



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی - ۱۰ سوال

۸۱- اگر $f(x)$ تابع همانی و $g(x) = 4$ باشد، حاصل عبارت $\frac{g(-\sqrt{2}) + f(4)}{2g(2) - 3f(-1)}$ کدام است؟

- (۱) صفر $\frac{8}{11}$ (۲)
 (۳) $\frac{4 - \sqrt{2}}{7}$ (۴) $\frac{4 - \sqrt{2}}{11}$

۸۲- اگر نقطه $A(2m+n, -m+3n)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشد و مختصات این نقطه در معادله خط $y = -2x + 3$ نیز صدق کند، در این صورت مقدار n کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $-\frac{3}{7}$

۸۳- اگر در تابع همانی $f(x)$ داشته باشیم $f(a) + f(b) = 0$ و $a - b = 4$ باشد، آنگاه حاصل $a \times b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۸۴- اگر رابطه $f = \{(a^2, a-b), (3, -5), (2b, -2b+1)\}$ یک تابع ثابت باشد، در این صورت دامنه تابع کدام است؟

- (۱) $\{3, 4, 6\}$ (۲) $\{2, 3, 6\}$ (۳) $\{9, 3, 6\}$ (۴) $\{3, 9\}$

۸۵- اگر ضابطه $f(x) = (2a+1)x + a^2$ مربوط به یک تابع ثابت باشد، در این صورت $f(-1) + f(1)$ کدام است؟

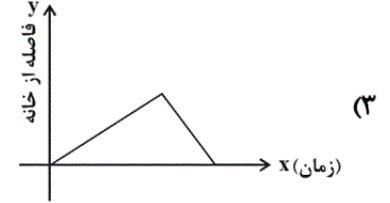
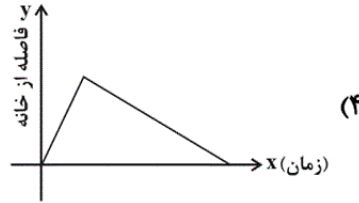
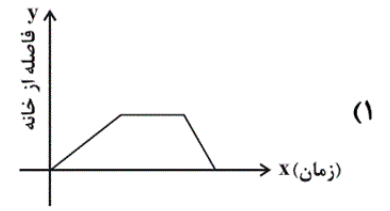
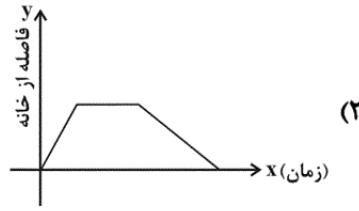
- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۸۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+3} & , x \geq 1 \\ x^2 - 1 & , x < 1 \end{cases}$ حاصل $f(-\sqrt{2}) + f(6)$ کدام است؟

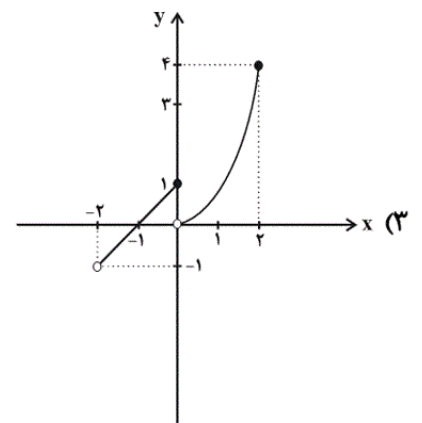
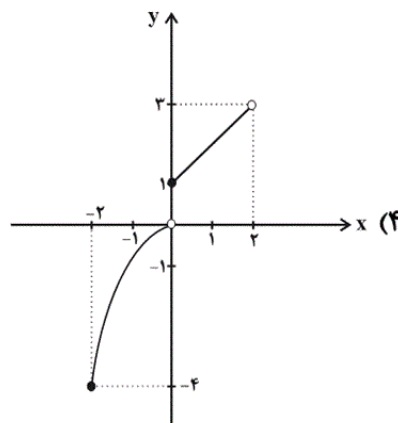
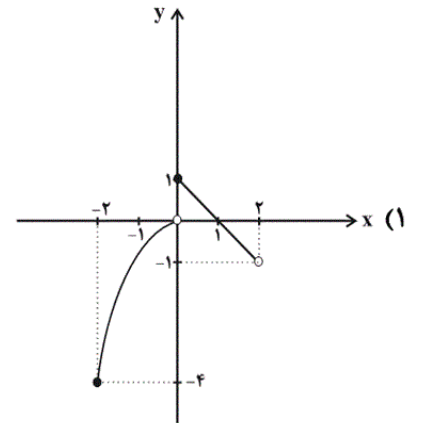
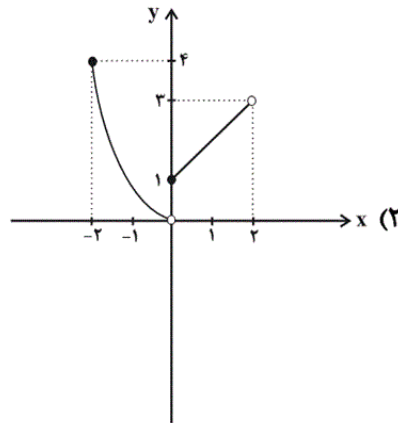
- (۱) $10 - \sqrt{6}$ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۴

