



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



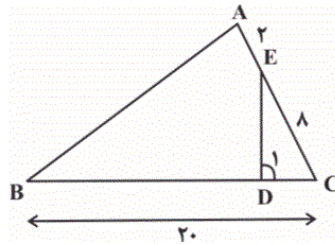
<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲، ترسیم های هندسی - ۳ سوال



۹۱- در شکل مقابل، $\hat{A} = \hat{D}_1$ است. طول BD چند واحد است؟

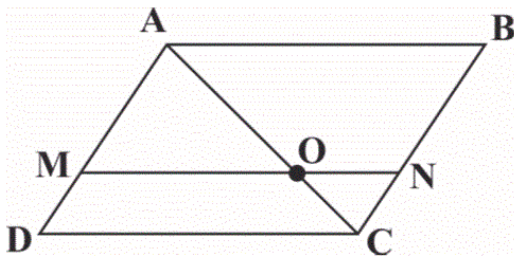
- ۱۲ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۶ (۴)

۹۲- در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول ارتفاع وارد بر وتر ۲۴ و نسبت دو پاره‌خطی که ارتفاع، بر روی وتر ایجاد کرده است، $\frac{9}{16}$ می‌باشد. طول ضلع کوچک این

مثلث کدام است؟

- ۲۵ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۳۵ (۳)
- ۴۰ (۴)

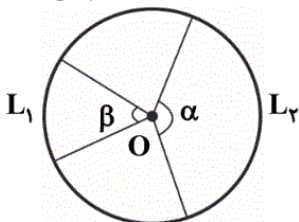
۹۳- در شکل زیر، مساحت مثلث ONC، ۲۵ درصد مساحت مثلث OAM است، حاصل $\frac{AM}{AD}$ کدام است؟ (ABCD متوازی‌الاضلاع و $AB \parallel MN$ است.)



- $\frac{2}{3}$ (۱)
- $\frac{3}{4}$ (۲)
- $\frac{1}{2}$ (۳)
- $\frac{4}{5}$ (۴)

ریاضی ۲، آشنایی با برخی از انواع توابع - ۱۳ سوال

۱۰۹- اگر در شکل زیر حاصلضرب طول کمان‌های L_1 و L_2 برابر $\frac{\pi}{9}$ مساحت دایره باشد و $\alpha = 4\beta$ ، آنگاه مثلثی با دو زاویه α و β از کدام نوع است؟

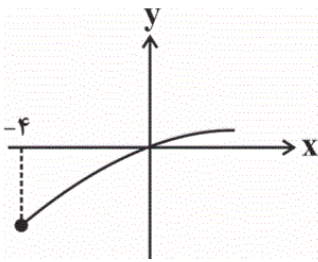


(O مرکز دایره است.)

- (۱) متساوی‌الساقین
- (۲) قائم‌الزاویه
- (۳) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین
- (۴) هیچ‌کدام

۹۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ از کدام ناحیه (نواحی) محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) دوم (۲) دوم و چهارم (۳) چهارم (۴) از همه نواحی عبور می‌کند.



۹۶- اگر نمودار تابع $f(x) = a + \sqrt{x+b}$ به صورت زیر باشد، آنگاه $f(b^2 + 2a)$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۹۷- اگر مجموعه جواب نامعادله $|[x]-2| \leq 1$ بازه $[a, b]$ باشد، $a+b$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۹۸- نمودار تابع $f(x) = [x + [x]]$ در بازه $[-2, 2]$ ، از چند پاره‌خط با طول مساوی تشکیل شده است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۹۹- اگر $f(x) = -2x + b$ تابعی خطی باشد و نمودار تابع $f^{-1}(x)$ از نقطه $(6, 8)$ بگذرد و $g(x) = -1/5x + 6$ باشد، آنگاه نمودار تابع $g(x)$ و وارون تابع $f(x)$ در نقطه‌ای با کدام طول یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲

۱۰۰- توابع $f(x) = 2x - |x|$ و $g(x) = x - |2x|$ از نظر یک‌به‌یک بودن به ترتیب از راست به چپ چگونه‌اند؟

- (۱) یک‌به‌یک - یک‌به‌یک (۲) یک‌به‌یک - غیر یک‌به‌یک (۳) غیر یک‌به‌یک - یک‌به‌یک (۴) غیر یک‌به‌یک - غیر یک‌به‌یک

۱۰۱- اگر $f(x) = 2[x] - 1$ ، $g(x) = \frac{x-2}{x+1}$ و $g^{-1}(-5) = a$ باشد، آنگاه حاصل $f(a)$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۰۲- به ازای کدام مقدار a ، وارون تابع $f(x) = \frac{1-2x}{3x+4}$ از نقطه $(a+4, a)$ می‌گذرد؟

- (۱) -۵ و -۱ (۲) ۲ و -۱ (۳) ۲ و ۱ (۴) ۵ و ۱

۱۰۳- اگر $f^{-1} = \{(2, 3), (1, -1), (0, 2), (-1, 0)\}$ باشد، آنگاه تابع $\frac{2f^{-1}}{f}$ شامل کدام زوج مرتب است؟

- (۱) $(0, 4)$ (۲) $(0, -1)$ (۳) $(-4, 0)$ (۴) $(-1, 0)$

-۹۱

(میثم عمزه لویی)

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D}_1 \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle DCE \sim \triangle ACB$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{BC} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{8}{20} = \frac{DC}{10}$$

$$\Rightarrow DC = 4 \Rightarrow BD = BC - DC = 20 - 4 = 16$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴ ✓

۳

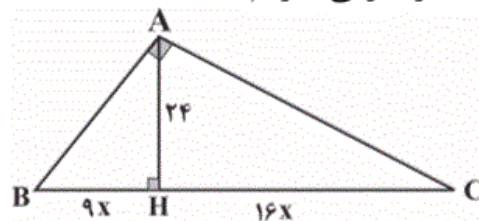
۲

۱

-۹۲

(حسین فابیلو)

طبق فرض سؤال $\frac{BH}{CH} = \frac{9}{16}$ ، پس فرض می‌کنیم $BH = 9x$ و $CH = 16x$ باشد، از طرفی داریم:



$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 24^2 = (9x)(16x)$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{24 \times 24}{16 \times 9} = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} BH = 18 \\ CH = 32 \end{cases}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABH داریم:

$$AB^2 = BH^2 + AH^2 = 18^2 + 24^2$$

$$= 6^2 \times (3^2 + 4^2) = 6^2 \times 5^2 \Rightarrow AB = 6 \times 5 = 30$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

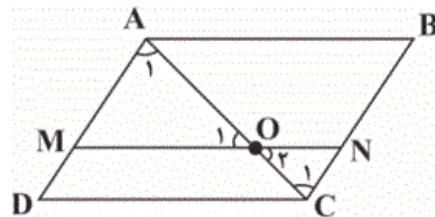
۳

۲ ✓

۱

(عمید علیزاده)

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ \widehat{C}_1 = \widehat{A}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAM \sim \triangle OCN \Rightarrow k = \frac{NC}{AM}$$



$$\frac{S_{\triangle OCN}}{S_{\triangle OAM}} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{NC}{AM} = \frac{1}{2} \xrightarrow{NC=MD} \frac{AM}{MD} = 2$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AM}{MD+AM} = \frac{2}{1+2} \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیرمهر سلطانی)

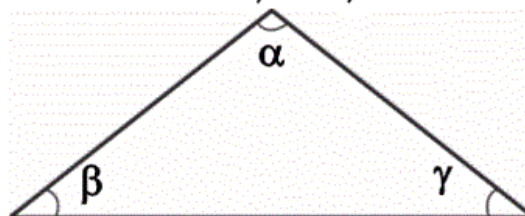
$$L_1 = \beta \times r, L_2 = \alpha \times r, \alpha = 4\beta$$

$$\Rightarrow L_1 \times L_2 = \beta \times r \times \alpha \times r = \beta \times r \times 4\beta \times r$$

$$\Rightarrow 4\beta^2 \times r^2 = \frac{\pi}{9} \times \pi r^2 = \frac{\pi^2}{9} \times r^2$$

$$\Rightarrow 4\beta^2 = \frac{\pi^2}{9} \Rightarrow 2\beta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha = 4 \times \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \gamma = \pi - (\alpha + \beta) = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \beta = \gamma$$



پس مثلث متساوی الساقین است و چون زاویه قائمه ندارد، قائم‌الزاویه نیست.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴

۳

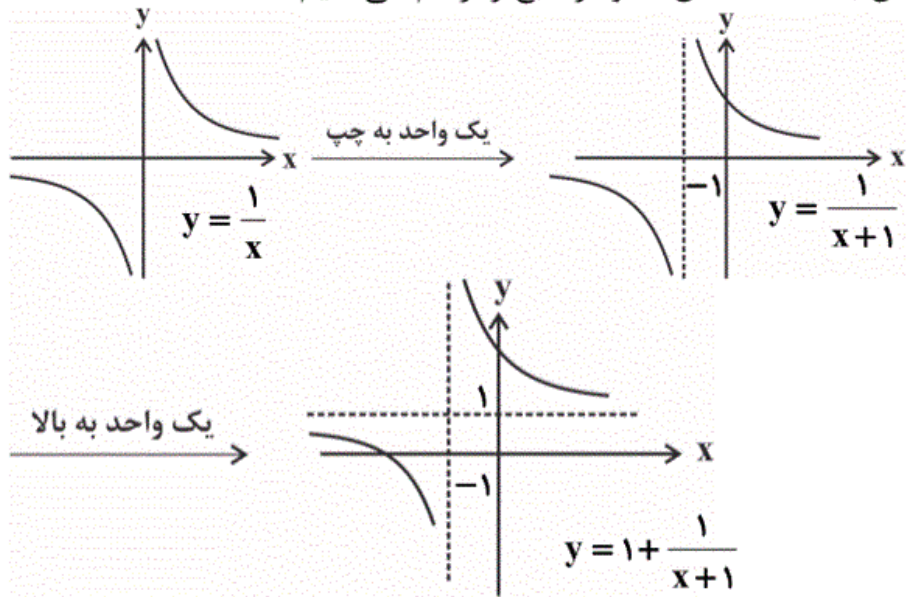
۲

۱ ✓

ابتدا تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+1+1}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$$

حال با کمک انتقال، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



بنابراین نمودار تابع f از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

دامنه تابع $x \geq -4$ است. با توجه به ضابطه f داریم:

$$\text{دامنه: } x+b \geq 0 \Rightarrow x \geq -b \xrightarrow{x \geq -4} -b = -4 \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = a + \sqrt{x+4}$$

از طرفی نمودار تابع از نقطه $(0, 0)$ می‌گذرد، بنابراین:

$$f(0) = 0 \Rightarrow a + \sqrt{4} = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 + \sqrt{x+4}$$

$$f(b^2 + 2a) = f(16 - 4) = f(12) = -2 + \sqrt{16} = 2 \quad \text{در نتیجه:}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(میثم حمزه لویی)

$$|[x] - 2| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq [x] - 2 \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq [x] \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} [x] = 1 \Rightarrow 1 \leq x < 2 \\ \text{یا} \\ [x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3 \\ \text{یا} \\ [x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اجتماع}} 1 \leq x < 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

۲

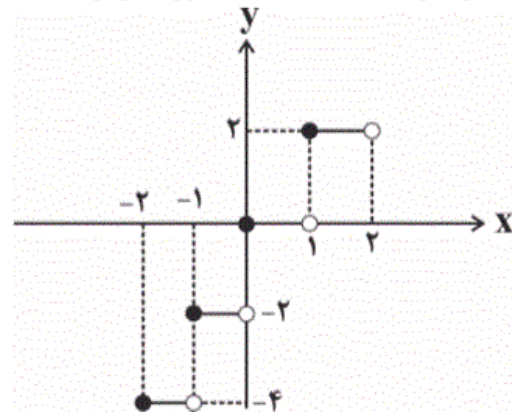
۱

(حسین اسفینی)

$$[x + k] = [x] + k$$

می‌دانیم اگر $k \in \mathbb{Z}$ باشد، آنگاه:از آنجا که $[x] \in \mathbb{Z}$ است، بنابراین:

$$f(x) = [x + [x]] = [x] + [x] = 2[x]$$

پس نمودار تابع f در بازه $(-2, 2)$ به صورت زیر است:

پس نمودار از ۴ پاره خط با طول مساوی تشکیل شده است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رضا ذاکر)

چون f^{-1} از نقطه $(۶, ۸)$ می‌گذرد، پس نقطه $(۸, ۶)$ در f صدق می‌کند. در نتیجه:

$$f(x) = -2x + b$$

$$۶ = -2 \times (۸) + b \Rightarrow b = ۲۲$$

حال وارون تابع f را بدست می‌آوریم:

$$y = -2x + 22 \Rightarrow 2x = 22 - y \Rightarrow x = \frac{22 - y}{2}$$

جای x و y را عوض می‌کنیم تا وارون تابع بدست آید:

$$f^{-1}(x) = y = -0.5x + 11$$

حال نقطه تقاطع $f^{-1}(x)$ و $g(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f^{-1}(x) = g(x)$$

$$-0.5x + 11 = -1.5x + 6 \Rightarrow x = -5$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

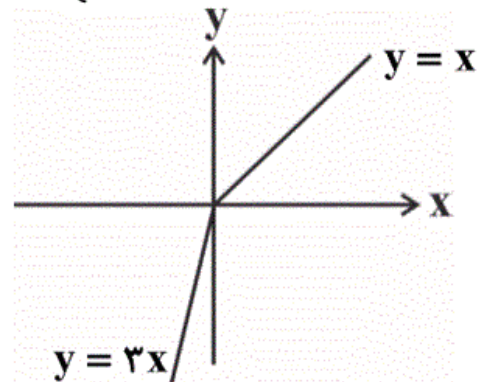
۲ ✓

۱

(مهمد بهیرایی)

نمودار هریک از توابع را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = 2x - |x| = \begin{cases} 2x - x = x & ; x \geq 0 \\ 2x + x = 3x & ; x < 0 \end{cases}$$



