



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی 2، هندسه تحلیلی - 7 سوال -

۹۱- دو ضلع مجاور یک مربع روی دو خط به معادلات $mx + 2y = 3$ و $x + (m+1)y = 1$ قرار دارند. کدام m است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

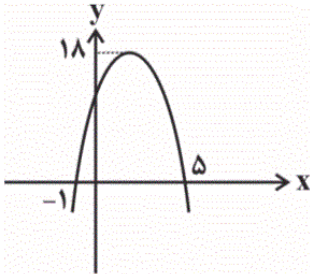
۹۲- دایره‌ای به مرکز $(-1, 2)$ و به مساحت 9π بر خط $4y - 3x = k$ مماس است. مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) -۴ (۴) ۴

۹۳- مجموع ریشه‌های معادله $x^2 + 2x = (x-1)^4 + 7$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۹۴- اگر شکل داده شده نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = -3a + \frac{b}{2} - c$ کدام است؟



- (۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) -۲

۹۵- معادله $\frac{x^2 + ax + 4}{x^2 - 2x - 3} = 0$ فقط یک ریشه دارد. چند مقدار برای a ممکن است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۶- به ازای چند مقدار a ، $x = -1$ جواب معادله $\sqrt{x^2 + ax + 17} = ax - 2$ است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{10}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{6}$

ریاضی 2، **ترسیم های هندسی** - 3 سوال -

۱۰۵- عکس کدام قضیه شرطی زیر یک قضیه شرطی درست است؟

(۱) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آن‌گاه هم‌مساحت هستند.

(۲) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آن‌گاه دو زاویه برابر دارد.

(۳) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه قطرهای آن منصف یکدیگرند.

(۴) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آن‌گاه قطرهاش عمودمنصف یکدیگرند.

۱۰۶- اندازه دو قاعده یک دوزنقه ۸ و ۱۲ واحد و ارتفاع دوزنقه ۱۵ واحد است. فاصله محل تلاقی قطرهای آن از قاعده بزرگ دوزنقه کدام است؟

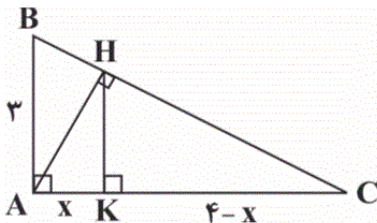
(۴) ۱۰

(۳) ۶

(۲) ۱۲

(۱) ۹

۱۰۷- در شکل روبه‌رو، اندازه x کدام است؟



(۱) $2/88$

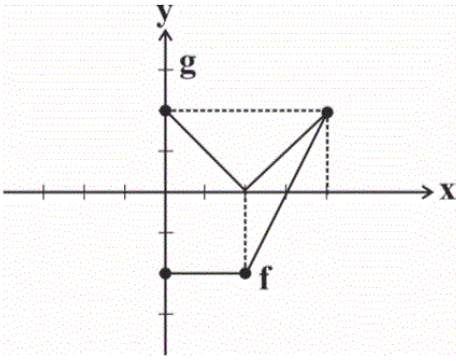
(۲) $1/44$

(۳) $1/2$

(۴) $1/4$

ریاضی 2، **آشنایی با برخی از انواع توابع** - 6 سوال -

۱۰۴- با توجه به نمودار دو تابع f و g ، ضابطه تابع $y = (f + g)(x)$ کدام است؟



$$y = \begin{cases} -x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 3x - 8, & 2 < x \leq 4 \end{cases} \quad (1)$$

$$y = \begin{cases} x - 4, & 0 \leq x \leq 2 \\ 3x - 8, & 2 < x \leq 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$y = \begin{cases} -x, & 0 \leq x \leq 2 \\ x - 6, & 2 < x \leq 4 \end{cases} \quad (3)$$

$$y = \begin{cases} x - 4, & 0 \leq x \leq 2 \\ x - 6, & 2 < x \leq 4 \end{cases} \quad (4)$$

۹۸- برد تابع $f(x) = \frac{[x]}{\sqrt{x-x^2}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است).

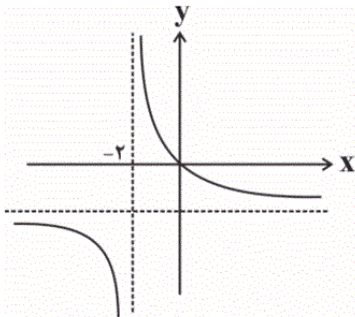
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۹۹- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{bx-2}$ به صورت زیر باشد، $f(1)$ کدام است؟



-۱ (۱)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۴)

۱۰۰- در کدام گزینه، توابع f و g مساوی نیستند؟

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1} \\ g(x) = \sqrt{1-x} \times \sqrt{x-1} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt[2]{x^2}} \\ g(x) = \frac{x}{|x|} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x^2} \\ g(x) = \frac{x^2}{x^3} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-1} \end{cases} \quad (4)$$

۱۰۱- اگر $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ باشد، مقدار $f^{-1}(3)$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۰۲- ضابطه تابع وارون $f(x) = \frac{3x+2}{4}$ کدام است؟

(۲) $f^{-1}(x) = \frac{3}{4}x - 2$

(۱) $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{2}$

(۴) $f^{-1}(x) = \frac{4x-2}{3}$

(۳) $f^{-1}(x) = 2x + \frac{3}{2}$

ریاضی 2، واحد های اندازه گیری زاویه - 3 سوال -

۱۰۸- انتهای کمان های ۳ و $\frac{4}{5}$ رادیان به ترتیب در کدام نواحی قرار دارند؟

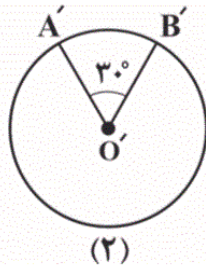
(۲) دوم - سوم

(۱) دوم - دوم

(۴) سوم - چهارم

(۳) سوم - سوم

۱۰۹- مطابق شکل، اگر مساحت دایره (۲) سه برابر مساحت دایره (۱) باشد، حاصل $\frac{\widehat{A'B'}}{\widehat{AB}}$ کدام است؟



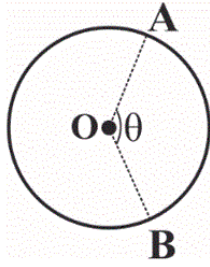
(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $3\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۱۰- در شکل زیر، اگر شعاع دایره ۴cm و طول کمان AB برابر ۱۲cm باشد، θ چند درجه است؟



(۱) $\frac{180^\circ}{\pi}$

(۲) $\frac{540^\circ}{\pi}$

(۳) $\frac{360^\circ}{\pi}$

(۴) $\frac{720^\circ}{\pi}$

ریاضی 2، وارون یک تابع و تابع یک به یک - 1 سوال -

۱۰۳- اگر $f = \{(1, 5), (2, 0), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(-1, 4), (2, 1), (0, 3)\}$ باشند، حاصل ضرب اعضای برد تابع $\frac{2f}{g^{-1}}$ کدام است؟

(۴) ۳۶

(۳) صفر

(۲) -۶۰

(۱) -۷

(میثم ممزه‌لویی)

دو ضلع مجاور یک مربع بر هم عمودند، بنابراین باید شیب خط‌ها قرینه و معکوس یکدیگر باشند:

$$\begin{cases} mx + 2y = 3 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{m}{2} \\ x + (m+1)y = 1 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{1}{m+1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{m}{2} = -\frac{1}{-\frac{1}{m+1}} \Rightarrow -\frac{m}{2} = m+1$$

$$\Rightarrow -m = 2m + 2 \Rightarrow 3m = -2 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

(مهری ملا، مضافی)

مساحت دایره برابر 9π است. پس: $\pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3$

بنابراین شعاع دایره برابر ۳ است. چون خط $4y - 3x = k$ بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز دایره از خط برابر شعاع دایره یعنی برابر ۳ است:

$$4y - 3x - k = 0 \Rightarrow r = \frac{|4 \times (2) - 3 \times (-1) - k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$$

مرکز: $(-1, 2)$

$$\Rightarrow 3 = \frac{|11 - k|}{5} \Rightarrow |11 - k| = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11 - k = 15 \Rightarrow k = -4 \\ 11 - k = -15 \Rightarrow k = 26 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها $k = -4$ است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$t^2 = t + 6 \Rightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow (t - 3)(t + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow (x - 1)^2 = 3 \Rightarrow x - 1 = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3} \\ t = -2 \Rightarrow (x - 1)^2 = -2 \text{ جواب ندارد.} \end{cases}$$

پس ریشه‌های معادله $x_1 = 1 - \sqrt{3}$ و $x_2 = 1 + \sqrt{3}$ هستند. در نتیجه:

$$\text{مجموع مربعات ریشه‌ها} = (1 - \sqrt{3})^2 + (1 + \sqrt{3})^2$$

$$= 1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 3 + 2\sqrt{3} = 8$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به صفرهای تابع $f(x)$ ، ضابطه تابع به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f(x) = k(x+1)(x-5)$$

چون طول رأس سهمی وسط دو ریشه است، در نتیجه $x_s = 2$ است.

