a+\sqrt{3a}$$

$$\Rightarrow 6-3a=\sqrt{3a} \xrightarrow[\text{به توان ۲}]{6-3a\geq 0} 36+9a^2-36a=3a$$

$$\Rightarrow 3a^2-13a+12=0 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \quad (\text{غ.ق.ق}, \ 0\leq a\leq 2) \\ a=\frac{4}{3} \end{cases}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۴- (کاظم اجلالی)

ابتدا توجه کنید که:

$$y=\sqrt[3]{4-x^3} \Rightarrow y^3=4-x^3 \Rightarrow x^3=4-y^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{4-y^3}$$

بنابراین $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{4-x^3}$ و در نتیجه $f^{-1}(x)=f(x)$، بنابراین نمودار توابع f و f^{-1} بر هم منطبق هستند. در نتیجه مجموعهٔ طول نقاط مشترک این نمودارها نامتناهی است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۵- (فرنود فارسیجانی)

یک دور کامل در دایره، ۶۰ دقیقه است. بنابراین عقربهٔ دقیقه‌شمار $\frac{۲}{۳}$ دایره را طی کرده است. دایرهٔ کامل ۲π رادیان است. بنابراین داریم:

$$\text{زاویهٔ دوران عقربه بر حسب رادیان} = \frac{۲}{۳} \times ۲\pi = \frac{۴\pi}{۳} \text{rad}$$

$$\Rightarrow \text{(شعاع دایره یا همان طول عقربهٔ دقیقه شمار)} \quad r = \frac{\text{L(طول کمان)}}{\theta\text{(برحسب رادیان)}}$$

$$= \frac{۶۰}{\frac{۴\pi}{۳}} = \frac{۴۵}{\pi} \text{ (سانتی‌متر)}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۶- (سیدعادل حسینی)

$$d_۱ : y = \frac{۱}{\sqrt{۳}}x - \frac{۱}{\sqrt{۳}} \Rightarrow \tan\theta_۱ = m_۱ = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \Rightarrow \theta_۱ = ۳۰^\circ$$

$$d_۲ : y = \sqrt{۳}x + ۱ \Rightarrow \tan\theta_۲ = m_۲ = \sqrt{۳} \Rightarrow \theta_۲ = ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow |\theta_۲ - \theta_۱| = ۳۰^\circ$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۷- (علی شهرابی)

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}(AB)(AC)\sin\alpha \Rightarrow ۳=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۵\times \sin\alpha$$

$$\Rightarrow \sin\alpha=\frac{۳}{۵}$$

$$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱\Rightarrow \cos^۲\alpha=\frac{۱۶}{۲۵}\xrightarrow{۰<\alpha<۹۰}\cos\alpha=\frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow \sin\hat{A}'=\sin(\alpha+۴۵^\circ)=\sin\alpha\cos۴۵^\circ+\sin۴۵^\circ\cos\alpha$$

$$=\frac{۳}{۵}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۴}{۵}=\frac{۷}{۵}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$

$$\Rightarrow S_{A'B'C'}=\frac{۱}{۲}(A'B')(A'C')\sin\hat{A}'=\frac{۱}{۲}\times ۲\sqrt{۲}\times ۵\times\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}=۷$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۸- (علی شهرابی)

$$\sin۵^\circ\cos۱۰^\circ\cos۱۵^\circ+\cos۵^\circ\sin۱۰^\circ\cos۱۵^\circ$$

$$=\cos۱۵^\circ(\sin۵^\circ\cos۱۰^\circ+\cos۵^\circ\sin۱۰^\circ)=\cos۱۵^\circ\sin(۵^\circ+۱۰^\circ)$$

$$=\sin۱۵^\circ\cos۱۵^\circ=\frac{۱}{۲}\sin(۲\times۱۵^\circ)=\frac{۱}{۲}\sin۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۹- (جهانبخش نیکنام)

$$A=\left(1+\cos\frac{\pi}{8}\right)\left(1+\cos\frac{7\pi}{8}\right)\left(1+\cos\frac{3\pi}{8}\right)\left(1+\cos\frac{5\pi}{8}\right)$$

$$=\left(1+\cos\frac{\pi}{8}\right)\left(1-\cos\frac{\pi}{8}\right)\left(1+\cos\frac{3\pi}{8}\right)\left(1-\cos\frac{3\pi}{8}\right)$$

$$=\left(1-\cos^2\frac{\pi}{8}\right)\left(1-\cos^2\frac{3\pi}{8}\right)=\sin^2\frac{\pi}{8}\sin^2\frac{3\pi}{8}$$

$$=\left(\sin\frac{\pi}{8}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\right)^2=\left(\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}\right)^2$$

$$=\left(\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{4}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{8}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۰- (محمد قیدی)

$$\sqrt{1-\sin 100^\circ}=\sqrt{1-\cos 10^\circ}=\sqrt{2\sin^2 5^\circ}=\sqrt{2}\sin 5^\circ$$

$$\sqrt{1+\sin 100^\circ}=\sqrt{1+\cos 10^\circ}=\sqrt{2\cos^2 5^\circ}=\sqrt{2}\cos 5^\circ$$

$$\Rightarrow T=\sqrt{2}\sin 5^\circ+\sqrt{2}\cos 5^\circ=2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5^\circ+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5^\circ\right)$$

$$=2\sin\left(5^\circ+45^\circ\right)=2\sin 50^\circ=2\cos 40^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا