



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



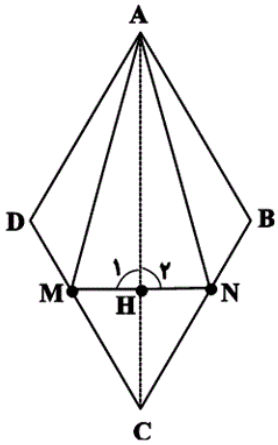
<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- در شکل زیر، ABCD لوزی است و M و N وسط اضلاع CD و CB هستند. کدام گزینه



نادرست است؟ (زاویه‌های \hat{B} و \hat{D} منفرجه هستند.) (نگاه به گذشته)

(۱) $AC \perp MN$

(۲) ۲ دوزنقه در شکل موجود است.

(۳) MN عمود منصف AC می‌باشد.

(۴) چهارضلعی AMCN هیچ گاه لوزی نمی‌باشد.

۴۲- کدام یک از گزینه‌های زیر الزاماً درست نیست؟ ($a > 0, b < 0$) (نگاه به گذشته)

(۲) $|ab| = -ab$

(۱) $\left| \frac{a}{b} \right| = -\frac{a}{b}$

(۴) $|a+b| = a+b$

(۳) $|a-b| = a-b$

$$\frac{12/5 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-12}}$$

۴۳- نمایش عبارت مقابل، به صورت نماد علمی کدام گزینه است؟

(۲) $2/5 \times 10^9$

(۱) $2/5 \times 10^7$

(۴) $2/5 \times 10^{-7}$

(۳) 0.25×10^8

۴۴- چه تعداد از عبارات زیر، درست محاسبه شده‌اند؟

- (الف) $3^{-1} + 4^{-1} = 7^{-1}$ (ب) $a^0 - a^{-1} = a$ (پ) $a^{-1} - a^{-2} = a^{-2}$ (ت) $3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-1}$
- (ث) $2^{-1} \times 5^{-2} = 10^{-2}$ (ج) $2^{-1} \times 5 = 10^{-1}$ (چ) $(2^{-1})^{-1} = (\frac{1}{2})^{-1}$ (ح) $((3 \times 4)^{-1})^{-1} = 12^{-1}$
- (خ) $a^b \div a^{-b} = a^{2b}$

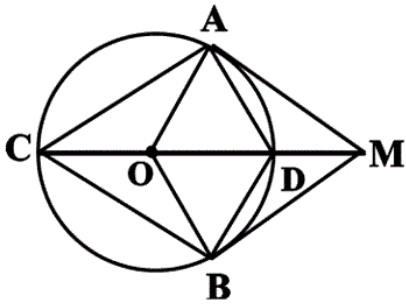
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۴۵- در شکل زیر، اگر MA و MB بر دایره مماس باشند، کدام گزینه الزاماً درست نیست؟ (O مرکز دایره است)



(۱) $AD = BD$

(۲) $AC = MA$

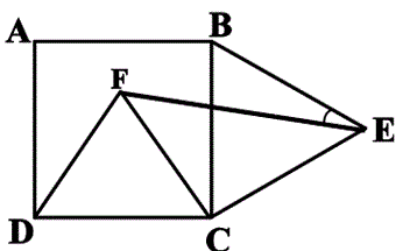
(۳) $MA = MB$

(۴) $AC = BC$

۴۶- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در دایره، اگر دو کمان برابر باشند، وترهای نظیر آن دو کمان نیز با هم برابرند.
- (۲) در دایره‌ای، اگر دو وتر برابر باشند، فاصله مرکز دایره تا آن دو وتر نیز با هم برابر است.
- (۳) در دایره‌ای، اگر یک وتر از وسط وتر دیگر بگذرد، همواره بر آن وتر عمود است.
- (۴) هر نقطه روی نیمساز زاویه رأس در مثلث متساوی‌الساقین، از دو سر قاعده به یک اندازه است.

۴۷- در شکل زیر، ABCD مربع و دو مثلث BEC و FDC متساوی‌الاضلاع هستند. زاویه \hat{BEF} چند درجه است؟



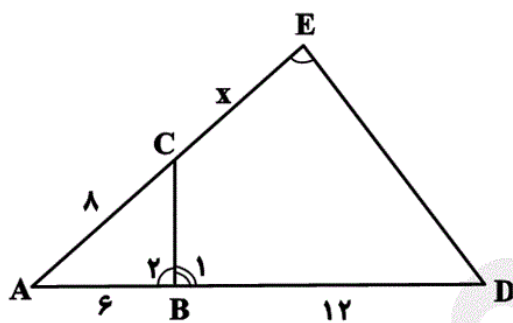
(۱) 10°

(۲) 15°

(۳) $22/5^\circ$

(۴) 30°

۴۸- در شکل زیر، دو زاویه \hat{E} و \hat{B}_1 مکمل یکدیگرند. اندازه x کدام است؟



۵ (۱)

۱۰ (۲)

۵/۵ (۳)

۱۲ (۴)

۴۹- در کدام یک از حالات زیر، نمی‌توان با اطمینان گفت که دو مثلث ABC و $A'B'C'$ هم‌نهشت‌اند؟

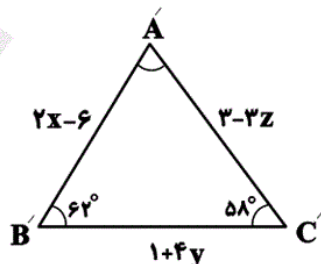
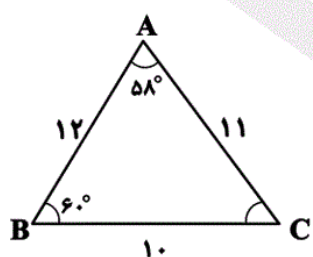
(۲) $\hat{A} = \hat{A}'$ و $AB = A'B'$ و $BC = B'C'$

(۱) $\hat{A} = \hat{B}'$ و $AC = A'B'$ و $AB = B'C'$

(۴) $AB = A'C'$ و $BC = B'C'$ و $AC = A'B'$

(۳) $\hat{B} = \hat{C}'$ و $\hat{C} = \hat{A}'$ و $BC = A'C'$

۵۰- اگر دو مثلث زیر، هم‌نهشت باشند، حاصل $x + 2y + 3z$ کدام است؟



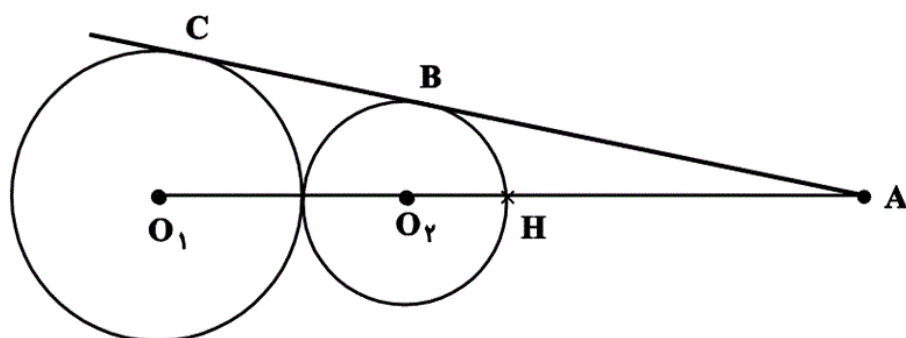
۴ (۱)

۹ (۲)

۱۶ (۳)

۲۲ (۴)

۵۱- در شکل زیر، دو دایره با شعاع‌های ۱۰ و ۶ بر یکدیگر مماس هستند. خط AC به گونه‌ای است که در نقاط B و C بر دو دایره، مماس است. AH کدام است؟



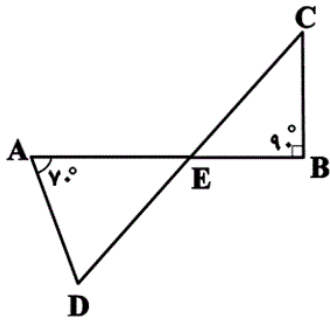
۱۲ (۱)

۱۴ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

۵۲- در شکل زیر، $BC = AD$ و $CE = DE$. کدام گزینه درست است؟ (E، نقطه تلاقی دو خط AB و CD است).



(۱) دو مثلث هم‌نهشت هستند.

(۲) $\hat{A} = \hat{C}$

(۳) $AE > BE$

(۴) $\hat{C} > \hat{D}$

۵۳- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

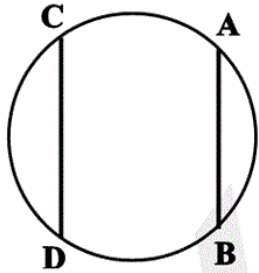
(۱) در مستطیل، هر قطر نیمساز زاویه‌های دو سر آن قطر است.

(۲) در مربع، هر قطر نیمساز زاویه‌های دو سر آن قطر است.

(۳) در مثلث متساوی‌الاضلاع، هر نیم‌ساز، میانه نیز است.

(۴) فاصله هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط تا دو سر پاره‌خط، یکسان است.

۵۴- در شکل زیر، اگر $AB \parallel CD$ باشد، کدام گزینه الزاماً درست نمی‌باشد؟



(۱) $AC = BD$

(۲) $CD = AB$

(۳) $\triangle ABD \cong \triangle ABC$

(۴) $\triangle BCD \cong \triangle ACD$

۵۵- زهرا می‌خواهد اثبات کند در صورتی که مرکز دایره از دو وتر در یک دایره به یک فاصله باشد، در این صورت این دو وتر،

طول برابر دارند. او برای اثبات این ادعا از چه حالتی استفاده می‌کند؟

(۱) ض ز ض (۲) ز ز ز

(۳) وتر و یک ضلع مثلث قائم‌الزاویه (۴) وتر و یک زاویه تند مثلث قائم‌الزاویه

۵۶- اگر دو چهارضلعی به اضلاع $(y-z, x+y, x-2, 3)$ و $(6, 4x-2y, x+4, 9)$ متشابه باشند، $x+y+z$ کدام است؟

(اضلاع به ترتیب یک به یک متناظرند.)

(۱) ۵ (۲) ۶

(۳) ۷ (۴) ۸

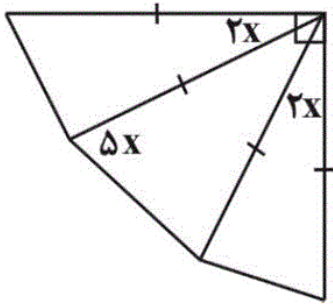
۵۷- حاصل عبارت $\frac{8^3 + 8^3}{2(4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2)}$ کدام است؟

۳۲ (۲)

۲۲ (۱)

۲۳ (۴)

۲ (۳)



۵۸- در شکل زیر، مقدار x چند درجه است؟

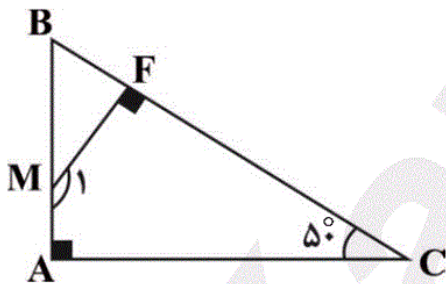
۱۰° (۱)

۱۲° (۲)

۱۴° (۳)

۱۵° (۴)

۵۹- با توجه به این که مثلث ABC قائم‌الزاویه است، اندازه زاویه M_1 چند درجه است؟



۱۳۰° (۱)

۱۱۰° (۲)

۱۰۰° (۳)

۱۲۰° (۴)

۶۰- ۳ شهر تهران، سمنان و مشهد در یک مسیر قرار دارند. سمنان بین مشهد و تهران است و ۲۲۵۴۶۲ متر از تهران فاصله دارد و

مشهد نیز ۹۶۷۸۷۶ متر از تهران فاصله دارد. فاصله سمنان و مشهد به صورت نماد علمی چند متر است؟

$7/42414 \times 10^6$ (۲)

$7/42441 \times 10^6$ (۱)

$7/42414 \times 10^5$ (۴)

$7/42441 \times 10^5$ (۳)

۶۱- حاصل عبارت زیر، کدام است؟ $(\sqrt{3} \approx 1/7)$ (نگاه به گذشته)

$$\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} + |7-5\sqrt{3}| = ?$$

(۲) $4-3\sqrt{3}$

(۱) $3\sqrt{3}-4$

(۴) $10-3\sqrt{3}$

(۳) $7\sqrt{3}-10$

۶۲- در جعبه‌ای ۱۱ مهره سفید و ۹ مهره سیاه است. اگر ابتدا دو مهره برداریم که یکی سفید و دیگری سیاه باشد، احتمال اینکه مهره سوم سیاه باشد، کدام است؟ (نگاه به گذشته)

(۲) $\frac{9}{2}$

(۱) $\frac{4}{9}$

(۴) $\frac{11}{20}$

(۳) $\frac{5}{9}$

۶۳- کدام گزینه نادرست است؟

(۲) $||5+|-2|| = 7$

(۱) $||4-|2|| = 2$

(۴) $||-6+|-1|| = 5$

(۳) $||2-|-3|| = 5$

$$A = |5-2\sqrt{10}| + |3-\sqrt{12}| + |3\sqrt{10}-\sqrt{75}| = ?$$

(۲) $7\sqrt{3}-\sqrt{10}-8$

(۱) $5(\sqrt{10}-1)-3(\sqrt{3}+1)$

(۴) $\sqrt{10}-1-3(\sqrt{3}-1)$

(۳) $5\sqrt{10}-7\sqrt{3}-2$

۶۵- در شکل زیر اگر مثلث OAB با مثلث OA'B' هم‌نهشت بوده و با مثلث OCD متشابه باشد، طول پاره‌خط A'C کدام

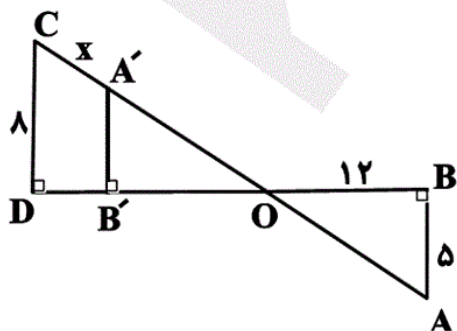
است؟

(۱) ۲۰/۸

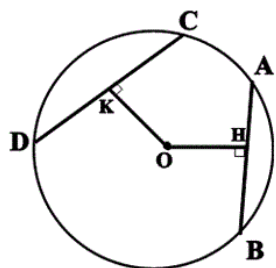
(۲) ۷/۸

(۳) ۸/۶

(۴) ۶/۴



۶۶- در شکل زیر، دایره‌ای به مرکز O وجود دارد و کمان‌های AB و CD با هم برابرند. اگر $OH = 3x - 2$ و $OK = x + 6$ باشد، مقدار x برابر است با:



(۱) ۱۰

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۱۲

۶۷- در اثبات این که «هر چهارضلعی که قطرهایش یک‌دیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.» از کدام حالت هم‌نهشتی

مثلث‌ها استفاده می‌شود؟

(۲) ض ض ض

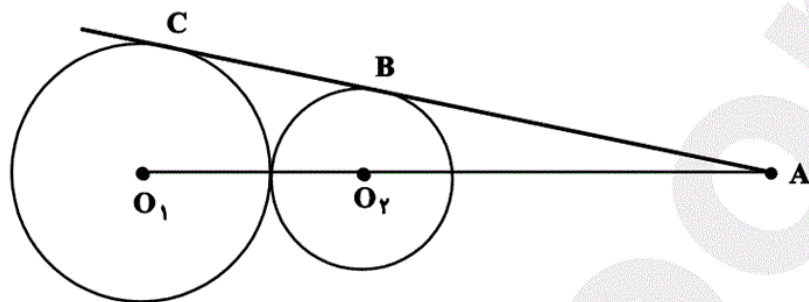
(۱) ض ض ض

(۴) هر سه مورد

(۳) ز ض ز

۶۸- دو دایره به شعاع‌های ۸ و ۶ به یک‌دیگر مماس هستند. خط AC به گونه‌ای است که در نقاط B و C بر دو دایره، مماس

است. $\frac{AB}{AC}$ و $\frac{AO_2}{AO_1}$ به ترتیب کدام است؟



(۱) $\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{9}{16}$ و $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$ و $\frac{9}{16}$

(۴) $\frac{9}{16}$ و $\frac{9}{16}$

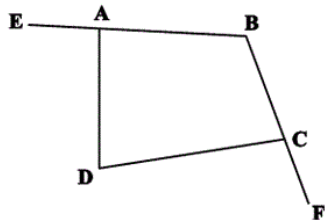
۶۹- در کدام مورد، نتیجه‌ای که از مفروضات گرفته شده است، معتبر نیست؟

(۱) هر لوزی، متوازی‌الاضلاع است.
 در متوازی‌الاضلاع، دو زاویه مجاور، مکمل‌اند. \Leftarrow در لوزی، دو زاویه مجاور، مکمل‌اند.

$$\hat{A} = \hat{B}_1 \Leftarrow \begin{cases} \hat{A} + \hat{B}_2 = 180^\circ \\ \hat{B}_2 + \hat{B}_1 = 180^\circ \end{cases} \quad (2)$$

(۳) چهارضلعی ABCD چهارزاویه 90° دارد. \Leftarrow چهارضلعی ABCD یک مربع است. مربع دارای چهار زاویه 90° است.

$$\hat{A} = \hat{B} \Leftarrow \begin{cases} \hat{C} = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{A} \end{cases} \quad (4)$$

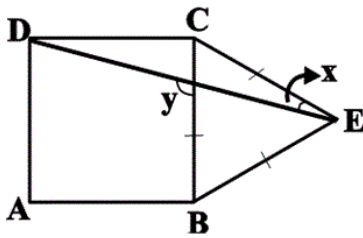


۷۰- با توجه به شکل مقابل، مقدار $\hat{B} + \hat{D}$ همواره برابر با کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

$$\hat{A} + \hat{C} \quad (1) \quad \hat{C} + \hat{EAD} \quad (2)$$

$$\hat{A} + \hat{FCD} \quad (3) \quad \hat{EAD} + \hat{FCD} \quad (4)$$

۷۱- در شکل زیر، اگر ABCD مربع باشد، مقدار $y - x$ چند درجه است؟



$$60^\circ \quad (1)$$

$$75^\circ \quad (2)$$

$$90^\circ \quad (3)$$

$$85^\circ \quad (4)$$

۷۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر، نادرست است؟

الف) دیدن و استفاده از حواس یا بیان مثال‌های متعدد و توجه به ابعاد ظاهری برای ایجاد اطمینان از درستی یک موضوع کافی است.

ب) اولین اقدامی که برای اثبات انجام می‌دهیم، تشخیص فرض و حکم مرتبط با مسأله است.

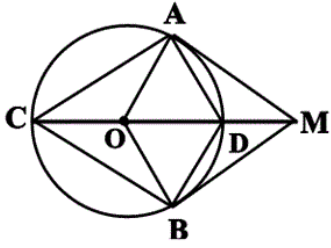
ج) حکم، واقعیت‌های از قبل ثابت شده است.

د) به مثالی که برای رد یک ادعای کلی به کار می‌بریم، مثال نقض می‌گویند.

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۷۳- در شکل زیر، اگر MA و MB بر دایره مماس باشند، کدام گزینه الزاماً درست نیست؟ (O مرکز دایره است)



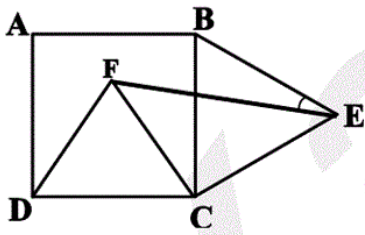
(۱) $AD = BD$

(۲) $AC = MA$

(۳) $MA = MB$

(۴) $AC = BC$

۷۴- در شکل زیر، ABCD مربع و دو مثلث $\triangle BEC$ و $\triangle FDC$ متساوی الاضلاع هستند. زاویه \hat{BEF} چند درجه است؟



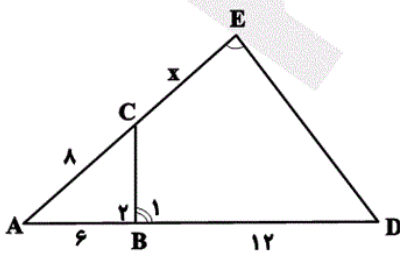
(۱) 10°

(۲) 15°

(۳) $22/5^\circ$

(۴) 30°

۷۵- در شکل زیر، دو زاویه \hat{E} و \hat{B}_1 مکمل یکدیگرند. اندازه x کدام است؟



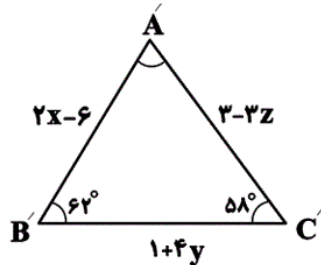
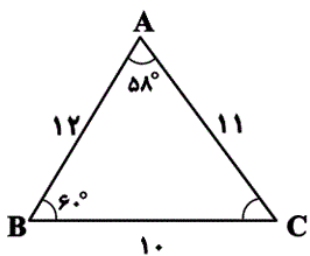
(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۵/۵

