سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رياضي ۱ - ۲۰ سوال

۵۱- کدام گزینه درست است؟

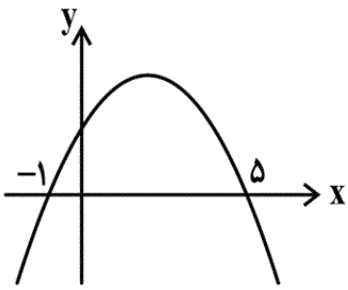
۱) $\sqrt[۴]{۶۲۵}$ دارای دو مقدار است که قرینهٔ یکدیگرند.

۲) معادلهٔ $\sqrt[۵]{a} = a$ تنها دارای دو جواب $a = ۱$ و $a = -۱$ است.

۳) $\sqrt[۳]{۱۰}$ بین اعداد صحیح ۳ و ۴ قرار دارد.

۴) هر عدد مثبت، دو ریشهٔ چهارم دارد.

۵۲- معادلهٔ سهمی مقابل کدام می‌تواند باشد؟



۱) $y = x^۲ - ۲x + ۵$

۲) $y = x^۲ - ۴x + ۵$

۳) $y = -x^۲ + ۴x + ۵$

۴) $y = -x^۲ - ۴x + ۵$

۵۳- اگر $-۱ < a < ۰$ باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) $a^۳ < a$

۲) $\sqrt[۳]{a} < \sqrt[۵]{a}$

۳) $\frac{۱}{a} < a$

۴) $a^۳ > a^۵$

۵۴- در یک دنبالهٔ حسابی غیرثابت مجموع جملات چهارم و پنجم با مجموع سه جملهٔ اول دنباله برابر است. در این دنباله نسبت جملهٔ نهم به جملهٔ سوم کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۵۵- طول اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه به‌صورت $۲x + ۳$، $x + ۶$ و $۳ - ۲x$ است. اندازهٔ ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟ ($۲x + ۳$ طول وتر مثلث است.)

۱) ۳/۶
۲) ۱۲
۳) ۲۴
۴) ۷/۲

۵۶- اگر خط $y = ۳x$ بر سهمی $y = x^۲ + mx + ۱$ مماس باشد، m کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۵۷- در مثلث متساوی‌الساقین ABC، AB و AC دو ساق مثلث و اندازهٔ زاویهٔ B برابر ۷۵° است. اگر مساحت این مثلث ۲۵ واحد مربع باشد، اندازهٔ ساق AB کدام است؟

۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۱۰

۵۸- در یک کلاس ۳۲ نفری، تعداد دانش‌آموزانی که به فوتبال علاقه دارند، دو برابر دانش‌آموزان علاقه‌مند به والیبال و ۳ برابر علاقه‌مندان به هر دو رشته است و ۴ نفر از دانش‌آموزان نیز به هیچ‌کدام از این رشته‌ها علاقه ندارند. چند نفر از دانش‌آموزان این کلاس فقط به والیبال علاقه دارند؟

۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۱۶

۵۹- نمودار سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور xها را در نقاطی به طول ۱- و ۲ قطع کرده است. حداکثر مقدار y چقدر است؟

۱) حداکثر مقدار ندارد.
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۹}{۴}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۶۰- چه تعداد از نامساوی‌های زیر درست است؟

الف) $(۰/۰۳)^{۱۰} < (-۰/۰۳)^{۱۶}$, ب) $\sqrt[۵]{۰/۱} < \sqrt[۷]{۰/۱}$, پ) $\sqrt[۴]{(-۲)^۴} < \sqrt[۴]{(۲)^۴}$, ت) $\sqrt{۰/۲۵} > \sqrt[۳]{۰/۱۲۵}$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۶۱- نقطهٔ $(-۲,-۴)$ رأس سهمی به معادلهٔ $y = -x^۲ - ax + ۲b$ است. این سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) ۸−
۲) ۴−
۳) ۴
۴) ۸

۶۲- حاصل $A = \left(\sqrt[۳]{۷\sqrt{۷}} + \sqrt[۳]{۵\sqrt{۵}}\right)\left(\sqrt[۴]{۴۹} - \sqrt[۵]{۵\sqrt{۱۲۵}}\right)$ کدام است؟

۱) $\sqrt[۳]{۷} - \sqrt[۳]{۵}$
۲) $\sqrt{۷} + \sqrt{۵}$
۳) $\sqrt[۳]{۷} + \sqrt[۳]{۵}$
۴) ۲

۶۳- اگر معادلهٔ درجه دوم $۲x^۲ + bx + c = ۰$ دارای ریشهٔ مضاعف $x = ۴$ باشد، مقدار $b + c$ کدام است؟

۱) ۱۶
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۳۲

۶۴- در یک دنبالهٔ هندسی اختلاف جملهٔ پنجم و جملهٔ سوم، دو برابر جملهٔ اول است. قدرنسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

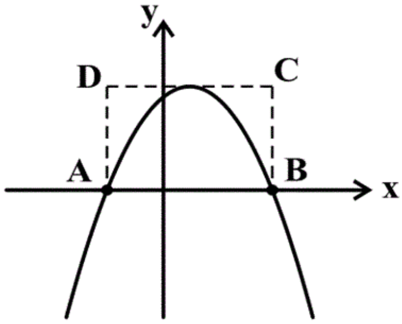
۱) $\sqrt{۲}$
۲) ۲
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۴) $\sqrt{۳}$

۶۵- ساده شدهٔ عبارت $\frac{x^۳ + ۲x^۲ + ۲x + ۱}{x^۴ + x^۳ - x - ۱}$ کدام است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر است.)

۱) $\frac{۱}{x+۱}$
۲) $\frac{۱}{x-۱}$
۳) $\frac{x+۱}{x-۱}$
۴) $\frac{x-۱}{x+۱}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۶- اگر نمودار سهمی $y=\frac{-x^۲}{۲}+\frac{۳x}{۲}+۵$ به‌صورت زیر باشد، مساحت مستطیل ABCD کدام است؟



۱) $\frac{۲۴۵}{۶}$

۲) $\frac{۳۲۴}{۵}$

۳) $\frac{۳۴۳}{۸}$

۴) $\frac{۲۴۵}{۴}$

۶۷- معادلهٔ $(x^۲-x)^۲+(x^۲-x)-۱۲=۰$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۶۸- اگر مقدار عبارت $\frac{ax+۳}{۲x-b}$ تنها در فاصلهٔ $-\frac{۱}{۳}<x<۲$ کمتر از صفر باشد، حاصل ab کدام است؟ $(a,b>۰)$

۱) ۱۸

۲) ۲۴

۳) ۴۸

۴) ۳۶

۶۹- به ازای کدام مقدار m، مجموع مجذورات دو ریشهٔ حقیقی معادله $۲x^۲-mx+m-۱=۰$ برابر ۴ است؟

۱) ۲

۲) ۶

۳) -۲

۴) -۶

۷۰- اگر $x^۳+y^۳=۷۲$ و $x+y=۶$ باشد، آنگاه $|x-y|$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۳

۴) $\sqrt{۲}$

هندسه ۱ ، ترسیم های هندسي - ۱ سوال

۷۱- چند نقطه در صفحه وجود دارد که از دو ضلع یک زاویه یا امتداد آن‌ها به فاصلهٔ یکسان a $(a>۰)$ قرار داشته باشند؟

(اضلاع زاویه در یک امتداد نیستند)

۱) بی‌شمار

۲) هیچ

۳) ۲

۴) ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

هندسه ۱ ، نسبت و تناسب در هندسه - ۱ سوال -

۷۲- اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{a^{2}+c^{2}}{b^{2}+d^{2}}$ همواره برابر کدام‌یک از مقادیر زیر است؟ $(b,d\neq 0)$

۱) $\frac{a+b}{c+d}$

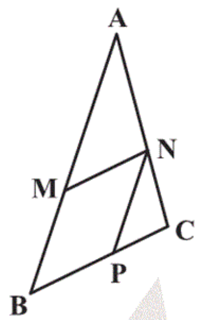
۲) $\frac{a+c}{b+d}$

۳) $\frac{ad}{bc}$

۴) $\frac{ac}{bd}$

هندسه ۱ ، قضیه تالس - ۱ سوال

۷۳- در شکل زیر، اگر مساحت مثلث AMN با مساحت متوازی‌الاضلاع MNPB برابر باشد، نسبت $\frac{AN}{NC}$ برابر کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$

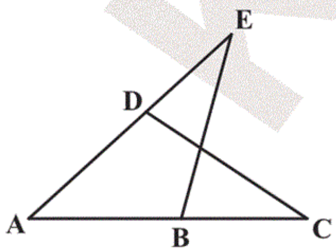
۲) ۱

۳) ۲

۴) $\frac{۴}{۳}$

هندسه ۱ ، تشابه مثلث ها - ۴ سوال -

۷۴- در شکل زیر، اگر $C\hat{B}E=C\hat{D}E$ باشد، کدام نتیجه‌گیری همواره درست است؟



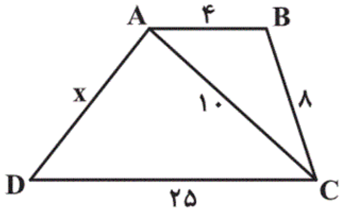
۱) $AB\times BC=AD\times DE$

۲) $AB\times AC=AD\times AE$

۳) $AB\times AC=DE\times AE$

۴) $AB\times DE=AD\times BC$

۷۵- طول ضلع AD در ذوزنقهٔ ABCD کدام است؟



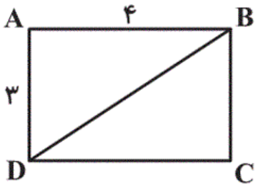
۱) ۲۰

۲) ۲۴

۳) ۱۸

۴) ۱۶

۷۶- در مستطیل زیر، از رأس A بر قطر BD عمود می‌کنیم. فاصلهٔ پای عمود تا محل تقاطع قطرهای مستطیل کدام است؟