حال نقطه $(2, 18)$ را در ضابطه تابع قرار می‌دهیم:

$$18 = k(2+1)(2-5) \Rightarrow k = -2$$

پس ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$f(x) = -2(x+1)(x-5)$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x^2 + 8x + 10$$

$$A = -3(-2) + \frac{8}{2} - 10 = 0 \quad \text{پس در نتیجه:} \quad \begin{cases} a = -2 \\ b = 8 \\ c = 10 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میثم عمزه‌لویی)

$$\frac{x^2 + ax + 4}{x^2 - 2x - 3} = 0 \xrightarrow{x^2 - 2x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1, 3} x^2 + ax + 4 = 0 \quad (*)$$

برای اینکه معادله فقط یک ریشه داشته باشد، حالت‌های زیر را در نظر

می‌گیریم:

(۱) معادله (*) فقط یک ریشه داشته باشد، پس باید $\Delta = 0$ باشد:

$$a^2 - 16 = 0 \Rightarrow a = \pm 4$$

به ازای $a = 4$ ریشه معادله $x = -2$ و به ازای $a = -4$ ریشه

معادله $x = 2$ است که هیچ کدام ریشه مخرج نیستند. پس هر دو

مقدار a قابل قبول هستند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$x = -1$ یک جواب معادله است، پس در معادله صدق می‌کند:

$$x = -1: \sqrt{1-a+17} = -a-2 \Rightarrow \sqrt{-a+18} = -a-2$$

$$\frac{\text{طرفین به توان ۲}}{-a-2 \geq 0} -a+18 = a^2 + 4a + 4$$

$$\Rightarrow a^2 + 5a - 14 = 0$$

$$\Rightarrow (a+7)(a-2) = 0 \Rightarrow a = -7, a = 2$$

با توجه به اینکه تنها $a = -7$ در نامساوی $-a-2 \geq 0$ صدق می‌کند، معادله فقط به ازای یک مقدار a جواب دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Rightarrow A^2 = \frac{S^2 - 2PS}{P^2} + \frac{2}{\sqrt{P}} \Rightarrow A^2 = \frac{6^2 - 2(4)(6)}{4^2} + \frac{2}{\sqrt{4}}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{216 - 72}{16} + 1 = 9 + 1 = 10 \xrightarrow{A > 0} A = \sqrt{10}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد بگیری)

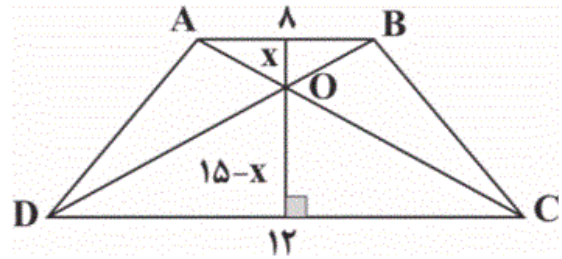
اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آنگاه قطرهایش منصف یکدیگرند و برعکس، یعنی اگر در یک چهارضلعی قطرهای منصف یکدیگر باشند، آنگاه متوازی‌الاضلاع است. بنابراین این قضیه دو شرطی است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\triangle OAB \sim \triangle OCD$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15-x} = \frac{8}{12} \xrightarrow{\text{ترکیب صورت در مخرج}} \frac{x}{15} = \frac{8}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 6 \xrightarrow{\text{فاصله تا قاعده بزرگ}} 15 - 6 = 9$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبغی)

$$BC^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow BC = 5$$

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$AH \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = 2/4$$

$$\triangle AHC : AH^2 = AK \cdot AC$$

$$(2/4)^2 = x(4) \Rightarrow x = 1/44$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل به ازای $0 \leq x \leq 4$ ، ضابطه تابع g به صورت $g(x) = |x-2|$

و ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} -2 & , 0 \leq x \leq 2 \\ 2x-6 & , 2 < x \leq 4 \end{cases}$ است.

$$\Rightarrow (f+g)(x) = \begin{cases} -2+(-x+2) & , 0 \leq x \leq 2 \\ 2x-6+x-2 & , 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x) = \begin{cases} -x & , 0 \leq x \leq 2 \\ 3x-8 & , 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میثم عمزه لویی)

$$x - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 - x < 0$$

$$\Rightarrow x(x-1) < 0 \Rightarrow 0 < x < 1$$

از آنجا که در این فاصله مقدار $[x]$ برابر صفر است، در نتیجه:

$f(x) = 0$ پس برد تابع برابر $\{0\}$ است که شامل یک عدد صحیح است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار تابع از مبدأ مختصات می‌گذرد، بنابراین:

$$f(0) = 0 \Rightarrow \frac{0+a}{0-2} = 0 \Rightarrow a = 0$$

از طرفی تابع در $x = -2$ تعریف نمی‌شود، بنابراین $x = -2$ ریشهٔ
مخرج است:

$$\text{مخرج: } b(-2) - 2 = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x}{-x-2} \Rightarrow f(1) = \frac{1}{-3}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\text{گزینه «۲» : } f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = \{1\}, f(1) = 0 \Rightarrow f = \{(1, 0)\}$$

$$g(x) = \sqrt{1-x} \times \sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} D_g = \{1\}, g(1) = 0 \Rightarrow g = \{(1, 0)\}$$

$$\Rightarrow f = g$$

$$\text{گزینه «۳» : } f(x) = \sqrt{x^2 - x} \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x \leq 0$$

$$g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 1$$

$$\Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$$

$$\text{گزینه «۴» : } \left. \begin{array}{l} f(x) = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}, D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ g(x) = \frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x}, D_g = \mathbb{R} - \{0\} \end{array} \right\} \Rightarrow f = g$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱

(رسول فیروزی)

$$f^{-1}(3) = b \Rightarrow (3, b) \in f^{-1} \Rightarrow (b, 3) \in f \Rightarrow f(b) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = b + 2\sqrt{b}$$

$$\Rightarrow 3 - b = 2\sqrt{b} \xrightarrow{\text{توان } 2} 9 + b^2 - 6b = 4b$$

$$\Rightarrow b^2 - 10b + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 & \text{ق ق} \\ b = 9 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمد بگیری)

$$y = \frac{3x+2}{4} \Rightarrow 4y = 3x+2$$

$$\Rightarrow 4y - 2 = 3x \Rightarrow \frac{4y-2}{3} = x$$

۴ ✓

۳

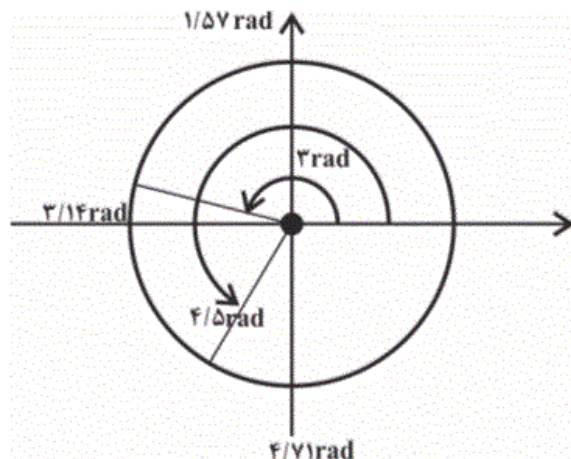
۲

۱

(میثم عمزه لویی)

با توجه به دایره مثلثاتی زیر و مقادیر تقریبی مرز ناحیه‌ها بر حسب

رادیان، انتهای کمان‌ها به ترتیب در نواحی دوم و سوم قرار دارند.



(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

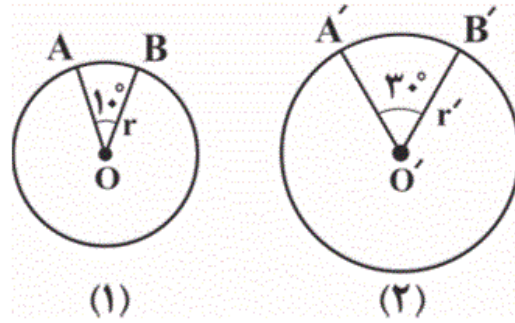
۴

۳

۲ ✓

۱

(مهرداد فابی)



$$\pi r'^2 = 3\pi r^2 \Rightarrow r' = \sqrt{3}r$$

$$\frac{\widehat{A'B'}}{\widehat{AB}} = \frac{r' \left(\frac{30^\circ \pi}{180^\circ} \right)}{r \left(\frac{10^\circ \pi}{180^\circ} \right)} = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

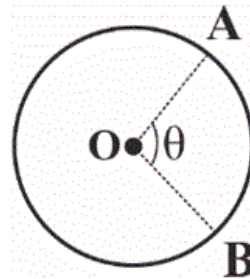
۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید علیزاده)



$$r\theta = AB \Rightarrow \theta = \frac{12}{4} = 3 \text{ rad}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow D = \frac{180^\circ}{\pi} R = \frac{180^\circ}{\pi} (3) = \frac{540^\circ}{\pi}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهم بهیچایی)

$$2f = \{(1, 10), (2, 0), (3, 8), (4, 12)\}$$

$$g^{-1} = \{(4, -1), (1, 2), (3, 0)\}$$

$$\Rightarrow \frac{2f}{g^{-1}} = \left\{ \left(1, \frac{10}{2}\right), \left(4, \frac{12}{-1}\right) \right\} = \{(1, 5), (4, -12)\}$$

دقت کنید که عدد ۳ عضو دامنه تابع $\frac{2f}{g^{-1}}$ نیست، زیرا $g^{-1}(3) = 0$ است.

$$\text{حاصل ضرب اعضای برد} = 5 \times (-12) = -60$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۹)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