۸۷- کدام نمودار مربوط به داستان زیر است؟

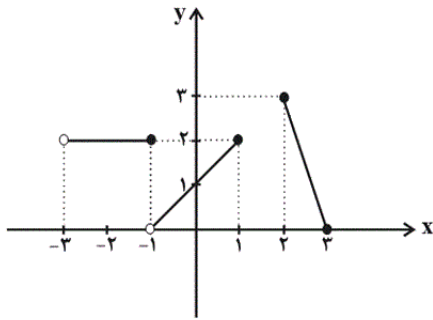
محمد رضا برای دویدن روزانه‌اش از خانه خارج شد. هنگام دویدن با دوست خود برخورد کرد که باعث شد مدتی را بایستد، اما بعد از آن با سرعت بیشتری به سمت خانه حرکت کرد و به خانه رسید.



۸۸- کدام یک از نمودارهای زیر مربوط به تابع چند ضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} x^2 & , -2 \leq x < 0 \\ x+1 & , 0 \leq x < 2 \end{cases}$ است؟



۸۹- اگر ضابطه تابع نمودار زیر به صورت $f(x) = \begin{cases} ax+b & , 2 \leq x \leq 3 \\ cx+d & , -1 < x \leq 1 \\ ex+f & , -3 < x \leq -1 \end{cases}$ باشد، آن گاه $a - b + c - d + e - f$ کدام است؟



(۱) -۱۶

(۲) -۱۴

(۳) -۱۲

(۴) -۱۰

۹۰- جدول زیر مربوط به یک تابع همانی است، حاصل abc کدام است؟

$f: x$	۴	$10b-1$	$\frac{c}{5}$	30
y	$3a-2$	۱۹	$a-b$	30

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

ریاضی و آمار ۲ - گواه ، توابع ثابت ، چند ضابطه ای و همانی - ۱۰ سوال

۹۱- اگر در تابع ثابت f به ازای هر عدد حقیقی داشته باشیم، $f(4x+5) = 4f(x) + 5$ در این صورت $f(1) + f(-1)$ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) صفر

(۲) $-\frac{10}{3}$

(۱) $-\frac{5}{3}$

۹۲- چه تعداد از موارد زیر یک تابع ثابت را مشخص می کند؟

(الف) هزینه هر لیتر بنزین، در هر زمان از شبانه روز در یک پمپ بنزین ۱۰۰۰ تومان است.

(ب) تندی دوران حرکت عقربه ساعت شمار در هر زمان شبانه روز مقدار مشخصی است.

(پ) مقدار سوختی که هر خودرو برحسب مسافت مصرف می کند.

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۹۳- برد تابع با ضابطه $y = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

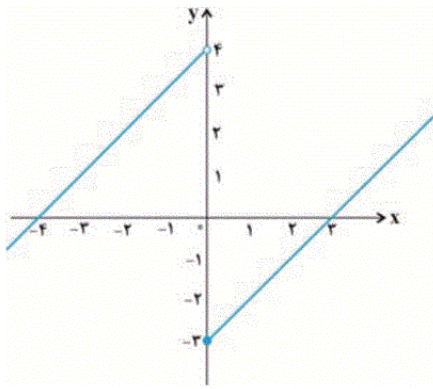
(۴) $y > 1$

(۳) $y > 0$

(۲) $y \geq 0$

(۱) $y \geq 1$

۹۴- ضابطه تابع شکل روبه‌رو کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} x+3 & , x \geq 0 \\ x-4 & , x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & , x > 0 \\ x-4 & , x \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & , x \geq 0 \\ x+4 & , x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & , x > 0 \\ x+4 & , x \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

