



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

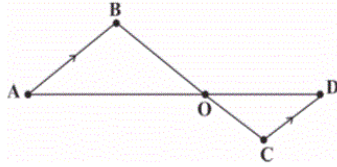
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی 2، ترسیم های هندسی - 5 سوال

۱۰۶- نسبت مساحت مثلث AOB به COD، برابر $\frac{9}{4}$ است. اگر $AD = 15$ باشد، چه قدر است OD؟



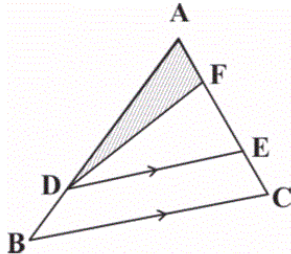
(۱) ۳

(۲) ۶

(۳) ۹

(۴) ۱۲

۱۰۷- اگر در دوزنقه DECB شکل زیر، نسبت قاعده‌ها $\frac{3}{4}$ باشد و $\frac{EF}{AF} = 2$ ، نسبت مساحت مثلث هاشورخورده به مساحت دوزنقه کدام است؟



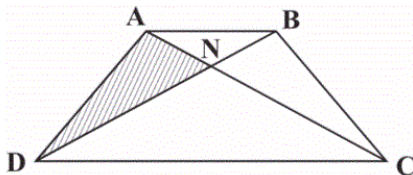
(۲) $\frac{4}{7}$

(۴) $\frac{9}{14}$

(۱) $\frac{3}{7}$

(۳) $\frac{11}{14}$

۱۰۸- اگر در دوزنقه ABCD شکل زیر، $DC = \frac{3}{2}AB$ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده چند درصد مساحت دوزنقه است؟



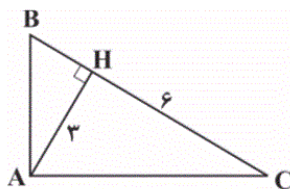
(۱) ۳۶

(۲) ۱۸

(۳) ۱۲

(۴) ۲۴

۱۰۹- در شکل زیر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC چقدر است؟



(۱) $12/25$

(۲) $11/25$

(۳) $11/5$

(۴) ۱۱

۱۱۰- کوچکترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه ارتفاع و میانه وارد بر وتر در آن به ترتیب $2\sqrt{2}$ و ۳ واحد می‌باشد، کدام است؟

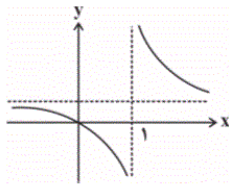
(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{6}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) $2\sqrt{2}$

ریاضی 2، آشنایی با برخی از انواع توابع - 13 سوال -



۹۲- اگر نمودار تابع گویای $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ به صورت زیر باشد، مقدار $2b - a$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) صفر

(۳) -۲

(۴) ۱

۹۳- به ازای چه مقادیری از m دامنه تابع $f(x) = \frac{x+1}{(m-1)x^2 + (2m-1)x - 1}$ مجموعه اعداد حقیقی است؟

(۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < m < \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$

۹۴- تابع $f(x) = 3 + \sqrt{ax+b}$ با دامنه $[-2, +\infty)$ مفروض است. اگر نمودار این تابع، خط $2y - 4x = 10$ را در نقطه‌ای روی محور y ها قطع کند، مقدار $f(a+b)$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۷

(۲) ۲

(۱) ۴

۹۵- تابع خطی f مفروض است. اگر نمودار دو تابع f و f^{-1} محور x ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کنند، $f^{-1}(2)$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) صفر

(۱) -۱

۹۶- در تابع $f(x) = x^3 + x + 2$ ، اگر محل برخورد $f^{-1}(x)$ با محور x ها را A' بنامیم و نقطه A قرینه A' نسبت به خط $y = x$ باشد، آن‌گاه اندازه پاره‌خط AA' کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

۹۷- اگر $f(x) = \begin{cases} x & , x \geq 1 \\ 1 & , x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = \sqrt{2-x^2}$ ، آن‌گاه تعداد صفرهای تابع $f+g$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۹۸- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = 1 + \sqrt{x}$ باشد، آنگاه برد تابع $(g-f)(x)$ کدام است؟

(۴) $[0, +\infty)$

(۳) $[-1, +\infty)$

(۲) \mathbb{R}

(۱) $(-\infty, 1]$

۹۹- اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{-2x+6}$ به صورت بازه $(-\infty, a]$ و $g(x) = |2x-3|$ باشد، حاصل $(f-g)(a)$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۲

(۲) ۳

(۱) -۳

۱۰۰- اگر مجموعه جواب معادله $\left[x + \frac{1}{y}\right] + \left[x + \frac{3}{y}\right] = 3$ بازه $[a, b)$ باشد، $a + b$ کدام است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۱۰۲- تابع $f(x) = \left| \frac{x}{2} + a \right|$ در بازه $(-2, 1)$ یک به یک است. حدود a کدام است؟

$[-4, 2]$ (۴)

$\mathbb{R} - (-4, 2)$ (۳)

$\mathbb{R} - \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ (۲)

$\left[-\frac{1}{2}, 1\right)$ (۱)

۱۰۳- اگر $f(x) = \sqrt{x} + 2x + 1$ باشد، آنگاه حاصل $f^{-1}(1) + f^{-1}(4)$ کدام است؟

۳ (۴)

صفر (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۴- دامنه تابع $f(x) = x^2 - 6x + 10$ کدام بازه زیر باشد، تا تابع یک به یک باشد؟

$(-3, 3]$ (۲)

$[-1, 4]$ (۱)

$(0, 4)$ (۴)

$(2, 5]$ (۳)

۱۰۵- اگر $f = \{(1, 2), (0, a^2), (a, 0)\}$ ، $g = \{(-1, 2), (-2, 1), (0, 4)\}$ و دامنه $f - g$ برابر $\{0, -2\}$ باشد، آنگاه تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

$\{(0, 1)\}$ (۴)

$\{(0, 4)\}$ (۳)

$\{(-2, 0)\}$ (۲)

$\{(-2, 1)\}$ (۱)

ریاضی 2، وارون یک تابع و تابع یک به یک - 2 سوال -

۹۱- اگر $f(x) = \sqrt{x+12} - 2x$ ، آنگاه حاصل $f(-3)$ کدام است؟

تعریف نشده (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۱- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{(a^2 - 4)x^2 + ax + 6}$ بازه $(-\infty, b]$ است. $a + b$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

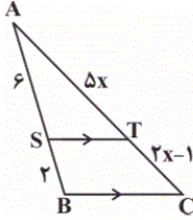
-۵ (۲)

۵ (۱)

ریاضی 2- سوالات موازی، ترسیم های هندسی - 2 سوال -

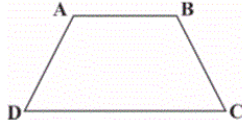
۱۱۱- در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. مقدار x کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۳/۵
- (۳) ۲
- (۴) ۲/۵



تشابه مثلث‌ها)
تابع
(آشنایی با برخی از انواع توابع، وارون یک تابع و تابع یک به یک تا پایان درس دوم)
(صفحه‌های ۳۱ تا ۶۴)

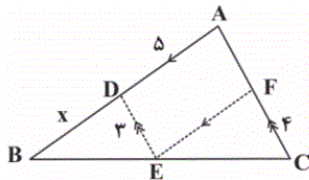
۱۱۲- در دوزنقه زیر طول قاعده‌ها ۶ و ۹ و ارتفاع دوزنقه ۴ واحد است. اگر نقطه E محل تلاقی ادامه ساق‌های دوزنقه باشد، مساحت مثلث EAB کدام است؟



- (۱) ۴۸
- (۲) ۲۴
- (۳) ۱۶
- (۴) ۳۲

ریاضی ۲- سوالات موازی، آشنایی با برخی از انواع توابع - ۱۷ سوال -

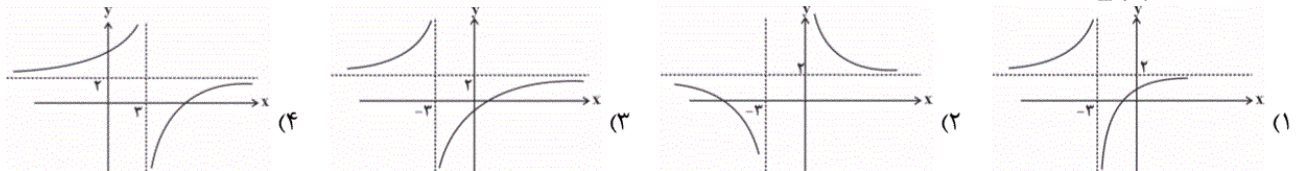
۱۱۳- در شکل مقابل $DE \parallel AC$ و $EF \parallel AB$ ، اندازه BD کدام است؟



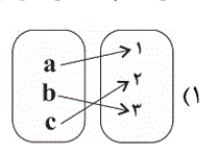
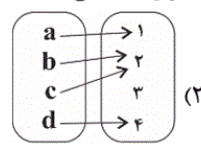
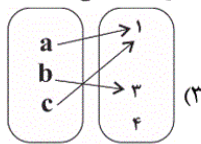
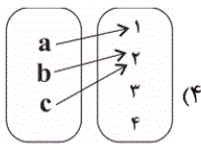
- (۲) ۴
- (۴) ۵

- (۱) ۱۵/۴
- (۳) ۲۵/۴

۱۱۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+5}{x+3}$ کدام است؟



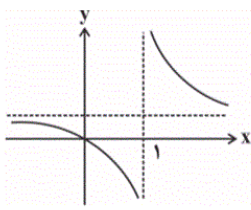
۱۱۵- در کدام یک از نمودارهای ون زیر که مربوط به تابع f است، وارون این تابع، خود یک تابع است؟



۱۱۶- به ازای چند مقدار a ، وارون تابع $f(x) = ax + b$ محور x را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند و تابع $g = \{(b, 4), (2, a), (-2a, a^2), (8, 16)\}$ یک

- به یک است؟
- (۱) صفر
 - (۲) ۱
 - (۳) ۲
 - (۴) بیشمار

۱۱۷- اگر نمودار تابع گویای $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ به صورت زیر باشد، مقدار $2b - a$ کدام است؟



- (۱) -۱
- (۲) صفر
- (۳) -۲
- (۴) ۱

۱۱۸- به ازای چه مقادیری از m دامنه تابع $f(x) = \frac{x+1}{(m-1)x^2 + (2m-1)x - 1}$ مجموعه اعداد حقیقی است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < m < \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۱۹- تابع $f(x) = 3 + \sqrt{ax+b}$ با دامنه $[-2, +\infty)$ مفروض است. اگر نمودار این تابع، خط $10 = 4x - 2y$ را در نقطه‌ای روی محور y ها قطع کند، مقدار $f(a+b)$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) ۷
- (۴) ۶

۱۲۰- تابع خطی f مفروض است. اگر نمودار دو تابع f و f^{-1} محور x ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کنند، $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) صفر
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۱۲۲- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{(a^2 - 4)x^2 + ax + 6}$ بازه $(-\infty, b]$ است. $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۵
- (۲) -۵
- (۳) -۱
- (۴) ۱

۱۲۳- تابع $f(x) = \left| \frac{x}{2} + a \right|$ در بازه $(-2, 1)$ یک به یک است. حدود a کدام است؟

- (۱) $[-\frac{1}{2}, 1]$
- (۲) $\mathbb{R} - (-\frac{1}{2}, 1)$
- (۳) $\mathbb{R} - (-4, 2)$
- (۴) $[-4, 2]$

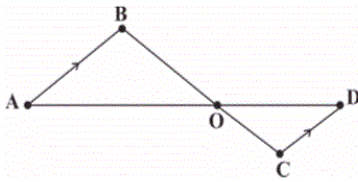
۱۲۴- اگر $f(x) = \sqrt{x} + 2x + 1$ باشد، آنگاه حاصل $f^{-1}(1) + f^{-1}(4)$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) صفر
- (۴) ۳

۱۲۵- دامنه تابع $f(x) = x^2 - 6x + 10$ کدام بازه زیر باشد، تا تابع یک به یک باشد؟

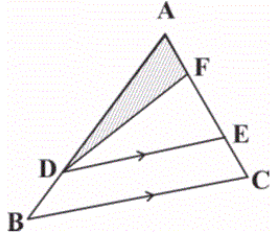
- (۱) $[-1, 4]$
- (۲) $[-3, 3]$
- (۳) $(2, 5]$
- (۴) $(0, 4)$

۱۲۶- نسبت مساحت مثلث AOB به COD، برابر $\frac{9}{4}$ است. اگر $AD = 15$ باشد، OD چه قدر است؟



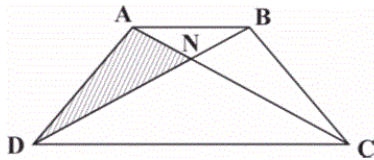
- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳) ۹
- (۴) ۱۲

۱۲۷- اگر در دوزنقه DECB شکل زیر، نسبت قاعده‌ها $\frac{3}{4}$ باشد و $\frac{EF}{AF} = 2$ ، نسبت مساحت مثلث هاشورخورده به مساحت دوزنقه کدام است؟



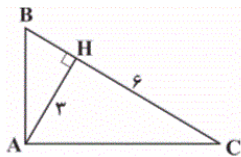
- (۱) $\frac{3}{7}$
- (۲) $\frac{4}{7}$
- (۳) $\frac{11}{14}$
- (۴) $\frac{9}{14}$

۱۲۸- اگر در دوزنقه ABCD شکل زیر، $DC = \frac{3}{2}AB$ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده چند درصد مساحت دوزنقه است؟



- (۱) ۳۶
- (۲) ۱۸
- (۳) ۱۲
- (۴) ۲۴

۱۲۹- در شکل زیر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC چقدر است؟



- (۱) $12/25$
- (۲) $11/25$
- (۳) $11/5$
- (۴) ۱۱

۱۳۰- کوچکترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه ارتفاع و میانه وارد بر وتر در آن به ترتیب $2\sqrt{2}$ و ۳ واحد می‌باشد، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $2\sqrt{6}$
- (۴) $3\sqrt{2}$

ریاضی ۲- سوالات موازی، وارون یک تابع و تابع یک به یک - ۱ سوال

۱۲۱- اگر مجموعه جواب معادله $3 = [x + \frac{1}{y}] + [x + \frac{y}{x}]$ بازه $[a, b)$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) $1/5$
- (۲) ۲
- (۳) $2/5$
- (۴) ۳

-۱۰۶

(سعید نصیری)

$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{OD} = \sqrt{\frac{S_{AOB}}{S_{COD}}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AO}{OD} = \frac{3}{2}$$

$$AO + OD = 15 \Rightarrow OD = 6$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱

چون $EF = 2AF$ پس قاعده مثلث ADE به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. پس:

$$S_{ADF} = \frac{1}{3} S_{ADE} = \frac{1}{3} (9S) = 3S \Rightarrow \frac{S_{ADF}}{S_{DECB}} = \frac{3S}{7S} = \frac{3}{7}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

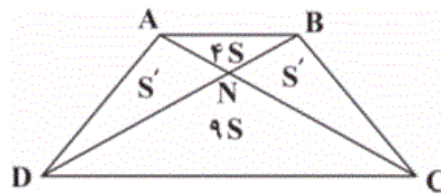
۱

-۱۰۸

(رضا زاکر)

دو مثلث $\triangle CND$ و $\triangle ANB$ به حالت دو زاویه برابر متشابهند و

نسبت تشابه آن‌ها $\frac{3}{2}$ است.



می‌دانیم در دوزنقه شکل بالا مساحت دو مثلث کناری برابر و (S')

است. چون نسبت تشابه دو مثلث $\frac{3}{2}$ است. پس $\frac{NC}{NA} = \frac{3}{2}$

از آنجا که NA و NC قاعده‌های دو مثلث DNA و DNC با ارتفاع

برابرنند، پس:

$$9S = \frac{3}{2} S' \Rightarrow S' = 6S$$

حال:

$$\frac{S'}{2S' + 13S} = \frac{6S}{25S} = \frac{6}{25} = 24\%$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱

(مبید کریمی)

از تشابه دو مثلث $\triangle ABH$ و $\triangle AHC$ و نوشتن تناسب اضلاع داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 9 = 6 \times BH \Rightarrow BH = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$BC = BH + CH = 1.5 + 6 = 7.5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 7.5 = \frac{22.5}{2} = 11.25$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۴

۳

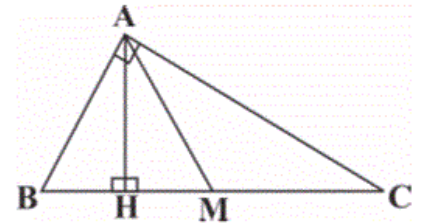
۲ ✓

۱

(ابراهیم نجفی)

$$AM = 3 \xrightarrow[\text{میانۀ وارد بر وتر نصف وتر است}]{\text{AM میانۀ است}}$$

$$BM = CM = 3 \rightarrow BC = 6$$



$$AH^2 = BH \times CH \rightarrow (2\sqrt{2})^2 = BH \times CH \Rightarrow BH \times CH = 8$$

$$\text{از طرفی: } BH + CH = 6 \Rightarrow CH = 6 - BH$$

$$\Rightarrow BH(6 - BH) = 8 \Rightarrow BH^2 - 6BH + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (BH - 4) \times (BH - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BH = 4 \\ BH = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{با توجه به شکل}} BH = 2 \Rightarrow CH = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB^2 = BH \times BC = 2 \times 6 = 12 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} \\ AC^2 = CH \times BC = 4 \times 6 = 24 \Rightarrow AC = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(هسین اسفینی)

نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ از مبدأ مختصات می‌گذرد. پس نقطه $(0,0)$ در ضابطه f صدق می‌کند:

$$f(x) = \frac{x+a}{x+b} \xrightarrow{(0,0) \in f} 0 = \frac{0+a}{0+b} \Rightarrow a=0 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{x+b}$$

از طرفی $x=1$ در دامنه f قرار ندارد. پس ریشه $x=1$ است.

$$x+b \stackrel{x=1}{=} 0 \Rightarrow b = -1$$

$$2b - a = 2(-1) - 0 = -2$$

بنابراین:

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سوران عبدالرضا)

چون $D_f = \mathbb{R}$ است، مخرج کسر نباید ریشه داشته باشد. بنابراین:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2m-1)^2 - 4(m-1)(-1) < 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m + 1 + 4m - 4 < 0 \Rightarrow 4m^2 - 3 < 0 \Rightarrow m^2 < \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow |m| < \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} < m < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

چون دامنه f بازه $[-۲, +\infty)$ است. داریم:

$$f(x) = ۳ + \sqrt{ax+b} : ax+b \geq ۰ \Rightarrow ax \geq -b$$

$$\xrightarrow[\text{با توجه به دامنه}]{a > ۰} x \geq -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -۲ \Rightarrow b = ۲a$$

از طرفی نمودار تابع f ، خط $۲y - ۴x = ۱۰$ را روی محور y ها قطع کرده است. پس طول نقطه برخورد صفر بوده و عرض آن برابر می شود با:

$$(۰, ۵): \text{نقطه برخورد} \xrightarrow{x=۰} ۲y = ۱۰ \rightarrow y = ۵ \Rightarrow$$

از آنجا که این نقطه بر روی هر دو نمودار قرار دارد، مختصاتش در ضابطه f نیز صدق می کند:

$$f(x) = ۳ + \sqrt{ax+b} \xrightarrow{(۰, ۵) \in f} ۵ = ۳ + \sqrt{a(۰)+b}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b} = ۲ \Rightarrow b = ۴ \xrightarrow{b=۲a} ۴ = ۲a \Rightarrow a = ۲$$

$$a + b = ۶$$

بنابراین:

$$f(x) = ۳ + \sqrt{۲x+۴}$$

$$\xrightarrow{x=۶} f(۶) = ۳ + \sqrt{۲ \times (۶) + ۴} = ۳ + \sqrt{۱۶} = ۳ + ۴ = ۷$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۴۸ تا ۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار f^{-1} نیز محور x ها را در نقطه ای به طول یک قطع

$$f^{-1}(۱) = ۰ \Rightarrow (۱, ۰) \in f^{-1}$$

می کند، بنابراین:

بنابراین معادله f^{-1} به صورت زیر محاسبه می شود. دقت کنید که چون f خطی است، پس f^{-1} نیز خطی است.

$$f^{-1}(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} (۰, ۱) \in f^{-1} \Rightarrow ۱ = ۰ + b \Rightarrow b = ۱ \\ (۱, ۰) \in f^{-1} \Rightarrow a + b = ۰ \xrightarrow{b=۱} a = -۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -x + ۱ \Rightarrow f^{-1}(۲) = -۲ + ۱ = -۱$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۷ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمید علیزاده)

نقطه A قرینه A' نسبت به خط $y = x$ است، پس اگر A' نقطه‌ای روی تابع $f^{-1}(x)$ باشد، نقطه متناظرش یعنی نقطه A روی تابع $f(x)$ است که جای طول و عرض آن عوض شده است. بنابراین:

$$f(x) = x^3 + x + 2 \xrightarrow{x=0} y = 2 \Rightarrow A(0, 2) \Rightarrow A'(2, 0)$$

$$AA' = \sqrt{(0-2)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمید بفرایی)

دامنه تابع f برابر \mathbf{R} و دامنه تابع g ، $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ است. پس دامنه تابع $f+g$ که برابر اشتراک دامنه تابع f و g است، برابر $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ است. حال تابع $f+g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(f+g)(x) = \begin{cases} x + \sqrt{2-x^2} ; & 1 \leq x \leq \sqrt{2} \\ 1 + \sqrt{2-x^2} ; & -\sqrt{2} \leq x < 1 \end{cases}$$

صفرهای تابع همان ریشه‌های تابع است، بنابراین:

$$f+g=0 \Rightarrow \begin{cases} x + \sqrt{2-x^2} = 0 \Rightarrow \sqrt{2-x^2} = -x \\ \begin{array}{l} -x \geq 0 \\ \text{به توان ۲} \end{array} \rightarrow 2-x^2 = x^2 \\ \Rightarrow 2x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{-x \geq 0} x = -1 \text{ غ ق} \\ 1 + \sqrt{2-x^2} = 0 \Rightarrow \sqrt{2-x^2} = -1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

پس تابع $f+g$ ریشه ندارد.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱✓

(مهری ملارمضانی)

دامنه تابع f و g بازه $[0, +\infty)$ است، پس دامنه تابع $g-f$ برابر است با:

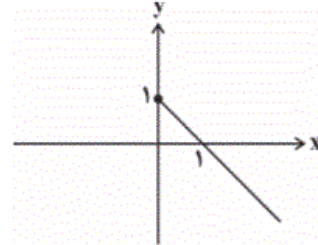
$$D_{g-f} = D_g \cap D_f = [0, +\infty)$$

حال ضابطه $g-f$ را می‌یابیم:

$$(g-f)(x) = g(x) - f(x) = (1 + \sqrt{x}) - (x + \sqrt{x}) \Rightarrow (g-f)(x) = 1 - x$$

با رسم نمودار تابع $y = 1 - x$ در فاصله $[0, +\infty)$ ، برد تابع $g-f$ را می‌یابیم:

x	0	1
$y = 1 - x$	1	0

بنابراین برد تابع بازه $(-\infty, 1]$ است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا زاکر)

دامنه تابع $f(x)$ را بدست می‌آوریم:

$$-2x + 6 \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$$

پس دامنه تابع f بصورت بازه $(-\infty, 3]$ بدست می‌آید. در نتیجه:

$$a = 3$$

$$(f-g)(a) = (f-g)(3) = f(3) - g(3)$$

$$= \sqrt{-2 \times (3) + 6} - |(2 \times 3) - 3| = -3$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میثم حمزه لویی)

$$\left[x + \frac{1}{2}\right] + \left[x + \frac{3}{2}\right] = 3 \Rightarrow \left[x + \frac{1}{2}\right] + \left[x + \frac{1}{2} + 1\right] = 3$$

$$\Rightarrow \left[x + \frac{1}{2}\right] + \left[x + \frac{1}{2}\right] + 1 = 3 \Rightarrow 2\left[x + \frac{1}{2}\right] = 2$$

$$\Rightarrow \left[x + \frac{1}{2}\right] = 1 \Rightarrow 1 \leq x + \frac{1}{2} < 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2} \Rightarrow [a, b) = \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \Rightarrow a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهری ملارمضانی)

ابتدا محدوده‌ای را برای a محاسبه می‌کنیم که تابع در بازه داده شده یک به یک نباشد. سپس مجموعه جواب حاصل را از \mathbf{R} کم می‌کنیم. می‌دانیم اگر ریشه عبارت داخل قدرمطلق در بازه $(-2, 1)$ قرار داشته باشد. تابع در آن بازه یک به یک نخواهد بود. پس:

$$\frac{x}{2} + a = 0 \Rightarrow x = -2a$$

$$\Rightarrow -2 < -2a < 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < a < 1$$

$$a \text{ محدوده} = \mathbf{R} - \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$$

بنابراین:

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید علیزاده)

$$f(x) = \sqrt{x} + 2x + 1$$

$$y = 4 \Rightarrow \sqrt{x} + 2x + 1 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 - 2x \Rightarrow x = 9 + 4x^2 - 12x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = \frac{9}{4} \text{ ق غ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(1) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = 1$$

$$y = 1 \Rightarrow \sqrt{x} + 2x + 1 = 1$$

$$\sqrt{x} + 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = 0 \Rightarrow f^{-1}(1) + f^{-1}(4) = 0 + 1 = 1$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

دامنه تابع درجه دوم f را طوری محدود می‌کنیم که رأس سهمی در دامنه محدود شده قرار نگیرد. (طول راس سهمی می‌تواند نقطه ابتدا یا انتهای بازه باشد).

$$\text{طول راس سهمی } x = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید علیزاده)

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{0, -2\} = \{1, 0, a\} \cap \{-1, -2, 0\} \Rightarrow a = -2$$

$$f = \{(1, 2), (0, 4), (-2, 0)\}, g = \{(-1, 2), (-2, 1), (0, 4)\}$$

$$y = \frac{g}{f} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \frac{g(0)}{f(0)} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow (0, 1) \\ x = -2 \Rightarrow y = \frac{g(-2)}{f(-2)} = \frac{1}{0} \text{ تعریف نشده} \end{cases}$$

پس $\frac{g}{f} = \{(0, 1)\}$ است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میثم حمزه لویی)

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{x+12} - 2x} \Rightarrow f(-3) = \sqrt{\sqrt{-3+12} - 2(-3)}$$

$$= \sqrt{3+6} = \sqrt{9} = 3$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد. پس:

$$(a^2 - 4)x^2 + ax + 6 \geq 0 \quad (*)$$

مجموعه جواب این نامعادله بازه $(-\infty, b]$ است. می دانیم مجموعه جواب نامعادله درجه دوم هیچگاه به صورت $(-\infty, b]$ نیست، بلکه به صورت $(-\infty, b] \cup [c, +\infty)$ یا $\{c\}$ یا R یا $\{\}$ یا $[b, c]$ می تواند باشد،

و c ریشه های عبارت درجه ۲ هستند. پس عبارت زیر رادیکال، درجه دوم نیست.

$$a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a = \pm 2 \quad \text{در نتیجه ضرب } x^2 \text{ برابر صفر است:}$$

$$1) a = 2 \xrightarrow{(*)} 2x + 6 \geq 0 \quad \text{هر دو مقدار } a \text{ را بررسی می کنیم:}$$

$$\Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = [-3, +\infty)$$

با توجه به اینکه مجموعه جواب داده شده به صورت $(-\infty, b]$ است، پس این حالت قابل قبول نیست.

$$2) a = -2 \xrightarrow{(*)} -2x + 6 \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow b = 3$$

$$a + b = -2 + 3 = 1$$

پس:

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۲ و ۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به قضیه تالس داریم:

$$\frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{5x}{2x-1} \Rightarrow 3 = \frac{5x}{2x-1}$$

$$\Rightarrow 6x - 3 = 5x \Rightarrow x = 3$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه های ۳۱ تا ۴۱)

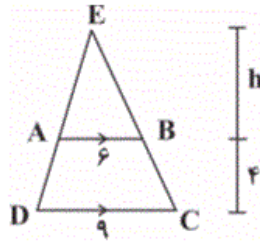
۴

۳

۲

۱ ✓

بنا به تعمیم قضیه تالس داریم: $\frac{6}{9} = \frac{h}{h+4}$ ، در نتیجه: $h = 8$.



پس مساحت مثلث $\triangle EAB$ برابر است با:

$$S_{\triangle EAB} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

 ۴

 ۳

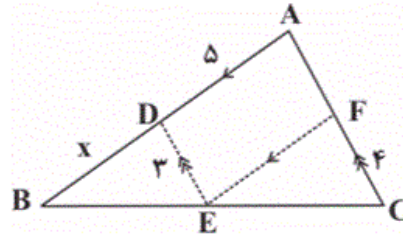
 ۲

 ۱

(معمرداهر شعاعی)

چهار ضلعی $ADEF$ متوازی‌الاضلاع است. پس $DE = AF = 3$

و $AD = EF = 5$



$$DE \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{3}{3+4} = \frac{x}{x+5}$$

$$\xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{3}{4} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

 ۴

 ۳

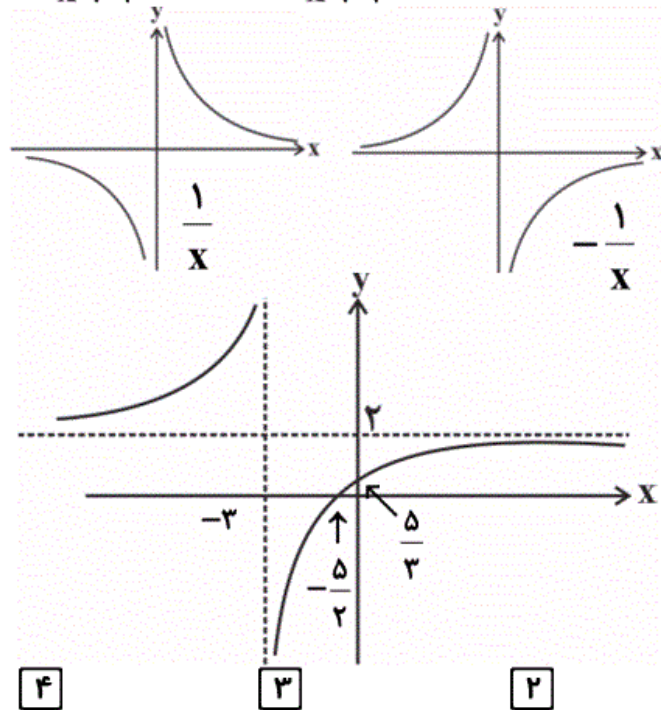
 ۲

 ۱

صورت تابع را برحسب مخرج بازنویسی کرده و سپس از انتقال

$y = \frac{1}{x}$ استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2(x+3)-1}{x+3} = 2 + \frac{-1}{x+3}$$



۴

۳

۲

۱ ✓

اگر وارون تابع f ، خود یک تابع باشد، به این معنی است که تابع f باید یک به یک باشد. تنها گزینه‌ای که به ازای هر y ، فقط یک x برای آن وجود دارد، گزینه «۱» است که تابع f وارون پذیر است.

$$f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 2)\} \Rightarrow f^{-1} = \{(1, a), (2, b), (2, c)\}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$f^{-1}(2) = 0 \rightarrow f(0) = 2 \rightarrow b = 2 \quad (1)$$

$$\xrightarrow{(1)} g = \{(2, 4), (2, a), (-2a, a^2), (8, 16)\}$$

با توجه به دو زوج مرتب $(2, 4)$ و $(2, a)$ برای تابع بودن g باید داشته باشیم:

$$a = 4 \quad (2)$$

که در این صورت: $g = \{(2, 4), (2, 4), (-8, 16), (8, 16)\}$

که تابع g یک به یک نیست. پس مقداری برای a به دست نمی‌آید.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(هسین اسفینی)

نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ از مبدأ مختصات می‌گذرد. پس نقطه $(0,0)$ در ضابطه f صدق می‌کند:

$$f(x) = \frac{x+a}{x+b} \xrightarrow{(0,0) \in f} 0 = \frac{0+a}{0+b} \Rightarrow a=0 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{x+b}$$

از طرفی $x=1$ در دامنه f قرار ندارد. پس ریشه مخرج $x=1$ است.

$$x+b=0 \xrightarrow{x=1} 1+b=0 \Rightarrow b=-1$$

$$2b-a = 2(-1)-0 = -2$$

بنابراین:

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سوران عبدفرا)

چون $D_f = \mathbb{R}$ است، مخرج کسر نباید ریشه داشته باشد. بنابراین:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2m-1)^2 - 4(m-1)(-1) < 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m + 1 + 4m - 4 < 0 \Rightarrow 4m^2 - 3 < 0 \Rightarrow m^2 < \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow |m| < \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} < m < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$f(x) = 3 + \sqrt{ax+b} \xrightarrow{(0,5) \in f} 5 = 3 + \sqrt{a(0)+b}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b} = 2 \Rightarrow b = 4 \xrightarrow{b=2a} 4 = 2a \Rightarrow a = 2$$

$$a+b = 6$$

بنابراین:

$$f(x) = 3 + \sqrt{2x+4}$$

$$\xrightarrow{x=6} f(6) = 3 + \sqrt{2 \times (6) + 4} = 3 + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(معدری ملارمضانی)

نمودار تابع f محور x ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کرده است.

$$f(1) = 0 \Rightarrow (1, 0) \in f \Rightarrow (0, 1) \in f^{-1} \quad \text{بنابراین:}$$

از طرفی نمودار f^{-1} نیز محور x ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع

$$f^{-1}(1) = 0 \Rightarrow (1, 0) \in f^{-1} \quad \text{می‌کند، بنابراین:}$$

بنابراین معادله f^{-1} به صورت زیر محاسبه می‌شود. دقت کنید کهچون f خطی است، پس f^{-1} نیز خطی است.

$$f^{-1}(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} (0, 1) \in f^{-1} \Rightarrow 1 = 0 + b \Rightarrow b = 1 \\ (1, 0) \in f^{-1} \Rightarrow a + b = 0 \xrightarrow{b=1} a = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 1 \Rightarrow f^{-1}(2) = -2 + 1 = -1$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میثم همزه لویی)

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد. پس: $(a^2 - 4)x^2 + ax + 6 \geq 0$ (*)مجموعه جواب این نامعادله بازه $(-\infty, b]$ است. می‌دانیم مجموعه جواب نامعادلهدرجه دوم هیچ‌گاه به صورت $(-\infty, b]$ نیست، بلکه به صورت $(-\infty, b] \cup [c, +\infty)$ یا $\{C\}$ یا R یا $\{ \}$ یا $[b, c]$ می‌تواند باشد (b و c

ریشه‌های عبارت درجه ۲ هستند)، پس عبارت زیر رادیکال، درجه دوم نیست.

در نتیجه ضریب x^2 برابر صفر است: $a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a = \pm 2$ هر دو مقدار a را بررسی می‌کنیم: $1) a = 2 \xrightarrow{(*)} 2x + 6 \geq 0$

$$\Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = [-3, +\infty)$$

با توجه به اینکه مجموعه جواب داده شده به صورت $(-\infty, b]$ است،

پس این حالت قابل قبول نیست.

$$2) a = -2 \xrightarrow{(*)} -2x + 6 \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow b = 3$$

$$a + b = -2 + 3 = 1$$

پس:

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(موردی ملا، مضامنی)

ابتدا محدوده‌ای را برای a محاسبه می‌کنیم که تابع در بازه داده شده یک به یک نباشد. سپس مجموعه جواب حاصل را از \mathbf{R} کم می‌کنیم. می‌دانیم اگر ریشه عبارت داخل قدرمطلق در بازه $(-2, 1)$ قرار داشته باشد. تابع در آن بازه یک به یک نخواهد بود. پس:

$$\frac{x}{2} + a = 0 \Rightarrow x = -2a$$

$$\Rightarrow -2 < -2a < 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < a < 1$$

$$a \text{ محدوده} = \mathbf{R} - (-\frac{1}{2}, 1)$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

بنابراین:

۴

۳

۲ ✓

۱

(همید علیزاده)

$$f(x) = \sqrt{x} + 2x + 1$$

$$y = 4 \Rightarrow \sqrt{x} + 2x + 1 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 - 2x \Rightarrow x = 9 + 4x^2 - 12x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 13x + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = \frac{9}{4} \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(1) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = 1$$

$$y = 1 \Rightarrow \sqrt{x} + 2x + 1 = 1 \Rightarrow \sqrt{x} + 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = 0$$

$$\Rightarrow f^{-1}(1) + f^{-1}(4) = 0 + 1 = 1$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(همید علیزاده)

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

دامنه تابع درجه دوم f را طوری محدود می‌کنیم که رأس سهمی در دامنه محدود شده قرار نگیرد. (طول راس سهمی می‌تواند نقطه ابتدا یا انتهای بازه باشد).

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2} = -3$$

طول راس سهمی

بنابراین گزینه (۲) درست است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعیر نسیری)

$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{OD} = \sqrt{\frac{S_{AOB}}{S_{COD}}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AO}{OD} = \frac{3}{2}$$

$$AO + OD = 15 \Rightarrow OD = 6$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

چون $EF = 2AF$ پس قاعده مثلث ADE به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. پس:

$$S_{ADF} = \frac{1}{3} S_{ADE} = \frac{1}{3} (9S) = 3S \Rightarrow \frac{S_{ADF}}{S_{DECB}} = \frac{3S}{7S} = \frac{3}{7}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

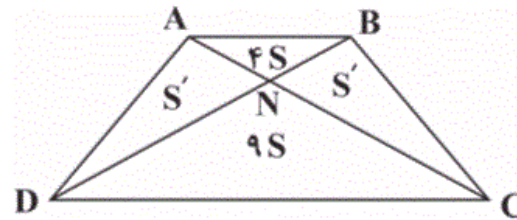
۳

۲

۱ ✓

(رضا زاکر)

دو مثلث $\triangle CND$ و $\triangle ANB$ به حالت دو زاویه برابر متشابهند و نسبت تشابه آنها $\frac{3}{2}$ است.



می‌دانیم در ذوزنقه شکل بالا مساحت دو مثلث کناری برابر و (S')

$$\frac{NC}{NA} = \frac{3}{2} \text{ پس } \frac{3}{2} \text{ است. چون نسبت تشابه دو مثلث}$$

از آنجا که NC و NA قاعده‌های دو مثلث DNC و DNA با ارتفاع

$$9S = \frac{3}{2} S' \Rightarrow S' = 6S \text{ برابرند، پس:}$$

$$\frac{S'}{2S' + 13S} = \frac{6S}{25S} = \frac{6}{25} = \%24 \text{ حال:}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهید کریمی)

از تشابه دو مثلث $\triangle ABH$ و $\triangle AHC$ و نوشتن تناسب اضلاع داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 9 = 6 \times BH \Rightarrow BH = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$BC = BH + CH = 1.5 + 6 = 7.5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 7.5 = \frac{22.5}{2} = 11.25$$

(ریاضی ۲، هنر سه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

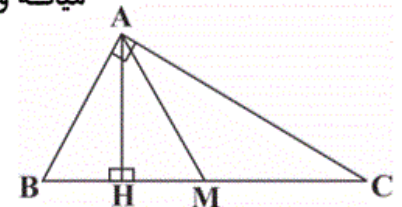
۲ ✓

۱

(ابراهیم نبفی)

$AM = 3$ $\xrightarrow{\text{AM میانه است}}$
 میانه وارد بر وتر نصف وتر است

$$BM = CM = 3 \rightarrow BC = 6$$



$$AH^2 = BH \times CH \rightarrow (2\sqrt{2})^2 = BH \times CH \Rightarrow BH \times CH = 8$$

$$\text{از طرفی: } BH + CH = 6 \Rightarrow CH = 6 - BH$$

$$\Rightarrow BH(6 - BH) = 8 \Rightarrow BH^2 - 6BH + 8 = 0 \Rightarrow (BH - 4) \times (BH - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BH = 4 \\ BH = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{با توجه به شکل}} BH = 2 \Rightarrow CH = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB^2 = BH \times BC = 2 \times 6 = 12 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} \\ AC^2 = CH \times BC = 4 \times 6 = 24 \Rightarrow AC = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هنر سه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(میثم حمزه لویی)

$$\left[x + \frac{1}{2}\right] + \left[x + \frac{3}{2}\right] = 3 \Rightarrow \left[x + \frac{1}{2}\right] + \left[x + \frac{1}{2} + 1\right] = 3$$

$$\Rightarrow \left[x + \frac{1}{2}\right] + \left[x + \frac{1}{2}\right] + 1 = 3 \Rightarrow 2\left[x + \frac{1}{2}\right] = 2$$

$$\Rightarrow \left[x + \frac{1}{2}\right] = 1 \Rightarrow 1 \leq x + \frac{1}{2} < 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2} \Rightarrow [a, b) = \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \Rightarrow a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