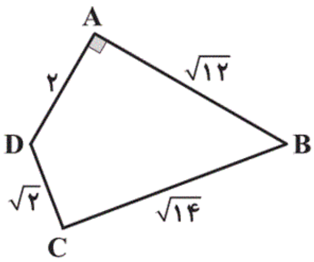
۱) ۰/۶

۲) ۰/۷

۳) ۰/۸

۴) ۰/۹

۷۷- مساحت چهارضلعی زیر کدام است؟ $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$



۱) $\sqrt{۳} + \sqrt{۷}$

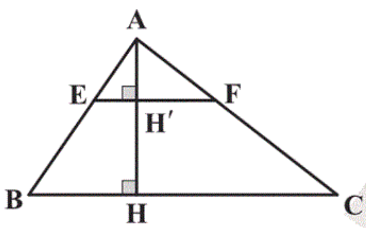
۲) $۲\sqrt{۳} + \sqrt{۷}$

۳) $\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۷}$

۴) $۲(\sqrt{۳} + \sqrt{۷})$

هندسه ۱ ، کاربردهایي از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها - ۳ سوال

۷۸- در شکل زیر، $EF \parallel BC$ و $S_{EFCB} = ۸S_{\overset{\triangle}{AEF}}$ است. اگر $AH' = ۲$ باشد، آنگاه طول HH' کدام است؟



۱) ۴

۲) ۶

۳) $۴\sqrt{۲}$

۴) ۸

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

۷۹- اگر مساحت‌های دو مثلث متشابه را با S_1 و S_2 و محیط‌های آن‌ها را به‌ترتیب با P_1 و P_2 نشان دهیم، کدام رابطه همواره درست است؟

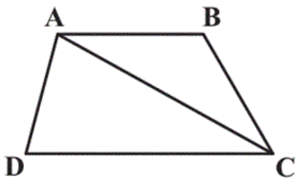
۱) $S_1P_2 = S_2P_1$

۲) $P_1S_1 = P_2S_2$

۳) $P_1S_2^2 = P_2S_1^2$

۴) $S_1P_2^2 = S_2P_1^2$

۸۰- در ذوزنقهٔ شکل زیر، اگر مساحت مثلث‌های ABC و ACD به‌ترتیب برابر $3S$ و $4S$ باشد، مساحت مثلثی که از امتداد ساق‌های AD و BC در خارج ذوزنقه به‌وجود می‌آید، چند برابر S است؟



۱) ۵

۲) ۷

۳) ۹

۴) ۱۲

کانون فرهنگی آموزش قلم‌چی
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۵۱- *(موسا زمانی)*

گزینهٔ ۱: $\sqrt[4]{۶۲۵}$ فقط مقدار ۵ را دارد.
گزینهٔ ۲: این معادله دارای جواب‌های $a=۱$، $a=۰$ و $a=-۱$ است.
گزینهٔ ۳: $۲<\sqrt[3]{۱۰}<۳$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۲- *(محمدامین اقبال احمدی)*

با توجه به محل‌های تقاطع سهمی با محور طول‌ها، معادلهٔ درجه ۲ سهمی را می‌توان به دو عبارت درجه اول تجزیه کرد که ریشهٔ این عبارات به‌ترتیب ۱- و ۵ است، لذا:

$$y=a(x-۵)(x+۱)$$

با توجه به اینکه سهمی دارای max (بیش‌ترین مقدار) است، پس ضریب x^2 در معادله باید منفی باشد؛ یعنی $a<۰$.
فقط گزینهٔ ۳ در این شرایط صدق می‌کند.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۳- *(علیرضا پورملکی)*

برای فهم بهتر می‌توان a را به‌صورت $۰<a<۱$ در نظر گرفت. سپس با دقت در شرایط می‌توان به قسمت منفی تعمیم داد:

$$۰<a<۱ \rightarrow a^3<a \xrightarrow{\text{در قسمت منفی}} a^3>a$$

$$۰<a<۱ \rightarrow \sqrt[3]{a}<\sqrt[5]{a} \xrightarrow{\text{در قسمت منفی}} \sqrt[3]{a}>\sqrt[5]{a}$$

$$۰<a<۱ \rightarrow \frac{۱}{a}>a \xrightarrow{\text{در قسمت منفی}} \frac{۱}{a}<a$$

$$۰<a<۱ \rightarrow a^3>a^5 \xrightarrow{\text{در قسمت منفی}} a^3<a^5$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۴- (فرشاد فرامرزی)

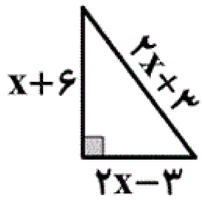
$$t_4+t_5=t_1+t_2+t_3 \Rightarrow t_1+3d+t_1+4d=t_1+t_1+d+t_1+2d$$

$$\Rightarrow 2t_1+7d=3t_1+3d \Rightarrow t_1=4d \Rightarrow \frac{t_9}{t_3}=\frac{t_1+8d}{t_1+2d}=\frac{4d+8d}{4d+2d}=\frac{12d}{6d}=2$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

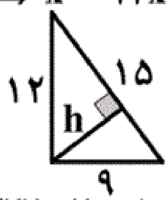
۵۵- (عاطفه خان‌محمدی)



رابطهٔ فیثاغورس: $(x+6)^2+(2x-3)^2=(2x+3)^2$

$$\Rightarrow x^2+\cancel{12x}+36+\cancel{4x^2}-\cancel{12x}+\cancel{9}=\cancel{4x^2}+12x+\cancel{9}$$

$$\Rightarrow x^2-12x+36=0 \Rightarrow x=6$$



$$h=\frac{\overset{3}{\cancel{9}}\times 12}{\underset{5}{\cancel{15}}}=\frac{36}{5}=7/2$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ و ۷۷)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

۵۶- (عباس اسدی امیرآبادی)

می‌دانیم وقتی خط بر سهمی مماس است، باید معادلهٔ تقاطع آن‌ها ریشهٔ مضاعف داشته باشد:

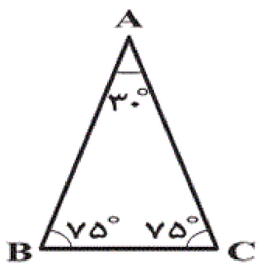
$$x^2+mx+1=3x \Rightarrow x^2+(m-3)x+1=0$$

$$\Delta=0 \Rightarrow (m-3)^2-4(1)(1)=0 \Rightarrow m^2-6m+9-4=0$$

$$\Rightarrow m^2-6m+5=0 \Rightarrow (m-5)(m-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=5 \end{cases}$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴



$$150^\circ+\hat{A}=180^\circ \Rightarrow \hat{A}=30^\circ$$

$$S=\frac{1}{2}\times AB\times AC\times \sin 30^\circ \xrightarrow{AB=AC}$$

$$25=\frac{1}{2}\times AB^2\times\frac{1}{2} \Rightarrow 100=AB^2 \Rightarrow AB=10$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۵۸- (فرشاد فرامرزی)

اگر تعداد علاقه‌مندان به فوتبال را با $n(F)$ و تعداد علاقه‌مندان به والیبال را با $n(V)$ نشان دهیم، داریم: $n(F\cup V)=۳۲-۴=۲۸$

$$n(F)=۲n(V)=۳n(F\cap V)\Rightarrow\begin{cases}n(F)=۲n(V)\\ n(F\cap V)=\frac{۲}{۳}n(V)\end{cases}$$

$$\Rightarrow n(F\cup V)=n(F)+n(V)-n(F\cap V)=۲۸$$

$$\Rightarrow ۲n(V)+n(V)-\frac{۲}{۳}n(V)=۲۸\Rightarrow\frac{۷}{۳}n(V)=۲۸\Rightarrow n(V)=۱۲$$

$$\Rightarrow n(V\cap F)=۸\Rightarrow n(V-F)=n(V)-n(V\cap F)=۱۲-۸=۴$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۵۹- (عاطفه خان‌محمدی)

$$\begin{cases}c=۲\\ a-b+۲=۰\\ ۴a+۲b+۲=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-b=-۲\\ ۲a+b=-۱\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}a=-۱\\ b=۱\end{matrix}\Rightarrow y=-x^۲+x+۲$$

چون ضریب $x^۲$ منفی است، پس سهمی دارای max (بیش‌ترین مقدار) است:

$$y_{max}=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-(۱+۸)}{۴\times(-۱)}=\frac{۹}{۴}$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۶۰- (حمیدعلیزاده)

الف) $(۰/۰۳)^{۱۰}>(-۰/۰۳)^{۱۶}\Rightarrow(۰/۰۳)^{۱۰}>(۰/۰۳)^{۱۶}$

این عبارت درست است، چون $۰<۰/۰۳<۱$ است و هر چقدر توان آن بیشتر شود، حاصلش کوچک‌تر می‌شود.

ب) $\sqrt[۵]{۰/۱}>\sqrt[۷]{۰/۱}$ طبق توضیح قسمت قبل، این نامساوی نادرست است.