۹۵- اگر $f(x) = \begin{cases} a^2 + x & , x \geq 1 \\ -2ax & , x \leq 1 \end{cases}$ معرف یک تابع باشد، حاصل $f(2) + f(-1)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۹۶- کدام گزینه در مورد تابع همانی صحیح نیست؟ ($f(x)$ تابع همانی است)

(۱) نمودار تابع همانی نیمساز ناحیه دوم و چهارم است.

(۲) اگر دامنه یک تابع همانی مجموعه اعداد حقیقی به غیر از صفر باشد، در این صورت $\frac{f(x)}{f(-x)} = -1$ است.

(۳) در یک تابع همانی $f(ax) = af(x)$ است.

(۴) در یک تابع همانی $f(x+y) = f(x) + f(y)$ است.

۹۷- اگر f یک تابع همانی و $f(2k+3) = k+5$ باشد، عدد حقیقی k کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۸- تابع $f(x) = (a-1)x^2 + (b-2)x + c$ تابع همانی است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳)

-۳ (۲)

۳ (۱)

۹۹- تابع $f = \{(2, a), (a+1, b-1), (c+1, b+3)\}$ یک تابع همانی است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۸ (۳)

۱۰ (۲)

۱۲ (۱)

۱۰۰- اگر f یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی باشد، مقدار $m+t$ کدام نمی‌تواند باشد؟

$$f = \{(-1, n^2 - 4n), (2m - 3, 5), (m+n, t)\}$$

۷ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱۳ (۱)

۸۱-

(فرداد روشنی، صفحه‌های ۲۶، ۲۷ و ۳۰)

ضابطه تابع همانی به فرم $f(x) = x$ است، لذا داریم:

$$\frac{g(-\sqrt{2}) + f(4)}{2g(2) - 3f(-1)} = \frac{4 + 4}{2 \times 4 - 3 \times (-1)} = \frac{8}{8 + 3} = \frac{8}{11}$$

۴

۳

۲

۱

۸۲-

(فرداد روشنی، صفحه‌ی ۳۰)

چون نقطه A روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد، لذا طول و عرض آن با یکدیگر برابرند:

$$A(2m + n, -m + 3n)$$

$$\Rightarrow 2m + n = -m + 3n \Rightarrow 2m + m = 3n - n$$

$$\Rightarrow 3m = 2n \quad (1)$$

مختصات نقطه در معادله خط صدق می‌کند، لذا داریم:

$$y = -2x + 3 \xrightarrow{A(2m+n, -m+3n)}$$

$$-m + 3n = -2(2m + n) + 3 \Rightarrow -m + 3n = -4m - 2n + 3$$

$$\Rightarrow 4m - m + 3n + 2n = 3$$

$$\Rightarrow 3m + 5n = 3 \xrightarrow{(1)} 2n + 5n = 3 \Rightarrow 7n = 3 \Rightarrow n = \frac{3}{7}$$

۴

۳

۲

۱

۸۳-

(فرداد روشنی، صفحه‌ی ۳۰)

ضابطه تابع همانی به فرم $f(x) = x$ است، لذا داریم:

$$f(a) + f(b) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \quad (1)$$

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = 4 \end{cases}$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{(1)} 2 + b = 0 \Rightarrow b = -2$$

$$a \times b = 2 \times (-2) = -4$$

۴

۳

۲

۱

(حمید زرین‌کفش، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

در تابع ثابت، برد تابع تک‌عضوی است، یعنی اگر تابع به صورت زوج مرتبی باشد، مؤلفه‌های دوم تمام زوج مرتب‌ها با یکدیگر برابراند، لذا داریم:

$$f = \{(a^2, a-b), (3, -5), (2b, -2b+1)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2b+1 = -5 \Rightarrow -2b = -5-1 \Rightarrow -2b = -6 \Rightarrow b = 3 & (1) \\ a-b = -5 \xrightarrow{(1)} a-3 = -5 \Rightarrow a = 3-5 = -2 \end{cases}$$

$$f = \{((-2)^2, -2-3), (3, -5), (2 \times 3, -2 \times (3) + 1)\}$$

$$\Rightarrow f = \{(4, -5), (3, -5), (6, -5)\}$$

$$\Rightarrow D_f = \{3, 4, 6\}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زرانروز، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