(۴) ۱۲

۷۶- اگر دو مثلث زیر، هم‌نهشت باشند، حاصل $x + 2y + 3z$ کدام است؟



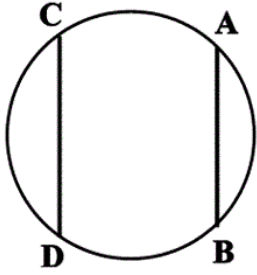
(۱) ۴

(۲) ۹

(۳) ۱۶

(۴) ۲۲

۷۷- در شکل زیر، اگر $AB \parallel CD$ باشد، کدام گزینه الزاماً درست نمی‌باشد؟



(۱) $AC = BD$

(۲) $CD = AB$

(۳) $\triangle ABD \cong \triangle ABC$

(۴) $\triangle BCD \cong \triangle ACD$

۷۸- اگر دو چهارضلعی به اضلاع $(y-z, x+y, x-2, 3)$ و $(6, 4x-2y, x+4, 9)$ متشابه باشند، $x+y+z$ کدام است؟
(اضلاع به ترتیب یک به یک متناظرند.)

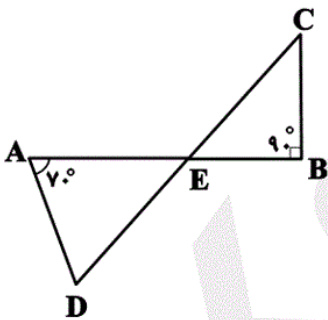
(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) ۸

(۳) ۷

۷۹- در شکل زیر، $BC = AD$ و $CE = DE$. کدام گزینه درست است؟ (E، نقطه تلاقی دو خط AB و CD است.)



(۱) دو مثلث هم‌نهشت هستند.

(۲) $\hat{A} = \hat{C}$

(۳) $AE > BE$

(۴) $\hat{C} > \hat{D}$

۸۰- در کدام یک از حالات زیر، نمی‌توان با اطمینان گفت که دو مثلث ABC و $A'B'C'$ هم‌نهشت‌اند؟

(۲) $\hat{A} = \hat{A}'$ و $AB = A'B'$ و $BC = B'C'$

(۱) $\hat{A} = \hat{B}'$ و $AC = A'B'$ و $AB = B'C'$

(۴) $AB = A'C'$ و $BC = B'C'$ و $AC = A'B'$

(۳) $\hat{B} = \hat{C}'$ و $\hat{C} = \hat{A}'$ و $BC = A'C'$

(نگاه به گذشته: بهراد موسوی)

تشریح گزینه‌ها:

گزینه «۱»: دو مثلث AMD و ANB هم‌نهشت‌اند؛ زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB \\ \hat{D} = \hat{B} \\ DM = BN = \frac{1}{2} BC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle AMD \cong \triangle ANB$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{NAB} = \hat{MAD} \\ AM = AN \end{array} \right. \quad (1)$$

می‌دانیم قطرهای لوزی نیمساز نیز هستند؛ پس داریم:

$$\hat{CAB} = \hat{CAD} \quad (2)$$

$$\hat{CAB} - \hat{NAB} = \hat{CAD} - \hat{MAD} \quad \text{از (۱) و (۲) داریم:}$$

$$\hat{CAN} = \hat{CAM} \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\left. \begin{array}{l} AH = AH \text{ مشترک} \\ \hat{CAN} = \hat{CAM} \\ AM = AN \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle AHN \cong \triangle AHM$$

$$\Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \Rightarrow AC \perp MN$$

گزینه «۲»: همان‌طور که در شکل می‌بینیم تنها دو ذوزنقه

MCBA و NCDA موجود است.

۴

۳ ✓

۲

۱

(نگاه به گذشته: علی (چمند)

$$a > 0, b < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} < 0 \Rightarrow \left| \frac{a}{b} \right| = -\frac{a}{b} \\ ab < 0 \Rightarrow |ab| = -ab \end{cases}$$

$$b < 0 \Rightarrow -b > 0 \xrightarrow{a > 0} a - b > 0 \Rightarrow |a - b| = a - b$$

به ازای $a = 2$ و $b = -4$ ، در مورد گزینه «۴» خواهیم

$$a + b = 2 + (-4) = -2 < 0 \quad \text{داشت:}$$

$$|a + b| = |2 + (-4)| = |-2| = 2$$

پس گزینه «۴» همواره درست نیست.

(عددهای مقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{الف) } 3^{-1} + 4^{-1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \neq \frac{1}{7} \text{ نادرست}$$

$$\text{ب) } a^0 - a^{-1} = 1 - \frac{1}{a} = \frac{a-1}{a} \neq a \text{ نادرست}$$

$$\text{پ) } a^{-1} - a^{-2} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a^2} = \frac{a-1}{a^2} \neq a^2 \text{ نادرست}$$

$$\text{ت) } 3^{-1} \times 4^{-1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12} = 12^{-1} \text{ درست}$$

$$\text{ث) } 2^{-1} \times 5^{-2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{50} \neq 10^{+2} \text{ نادرست}$$

$$\text{ج) } 2^{-1} \times 5 = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2} \neq 10^{-1} \text{ نادرست}$$

$$\text{چ) } (2^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ درست}$$

$$\text{ح) } ((3 \times 4)^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{12}\right)^{-1} = 12 \neq 12^{-1} \text{ نادرست}$$

$$\text{خ) } a^b \div a^{-b} = \frac{a^b}{a^{-b}} = a^b \times a^b = a^{2b} \text{ درست}$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به تمرین ۴ صفحه ۴۸ کتاب درسی، دو مثلث