پ) $\sqrt[۴]{(-۲)^۴}=\sqrt[۴]{(۲)^۴}=۲$ مورد «پ» نادرست است، زیرا:

ت) $\sqrt{۰/۲۵}>\sqrt[۳]{۰/۱۲۵}\Rightarrow\sqrt{\frac{۲۵}{۱۰۰}}>\sqrt[۳]{\frac{۱۲۵}{۱۰۰۰}}\Rightarrow\sqrt{(\frac{۵}{۱۰})^۲}>\sqrt[۳]{(\frac{۵}{۱۰})^۳}$

$\Rightarrow\frac{۵}{۱۰}>\frac{۵}{۱۰}\Rightarrow$ این نامساوی نیز نادرست است

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۶۱- (حسن تواجمی)

$$x=-۲=\frac{a}{۲\times(-۱)}=\frac{a}{-۲}\Rightarrow a=۴$$

$$y=-x^۲-۴x+۲b\xrightarrow[y=-۴]{x=-۲}-۴=-(-۲)^۲-۴(-۲)+۲b$$

$$-۴=-۴+۸+۲b\Rightarrow ۴+۲b=-۴\Rightarrow ۲b=-۸\Rightarrow b=-۴$$

$$y=-x^۲-۴x-۸$$

محل تقاطع نمودار سهمی با محور عرض‌ها، یعنی مقدار سهمی به ازای $x=۰$؛ بنابراین عرض محل تقاطع $y_۰=-۸$ است.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ✓ | ۲ | ۳ | ۴

$$=\left(\sqrt[۳]{۷\times ۷^{\frac{۱}{۲}}}+\sqrt[۳]{۵\times ۵^{\frac{۱}{۲}}}\right)\left(\sqrt[۴]{۷^۲}-\sqrt[۵]{۵\times ۵^{\frac{۳}{۲}}}\right)=\left(\sqrt[۳]{۷^{\frac{۳}{۲}}}+\sqrt[۳]{۵^{\frac{۳}{۲}}}\right)\left(\sqrt{۷}-\sqrt[۵]{۵^{\frac{۵}{۲}}}\right)$$

$$=(\sqrt{۷}+\sqrt{۵})(\sqrt{۷}-\sqrt{۵})=(\sqrt{۷})^۲-(\sqrt{۵})^۲=۷-۵=۲$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۳)

۱ | ۲ | ۳ | ۴ ✓

۶۳- (امین نصرالله)

$x=۴$ ریشهٔ مضاعف معادله است، پس داریم:

$$۲x^۲+bx+c=۲(x-۴)^۲=۲x^۲-۱۶x+۳۲\Rightarrow b+c=-۱۶+۳۲=۱۶$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱ ✓ | ۲ | ۳ | ۴

۶۴- (غلامرضا نیازی)

$$t_۵-t_۳=۲t_۱\Rightarrow t_۱r^۴-t_۱r^۲=۲t_۱\Rightarrow r^۴-r^۲-۲=۰\xrightarrow[t>۰]{r^۲=t}t^۲-t-۲=۰$$

$$\Rightarrow(t-۲)(t+۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}t=-۱ & \text{غ ق ق}\\ t=۲ & \text{ق ق}\end{cases}\Rightarrow r^۲=۲\Rightarrow r=\pm\sqrt{۲}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱ ✓ | ۲ | ۳ | ۴

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۵- (زهره رامشینی)

$$\frac{x^3+2x^2+2x+1}{x^4+x^3-x-1}=\frac{(x^3+2x^2+x)+(x+1)}{(x^4+x^3)-(x+1)}=\frac{x(x^2+2x+1)+(x+1)}{x^3(x+1)-(x+1)}$$

$$=\frac{x(x+1)^2+(x+1)}{x^3(x+1)-(x+1)}=\frac{(x+1)(x^2+x+1)}{(x+1)(x^3-1)}=\frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{1}{x-1}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱   ۲ ✓   ۳   ۴

۶۶- (علی ارجمند)

کافی است طول اضلاع مستطیل را به‌دست آوریم:

$$-\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}+5=0 \Rightarrow x^2-3x-10=0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+2)=0 \Rightarrow x_A=-2\ ,\ x_B=5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |AB|=7 \\ x_{\text{رأس}}=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{5-2}{2}=\frac{3}{2} \Rightarrow y_{\text{رأس}}=-\frac{9}{8}+\frac{9}{4}+5=\frac{49}{8} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |CB|=\frac{49}{8}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD}=|AB|\times|CB|=7\times\frac{49}{8}=\frac{343}{8}$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲)