چون ضابطه تابع مربوط به یک تابع ثابت است، لذا می‌بایست ضریب x صفر باشد تا مقدار تابع به ازای هر مقدار x همواره ثابت باشد، لذا داریم:

$$f(x) = (2a+1)x + a^2 \xrightarrow{\text{ضریب } x \text{ مساوی صفر}} 2a+1=0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = (2 \times (-\frac{1}{2}) + 1)x + (-\frac{1}{2})^2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}$$

$$f(-1) + f(1) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمرب بفرایی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

با توجه به ضابطه تابع، مقدار $f(6)$ را از ضابطه بالایی و $f(-\sqrt{2})$ را از ضابطه پایینی بدست می‌آوریم، لذا داریم:

$$f(6) = 6 - \sqrt{6+3} = 6 - \sqrt{9} = 6 - 3 = 3$$

$$f(-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\Rightarrow f(6) + f(-\sqrt{2}) = 3 + 1 = 4$$

۴ ✓

۳

۲

۱

در ابتدا محمدرضا شروع به دویدن کرده است پس از خانه دور شده است و بعد از اینکه دوستش را دید مدتی را توقف کرده است، پس مدت زمانی را که ایستاده است، تابع ثابت می‌باشد و بعد از مدتی که به خانه برگشت با سرعت بیشتری حرکت کرده است، پس شیب نمودار برگشت او به سمت خانه بیشتر است یعنی مسافتی را که در حین رفتن طی کرده در مدت زمان کمتری برگشته است.

۴

۳

۲

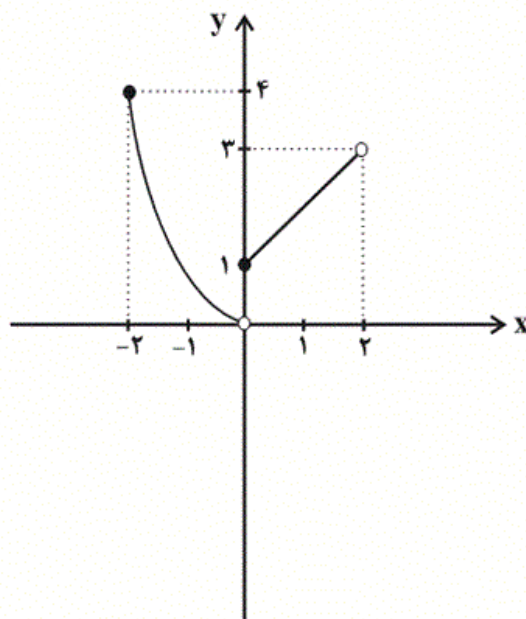
۱ ✓

نمودار تابع در بازه $0 < x < 2$ به صورت یک سهمی است که با توجه به جدول زیر داریم:

x	-۲	-۱	۰
f(x)	$(-۲)^۲ = ۴$	$(-۱)^۲ = ۱$	$۰^۲ = ۰$

و در بازه $0 \leq x < ۲$ به صورت یک تابع خطی است که داریم:

x	۰	۱	۲
f(x)	$۰+۱=۱$	$۱+۱=۲$	$۲+۱=۳$



دقت کنید نمودار ضابطه بالایی به ازای $x = ۰$ توخالی و نمودار ضابطه پایینی به ازای $x = ۲$ توخالی است.

۴

۳

۲ ✓

۱

(فرداد روشنی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

به ازای $۲ \leq x \leq ۳$ نمودار تابع، خطی است که از نقاط $A(۳, ۰), B(۲, ۳)$ عبور می‌کند، لذا با به دست آوردن ضابطه تابع داریم:

$$m = \frac{۰ - ۳}{۳ - ۲} = \frac{-۳}{۱} = -۳$$

$$y - ۰ = -۳(x - ۳) \Rightarrow y = -۳x + ۹$$

که با مقایسه با ضابطه صورت سوال داریم:

$$ax + b = -۳x + ۹ \Rightarrow \begin{cases} a = -۳ \\ b = ۹ \end{cases}$$

به ازای $-۱ < x \leq ۱$ نمودار تابع خطی است که از دو نقطه $C(-۱, ۰), D(۱, ۲)$ می‌گذرد، لذا داریم:

$$m' = \frac{۲ - ۰}{۱ - (-۱)} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