OAM و OBM با هم نهشت هستند. بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} MA = MB \text{ (گزینه «۳»)} \\ \hat{AOD} = \hat{BOD} \\ \hat{AMO} = \hat{BMO} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{AOD} = \hat{BOD} \\ \hat{AMO} = \hat{BMO} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{AMO} = \hat{BMO} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} OA = OB \\ OD = OD \end{array} \right. \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \triangle AOD \cong \triangle BOD \Rightarrow AD = BD \text{ (گزینه «۱»)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{AOD} = \hat{BOD} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} MA = MB \\ \hat{AMO} = \hat{BMO} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \triangle MBC \cong \triangle MAC \Rightarrow AC = BC \text{ (گزینه «۴»)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} MC = MC \end{array} \right.$$

برای درستی گزینه «۲» تنها یک حالت ممکن است و آن:

$$\hat{ACM} = \hat{AMC} = ۳۰^\circ$$

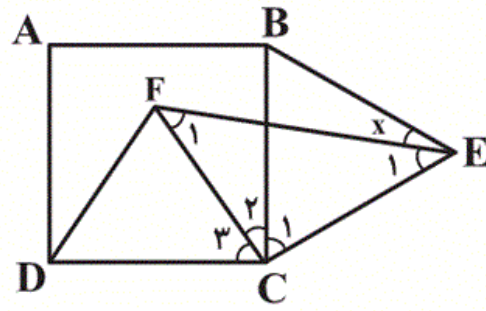
(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\hat{C}_\gamma = \hat{C}_1 = 6^\circ \rightarrow \hat{C}_\gamma = 90^\circ - 6^\circ = 84^\circ$$

مثلث FCE متساوی الساقین است $\rightarrow CF = CE = BC = CD$

$$\Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_\gamma = 6^\circ + 84^\circ = 90^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\hat{E}_1 + \hat{X} = 6^\circ \rightarrow 45^\circ + \hat{X} = 6^\circ \rightarrow \boxed{\hat{X} = 15^\circ}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تشریح گزینه‌ها:

گزینه «۱»: حالت (ض ز ض)

گزینه «۲» نمی‌توان گفت دو مثلث هم‌نهشتند. دقت کنید در حالت (ض ز ض)، زاویه برابر باید بین دو ضلع برابر باشد.

گزینه «۳»: حالت (ز ض ز)

گزینه «۴»: حالت (ض ض ض) را مشخص می‌کند.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فرزاد شیرمحمدلی)

اگر از مرکز دایره‌ها به نقاط مماس وصل کنیم، زاویه‌های \hat{C} و \hat{B} قائمه خواهند بود، پس دو مثلث AO_2B و AO_1C متشابه هستند. بنابراین:

$$\frac{AO_2}{AO_1} = \frac{O_2B}{O_1C}$$

اگر AH را x بنامیم و شعاع دایره‌ها را با R نشان دهیم:

$$AO_2 = x + R_2 = x + 6$$

$$AO_1 = x + 2R_2 + R_1 = x + 22$$

$$\Rightarrow \frac{x+6}{x+22} = \frac{6}{10} \Rightarrow 6x + 132 = 10x + 60$$

$$\Rightarrow 4x = 72 \Rightarrow x = 18$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

زیرا در مستطیل، قطرهای یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند، نیمسازهای مستطیل الزاماً در یک نقطه به هم نمی‌رسند. پس نمی‌توانند قطرهای و نیمسازهای مستطیل با هم یکی باشند. این گزاره تنها در حالتی درست است که اضلاع مستطیل با یکدیگر برابر باشند (مربع).

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

با حالت وتر و یک ضلع، دو مثلث $\triangle OAH$ و $\triangle ODH'$

همنهشت هستند. از آنجایی که مثلث‌های $\triangle AOB$ و

$\triangle DOC$ متساوی‌الساقین هستند، خواهیم داشت:

$$\Rightarrow DH' = AH \Rightarrow \sphericalangle DH' = \sphericalangle AH \Rightarrow \boxed{DC = AB}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

چون مثلث‌ها متساوی‌الساقین هستند، پس زاویه‌های مجاور به ساق، با هم برابر بوده و در مثلث وسطی، هر دو زاویه مجاور به ساق $5x$ است.

$$\hat{A}_1 + 5x + 5x = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + 10x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = 180^\circ - 10x \quad (1)$$

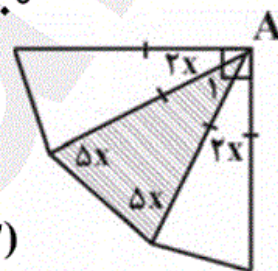
$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + 2x + 2x = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 + 4x = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 90^\circ - 4x \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 180^\circ - 10x = 90^\circ - 4x$$

$$\Rightarrow 180^\circ - 90^\circ = 10x - 4x$$

$$\Rightarrow 90^\circ = 6x \Rightarrow x = 15^\circ$$



(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(نگاه به گذشته: علی ارجمند)

$$\sqrt{3} = 1/7 \Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{3} = 3/4 \Rightarrow |3 - 2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} - 3 \\ 5\sqrt{3} = 8/5 \Rightarrow |7 - 5\sqrt{3}| = 5\sqrt{3} - 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |3 - 2\sqrt{3}| + |7 - 5\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} - 3 + 5\sqrt{3} - 7$$