۱   ۲   ۳ ✓   ۴

۶۷- (امین نصرالله)

$$x=-\frac{1}{2} \Rightarrow (m^2+2)\left(\frac{1}{4}\right)-(2m+1)\left(-\frac{1}{2}\right)-4=0$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{4}+\frac{1}{2}+m+\frac{1}{2}-4=0 \Rightarrow \frac{m^2}{4}+m-3=0$$

$$\xrightarrow{\times 4} m^2+4m-12=0 \Rightarrow (m-2)(m+6)=0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-6 \end{cases}$$

$$m>0 \Rightarrow m=2 \Rightarrow (m^2+2)x^2-(2m+1)x-4=0$$

$$\xrightarrow{m=2} 6x^2-5x-4=0$$

$$\Delta=25+96=121 \Rightarrow x=\frac{5\pm 11}{12} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱   ۲   ۳ ✓   ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۶۸- (آرش کریمی)

ابتدا ریشه‌های صورت و مخرج را پیدا می‌کنیم:

$$ax+۳=۰ \Rightarrow x=-\frac{۳}{a} \quad , \quad ۲x-b=۰ \Rightarrow x=\frac{b}{۲}$$

با توجه به اینکه a و b هر دو عددهای بزرگ‌تر از صفر هستند، نتیجه می‌گیریم:

$$-\frac{۳}{a}<۰\ ,\ \frac{b}{۲}>۰$$

اکنون با توجه به اینکه مقدار عبارت $mx+n$ به ازای $x<-\frac{n}{m}$ مخالف علامت m و به ازای $x>\frac{-n}{m}$ موافق علامت m است، جدول تعیین علامت عبارت داده شده را رسم می‌کنیم:

	$(x<\frac{-۳}{a})$	$-\frac{۳}{a}$	$(\frac{-۳}{a}<x<\frac{b}{۲})$	$\frac{b}{۲}$	$(x>\frac{b}{۲})$
$ax+۳$	$-$	۰	$+$		$+$
$۲x-b$	$-$		$-$	۰	$+$
$\frac{ax+۳}{۲x-b}$	$+$	۰	$-$	ت ن	$+$

حالا همانطور که در جدول مشخص است، مقدار عبارت مورد نظر تنها در بازهٔ $-\frac{۳}{a}<x<\frac{b}{۲}$ کمتر از صفر است، پس باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} -\frac{۳}{a}=-\frac{۱}{۳} \Rightarrow a=۹ \\ \frac{b}{۲}=۲ \Rightarrow b=۴ \end{cases} \Rightarrow ab=۳۶$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۹- (سعید جعفری کافی آبادی)

راه حل اول: چون دو ریشهٔ حقیقی داریم، x_1 و x_2 به‌صورت زیر خواهند بود:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1^2+x_2^2=\frac{(\sqrt{\Delta}-b)^2}{4a^2}+\frac{(-b-\sqrt{\Delta})^2}{4a^2}$$

$$\frac{(\Delta-2b\sqrt{\Delta}+b^2)+(b^2+\Delta+2b\sqrt{\Delta})}{4a^2}=4$$

$$2m^2-8(m-1)=32 \Rightarrow m^2-4m-12=0$$

$$\Rightarrow (m+2)(m-6)=0 \Rightarrow \begin{cases} m=-2 \\ m=6 \end{cases}$$

طبق صورت مسئله، ریشه‌ها حقیقی هستند، پس: $\Delta>0$ که به ازای $m=-2$ برقرار است، پس $m=-2$ قابل قبول است.

$$\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \begin{cases} m=-2 \Rightarrow \Delta=28>0 & \checkmark \\ m=6 \Rightarrow \Delta=-4<0 & \times \end{cases}$$

راه حل دوم: می‌دانیم در معادلهٔ $x^2-Sx+P=0$، S حاصل‌جمع و P حاصل‌ضرب دو ریشه است. همچنین اگر ریشه‌های معادله x_1 و x_2 فرض شوند:

$$(x_1+x_2)^2=x_1^2+x_2^2+2x_1x_2 \Rightarrow S^2=x_1^2+x_2^2+2P$$

$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2=S^2-2P$$

با توجه به معادلهٔ داده شده در مسئله $S=\frac{m}{2}$ و $P=\frac{m-1}{2}$ است. طبق فرض مسئله:

$$x_1^2+x_2^2=\frac{m^2}{4}-m+1=4 \Rightarrow m^2-4m-12=0$$

و ادامه حل مانند روش قبل. *(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)*