این تابع یک‌به‌یک است.

$$g(x) = x - |2x| = \begin{cases} x - 2x = -x & ; x \geq 0 \\ x + 2x = 3x & ; x < 0 \end{cases}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر $g^{-1}(-5) = a$ باشد، آنگاه $g(a) = -5$ و در نتیجه:

$$\frac{a-2}{a+1} = -5 \Rightarrow a-2 = -5a-5$$

$$\Rightarrow 6a = -3 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow g^{-1}(-5) = -\frac{1}{2}$$

بنابراین:

$$f(a) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left[-\frac{1}{2}\right] - 1$$

$$= 2 \times (-1) - 1 = -3$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(معدی ملارمضانی)

چون $f^{-1}(x)$ از نقطه $(a+4, a)$ می‌گذرد، پس $f(x)$ از نقطه

$(a, a+4)$ عبور می‌کند. پس:

$$f(x) = \frac{1-2x}{3x+4} \xrightarrow{A(a, a+4)} a+4 = \frac{1-2a}{3a+4}$$

$$3a^2 + 12a + 4a + 16 = 1 - 2a \Rightarrow 3a^2 + 18a + 15 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 6a + 5 = 0 \Rightarrow (a+5)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -5 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

ابتدا تابع f را می‌یابیم:

$$f = \{(3, 2), (-1, 1), (2, 0), (0, -1)\}$$

دامنه تابع $\frac{2f^{-1}}{f}$ برابر است با:

$$\begin{aligned} D_{\frac{2f^{-1}}{f}} &= D_{f^{-1}} \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\} \\ &= \{2, 1, 0, -1\} \cap \{3, -1, 2, 0\} - \{2\} = \{-1, 0\} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$x = 0: \left(\frac{2f^{-1}}{f} \right)(0) = \frac{2f^{-1}(0)}{f(0)} = \frac{2(2)}{-1} = -4 \Rightarrow (0, -4) \in \frac{2f^{-1}}{f}$$

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

$$\left(\frac{2}{f} \right)(5) = \frac{2}{f(5)} = \frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{2}{2} = \frac{2}{2} = 1 = 2$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

فرض می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(x) = ax + b \\ g(x) = a'x + b' \end{cases}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} (f+g)(x) = (a+a')x + (b+b') = 2x+1 \\ (g-f)(x) = (a'-a)x + (b'-b) = x-2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a+a' = 2 \\ a'-a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = 1/5 \\ a = 0/5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b+b' = 1 \\ b'-b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b' = -0/5 \\ b = 1/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0/5x + 1/5 \\ g(x) = 1/5x - 0/5 \end{cases} \Rightarrow f(1) + g(3) = 2 + 4 = 6$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا دامنه تابع $f.g$ را می‌یابیم:

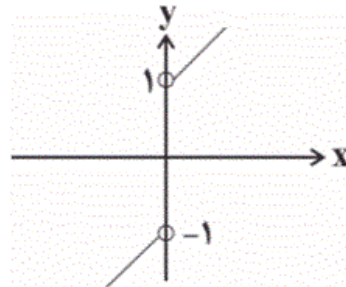
$$D_{f.g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap (\mathbb{R} - \{0\}) = \mathbb{R} - \{0\}$$

حال ضابطه $f.g$ را محاسبه می‌کنیم:

$$y = (f.g)(x) = f(x).g(x) = (x^2 + |x|) \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{x^2 + |x|}{x}$$

$$\Rightarrow y = x + \frac{|x|}{x} = \begin{cases} x+1, & x > 0 \\ x-1, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{برد} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} - [-1, 1]$$

پس برد تابع، سه عدد صحیح $\{-1, 0, 1\}$ را شامل نمی‌شود.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سعید نصیری)

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow D = \frac{R}{\pi} \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow D = \frac{5\pi}{\pi} \times 180^\circ = 75^\circ$$

$$\text{مکمل زاویه } 75^\circ = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴

۳

۲✓

۱

(رضا ذاکر)

 120° را بر حسب رادیان می‌نویسیم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{2\pi}{3}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{2\pi}{3} \\ \alpha - \beta = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{\pi}{2} \\ \beta = \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴

۳

۲✓

۱

$$\text{مخرج: } 2(x-3)^2 = 2(x^2 - 6x + 9)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + ax + b = 2x^2 - 12x + 18$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 18 \end{cases} \Rightarrow a - b = -30$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱✓

(امیرمهمر سلطانی)

$$\beta = 600^\circ = \frac{600^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{10}{3} \pi$$

$$\alpha = \frac{10}{3} \pi - (-3\pi) = \frac{10\pi + 9\pi}{3} = \frac{19\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{19\pi}{3} = \frac{18\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 6\pi + \frac{\pi}{3}$$

بنابراین α در ربع اول قرار دارد.

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