$$= 7\sqrt{3} - 10$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(اممدرضا قربانی)

$$\left. \begin{array}{l} 5 = \sqrt{25} \\ 2\sqrt{10} = \sqrt{40} \end{array} \right\} \Rightarrow 2\sqrt{10} > 5 \Rightarrow |5 - 2\sqrt{10}| = 2\sqrt{10} - 5$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 = \sqrt{9} \\ \sqrt{12} \end{array} \right\} \Rightarrow 3 < \sqrt{12} \Rightarrow |3 - \sqrt{12}| = \sqrt{12} - 3 = 2\sqrt{3} - 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 3\sqrt{10} = \sqrt{90} \\ \sqrt{75} \end{array} \right\} \Rightarrow 3\sqrt{10} > \sqrt{75} \Rightarrow |3\sqrt{10} - \sqrt{75}|$$

$$= 3\sqrt{10} - \sqrt{75} = 3\sqrt{10} - 5\sqrt{3}$$

$$A = |5 - 2\sqrt{10}| + |3 - \sqrt{12}| + |3\sqrt{10} - \sqrt{75}|$$

$$= 2\sqrt{10} - 5 + 2\sqrt{3} - 3 + 3\sqrt{10} - 5\sqrt{3}$$

$$= 5\sqrt{10} - 3\sqrt{3} - 5 - 3 = 5(\sqrt{10} - 1) - 3(\sqrt{3} + 1)$$

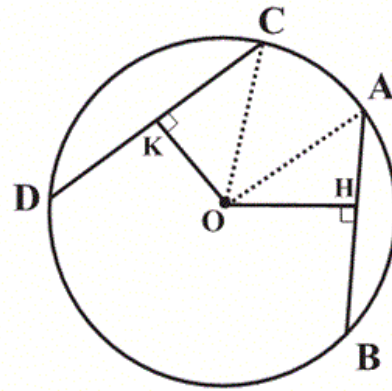
(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓



با توجه به فعالیت صفحه ۵۰ کتاب درسی، از برابری دو کمان AB و CD ، برابری دو وتر AB و CD را می‌توان نتیجه‌گیری کرد به طوری که فاصله مرکز دایره از آن دو وتر، برابر است.

بنابراین: $KO = HO \Rightarrow 3x - 2 = x + 6 \Rightarrow x = 4$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۲)

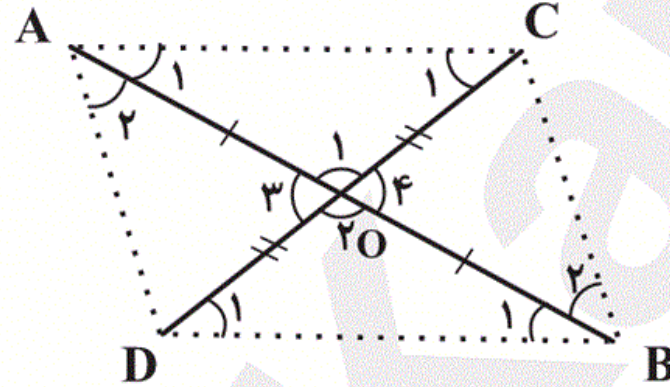
۴

۳

۲ ✓

۱

برای اثبات گزاره صورت سؤال داریم:



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OC = OD \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \Delta OAC \cong \Delta OBD \\ \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \end{array}$$

$$\Rightarrow AC \parallel BD \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ \hat{O}_3 = \hat{O}_4 \\ OC = OD \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \Delta OAD \cong \Delta OBC \\ \hat{A}_2 = \hat{B}_2 \end{array}$$

$$\Rightarrow AD \parallel BC \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که چهارضلعی ACBD متوازی‌الاضلاع می‌باشد.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسأله سلطان محمدی)

چون ممکن است چهارضلعی $ABCD$ اضلاع برابر نداشته باشد و چهارضلعی حاصل، مستطیل باشد.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

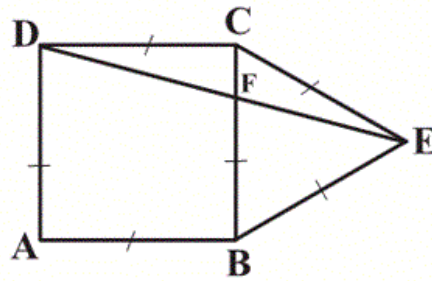
۴

۳ ✓

۲

۱

(علی ارجمند)



اضلاع مثلث ECB با هم برابرند، بنابراین این مثلث متساوی الاضلاع بوده و همه زوایای آن برابر 60° است. در نتیجه:

$$\hat{ECD} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

$$CE = CD \Rightarrow \hat{ECD} \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{CDE} = \hat{CED} = x$$

$$\hat{FCD} : \hat{BFD} = \hat{BCD} + \hat{CDF}$$

$$\Rightarrow y = 90^\circ + x \Rightarrow y - x = 90^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سمیرا هاشمی)

الف) نادرست است؛ زیرا تنها دیدن و استفاده از حواس کفایت نمی‌کند و باید از دلیل‌های منطقی و قانع‌کننده کمک گرفت و با استدلال، درستی آن موضوع را اثبات کرد.

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی اجمند)

با توجه به تمرین ۴ صفحه ۴۸ کتاب درسی، دو مثلث

OAM و OBM با هم نهشت هستند. بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} MA = MB \text{ (گزینه «۳»)} \\ \hat{AOD} = \hat{BOD} \\ \hat{AMO} = \hat{BMO} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} OA = OB \\ OD = OD \end{array} \right. \Rightarrow \overset{\Delta}{AOD} \cong \overset{\Delta}{BOD} \Rightarrow AD = BD \text{ (گزینه «۱»)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{AOD} = \hat{BOD} \\ \hat{AMO} = \hat{BMO} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} MA = MB \\ \hat{AMO} = \hat{BMO} \end{array} \right. \Rightarrow \overset{\Delta}{MBC} \cong \overset{\Delta}{MAC} \Rightarrow AC = BC \text{ (گزینه «۴»)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} MC = MC \\ \hat{ACM} = \hat{AMC} = 30^\circ \end{array} \right.$$

برای درستی گزینه «۲» تنها یک حالت ممکن است و آن:

$$\hat{ACM} = \hat{AMC} = 30^\circ$$

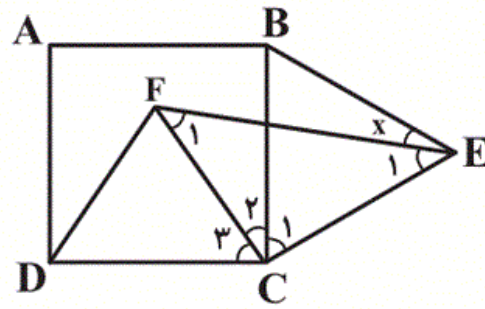
(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\hat{C}_3 = \hat{C}_1 = 60^\circ \rightarrow \hat{C}_2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

مثلث FCE متساوی الساقین است $\rightarrow CF = CD = BC = CE$

$$\Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = \frac{(180^\circ - 90^\circ)}{2} = 45^\circ$$

$$\hat{E}_1 + \hat{x} = 60^\circ \rightarrow 45^\circ + \hat{x} = 60^\circ \rightarrow \boxed{\hat{x} = 15^\circ}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\triangle ABC \sim \triangle AED \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow \frac{8}{6+12} = \frac{6}{8+x}$$

$$\Rightarrow 64 + 8x = 108 \rightarrow \boxed{x = 5/5}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، خواهیم داشت:

$$AC = B'C' \rightarrow 11 = 1 + 4y \rightarrow y = 2/5$$

$$BC = A'B' \rightarrow 10 = 2x - 6 \rightarrow x = 8$$

$$AB = A'C' \rightarrow 12 = 3 - 3z \rightarrow z = -3$$

$$\Rightarrow x + 2y + 3z = 8 + 5 + (-9) = 4$$

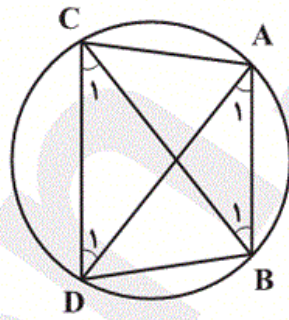
(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1, \hat{C}_1 = \hat{B}_1$$

$$\Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ACD} = \widehat{BDC} \\ \widehat{ABD} = \widehat{BAC} \\ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{ABD} = \hat{BAC} \\ AB = AB \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(ز ض ز)} \\ \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ABC \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{BDC} = \hat{ACD} \\ CD = CD \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(ز ض ز)} \\ \Rightarrow \triangle BCD \cong \triangle ACD \end{array}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امدرفضا قربانی)

$$۳ \sim ۹ \rightarrow \text{نسبت تشابه} = ۳$$

$$x-۲ \sim x+۴ \Rightarrow x+۴ = ۳(x-۲)$$

$$\Rightarrow x+۴ = ۳x-۶ \Rightarrow ۲x = ۱۰ \Rightarrow \boxed{x=۵}$$

$$x+y \sim ۴x-۲y \Rightarrow ۵+y \sim ۲۰-۲y \Rightarrow$$

$$۲۰-۲y = ۳(۵+y) = ۱۵+۳y \Rightarrow ۵y = ۵ \Rightarrow \boxed{y=۱}$$

$$y-z \sim ۶ \Rightarrow ۱-z \sim ۶ \Rightarrow$$

$$۶ = ۳(۱-z) = ۳-۳z$$

$$\Rightarrow ۳z = -۳ \Rightarrow \boxed{z=-۱} \Rightarrow \boxed{x+y+z=۵}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رد گزینه‌های «۱» و «۴»)

در دو مثلث $\triangle ADE$ و $\triangle CBE$ ، $BC = AD$ و $CE = DE$ است، پس زاویه بین دو ضلع هر مثلثی بیش تر باشد، ضلع سوم همان مثلث، بزرگ تر است. بنابراین $AE > BE$ نکته: لزومی ندارد $\hat{A} = \hat{C}$ باشد.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸)

۴

۳

۲

۱

(میه مشتاق نظم)

-۸۰

تشریح گزینه‌ها:

گزینه «۱»: حالت (ض ز ض)

گزینه «۲» نمی‌توان گفت دو مثلث هم‌نهشتند. دقت کنید در حالت (ض ز ض)، زاویه برابر باید بین دو ضلع برابر باشد.

گزینه «۳»: حالت (ز ض ز)

گزینه «۴»: حالت (ض ض ض) را مشخص می‌کند.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۴

۳

۲

۱