که با مقایسه با ضابطه صورت سوال داریم:

$$y - ۰ = ۱(x - (-۱)) \Rightarrow y = x + ۱$$

$$x + ۱ = cx + d \Rightarrow \begin{cases} c = ۱ \\ d = ۱ \end{cases}$$

به ازای $-۳ < x \leq -۱$ تابع ثابت است که ضابطه آن $f(x) = ۲$ می‌باشد، لذا: $e = ۰$ و $f = ۲$

$$\Rightarrow a - b + c - d + e - f = -۳ - ۹ + ۱ - ۱ + ۰ - ۲ = -۱۴$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زرانروز، صفحه‌ی ۳۰)

در هر ستون جدول، x و y ها باید با هم مساوی باشند، لذا خواهیم نوشت:

$$۳a - ۲ = ۴ \Rightarrow ۳a = ۶ \Rightarrow a = ۲$$

$$۱۰b - ۱ = ۱۹ \Rightarrow ۱۰b = ۲۰ \Rightarrow b = ۲$$

$$a - b = \frac{c}{۵} \Rightarrow ۲ - ۲ = \frac{c}{۵} \Rightarrow c = ۰$$

$$\Rightarrow abc = ۲ \times ۲ \times ۰ = ۰$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

چون تابع f یک تابع ثابت است آن را به صورت $f(x) = k$ در نظر می‌گیریم:

$$f(4x + 5) = 4f(x) + 5$$

$$\Rightarrow k = 4k + 5 \Rightarrow 3k = -5 \Rightarrow k = -\frac{5}{3}$$

$$f(1) + f(-1) = -\frac{5}{3} - \frac{5}{3} = \frac{-10}{3}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

الف) هزینه فروش هر لیتر بنزین در هر زمان شبانه‌روز مقدار ثابت ۱۰۰۰ تومان است پس یک تابع ثابت بر حسب زمان است.

ب) تندی دوران حرکت عقربه ساعت‌شمار همواره مقداری ثابت است که نشان‌دهنده یک تابع ثابت است.

پ) مقدار سوختی که هر خودرو بر حسب مسافت مصرف می‌کند یک تابع ثابت نیست زیرا به‌ازای طی کردن مسافت بیشتر، سوخت بیشتری مصرف می‌کند.

 ۴

 ۳

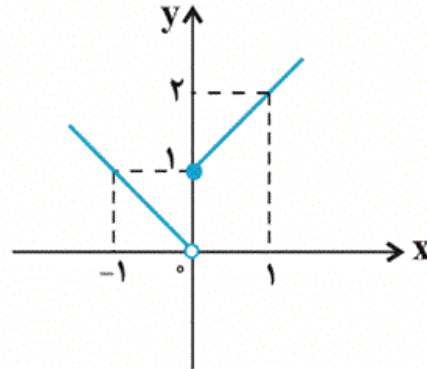
 ۲

 ۱

با رسم نمودار تابع داریم:

$$x \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$x < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & -1 & -2 \\ \hline y & 1 & 2 \end{array}$$



در نتیجه برد تابع که از تصویر کردن نقاط نمودار تابع بر روی محور y ها به دست می‌آید، $y > 0$ است.

۴

۳ ✓

۲

۱

برای بدست آوردن ضابطه تابع دقت کنید که نمودار از دو قسمت تشکیل شده است پس نمودار مربوط به تابع دو ضابطه‌ای است به ازای $x \geq 0$ نمودار تابع به صورت خطی است که از دو نقطه $(3,0)$ و $(0,-3)$ می‌گذرد. و به ازای $x < 0$ نمودار تابع به صورت خطی است که از دو نقطه $(-4,0)$ و $(0,4)$ می‌گذرد بنابراین:

$$x \geq 0 \Rightarrow A(3,0), B(0,-3)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-3 - 0}{0 - 3} = 1$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = 1 \times (x - 3)$$

$$\Rightarrow y = x - 3 \text{ ضابطه اول}$$

$$x < 0 \Rightarrow C(-4,0), D(0,4)$$

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \Rightarrow m_{CD} = \frac{4 - 0}{0 - (-4)} = 1$$

$$y - y_C = m_{CD}(x - x_C) \Rightarrow y - 0 = 1 \times (x - (-4))$$

$$\Rightarrow y = x + 4 \text{ ضابطه دوم}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹ کتاب درسی)

$f(1)$ هم در ضابطه اول است و هم در ضابطه دوم، چون f یک تابع است پس $f(1)$

باید منحصر به فرد باشد، بنابراین مقادیر $f(1)$ در دو ضابطه را با هم برابر قرار

می‌دهیم:

$$f(1) = a^2 + 1 = -2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & , \quad x \geq 1 \\ 2x & , \quad x \leq 1 \end{cases}$$

حال $f(2)$ از ضابطه اول و $f(-1)$ از ضابطه دوم به دست می‌آید، داریم:

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 1 + 2 = 3$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2 \times (-1) = -2$$

$$\Rightarrow f(2) + f(-1) = 3 - 2 = 1$$

۴

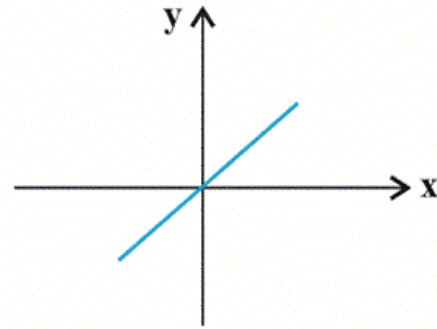
۳

۲

۱

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): ضابطه تابع همانی $f(x) = x$ است که اگر نمودار آن را رسم کنیم، منطبق بر نیمساز ناحیه اول و سوم محورهای مختصات می‌شود.



گزینه (۲) ضابطه یک تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است. در نتیجه داریم:

$$\frac{f(x)}{f(-x)} = \frac{x}{-x} = -1 \quad x \neq 0$$

گزینه «۳»:

$$f(ax) = ax \Rightarrow f(ax) = af(x)$$

گزینه «۴»:

$$f(x+y) = x+y = f(x) + f(y)$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

در یک تابع همانی ضابطه تابع به صورت $f(x) = x$ است در نتیجه داریم:

$$f(2k+3) = 2k+3 = k+5$$

$$\Rightarrow k = 2$$

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

تابع $f(x) = x$ تابع همانی است، لذا:

$$(a-1)x^2 + (b-2)x + c = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ b-2=1 \Rightarrow b=3 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=4$$

۴ ✓

۳

۲

۱

ضابطه تابع همانی به صورت، $y = x$ است. پس در هر زوج مرتب از تابع f ، مؤلفه‌های

اول و دوم با هم برابرند، داریم:

$$\begin{cases} a=2 \\ a+1=b-1 \xrightarrow{a=2} b-1=3 \Rightarrow b=4 \\ c+1=b+3 \xrightarrow{b=4} c+1=7 \Rightarrow c=6 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=12$$

۴

۳

۲

۱ ✓

چون f یک تابع ثابت است در نتیجه برد تابع تنها شامل یک عضو است و آن $\{5\}$ است.

$$t = 5$$

$$n^2 - 4n = 5 \Rightarrow n^2 - 4n - 5 = 0 \Rightarrow (n - 5)(n + 1) = 0$$

$$\begin{cases} n - 5 = 0 \Rightarrow n = 5 \\ n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1 \end{cases}$$

حال به ازای $n = 5$ و $n = -1$ شرط تابع بودن را بررسی می‌کنیم، دقت کنید دامنهٔ تابع تنها شامل دو عضو است، در نتیجه داریم:

$$n = -1 \Rightarrow f = \{(-1, 5), (2m - 3, 5), (m - 1, 5)\}$$

$$\begin{cases} 2m - 3 = -1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ m - 1 = -1 \Rightarrow m = 0 \\ 2m - 3 = m - 1 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

$$n = 5 \Rightarrow f = \{(-1, 5), (2m - 3, 5), (m + 5, 5)\}$$

$$\begin{cases} 2m - 3 = -1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ m + 5 = -1 \Rightarrow m = -6 \\ 2m - 3 = m + 5 \Rightarrow m = 8 \end{cases}$$

در نتیجه مقادیر m به صورت $m = \{1, 0, 2, 8, -6\}$ می‌باشد.

پس مقادیر $m + t$ به صورت $m + t = \{6, 5, 7, 13, -1\}$ است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