۱   ۲   ۳✓   ۴

۷۰- (سهند ولی‌زاده)

$$x^3+y^3=(x+y)^3-3(x+y)(xy)$$

$$\Rightarrow 72=6^3-3(6)(xy) \xrightarrow{\div 18} 4=12-xy \Rightarrow xy=8$$

$$(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$$

$$(6^2)-(x-y)^2=32 \Rightarrow (x-y)^2=4 \Rightarrow |x-y|=2$$

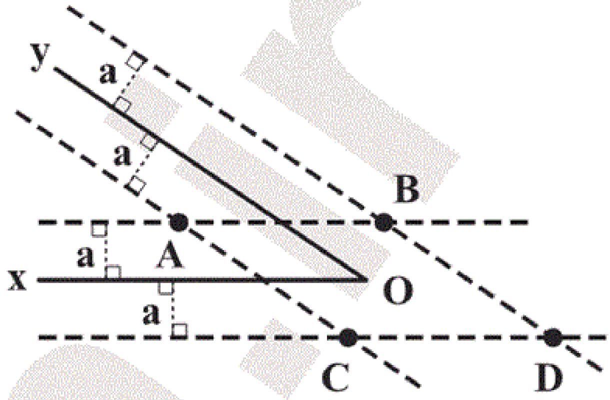
(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۱✓   ۲   ۳   ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۷۱- (مهسا زمانی)

مطابق شکل، زاویهٔ xOy را در نظر می‌گیریم. نقاطی که از هریک از اضلاع این زاویه به فاصلهٔ a باشند، روی دو خط موازی با هریک از نیم‌خط‌های Ox و Oy و به فاصلهٔ a واحد از آنها قرار دارند.



اشتراک این دو مجموعه نقاط، نقاطی هستند که از هر دو ضلع این زاویه یا امتداد آنها به فاصلهٔ a قرار دارند که طبق شکل، شامل چهار نقطهٔ A، B، C و D است.

(هندسه ۱، ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۹ تا ۱۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۷۲- (فرشاد فرامرزی)

با استفاده از ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \Rightarrow \frac{a^2}{b^2}=\frac{c^2}{d^2}=k^2 \Rightarrow \frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}=\frac{a^2}{b^2}=\frac{c^2}{d^2}=k^2 \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a}{b}=k\\ \frac{c}{d}=k\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{ac}{bd}=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=k\times k=k^2 \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}=\frac{ac}{bd}$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\left.\begin{array}{l} S_{AMN}=\dfrac{AM\times NH}{۲} \\ S_{MNPB}=BM\times NH \end{array}\right\} \xrightarrow{S_{AMN}=S_{MNPB}}$$

$$\frac{AM\times NH}{۲}=BM\times NH \Rightarrow \frac{AM}{۲}=BM$$

$$\Rightarrow AM=۲BM$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AN}{NC}=\frac{AM}{BM}=۲$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۴– (ابراهیم نجفی)

$$\left.\begin{array}{l} A\hat{B}E=۱۸۰^\circ-C\hat{B}E \\ A\hat{D}C=۱۸۰^\circ-C\hat{D}E \end{array}\right. \xrightarrow{C\hat{B}E=C\hat{D}E} \left.\begin{array}{l} \hat{A}=\hat{A} \\ A\hat{B}E=A\hat{D}C \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{(\text{زز})} \overset{\triangle}{ADC} \sim \overset{\triangle}{ABE} \Rightarrow \frac{AC}{AE}=\frac{AD}{AB} \Rightarrow AB\times AC=AD\times AE$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۷۵ (رضا عباسی اصل)

بنا به قضیهٔ خطوط موازی و مورب داریم:

$$\left.\begin{matrix} AB \parallel DC \\ \text{مورب } AC \end{matrix}\right\} \Rightarrow B\hat{A}C = A\hat{C}D$$

مثلث‌های ADC و ABC به حالت تساوی یک زاویه و تناسب اضلاع آن زاویه در دو مثلث متشابه‌اند:

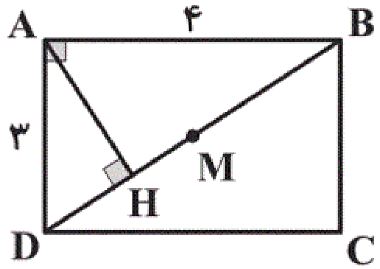
$$\begin{cases} B\hat{A}C = A\hat{C}D \\ \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AC}{DC} = \dfrac{۲}{۵} \end{cases} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{ACD}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AD} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{۸}{x} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow x = ۲۰$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

✓ ۱ ۲ ۳ ۴

(فرشاد فرامرزی)



ابتدا اندازهٔ قطر BD را به‌دست می‌آوریم: $BD^۲ = ۳^۲ + ۴^۲ = ۲۵ \Rightarrow BD = ۵$

از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AB^۲ = BH \times BD \Rightarrow ۱۶ = BH \times ۵$$

$$\Rightarrow BH = \frac{۱۶}{۵} = ۳/۲$$

در مستطیل قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند؛ پس: $BM = ۲/۵$ و در نتیجه:

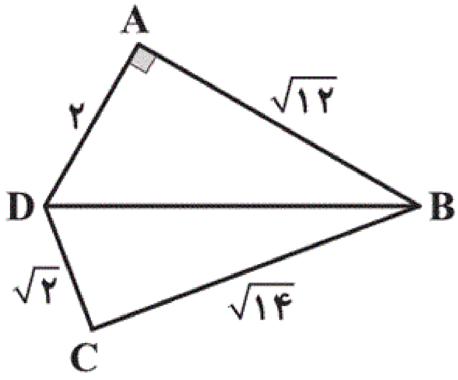
$$MH = BH - BM = ۳/۲ - ۲/۵ = ۰/۷$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

از $\mathbf{B}$ به $\mathbf{D}$ وصل می‌کنیم. داریم:



$$BD^۲ = AD^۲ + AB^۲$$

$$= ۲^۲ + \left(\sqrt{۱۲}\right)^۲ = ۱۶ \Rightarrow BD = ۴$$

در مثلث $\mathbf{BCD}$ داریم:

$$۴^۲ = \left(\sqrt{۲}\right)^۲ + \left(\sqrt{۱۴}\right)^۲$$

$$\Rightarrow BD^۲ = CD^۲ + BC^۲$$

پس طبق عکس قضیهٔ فیثاغورس، مثلث $\mathbf{BCD}$ قائم‌الزاویه است. مساحت‌های دو مثلث را به‌دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} S_{\overset{\triangle}{ABD}} = \frac{۱}{۲} AD \times AB = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times \sqrt{۱۲} = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳} \\ S_{\overset{\triangle}{BCD}} = \frac{۱}{۲} CD \times CB = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۲} \times \sqrt{۱۴} = \frac{\sqrt{۲۸}}{۲} = \sqrt{۷} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$S_{ABCD} = ۲\sqrt{۳} + \sqrt{۷}$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۱ | ۲ ✓ | ۳ | ۴

۷۸- *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به موازی بودن EF و BC، دو مثلث AEF و ABC متشابه‌اند. می‌دانیم نسبت مساحت‌ها در دو مثلث متشابه، مجذور نسبت تشابه و نسبت اجزای متناظر (از جمله ارتفاع‌ها) برابر نسبت تشابه است. بنابراین داریم:

$$\frac{S_{EFCB}}{S_{\overset{\triangle}{AEF}}}=\frac{۸}{۱}\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}}\frac{S_{EFCB}+S_{\overset{\triangle}{AEF}}}{S_{\overset{\triangle}{AEF}}}=\frac{۸+۱}{۱}$$

$$\Rightarrow\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{AEF}}}=\frac{۹}{۱}\Rightarrow\frac{AH}{AH'}=\frac{۳}{۱}\xrightarrow{AH'=۲}AH=۶$$

$$HH'=AH-AH'=۶-۲=۴$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ و ۴۵ تا ۴۷)

۱ ✓   ۲   ۳   ۴

۷۹- *(فرشاد فرامرزی)*

اگر نسبت تشابه دو مثلث را با k نشان دهیم، داریم:

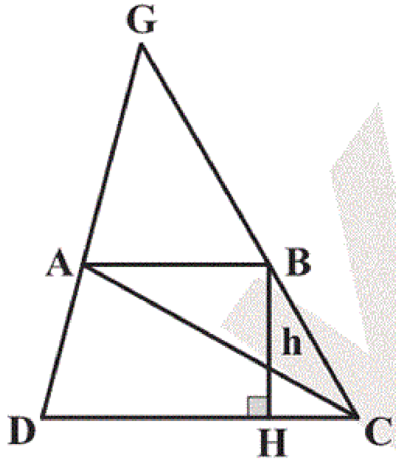
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{P_۱}{P_۲}=k\\[2ex]\dfrac{S_۱}{S_۲}=k^۲\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{S_۱}{S_۲}=\left(\frac{P_۱}{P_۲}\right)^۲\Rightarrow\frac{S_۱}{S_۲}=\frac{P_۱^۲}{P_۲^۲}\Rightarrow S_۱P_۲^۲=S_۲P_۱^۲$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱   ۲   ۳   ۴ ✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۰- (مهسا زمانی)



دو مثلث ABC و ADC، ارتفاع‌های برابر دارند، بنابراین نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت قاعده‌های آنها است.

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{ACD}}}=\frac{\frac{1}{2}h\times AB}{\frac{1}{2}h\times CD}=\frac{AB}{CD}=\frac{3}{4}$$

از طرفی چون $AB \parallel CD$ است، پس $\overset{\triangle}{AGB}$ با $\overset{\triangle}{DGC}$ متشابه است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{AGB}}}{S_{\overset{\triangle}{DGC}}}=\left(\frac{AB}{CD}\right)^2=\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}\xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفضیل نسبت}}$$

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{AGB}}}{S_{ABCD}}=\frac{9}{7}\Rightarrow\frac{S_{\overset{\triangle}{AGB}}}{7S}=\frac{9}{7}\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{AGB}}=9S$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۴۱ و ۴۵ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir