



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

حسابان ۱ - ۲۰ سوال

۸۱- چه تعداد تابع مانند  $f$  از مجموعه  $A = \{a, b, c, d\}$  به مجموعه  $B = \{e, f, c\}$  وجود دارد به شرطی که  $f(a) = e$  و  $f(b) \neq c$  باشد؟

- ۱۸ (۴)                      ۲۷ (۳)                      ۳۶ (۲)                      ۸۱ (۱)

۸۲- اگر تابع  $f = \{(1, -2), (2, 4), (a+1, -2), (6, a), (b+2, 0), (c, b+a)\}$  یک به یک باشد، در آن صورت  $b$  چند برابر  $c$  است؟

- ۴ (۴)                      ۳ (۳)                      ۲ (۲)                      ۱ (۱)

۸۳- در کدام یک از معادلات زیر،  $y$  تابعی از  $x$  است؟

- (۱)  $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = 1$                       (۲)  $y^2 + x^3 = -1$   
(۳)  $|y| + x^2 + 1 = 2x$                       (۴)  $y = \begin{cases} x+2 & x \geq 0 \\ x-1 & x \leq 0 \end{cases}$

۸۴- تابع  $f(x) = (x-1)\sqrt{1-x}$  با کدام یک از توابع زیر مساوی است؟

- (۱)  $g(x) = \sqrt{-(1-x)^2}$                       (۲)  $g(x) = \sqrt{(1-x)^3}$   
(۳)  $g(x) = \sqrt{(x-1)^3}$                       (۴)  $g(x) = -\sqrt{(1-x)^3}$

۸۵- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 8x - b + 1}{x^2 + ax - 10}$  به صورت  $D_f = \mathbb{R} - \{5, b\}$  و  $f(c) = 1$  باشد، آن گاه  $c$  کدام است؟

- ۲/۶ (۱)                      -۲/۶ (۲)                      ۲/۴ (۳)                      -۲/۴ (۴)

۸۶- تابع  $f(x) = 3x + 2$  با دامنه  $[-1, 2]$  مفروض است. اگر برد تابع  $f$  دامنه تابع  $g(x) = \frac{x-1}{3}$  باشد، بزرگ‌ترین عضو صحیح برد تابع  $g$  کدام است؟

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۸۷- اگر تابع  $f(x) = |2x + a| - 1$  در بازه  $[-1, 3]$  یک به یک باشد، محدوده  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a \geq 2$  یا  $a \leq -6$                       (۲)  $-6 \leq a \leq 2$                       (۳)  $a \geq 6$  یا  $a \leq 2$                       (۴)  $-2 \leq a \leq 2$

۸۸- نمودار توابع  $y = \frac{x}{x-1}$  و  $y = -\sqrt{x-1}$  در چند نقطه متقاطع‌اند؟

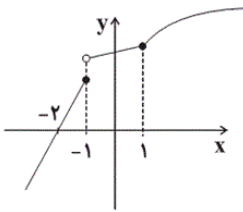
- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۸۹- اگر  $\frac{13}{2} < [x] < \frac{17}{3}$ ، آن گاه حاصل  $[-2x]$  چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟  
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۰- معادله  $x^2 + [\frac{x}{3}] = 1$  چند جواب دارد؟  
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۱- وارون تابع  $y = \frac{2x-1}{x-2}$ ، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را در نقاط A و B قطع می کند. طول پاره خط AB کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $4\sqrt{2}$  (۴)  $8\sqrt{2}$

۹۲- اگر نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر باشد، کدام یک از بازه های زیر در برد وارون تابع  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  قرار ندارد؟



- (۱)  $[1, 4]$
- (۲)  $(-1, 0]$
- (۳)  $[-2, -1)$
- (۴)  $(-3, -2)$

۹۳- در تابع  $f = \{(1, -1), (2, 2), (0, 1), (-1, 0)\}$ ، رابطه  $f(1-f(x_0)) = f(x_0)$  برقرار است،  $x_0$  کدام است؟  
 (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۹۴- اگر  $f$  تابعی یک به یک،  $f(-2) = \frac{5}{3}$  و  $g(x) = 2 - 3f(5x-1)$  باشد، حاصل  $g^{-1}(-3)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $-\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $-\frac{1}{5}$

۹۵- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  و  $g(x) = \sqrt{2 - 2x^4}$  باشند، آن گاه کدام گزینه نشان دهنده تابع  $h = \frac{f}{g}$  است؟

(۲)  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(۱)  $y = \frac{1}{\sqrt{2(1+x^2)}}$

(۴) تابع  $h$  تعریف نمی شود.

(۳)  $y = \frac{1}{\sqrt{-2(x^2 - 1)}}$

۹۶- اگر  $f(x) = 3x - 2$  و  $(g \circ f)(x) = 9x^2 - 9x + 2$  باشد، ضابطه تابع  $(g - f)(x)$  کدام است؟

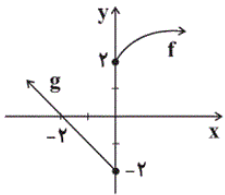
(۲)  $x^2 + 2x - 1$

(۱)  $-x^2 - 2x + 2$

(۴)  $x^2 - 2x + 2$

(۳)  $-x^2 + 2x - 1$

۹۷- اگر نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل باشند، دامنه تابع  $fo g$  چند عدد صحیح منفی را شامل نمی‌شود؟

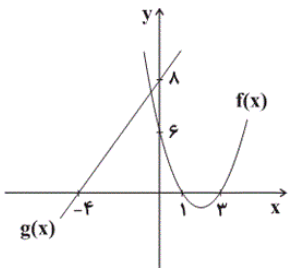


- (۱) ۲
- (۲) صفر
- (۳) ۳
- (۴) ۱

۹۸- اگر  $f(x) = \frac{3x-1}{2}$  و  $g = \{(-1, 0), (2, -1), (3, 4)\}$  باشد، آنگاه مجموع عضوهای برد تابع  $fo(\frac{1}{g+1})$  کدام است؟

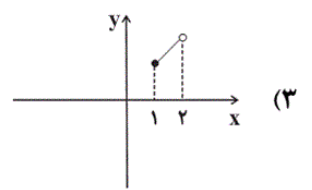
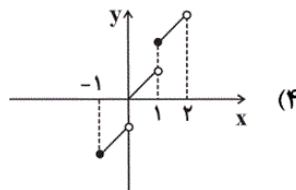
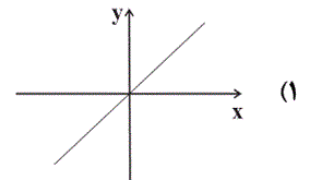
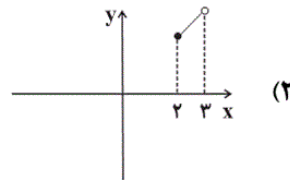
- (۱)  $-\frac{1}{5}$
- (۲)  $-\frac{6}{5}$
- (۳)  $\frac{4}{5}$
- (۴)  $\frac{4}{3}$

۹۹- نمودار توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  به صورت زیر می‌باشد. اگر  $f$  یک سهمی باشد، مجموع جواب‌های معادله  $(fo g)(x) = 0$  کدام است؟

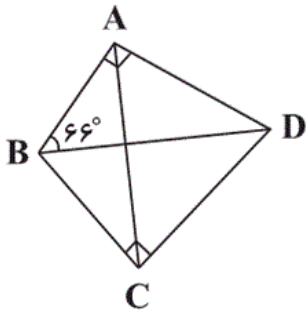


- (۱) -۴
- (۲) -۶
- (۳) -۸
- (۴) -۱۰

۱۰۰- اگر  $f^{-1}(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + [x]$  با دامنه  $D_f = [1, 2]$  باشد، آنگاه نمودار تابع  $y = (fo f^{-1})(x)$  کدام است؟



۱۲۱- در شکل مقابل،  $\hat{A}BD = 66^\circ$  و  $\hat{B}AD = \hat{B}CD = 90^\circ$  است. زاویه  $\hat{A}CB$  چند درجه است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۳۳

(۳) ۴۵

(۴) ۶۶

۱۲۲- شعاع دایره محاطی داخلی یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۶ کدام است؟

(۴)  $3\sqrt{3}$

(۳)  $2\sqrt{3}$

(۲) ۳

(۱)  $\sqrt{3}$

۱۲۳- در یک دوزنقه قائم‌الزاویه محیطی، اندازه قاعده کوچک ۷ و طول ساق قائم آن ۹ است. طول قاعده بزرگ این دوزنقه کدام است؟

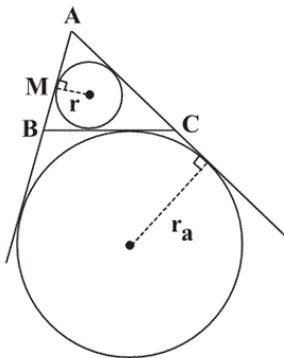
(۴)  $12/8$

(۳)  $12/6$

(۲)  $12/5$

(۱) ۱۲

۱۲۴- در شکل زیر، مثلث ABC و دایره‌های محاطی داخلی و محاطی خارجی آن رسم شده‌اند. اگر  $AM = 2$ ،  $BC = 7$  و  $S_{\Delta ABC} = 6\sqrt{6}$  باشد، حاصل  $r r_a$  کدام است؟



(۱) ۶

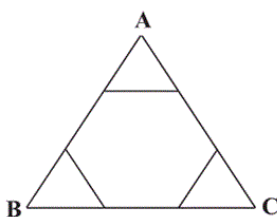
(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۱۲۵- با امتداد دادن اضلاع شش ضلعی منتظم مقابل به ضلع ۲ واحد، یک مثلث ساخته‌ایم. اگر O نقطه‌ای دلخواه درون شش ضلعی باشد، مجموع

فواصل نقطه O از سه ضلع مثلث ABC کدام است؟



(۱)  $\sqrt{3}$

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۳)  $3\sqrt{3}$

(۴)  $4\sqrt{3}$

۱۲۶- اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول یکی از اضلاع زاویه قائمه دو برابر دیگری باشد، نسبت شعاع دایره محاطی داخلی به شعاع دایره محاطی

خارجی متناظر با وتر کدام است؟

$$\frac{7-3\sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

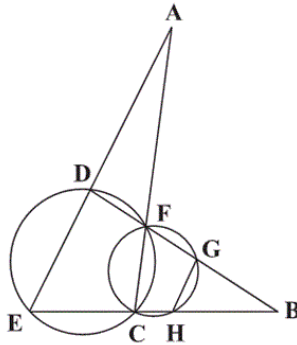
$$\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\frac{5-\sqrt{3}}{5+5\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{7+3\sqrt{5}}{2} \quad (3)$$

۱۲۷- اگر در شکل زیر  $\hat{B} = 40^\circ$  و  $\hat{A} = 50^\circ$  باشد،  $\hat{FGH}$  چند درجه است؟ (نقاط A، F و C در یک امتداد، نقاط D، F، G و B در امتداد

هم و نقاط E، C، H و B هم در امتداد یکدیگر هستند.)



$$85 \quad (1)$$

$$90 \quad (2)$$

$$95 \quad (3)$$

$$100 \quad (4)$$

۱۲۸- مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی منتظم برابر  $720^\circ$  است. اگر محل‌های تماس n ضلعی و دایره محاطی آن را متوالیاً به هم وصل کنیم،

مساحت شکل جدید چقدر با مساحت شکل اولیه تفاوت دارد؟ (طول هر ضلع n ضلعی برابر ۴ است.)

$$9 \quad (4)$$

$$6\sqrt{3} \quad (3)$$

$$3\sqrt{3} \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۱۲۹- مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) با اندازه زاویه  $\hat{B} = 27^\circ$  مفروض است. هر یک از رأس‌های این مثلث را با تبدیل طولیای T به مکانی

جدید در صفحه منتقل می‌کنیم تا متناظراً مثلث  $A'B'C'$  حاصل شود. اندازه زاویه  $A'C'B'$  کدام است؟ (نقاط  $A'$ ،  $B'$  و  $C'$ ، به ترتیب، تبدیل

یافته نقاط A، B و C هستند.)

$$36^\circ \quad (4)$$

$$63^\circ \quad (3)$$

$$54^\circ \quad (2)$$

$$27^\circ \quad (1)$$

۱۳۰- تناظر T بین نقاط صفحه و نقطه ثابت O به صورت زیر تعریف شده است. کدام گزینه درباره این تناظر صحیح است؟

$T(O) = O$  \*

$T(A) = A'$  که A' وسط پاره خط OA است.

(۱) T تبدیل نیست.

(۲) T یک تبدیل است اما طولپا نیست.

(۳) T یک تبدیل است و طولپاست.

(۴) T تبدیل نیست اما برای هر A و B دلخواه داریم  $AB = A'B'$ .

حسابان ۱ - سوالات موازی - ۲۰ سوال

۱۰۱- چه تعداد تابع مانند f از مجموعه  $A = \{a, b, c, d\}$  به مجموعه  $B = \{e, f, c\}$  وجود دارد به شرطی که  $f(a) = e$  و  $f(b) \neq c$  باشد؟

۱۸ (۴)

۲۷ (۳)

۳۶ (۲)

۸۱ (۱)

۱۰۲- اگر تابع  $f = \{(1, -2), (2, 4), (a+1, -2), (6, a), (b+2, 0), (c, b+a)\}$  یک به یک باشد، در آن صورت b چند برابر c است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۳- در کدام یک از رابطه‌های زیر، y تابعی از x است؟

$y^2 + x^3 = -1$  (۲)

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = 1$  (۱)

$y = \begin{cases} x+2 & x \geq 0 \\ x-1 & x \leq 0 \end{cases}$  (۴)

$|y| + x^2 + 1 = 2x$  (۳)

۱۰۴- تابع  $f(x) = (x-1)\sqrt{1-x}$  با کدام یک از توابع زیر مساوی است؟

$g(x) = \sqrt{(1-x)^3}$  (۲)

$g(x) = \sqrt{-(1-x)^2}$  (۱)

$g(x) = -\sqrt{(1-x)^3}$  (۴)

$g(x) = \sqrt{(x-1)^3}$  (۳)

۱۰۵- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 8x - b + 1}{x^2 + ax - 10}$  به صورت  $D_f = \mathbb{R} - \{a, b\}$  و  $f(c) = 1$  باشد، آنگاه مقدار  $c$  کدام است؟

- (۱)  $2/6$  (۲)  $-2/6$  (۳)  $2/4$  (۴)  $-2/4$

۱۰۶- تابع  $f(x) = 3x + 2$  با دامنه  $[-1, 2]$  مفروض است. اگر برد تابع  $f$  دامنه تابع  $g(x) = \frac{x-1}{4}$  باشد، بزرگ‌ترین عضو صحیح برد تابع  $g$

کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۷- اگر تابع  $f(x) = |2x + a| - 1$  در بازه  $[-1, 3]$  یک به یک باشد، محدوده  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a \geq 2$  یا  $a \leq -6$  (۲)  $-6 \leq a \leq 2$   
(۳)  $a \geq 6$  یا  $a \leq 2$  (۴)  $-2 \leq a \leq 2$

۱۰۸- نمودار توابع  $y = \frac{x}{x-1}$  و  $y = -\sqrt{x-1}$  در چند نقطه متقاطع‌اند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۹- اگر  $\frac{13}{3} < [x] < \frac{17}{3}$ ، آنگاه حاصل  $[-2x]$  چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۰- معادله  $x^2 + [\frac{x}{3}] = 1$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۱- برد تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}-1}{|2-x|-x}$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, \frac{1}{2}]$  (۲)  $(\frac{1}{2}, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, 1]$  (۴)  $[1, +\infty)$

۱۱۲- برد تابع  $y = [\frac{x^2}{x^2+1}]$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار



۱۱۳- توابع  $f(x) = |x-1| - 2x$  و  $g(x) = |x-1|$  به ترتیب چگونه‌اند؟

- (۱) وارون پذیر - وارون پذیر  
 (۲) وارون پذیر - وارون ناپذیر  
 (۳) وارون ناپذیر - وارون پذیر  
 (۴) وارون ناپذیر - وارون ناپذیر

۱۱۴- به ازای چه مقداری از  $a$  دو تابع زیر با هم مساویند؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x+1} & ; x \neq -1 \\ 3a + 7 & ; x = -1 \end{cases} \quad \text{و} \quad g(x) = x + 2$$

- (۱) -۲  
 (۲) ۱  
 (۳) ۲  
 (۴) هیچ مقدار  $a$

۱۱۵- خط گذرنده از نقطه  $M(8, 6)$  و عمود بر خط  $y + 2x = 0$ ، محورهای مختصات را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. مساحت مثلث  $OAB$  کدام است؟ ( $O$  مبدا مختصات است.)

- (۱) ۳  
 (۲) ۴  
 (۳) ۶  
 (۴) ۸

۱۱۶- فاصله نقطه  $A(1, b)$  از دو خط  $y = x$  و  $y = -x$  یکسان است.  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $3\sqrt{5}$   
 (۳) صفر  
 (۴)  $-2\sqrt{3}$

۱۱۷- دو خط  $y = 2x - 5$  و  $4x - 2y = k$  بر دایره‌ای به مساحت  $5\pi$  مماس‌اند. مجموع مقادیر ممکن برای  $k$  کدام است؟

- (۱) ۱۰  
 (۲) ۲۰  
 (۳) ۳۰  
 (۴) ۴۰

۱۱۸- نقاط  $A(1, a)$ ،  $B(b, 3)$  و  $C(-2, 7)$ ، رئوس مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) می‌باشند. اگر ارتفاع وارد بر وتر روی خطی با شیب  $\frac{7}{4}$  باشد، حاصل  $a + b$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۵  
 (۲) ۶  
 (۳) ۸  
 (۴) ۹

۱۱۹- فاصله نقطه  $A(1, 0)$  از خط  $6y - 8x = c$ :  $d$  برابر  $\frac{3}{4}$  است. اگر فاصله نقطه  $A$  از خط  $d'$  که موازی خط  $d$  است برابر  $\frac{5}{4}$  باشد و نقطه  $A$  در طرفین خط  $d$  باشند، معادله خط  $d'$  کدام است؟ ( $c > 0$ )

- (۱)  $6y - 8x + 33 = 0$   
 (۲)  $6y - 8x - 17 = 0$   
 (۳)  $6y - 8x + 17 = 0$   
 (۴)  $6y - 8x - 33 = 0$

۱۲۰- اگر معادله دو قطر یک مربع به صورت  $(a+1)y + x = 5$  و  $y - 2ax = b$  و نقطه  $A(-2, 1)$  یک رأس این مربع باشد، مساحت این مربع

کدام است؟

۱۶ (۴)

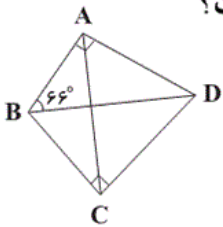
۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

هندسه ۲- سوالات موازی - ۱۰ سوال

۱۳۱- در شکل مقابل،  $\hat{A}BD = 66^\circ$  و  $\hat{B}AD = \hat{B}CD = 90^\circ$  است. زاویه  $\hat{A}CB$  چند درجه است؟



۲۴ (۱)

۳۳ (۲)

۴۵ (۳)

۶۶ (۴)

۱۳۲- شعاع دایره محاطی داخلی یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۶ کدام است؟

$3\sqrt{3}$  (۴)

$2\sqrt{3}$  (۳)

۳ (۲)

$\sqrt{3}$  (۱)

۱۳۳- در یک دوزنقه قائم الزاویه محیطی، اندازه قاعده کوچک ۷ و طول ساق قائم آن ۹ است. طول قاعده بزرگ این دوزنقه کدام است؟

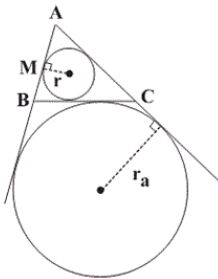
$12/8$  (۴)

$12/6$  (۳)

$12/5$  (۲)

۱۲ (۱)

۱۳۴- در شکل زیر، مثلث ABC و دایره‌های محاطی داخلی و محاطی خارجی آن رسم شده‌اند. اگر  $AM = 2$ ،  $BC = 7$  و  $S_{\Delta ABC} = 6\sqrt{6}$  باشد، حاصل  $r r_a$  کدام است؟



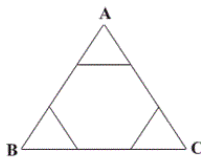
۶ (۱)

۸ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)

۱۳۵- با امتداد دادن اضلاع شش ضلعی منتظم مقابل به ضلع ۲ واحد، یک مثلث ساخته‌ایم. اگر O نقطه‌ای دلخواه درون شش ضلعی باشد، مجموع فواصل نقطه O از سه ضلع مثلث ABC کدام است؟



$\sqrt{3}$  (۱)

$2\sqrt{3}$  (۲)

$3\sqrt{3}$  (۳)

$4\sqrt{3}$  (۴)

۱۳۶- در چهارضلعی ABCD، زاویه‌های روبه‌روی A و C مکمل‌اند. در اثبات محاطی بودن ABCD با برهان خلف، از کدام قضیه استفاده نمی‌شود؟

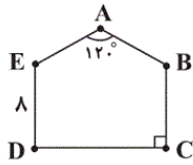
(۱) در هر مثلث اندازه زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور

(۲) عمود منصف‌های اضلاع هر مثلث هم‌رسند.

(۳) در یک چهارضلعی محاطی مجموع زوایای روبه‌رو  $180^\circ$  است.

(۴) نیمساز زوایای هر مثلث هم‌رسند.

۴) نیمساز زوایای هر مثلث هم‌رسند.



۱۳۷- در پنج‌ضلعی محاطی  $ABCDE$ ، اگر اندازه ضلع  $DE$  برابر ۸ باشد، اندازه قطر  $BD$  کدام است؟

- ۱) ۱۰  
۲) ۱۲  
۳) ۱۴  
۴) ۱۶

۳

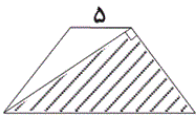
Δ



۱۳۸- اگر شعاع دایره محاطی داخلی  $ABC$  برابر ۱ و شعاع دایره‌های محاطی خارجی برابر  $a$ ،  $\frac{3}{2}$  و ۴ باشد، مقدار  $a$  کدام یک می‌تواند باشد؟

- ۱) ۲  
۲) ۶  
۳) ۱۲  
۴) ۸

۱۳۹- دوزنقه مقابل محیطی است. اگر مساحت قسمت هاشور خورده  $\frac{2}{3}$  مساحت کل دوزنقه باشد، محیط دوزنقه کدام است؟



- ۱) ۴۵  
۲) ۱۵  
۳) ۳۰  
۴) ۲۰

۱۴۰- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، دایره محاطی خارجی نظیر رأس  $A$  بر امتداد اضلاع  $AB$  و  $AC$  به ترتیب در  $T$  و  $T'$  مماس شده است. اندازه  $TT'$  کدام است؟ ( $AB = 3$  و  $AC = 4$ )

- ۱)  $6\sqrt{2}$   
۲)  $\sqrt{3}$   
۳)  $3\sqrt{2}$   
۴)  $6\sqrt{3}$

### آمار و احتمال - ۱۰ سوال -

۱۴۱- اگر  $A = [1, 4]$  و  $B = [0, 3]$  باشد، محیط ناحیه متناظر با نمودار مجموعه  $A^2 - B^2$  کدام است؟

- ۱) ۹  
۲) ۱۰  
۳) ۱۱  
۴) ۱۲

۱۴۲- اگر  $A = \{1, 2\}$  و  $B = [-1, 1]$  باشند، نمودار  $B \times A$  چگونه است؟

- ۱) دو نقطه  
۲) چهار نقطه  
۳) دو پاره خط افقی  
۴) دو پاره خط عمودی

۱۴۳- بازه  $A_n$  به صورت  $A_n = (1 - 2n, n + 2)$  تعریف شده است. اگر مساحت ناحیه  $A_n \times A_{n-1}$  برابر ۱۳۰ باشد،  $n$  کدام است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

- ۱) ۱۰  
۲) ۱۱  
۳) ۴  
۴) ۵

۱۴۴- اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی مضرب ۳ و  $B$  مجموعه اعداد اول فرد یک رقمی باشد، کدام یک از زوج مرتب‌های زیر

در  $(A - B) \times (B \cup A)$  وجود ندارد؟

- ۱) (۶, ۶)  
۲) (۹, ۹)  
۳) (۶, ۷)  
۴) (۳, ۹)

۱۴۵- از کیسه‌ای که محتوی ۳ مهره سفید متمایز و ۳ مهره سیاه متمایز است، ۲ مهره به طور تصادفی و با هم خارج می‌کنیم. اگر ۲ مهره خارج شده هم‌رنگ باشند، ۳ سکه و در غیر این صورت ۲ سکه پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی، چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۳۶ (۳) ۷۲ (۴) ۸۴

۱۴۶- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل  $P(A \cup B) - P(A - B) + P(A \cup B')$  کدام است؟

- (۱)  $P(A')$  (۲)  $P(B')$  (۳) ۱ (۴) صفر

۱۴۷- احتمال ابتلا به بیماری‌های قلبی و ریوی در شخصی به ترتیب  $0/25$  و  $0/3$  است. اگر احتمال ابتلا به هر دو نوع بیماری  $0/15$  باشد، احتمال آن که این شخص فقط به بیماری قلبی مبتلا شود، کدام است؟

- (۱)  $0/1$  (۲)  $0/15$  (۳)  $0/4$  (۴)  $0/2$

۱۴۸- یک عدد دو رقمی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد بر ۵ بخش پذیر باشد یا بر ۳ بخش پذیر نباشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{4}{15}$  (۳)  $\frac{11}{15}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۱۴۹- در یک دوره مسابقات چهارجانبه، تیم‌های  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  حضور دارند. اگر احتمال قهرمانی تیم‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$  با هم برابر و احتمال قهرمانی تیم  $d$  دو برابر هر یک از تیم‌های دیگر باشد، احتمال قهرمانی تیم  $d$  یا تیم  $a$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۱۵۰- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده که احتمال ظاهر شدن هر عدد متناسب با مربع همان عدد است. اگر این تاس را یک بار پرتاب کنیم، احتمال این که عدد ظاهر شده اول باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{38}{91}$  (۳)  $\frac{10}{21}$  (۴)  $\frac{39}{91}$

### آمار و احتمال - گواه - ۱۰ سوال -

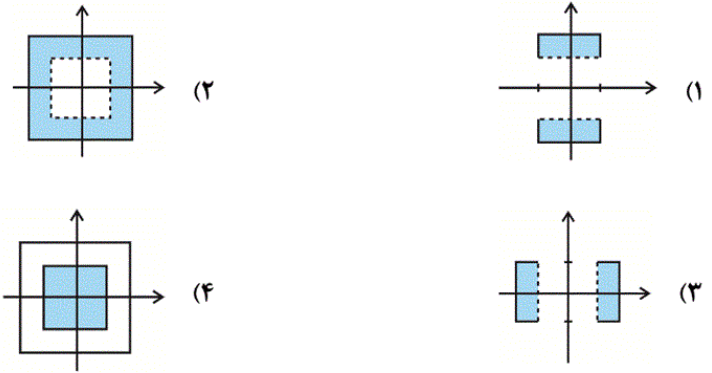
۱۵۱- برای مجموعه‌های ناتهی  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$ ، اگر  $A \times B = C \times D$  باشد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- (۱)  $A \times C = B \times D$  (۲)  $D \times B = C \times A$   
(۳)  $A \times D = C \times B$  (۴)  $C \times D = B \times A$

۱۵۲- دو مجموعه  $A$  و  $B$  به ترتیب ۳ و ۵ عضو دارند. به هر کدام ۳ عضو جدید اضافه کرده‌ایم تا مجموعه‌های  $A_1$  و  $B_1$  حاصل شوند. تعداد اعضای مجموعه  $A_1 \times B_1$ ، چند واحد از تعداد اعضای مجموعه  $A \times B$  بیش تر است؟

- (۱) ۳۳ (۲) ۳۵ (۳) ۳۷ (۴) ۳۹

۱۵۳- اگر  $A = [-2, 2]$  و  $B = [-1, 1]$  باشد، نمودار  $A \times B - B \times A$  مشابه کدام یک از نمودارهای زیر است؟



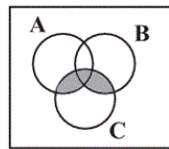
۱۵۴- اگر  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{1, 3, 5\}$  باشند، چند زوج مرتب در مجموعه  $A \times B$  می توان یافت که متعلق به مجموعه  $B \times A$  نباشند؟

(۱) ۱      (۲) ۳      (۳) ۵      (۴) ۷

۱۵۵- کدام گزینه مربوط به علم احتمال است؟

- (۱) تعداد افراد حاضر در کلاس درس  
 (۲) بلندقدترین دانش آموز مدرسه  
 (۳) امکان ظاهر شدن ۲ رو در ۴ پرتاب سکه  
 (۴) بالاترین نمره در کارنامه درسی

۱۵۶- در شکل مقابل، کدام گزاره می تواند معادل قسمت سایه خورده باشد؟



- (۱)  $A$ ،  $B$  و  $C$  با هم رخ داده اند.  
 (۲)  $A$  یا  $B$  رخ داده ولی  $C$  رخ نداده است.  
 (۳) حداقل یکی از سه پیشامد  $A$  یا  $B$  یا  $C$  رخ داده است.  
 (۴)  $A$  یا  $B$  رخ داده و  $C$  هم رخ داده است.

۱۵۷- اگر  $P(A \cup B) = 0/7$ ،  $P(A' \cup B) = 0/8$  و  $P(A' \cup B') = 0/8$  باشد، حاصل  $P(A \cup B)$  کدام است؟

- (۱)  $0/9$       (۲)  $0/5$       (۳)  $0/6$       (۴)  $0/7$

۱۵۸- عددی به تصادف از مجموعه  $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 36\}$  انتخاب می شود. احتمال آن که این عدد عضو  $B = \{3, 6, 9, 12, \dots, 36\}$  یا  $C = \{4, 8, 12, 16, \dots, 36\}$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{5}{6}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۵۹- در یک آزمایش تصادفی  $S = \{a, b, c\}$  فضای نمونه ای است. اگر  $P(\{a, b\}) = \frac{5}{12}$  و  $P(\{a, c\}) = \frac{3}{4}$  باشد، حاصل  $P(a) \times P(b)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{24}$       (۲)  $\frac{7}{48}$       (۳)  $\frac{7}{72}$       (۴)  $\frac{1}{12}$

۱۶۰ - سه نفر به نام‌های علی، رضا و حسین، متقاضی استخدام در یک شرکت هستند. اگر شانس استخدام شدن علی دو برابر رضا و شانس استخدام شدن رضا، سه برابر حسین باشد، احتمال استخدام شدن علی کدام است؟ (شرکت فقط یکی از این سه نفر را استخدام می‌کند.)

۰/۷ (۴)

۰/۳ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۵ (۱)

۸۱-

(یاسین سپهر)

تعداد انتخاب‌های هر یک از عضوهای مجموعه A را پیدا می‌کنیم.

a b c d  
↓ ↓ ↓ ↓

تعداد انتخاب‌ها : ۱ ۲ ۳ ۳

پس تعداد تابع‌های f برابر  $1 \times 2 \times 3 \times 3 = 18$  می‌باشد.

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰ و ۴۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

۸۲-

(سعید مدیرفراسانی)

f یک تابع یک به یک است، پس:

$$\begin{cases} (1, -2) \in f \\ (a+1, -2) \in f \end{cases} \Rightarrow a+1=1 \Rightarrow a=0$$

$$\xrightarrow{a=0} \begin{cases} (6, 0) \in f \\ (b+2, 0) \in f \end{cases} \Rightarrow b+2=6 \Rightarrow b=4$$

$$\xrightarrow{b=4} \begin{cases} (2, 4) \in f \\ (c, 4+0) \in f \end{cases} \Rightarrow c=2$$

بنابراین:  $b=2c$

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۸۳

(فرزانه پورعلیرضا)

در گزینه «۱» به ازای  $x = 0$ ، دو مقدار ۱ و -۱ برای  $y$  داریم، پس تابع نیست.

در گزینه «۲» به ازای  $x = -2$ ، دو مقدار  $\sqrt{7}$  و  $-\sqrt{7}$  برای  $y$  داریم، پس این گزینه هم تابع نیست.

در گزینه «۳» معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$|y| + x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow |y| + (x-1)^2 = 0$$

حاصل جمع دو عبارت نامنفی صفر شده است، پس هر یک از عبارتها صفر است یعنی  $x = 1$  و  $y = 0$  است و رابطه  $\{(1, 0)\}$  یک تابع است.

در گزینه «۴» به ازای  $x = 0$ ، دو مقدار ۲ و -۱ برای  $y$  داریم، پس این گزینه هم تابع نیست.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۸۴

(شروین سیاح‌نیا)

دامنه تابع  $f$  مقادیری از  $x$  است که زیر رادیکال نامنفی شود یعنی  $D_f = (-\infty, 1]$  که با دامنه گزینه‌های «۲» و «۴» برابر است. چون به ازای هر  $x$  واقع در دامنه  $f$ ، مقدار تابع همواره نامثبت است، پس گزینه «۲» نادرست است و در مورد گزینه «۴» داریم:

$$g(x) = -\sqrt{(1-x)^3} = -\sqrt{(1-x)^2(1-x)} \\ = -|1-x|\sqrt{1-x} = -(1-x)\sqrt{1-x} = (x-1)\sqrt{1-x}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۴۶ تا ۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱



(علی شهبازی)

چون دامنه تابع  $f$  به صورت  $\mathbb{R} - \{5, b\}$  است، پس  $x = 5$  ریشه مخرج  $f$  است:

$$5^2 + 5a - 10 = 0 \Rightarrow a = -3$$

با جای گذاری  $a = -3$ ، مخرج تابع  $f$  را مساوی صفر قرار می دهیم تا  $b$  نیز به دست آید:

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

با جای گذاری  $a = -3$  و  $b = -2$ ، معادله  $f(c) = 1$  را حل می کنیم:

$$f(x) = \frac{x^2 - 8x + 3}{x^2 - 3x - 10} \xrightarrow{f(c)=1} c^2 - 8c + 3 = c^2 - 3c - 10$$

$$\Rightarrow 5c = 13 \Rightarrow c = \frac{13}{5} = 2 \frac{3}{5}$$

(مسئله ۱- صفحه های ۴۴ و ۴۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر هوشنگ فمسه)

از روی دامنه  $f$  تابع  $f$  را می سازیم تا برد  $f$  حاصل شود.

$$-1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq 3x \leq 6 \Rightarrow -1 \leq 3x + 2 \leq 8$$

لذا دامنه تابع  $g$  بازه  $[-1, 8]$  است.

$$-1 \leq x \leq 8 \Rightarrow -1 - 1 \leq x - 1 \leq 8 - 1 \Rightarrow -\frac{2}{2} \leq \frac{x-1}{2} \leq \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow -1 \leq g(x) \leq 3 \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(میثم همزه لویی)

برای آن که  $f$  در بازه  $[-1, 3]$  یک به یک باشد، باید  $-\frac{a}{2}$  داخل این بازه قرار نگیرد، پس:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad -\frac{a}{2} \geq 3 \Rightarrow a \leq -6 \\ (2) \quad -\frac{a}{2} \leq -1 \Rightarrow a \geq 2 \end{array} \right\}$$

پس  $a \leq -6$  یا  $a \geq 2$  است.

(مسئله ۱- صفحه های ۵۵ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی شهبازی)

$$(1) \quad y = \frac{x}{x-1} \Rightarrow y = \frac{x-1+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$y = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{۱ واحد به راست}} y = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{۱ واحد به بالا}} y = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$(2) \quad y = -\sqrt{x-1}$$

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{۱ واحد به راست}} y = \sqrt{x-1}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور Xها}} y = -\sqrt{x-1}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی اکبر علی زاده)

$$\frac{17}{3} < [x] \xrightarrow{[x] \in \mathbb{Z}} 6 \leq [x] \quad (1)$$

$$[x] < \frac{13}{2} \xrightarrow{[x] \in \mathbb{Z}} [x] \leq 6 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{1, 2} [x] = 6 \Rightarrow 6 \leq x < 7 \xrightarrow{\times (-2)} -12 \geq -2x > -14$$

$$[-2x] = -12 \quad \text{یا} \quad -13 \quad \text{یا} \quad -14$$

(مسئله ۱- صفحه های ۴۹ تا ۵۲)

۴ ✓

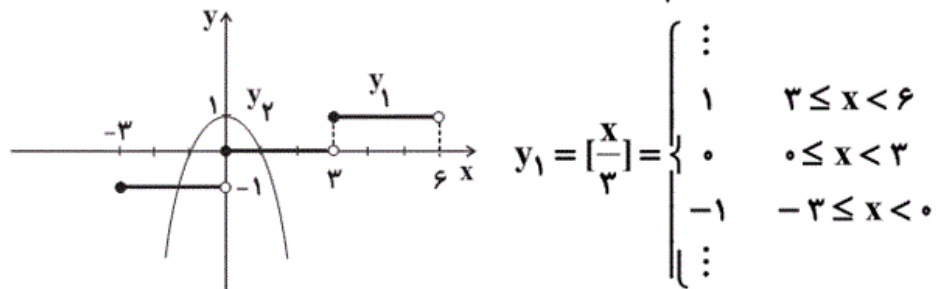
۳

۲

۱

معادله را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$x^2 + \left[\frac{x}{3}\right] = 1 \Rightarrow \left[\frac{x}{3}\right] = 1 - x^2$$

حالا نمودار دو تابع  $y_1 = \left[\frac{x}{3}\right]$  و  $y_2 = 1 - x^2$  را رسم می‌کنیم:

دو تابع در دو نقطه متقاطعاند پس معادله ۲ جواب دارد.

(مسئله‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا ضابطهٔ وارون تابع داده شده را حساب می‌کنیم:

$$y = \frac{2x-1}{x-2} \Rightarrow xy - 2y - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x(y-2) = 2y-1 \Rightarrow x = \frac{2y-1}{y-2}$$

حالا جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم:

$$y = \frac{2x-1}{x-2}$$

پس ضابطهٔ وارون تابع داده شده به صورت  $y = \frac{2x-1}{x-2}$  درمی‌آید (بد)نیست بدانید در توابع به فرم  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، اگر  $a = -d$  باشد، وارون

تابع با تابع اولیه برابر است.

حالا ضابطهٔ به دست آمده را با خط  $y = -x$  قطع می‌دهیم:

$$\frac{2x-1}{x-2} = -x \Rightarrow -x^2 + 2x = 2x-1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} A(1, -1) \\ B(-1, 1) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(1+1)^2 + (-1-1)^2} = 2\sqrt{2}$$

پس:

(مسئله‌های ۵۳ تا ۶۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۲

(سینا مسمرپور)

برد وارون یک تابع همان دامنه تابع اصلی می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$g(x) = \sqrt{f(x)} \Rightarrow D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in D_f, f(x) \geq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq 0\}$$

با توجه به نمودار داده شده، تابع  $f(x)$  در بازه  $(-\infty, -2)$  کوچک‌تر ازصفر می‌باشد، پس این بازه جزو دامنه  $g(x)$  و برد  $g^{-1}(x)$  قرارنمی‌گیرد. در میان گزینه‌های داده شده، تنها بازه  $(-3, -2)$  دربازه  $(-\infty, -2)$  قرار دارد؛ بنابراین پاسخ صحیح گزینه «۴» می‌باشد.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۳

(سیر عادل حسینی)

راه اول:

$$1 - f = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 2), (2, -1)\}$$

$$\Rightarrow f(1 - f(x)) = \{(-1, -1), (0, 1), (1, 2), (2, 0)\}$$

واضح است که دو تابع  $f$  و  $f(1 - f(x))$  تنها عضو  $(0, 1)$  را به‌طورمشترک دارند، بنابراین  $f(1 - f(0)) = f(0)$ ، یعنی  $x_0 = 0$  است.راه دوم: چون  $f$  یک به یک است، پس:

$$f(1 - f(x_0)) = f(x_0) \Rightarrow 1 - f(x_0) = x_0 \Rightarrow x_0 + f(x_0) = 1$$

تنها نقطه‌ای از تابع  $f$  که در رابطه بالا صدق می‌کند نقطه  $(0, 1)$  است،

$$x_0 = 0$$

بنابراین:

(مسایان ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۴

(سعید مدیر فراسانی)

$$g^{-1}(-3) = x \Rightarrow g(x) = -3 \Rightarrow 2 - 3f(5x - 1) = -3$$

$$\Rightarrow f(5x - 1) = \frac{5}{3} \xrightarrow{f(-2) = \frac{5}{3}} 5x - 1 = -2 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

می‌دانیم  $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} \Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{2 - 2x^4} \Rightarrow D_g = [-1, 1]$$

$$D_{\frac{f}{g}} = [(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)] \cap [-1, 1] - \{\pm 1\} = \{\pm 1\} - \{\pm 1\} = \emptyset$$

پس دامنه تابع برابر  $\emptyset$  است و گزینه چهارم صحیح است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۳ تا ۶۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$g(f(x)) = 9x^2 - 9x + 2 \Rightarrow g(3x-2) = (3x-1)(3x-2)$$

$$= (3x-2+1)(3x-2) \xrightarrow{3x-2=t} g(t) = t(t+1) = t^2 + t$$

در نتیجه  $g(x) = x^2 + x$  است.

حال ضابطه  $(g-f)(x)$  را به دست می‌آوریم:

$$(g-f)(x) = g(x) - f(x) = x^2 + x - (3x-2) = x^2 - 2x + 2$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از روی شکل مشخص است  $D_g = (-\infty, 0]$  و  $D_f = [0, +\infty)$  حال با

توجه به تعریف دامنه  $f \circ g$  یعنی  $D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$

دامنه تابع  $f \circ g$  را تعیین می‌کنیم:

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in (-\infty, 0], g(x) \in [0, +\infty)\}$$

به ازای  $x$  های عضو مجموعه  $(-\infty, -2]$  مقادیر  $g$  در بازه  $[0, +\infty)$

قرار دارند. پس:  $D_{f \circ g} = (-\infty, -2]$

از بین اعداد صحیح منفی، دامنه تابع تنها شامل عدد  $-1$  نمی‌باشد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اول تابع  $\frac{1}{g+1}$  را پیدا می‌کنیم:

$$g+1 = \{(-1, 1), (2, 0), (3, 5)\} \Rightarrow \frac{1}{g+1} = \{(-1, 1), (2, \frac{1}{0}), (3, \frac{1}{5})\}$$

تعریف نشده

$$\frac{1}{g+1} = \{(-1, 1), (3, \frac{1}{5})\}$$

حالا  $f \circ (\frac{1}{g+1})$  را پیدا می‌کنیم:

$$x = -1 \Rightarrow f \circ (\frac{1}{g+1})(-1) = f(1) = \frac{3(1)-1}{2} = 1 \Rightarrow (-1, 1)$$

$$x = 3 \Rightarrow f \circ (\frac{1}{g+1})(3) = f(\frac{1}{5}) = \frac{\frac{3}{5}-1}{2} = \frac{-\frac{2}{5}}{2} = -\frac{1}{5} \Rightarrow (3, -\frac{1}{5})$$

$$\Rightarrow f \circ (\frac{1}{g+1}) = \{(-1, 1), (3, -\frac{1}{5})\}$$

$$1 + (-\frac{1}{5}) = \frac{4}{5}$$

مجموع عضوهای برد تابع برابر است با:

(مسابان ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

روش اول: تابع  $f(x)$  در  $x=1$  و  $x=3$  برابر صفر می‌شود، یعنی:

$$f(1) = f(3) = 0$$

بنابراین برای آن که تابع  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$  برابر صفر شود باید  $g(x)$  برابر ۱ یا ۳ شود:

$$(f \circ g)(x) = f(\underbrace{g(x)}_{1 \text{ یا } 3}) = 0$$

ضابطه تابع  $g(x)$  را می‌نویسیم. تابع  $g(x)$  خطی است و معادله آن را به صورت  $g(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم.

$$g(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} g(0) = a \times 0 + b = 8 \Rightarrow b = 8 \\ g(-4) = a \times (-4) + b = 0 \Rightarrow -4a + 8 = 0 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = 2x + 8$$

برای حل معادله  $(f \circ g)(x) = 0$  باید  $g(x)$  برابر ۱ یا ۳ باشد، بنابراین:

$$\begin{cases} g(x) = 1 \Rightarrow 2x + 8 = 1 \Rightarrow x_1 = -\frac{7}{2} \\ g(x) = 3 \Rightarrow 2x + 8 = 3 \Rightarrow x_2 = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{7}{2} - \frac{5}{2} = -6$$

۴

۳

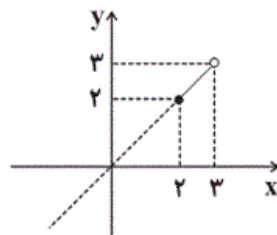
۲ ✓

۱

اگر  $x \in [1, 2)$  باشد، آن‌گاه  $f(x) = x + [x] = x + 1$  می‌شود.

می‌دانیم  $D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} = R_f$  است و با توجه به

نمودار  $R_f = [2, 3)$  می‌شود. در نتیجه:



$$(f \circ f^{-1})(x) = x ; 2 \leq x < 3$$

نمودار حاصل گزینه «۲» است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴۹ تا ۷۰)

۴

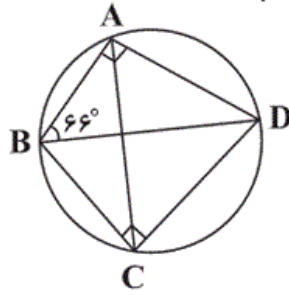
۳

۲ ✓

۱

(رضا عباسی اصل)

زاویه‌های روبه‌رو در چهارضلعی ABCD مکمل یکدیگرند، پس ABCD محاطی است. دایره محیطی آن را رسم می‌کنیم، داریم:



$$\Delta ABD : \hat{A}DB = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$$

زاویه‌های محاطی  $\hat{A}DB$  و  $\hat{A}CB$  هر دو روبه‌روی کمان AB هستند،

$$\hat{A}CB = 24^\circ$$

پس با هم مساوی‌اند. یعنی:

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ایمان حسین نژاد)

اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط ۲P، شعاع دایره

$$S = rP$$

(\*)

محاطی داخلی برابر r باشد، داریم:

از طرفی برای مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۶ داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6)^2 = 9\sqrt{3} \quad \left. \begin{array}{l} (*) \\ \end{array} \right\} \rightarrow 9\sqrt{3} = r \times 9 \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$$2P = 3 \times 6 \Rightarrow P = 9$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲

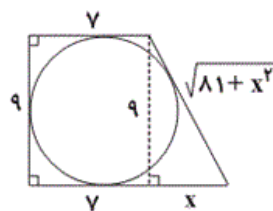
۱ ✓

(مهدی طاهر شعاعی)

مطابق شکل دوزنقه قائم‌الزاویه داده شده، به یک مستطیل به ابعاد ۷ و ۹

و یک مثلث قائم‌الزاویه تقسیم شده است. چون این دوزنقه محیطی است،

داریم:



$$9 + \sqrt{1+x^2} = 7 + (7+x)$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+x^2} = 5+x$$

$$\Rightarrow 1+x^2 = 25+x^2+10x \Rightarrow 10x = 1-25 = -24 \Rightarrow x = -2.4$$

$$\text{طول قاعده بزرگ} = 7+x = 7+5/6 = 12/6$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱



۱۲۴-

(سینا ممبرپور)

اگر محیط مثلث را برابر  $2P$  در نظر بگیریم، می‌دانیم:

$$AM = P - a \Rightarrow 2 = P - 7 \Rightarrow P = 9$$

از طرفی داریم:

$$S = r \cdot P \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{6\sqrt{6}}{9} = \frac{2}{3}\sqrt{6}$$

همچنین:

$$r_a = \frac{S}{P - a} \Rightarrow r_a = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$$

$$rr_a = \frac{2}{3}\sqrt{6} \times 3\sqrt{6} = 12$$

بنابراین:

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵ تا ۳۱)

۴ ✓

۳

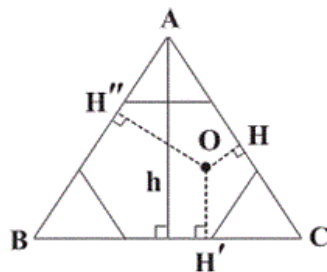
۲

۱

۱۲۵-

(فرشاد فرامرزی)

مثلث  $ABC$ ، مثلث متساوی‌الاضلاع است که طول هر ضلع آن ۶ واحد می‌باشد. می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر ارتفاع مثلث است. پس:



(هندسه ۲- دایره- صفحه ۳۰)

$$OH + OH' + OH'' = h$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

۴

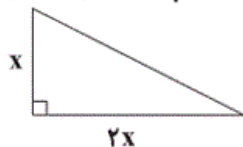
۳ ✓

۲

۱

در هر مثلث شعاع دایره محاطی داخلی از رابطه  $r = \frac{S}{P}$  و شعاع دایره محاطی خارجی رو به ضلع  $a$  از رابطه  $r_a = \frac{S}{P-a}$  به دست می‌آید که  $S$  مساحت مثلث و  $P$  نصف محیط آن است. اگر طول اضلاع زاویه قائمه مثلث را  $x$  و  $2x$  فرض کنیم، طبق قضیه فیثاغورس، طول وتر آن به دست می‌آید:

$$\text{طول وتر} = \sqrt{x^2 + (2x)^2} = \sqrt{5}x$$



$$P = \frac{x + 2x + \sqrt{5}x}{2} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}x$$

$$P - a = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}x - \sqrt{5}x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}x$$

$$\frac{\text{شعاع دایره محاطی داخلی}}{\text{شعاع دایره محاطی خارجی وتر}} = \frac{\frac{S}{P}}{\frac{S}{P-a}} = \frac{P-a}{P}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}x}{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}x} = \frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} \times \frac{3 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \\ &= \frac{9 + 5 - 6\sqrt{5}}{9 - 5} = \frac{14 - 6\sqrt{5}}{4} = \frac{7 - 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$\Delta BFC$ : زاویه خارجی است  $\hat{FCE} \Rightarrow \hat{FCE} = \hat{BFC} + \hat{B} = \alpha + 40^\circ$

چهارضلعی  $DFCE$  محاطی است  $\Rightarrow \hat{ADF} = \hat{FCE} = \alpha + 40^\circ$

$\Delta ADF$ :  $\hat{A} + \hat{ADF} + \hat{AFD} = 180^\circ$

$$\Rightarrow 50^\circ + \alpha + 40^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

چهارضلعی  $FGHC$  محاطی است  $\Rightarrow \hat{FGH} = \alpha + 40^\circ$

$$= 45^\circ + 40^\circ = 85^\circ$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۲۷)

 ۴

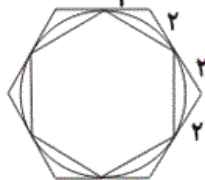
 ۳

 ۲

 ۱

(سپار عابر)

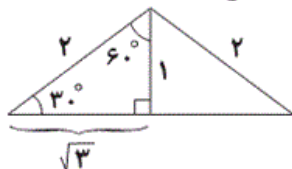
با توجه به رابطه مجموع زوایای داخلی، شکل یک ۶ ضلعی منتظم است.



$$(n - 2) \times 180^\circ = 720^\circ$$

$$\Rightarrow n - 2 = 4 \Rightarrow n = 6$$

بر اساس شکل، اگر نقاط برخورد ۶ ضلعی با دایره محاطی را متوالیاً به هم وصل کنیم یک ۶ ضلعی به دست می‌آید که تفاوت مساحت آن‌ها، برابر مجموع مساحت ۶ مثلث با دو ضلع به طول ۲ و زاویه بین  $120^\circ$  است.



$$\text{تفاوت مساحت} = 6S = 6 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 120^\circ = 6\sqrt{3}$$

نکته: می‌توان از فرمول  $S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$ ، برای محاسبه آسان‌تر مساحت مثلث استفاده کرد.

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۴

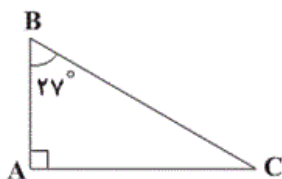
۳ ✓

۲

۱

(ایمان حسین‌نژاد)

در یک تبدیل طولیاً همواره طول پاره‌خطها و اندازه زاویه بین آن‌ها ثابت می‌ماند، پس اندازه زاویه  $A'\hat{C}'B'$  با اندازه زاویه  $A\hat{C}B$  برابر می‌باشد. با توجه به اطلاعات مسئله می‌توان نوشت:



$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{C} = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right\} \Rightarrow A'\hat{C}'B' = 63^\circ$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴

۳ ✓

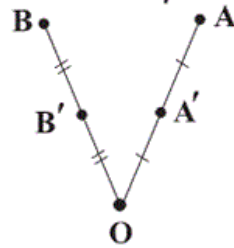
۲

۱

۱۳۰-

(سیدسروش کریمی مراهی)

تناظر T به هر نقطه A از صفحه دقیقاً یک نقطه مانند A' را از صفحه نظیر می کند و برعکس. بنابراین T یک تبدیل است. فرض کنید A و B دو نقطه دلخواه از صفحه باشند. با توجه به این که A' و B' به ترتیب وسط پاره خطهای OA و OB قرار دارند پس داریم:



$$AB \parallel A'B' \Rightarrow A'B' = \frac{AB}{2}$$

۴

۳

۲

۱

۱۰۱-

(یاسین سپهر)

تعداد انتخابهای هر یک از عضوهای مجموعه A را پیدا می کنیم.

a b c d  
↓ ↓ ↓ ↓

تعداد انتخابها : ۱ ۲ ۳ ۳

پس تعداد تابعهای f برابر  $1 \times 2 \times 3 \times 3 = 18$  می باشد.

(مسابان ۱- تابع - صفحه های ۳۸ تا ۴۰ و ۴۲)

۴

۳

۲

۱

۱۰۲-

(سعید مدیرفراسانی)

f یک تابع یک به یک است، پس:

$$\begin{cases} (1, -2) \in f \\ (a+1, -2) \in f \end{cases} \Rightarrow a+1=1 \Rightarrow a=0$$

$$\xrightarrow{a=0} \begin{cases} (6, 0) \in f \\ (b+2, 0) \in f \end{cases} \Rightarrow b+2=6 \Rightarrow b=4$$

$$\xrightarrow{b=4} \begin{cases} (2, 4) \in f \\ (c, 4+0) \in f \end{cases} \Rightarrow c=2$$

بنابراین:  $b=2c$

(مسابان ۱- تابع - صفحه های ۵۵ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

۱۰۳-

(فخرزانه پورعلیرضا)

در گزینه «۱»، به ازای  $x = 0$ ، دو مقدار ۱ و -۱ برای  $y$  داریم، پس تابع نیست.

در گزینه «۲»، به ازای  $x = -2$ ، دو مقدار  $\sqrt{7}$  و  $-\sqrt{7}$  برای  $y$  داریم، پس این گزینه هم تابع نیست.

در گزینه «۳»: معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$|y| + x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow |y| + (x-1)^2 = 0$$

۴

۳

۲

۱

۱۰۴-

(شروین سیاح‌نیا)

دامنه تابع  $f$  مقادیری از  $x$  است که زیر رادیکال نامنفی شود یعنی  $D_f = (-\infty, 1]$  که با دامنه گزینه‌های «۲» و «۴» برابر است. چون به ازای هر  $x$  واقع در دامنه  $f$ ، مقدار تابع همواره نامثبت است، پس گزینه «۲» نادرست است و در مورد گزینه «۴» داریم:

$$\begin{aligned} g(x) &= -\sqrt{(1-x)^3} = -\sqrt{(1-x)^2(1-x)} \\ &= -|1-x|\sqrt{1-x} = -(1-x)\sqrt{1-x} = (x-1)\sqrt{1-x} \end{aligned}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۴۶ تا ۴۸)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۵

(علی شهرابی)

چون دامنه تابع  $f$  به صورت  $\mathbb{R} - \{5, b\}$  است، پس  $x = 5$  ریشه مخرج  $f$  است:

$$5^2 + 5a - 10 = 0 \Rightarrow a = -3$$

با جای گذاری  $a = -3$ ، مخرج تابع  $f$  را مساوی صفر قرار می دهیم تا  $b$  نیز به دست آید:

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

با جای گذاری  $a = -3$  و  $b = -2$ ، معادله  $f(c) = 1$  را حل می کنیم:

$$f(x) = \frac{x^2 - 8x + 3}{x^2 - 3x - 10} \xrightarrow{f(c)=1} c^2 - 8c + 3 = c^2 - 3c - 10$$

$$\Rightarrow 5c = 13 \Rightarrow c = \frac{13}{5} = 2 \frac{3}{5}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۴۴ و ۴۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۶

(امیر هوشنگ فمسه)

از روی دامنه  $f$  تابع  $f$  را می سازیم تا برد  $f$  حاصل شود.

$$-1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq 3x \leq 6 \Rightarrow -1 \leq 3x + 2 \leq 8$$

لذا دامنه تابع  $g$  بازه  $[-1, 8]$  است.

$$-1 \leq x \leq 8 \Rightarrow -1 - 1 \leq x - 1 \leq 8 - 1 \Rightarrow -\frac{2}{2} \leq \frac{x-1}{2} \leq \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow -1 \leq g(x) \leq 3 \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad -\frac{a}{2} \geq 3 \Rightarrow a \leq -6 \\ (2) \quad -\frac{a}{2} \leq -1 \Rightarrow a \geq 2 \end{array} \right\}$$

پس  $a \leq -6$  یا  $a \geq 2$  است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۵۵ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

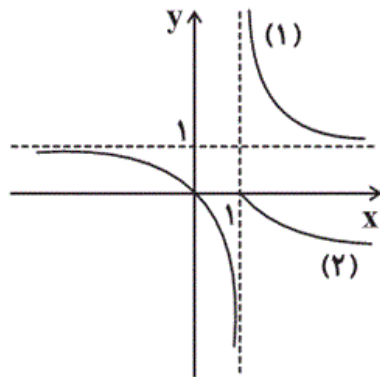
$$(۱) y = \frac{x}{x-1} \Rightarrow y = \frac{x-1+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$y = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$(۲) y = -\sqrt{x-1}$$

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = \sqrt{x-1}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور Xها}} y = -\sqrt{x-1}$$



مشاهده می کنید که دو تابع یکدیگر را قطع نمی کنند.

(مسابقه ۱- تابع - صفحه های ۴۴ تا ۴۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{17}{3} < [x] \xrightarrow{[x] \in \mathbb{Z}} 6 \leq [x] \quad (۱)$$

$$[x] < \frac{13}{2} \xrightarrow{[x] \in \mathbb{Z}} [x] \leq 6 \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{۱, ۲} [x] = 6 \Rightarrow 6 \leq x < 7 \xrightarrow{\times (-2)} -12 \geq -2x > -14$$

$$[-2x] = -12 \text{ یا } -13 \text{ یا } -14$$

(مسابقه ۱- تابع - صفحه های ۴۹ تا ۵۲)

 ۴

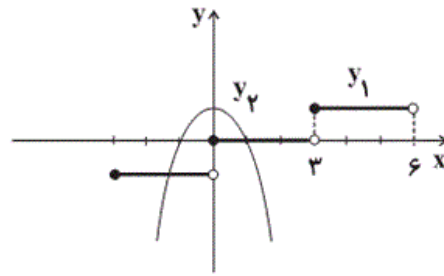
 ۳

 ۲

 ۱

معادله را به شکل زیر می نویسیم:

$$x^2 + \left[\frac{x}{3}\right] = 1 \Rightarrow \left[\frac{x}{3}\right] = 1 - x^2$$

حالا نمودار دو تابع  $y_1 = \left[\frac{x}{3}\right]$  و  $y_2 = 1 - x^2$  را رسم می کنیم:

$$y_1 = \left[\frac{x}{3}\right] = \begin{cases} \vdots & \\ 1 & 3 \leq x < 6 \\ 0 & 0 \leq x < 3 \\ -1 & -3 \leq x < 0 \\ \vdots & \end{cases}$$

دو تابع در دو نقطه متقاطع اند پس معادله ۲ جواب دارد.

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

به ازای مقادیر  $x \geq 2$  عبارت زیر رادیکال نامنفی است وداریم  $|2-x| = x-2$  و تابع به صورت زیر ساده می شود:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}-1}{|2-x|-x} = \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-2-x} = \frac{\sqrt{x-2}-1}{-2}$$

$$x \geq 2 \Rightarrow \sqrt{x-2} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-2}-1 \geq -1 \Rightarrow \frac{\sqrt{x-2}-1}{-2} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) \leq \frac{1}{2} \Rightarrow R_f = (-\infty, \frac{1}{2}]$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۳۸ تا ۴۰ و ۴۴ تا ۴۸)

۴

۳

۲

۱ ✓



(ابراهیم نفی)

برای تعیین برد یک تابع ابتدا باید دامنه آن تعیین شود که در این سوال با توجه به این که عبارت داخل جزء صحیح یک عبارت گویاست و مخرج آن نیز فاقد ریشه است دامنه آن همه اعداد حقیقی است. از عبارت گویا کاملاً مشخص است که صورت و مخرج نامنفی بوده و مخرج آن یک واحد از صورت بیشتر است، پس درون جزء صحیح همواره از یک کم‌تر بوده، یعنی:

$$0 \leq \frac{x^2}{x^2+1} < 1 \xrightarrow{n \leq x < n+1 \Rightarrow [x]=n} \left[ \frac{x^2}{x^2+1} \right] = 0$$

و این یعنی تابع مورد نظر تابعی است که برد آن فقط یک عضو دارد و آن هم  $\{0\}$  می‌باشد که جزو اعداد صحیح است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰، ۴۴، ۴۵ و ۴۹ تا ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

شرط وارون پذیری یک تابع، یک به یک بودن آن است. پس یک به یک بودن یا نبودن دو تابع را بررسی می‌کنیم.

تابع یک به یک تابعی است که به ازای ورودی‌های متمایز  $(x)$ ، خروجی‌های  $(y)$  یکسان ندهد. تابع  $f(x)$  یک به یک نمی‌باشد، زیرا:

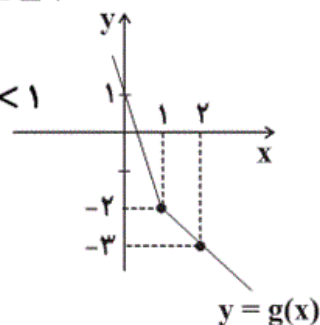
$$\begin{cases} x=1 \Rightarrow f(1)=0 \\ x=0 \Rightarrow f(0)=0 \end{cases} \Rightarrow (0,0), (1,0)$$

برای بررسی یک به یک بودن تابع  $g(x)$  بهتر است نمودار آن را رسم کنیم. اول تابع را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم و بعد نمودارش را رسم می‌کنیم.

$$g(x) = \begin{cases} (x-1) - 2x = \underbrace{-x-1}_{y_1}, & x \geq 1 \\ -(x-1) - 2x = \underbrace{-3x+1}_{y_2}, & x < 1 \end{cases}$$

x	y <sub>1</sub>
1	-2
2	-3

x	y <sub>2</sub>
1	-2
0	1



با توجه به نمودار تابع  $g(x)$  اگر هر خط موازی محور  $x$  ها رسم کنیم نمودار تابع را در یک نقطه قطع می‌کند، پس تابع  $g(x)$  یک به یک است. در نتیجه،  $f$  تابعی وارون‌ناپذیر و  $g$  تابعی وارون‌پذیر است.

(مسائل ۱- تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دامنه هر دو تابع برابر  $R$  است. بنابراین برای تساوی دو تابع باید به ازای هر  $x$  از دامنه داشته باشیم:  $f(x) = g(x)$ .

$$x \neq -1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x+1} = \frac{(x+2)(x+1)}{x+1} = x+2$$

$$f(x) = g(x)$$

به‌ازای  $x = -1$  داریم:

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 3a + 7 \text{ و } g(-1) = -1 + 2 = 1$$

$$\underline{f(-1) = g(-1)} \rightarrow 3a + 7 = 1 \Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow a = -2$$

(مسائل ۱- تابع - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهبازی)

شیب خط  $y + 2x = 0$  برابر ۲- است، پس شیب خطی که بر آن عمود است، برابر با  $\frac{1}{2}$  است. معادله خطی با شیب  $m = \frac{1}{2}$  و گذرنده از نقطه  $M(8, 6)$  را می‌نویسیم:

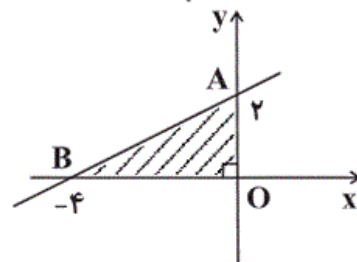
$$y - 6 = \frac{1}{2}(x - 8) \Rightarrow y = \frac{x}{2} + 2$$

محل تقاطع این خط با محورهای مختصات را حساب می‌کنیم:

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{0}{2} + 2 = 2 \Rightarrow A(0, 2)$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{x}{2} + 2 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow B(-4, 0)$$

خط را رسم می‌کنیم و مساحت مثلث  $OAB$  را پیدا می‌کنیم:



$$S_{\Delta OAB} = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$

(مسئله ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(معمرمصطفی ابراهیمی)

فاصله نقطه  $A(1, b)$  از دو خط  $y - x = 0$  و  $y + x = 0$  باید یکسان باشد.

$$AH_1 = AH_2 \Rightarrow \frac{|b-1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|b+1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \Rightarrow |b-1| = |b+1|$$

جواب ندارد.  $b-1 = b+1 \Rightarrow$

$$b-1 = -(b+1) \Rightarrow 2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

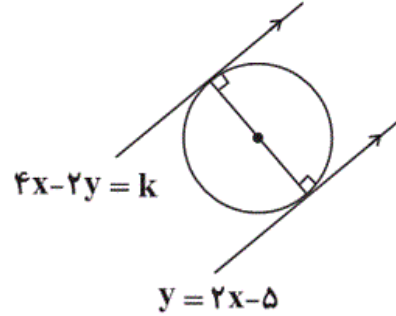
(مسئله ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۴

۳ ✓

۲

۱



فاصله این دو خط برابر با قطر دایره است:

$$S = \pi r^2 \Rightarrow 5\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{5} \Rightarrow 2r = 2\sqrt{5}$$

فاصله دو خط  $y - 2x + 5 = 0$  و  $y - 2x + \frac{k}{2} = 0$  را برابر با  $2\sqrt{5}$  قرار

می‌دهیم:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{|\frac{k}{2} - 5|}{\sqrt{4 + 1}}$$

$$\Rightarrow 10 = \left| \frac{k}{2} - 5 \right| \Rightarrow \begin{cases} \frac{k}{2} - 5 = 10 \Rightarrow k = 30 \\ \frac{k}{2} - 5 = -10 \Rightarrow k = -10 \end{cases}$$

پس مجموع مقادیر ممکن برای  $k$  برابر با  $30 + (-10) = 20$  است.

(مسئله ۱- چبر و معادله - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

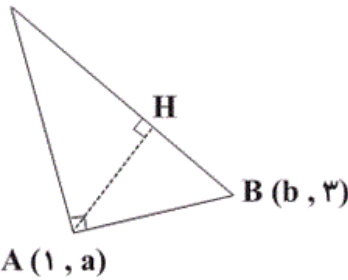
۳

۲ ✓

۱

(سینا ممبرپور)

از آنجایی که خط گذرنده از وتر و ارتفاع وارد بر آن بر هم عمودند، لذا شیب آن‌ها، قرینه و معکوس یکدیگر است؛ به عبارتی اگر شیب خط گذرنده از وتر را  $m$  فرض کنیم، داریم:

 $C(-2, 7)$ 

$$\frac{7}{4} \times m = -1 \Rightarrow m = -\frac{4}{7}$$

از طرفی داریم:

$$m_{BC} = \frac{3-7}{b+2} \Rightarrow m = \frac{-4}{b+2} \Rightarrow \frac{-4}{7} = \frac{-4}{b+2} \Rightarrow b+2=7 \Rightarrow b=5$$

از طرفی بنا بر رابطه فیثاغورس نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{aligned} AC^2 + AB^2 &= BC^2 \Rightarrow (1+2)^2 + (a-7)^2 + (1-5)^2 + (a-3)^2 \\ &= (-2-5)^2 + (7-3)^2 \\ \Rightarrow a^2 - 14a + 49 + a^2 - 6a + 9 + 9 + 16 &= 65 \Rightarrow 2a^2 - 20a + 18 = 0 \\ \Rightarrow a^2 - 10a + 9 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=9 \end{cases} \end{aligned}$$

پس  $a+b$  برابر با ۶ یا ۱۴ می‌تواند باشد.

(مسئله ۱- چبر و معادله - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

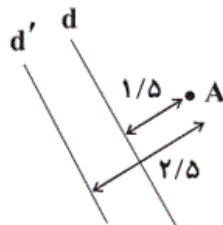
$$\Rightarrow \text{فاصله} = \frac{|6(0) - 8(1) - c|}{\sqrt{6^2 + (-8)^2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{|-8 - c|}{10} = \frac{3}{2} \xrightarrow{c > 0} c = 7$$

چون خط  $d'$  با  $d$  موازی است، معادله آن را می‌توان به صورت  $6y - 8x + c' = 0$  نوشت. فاصله  $A$  از  $d'$  برابر با  $2/5$  است، پس:

$$\frac{|6(0) - 8(1) + c'|}{\sqrt{6^2 + (-8)^2}} = 2/5 \Rightarrow \frac{|-8 + c'|}{10} = 2/5$$

$$\Rightarrow |-8 + c'| = 25 \Rightarrow \begin{cases} -8 + c' = 25 \Rightarrow c' = 33 \\ -8 + c' = -25 \Rightarrow c' = -17 \end{cases}$$

توجه کنید چون  $A$  و  $d'$  در طرفین خط  $d$  هستند، مطابق شکل زیر باید فاصله  $d$  و  $d'$  برابر با یک باشد، پس فقط جواب  $c' = -17$  قابل قبول است و معادله خط  $d'$  به صورت  $6y - 8x - 17 = 0$  است.



(مسئله ۱- بیبر و معادله - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱

دو قطر مربع بر هم عمودند، پس:

$$\left. \begin{aligned} (a+1)y + x = 5 &\Rightarrow m = \frac{-1}{a+1} \\ y - 2ax = b &\Rightarrow m' = 2a \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow mm' = -1 \Rightarrow \frac{-1}{a+1} \times 2a = -1 \Rightarrow a+1 = 2a \Rightarrow a = 1$$

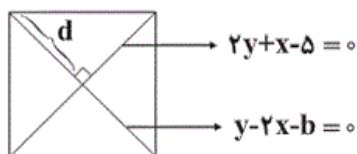
با جای گذاری  $a = 1$ ، معادله دو قطر به صورت زیر درمی آید:

$$\begin{cases} 2y + x - 5 = 0 \\ y - 2x - b = 0 \end{cases}$$

رأس  $A(-2, 1)$  در معادله  $2y + x - 5 = 0$  صدق نمی کند، پس روی قطر دیگر یعنی  $y - 2x - b = 0$  قرار دارد.

$$1 - 2(-2) - b = 0 \Rightarrow b = 5$$

$A(-2, 1)$



فاصله  $A(-2, 1)$  را از قطر  $2y + x - 5 = 0$  حساب می کنیم:

$$\text{نصف قطر} = d = \frac{|2(1) - 2 - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \text{قطر} = \sqrt{5} \times 2 = 2\sqrt{5}$$

پس مساحت مربع برابر است با:

$$S = \frac{(\text{قطر})^2}{2} = \frac{(2\sqrt{5})^2}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

(مسایان ۱- چپر و معارله - صفحه های ۳۰، ۳۱، ۳۳ و ۳۴)

 ۴

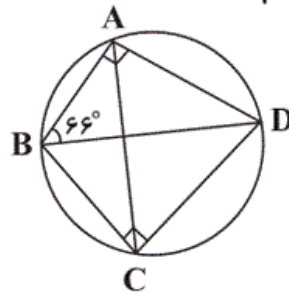
 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

زاویه‌های روبه‌رو در چهارضلعی ABCD مکمل یکدیگرند، پس ABCD محاطی است. دایرهٔ محیطی آن را رسم می‌کنیم، داریم:



$$\Delta ABD : \hat{A}DB = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$$

زاویه‌های محاطی  $\hat{A}DB$  و  $\hat{A}CB$  هر دو روبه‌روی کمان AB هستند،

$$\hat{A}CB = 24^\circ$$

پس با هم مساوی‌اند. یعنی:

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

دبیر: عزیز اسدی

آزمون ۳۰ آذر

(ایمان حسین‌نژاد)

اگر در یک  $n$  ضلعی محیطی با مساحت  $S$  و محیط  $2P$  شعاع دایرهٔ محاطی داخلی برابر  $r$  باشد، داریم:

$$S = rP \quad (*)$$

از طرفی برای مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۶ داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6)^2 = 9\sqrt{3} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \xrightarrow{(*)} 9\sqrt{3} = r \times 9 \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$$2P = 3 \times 6 \Rightarrow P = 9$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲

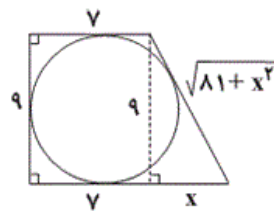
۱ ✓

دبیر: عزیز اسدی

آزمون ۳۰ آذر

(مهم‌ظاهر شعاعی)

مطابق شکل دوزنقهٔ قائم‌الزاویه داده شده، به یک مستطیل به ابعاد ۷ و ۹ و یک مثلث قائم‌الزاویه تقسیم شده است. چون این دوزنقه محیطی است، داریم:



$$9 + \sqrt{81 + x^2} = 7 + (7 + x)$$

$$\Rightarrow \sqrt{81 + x^2} = 5 + x$$

$$\Rightarrow 81 + x^2 = 25 + x^2 + 10x \Rightarrow 10x = 81 - 25 = 56 \Rightarrow x = 5.6$$

$$\text{طول قاعدهٔ بزرگ} = 7 + x = 7 + 5.6 = 12.6$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱



۱۳۴-

(سینا ممدپور)

اگر محیط مثلث را برابر  $2P$  در نظر بگیریم، می‌دانیم:

$$AM = P - a \Rightarrow 2 = P - 7 \Rightarrow P = 9$$

از طرفی داریم:

$$S = r \cdot P \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{6\sqrt{6}}{9} = \frac{2}{3}\sqrt{6}$$

۴ ✓

۳

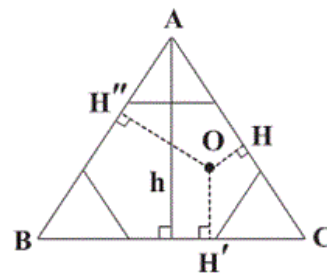
۲

۱

۱۳۵-

(فرشار فرامرزی)

مثلث  $ABC$ ، مثلث متساوی‌الاضلاع است که طول هر ضلع آن ۶ واحد می‌باشد. می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر ارتفاع مثلث است. پس:



(هندسه ۲ - صفحه ۳۰)

$$OH + OH' + OH'' = h$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

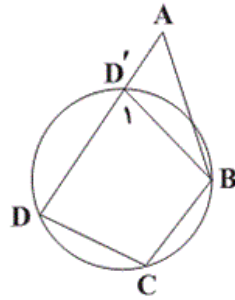
۴

۳

۲

۱

برای اثبات محاطی بودن ABCD از برهان خلف استفاده می‌کنیم. فرض کنیم ABCD محاطی نبوده و هر ۴ رأس آن روی یک دایره قرار نمی‌گیرند. در این صورت دایره‌ گذرنده از سه رأس D، B و C را رسم می‌کنیم و فرض می‌کنیم که چهارضلعی را در D' قطع می‌کند. (از سه نقطه همواره یک دایره می‌گذرد، چون عمودمنصف اضلاع هر مثلث در یک نقطه هم‌رسند که این نقطه همان مرکز دایره‌ محیطی مثلث است.) چهارضلعی BCDD' محاطی است، پس  $\hat{C} + \hat{D}' = 180^\circ$  است. طبق فرض داریم که  $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$  است، پس  $\hat{A} = \hat{D}'$  که امکان ندارد و تناقض است (زیرا:  $\hat{D}' = \hat{A} + \hat{D}'\hat{B}\hat{A}$  زاویه‌ خارجی: BAD'). پس خلاف فرض اولیه درست است و ABCD محاطی است.



(هندسه ۲ - صفحه ۲۷)

۴

۳

۲

۱

اگر دایره‌ محیطی پنج‌ضلعی را در نظر بگیرید، زاویه‌ محاطی C برابر  $90^\circ$  است؛ بنابراین دو کمان BAD و BCD برابر  $180^\circ$  هستند. از طرفی با توجه به این که A زاویه‌ محاطی است، می‌توان نوشت:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE}}{2} \Rightarrow 2 \times 120^\circ = \underbrace{\widehat{BC} + \widehat{CD}}_{180^\circ} + \widehat{DE}$$

$$\Rightarrow \widehat{DE} = 60^\circ \Rightarrow \hat{DBE} = 30^\circ$$

از آنجا که BD قطر دایره‌ محیطی است، پس مثلث BDE قائم‌الزاویه است، در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه‌ ضلع روبه‌رو به زاویه‌  $30^\circ$ ، نصف طول وتر است

۴

۳

۲

۱

-۱۳۸

(سجاد عابد)

می‌دانیم اگر  $r_a$ ،  $r_b$  و  $r_c$  شعاع دایره‌های محاطی خارجی و  $r$  شعاعدایره محاطی داخلی  $\Delta ABC$  باشد، داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{\frac{3}{2}} + \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{12} \Rightarrow a = 12$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۹)

□۴

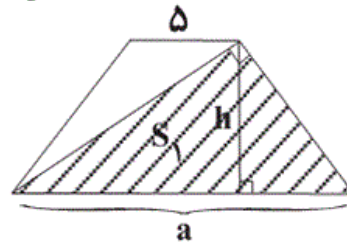
□۳✓

□۲

□۱

-۱۳۹

(امین کریمی)



$$S_1 = \frac{2}{3} S_{\text{کل}} \Rightarrow \frac{h}{2}(a) = \frac{h}{2}(a+5) \times \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3a = 2a + 10 \Rightarrow a = 10$$

$$\Rightarrow \text{محیط چندضلعی} = (5+10) \times 2 = 30$$

تذکر: مجموع اضلاع روبه‌روی یک چندضلعی محیطی با هم برابر است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

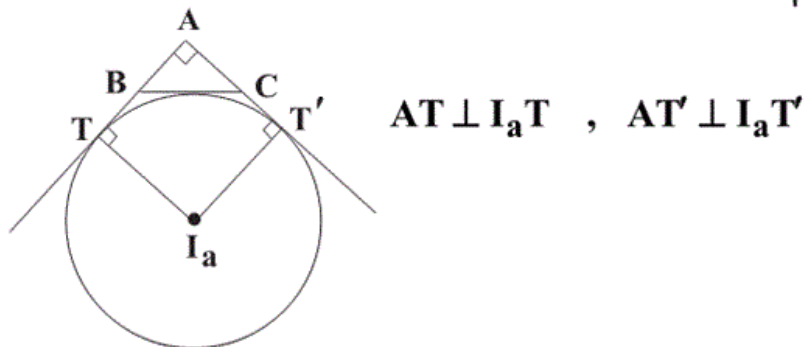
□۴

□۳✓

□۲

□۱

می‌دانیم  $AT \perp AT'$  و برای دایرهٔ محاطی خارجی نظیر رأس  $A$  می‌دانیم:



بنابراین  $ATI_aT'$  یک مستطیل است و از آنجایی که  $I_aT$  و  $I_aT'$  شعاع‌های دایره‌اند و با هم برابرند، چهارضلعی  $ATI_aT'$  یک مربع خواهد بود، که  $TT'$  قطر آن است.

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{\frac{bc}{2}}{b+c-a} = \frac{bc}{b+c-a}$$

مطابق شکل، شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع به طول  $a$ ، برابر طول ضلع مربع مفروض است، بنابراین داریم:

$$طول\ قطر\ مربع = TT' = \sqrt{2} \times \frac{bc}{b+c-a}$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow TT' = \sqrt{2} \times \frac{4 \times 3}{4+3-5} = 6\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۰)

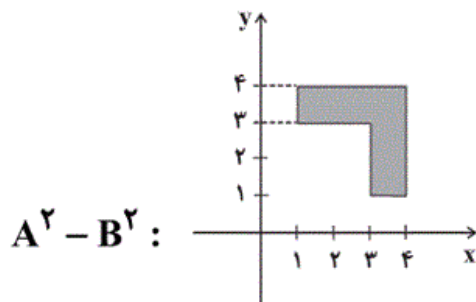
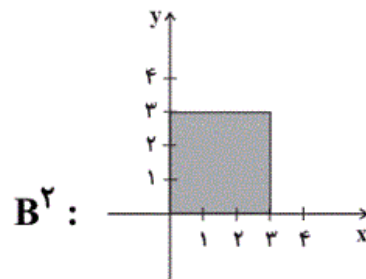
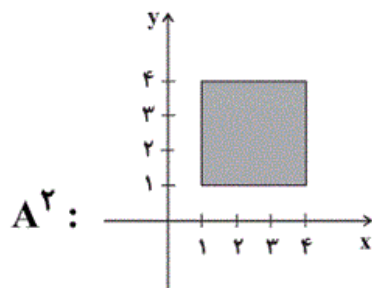
۴

۳

۲

۱ ✓

(مرتفی فویم علوی)



و محیط ناحیه بالا برابر است با:  $1 + 3 + 3 + 1 + 2 + 2 = 12$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

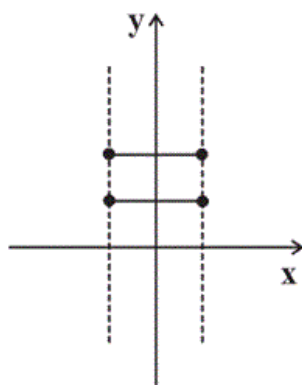
۳

۲

۱

(ندرا صالح پور)

نمودار  $B \times A$  را رسم می‌کنیم. دقت کنید که  $A$ ، دو نقطه و  $B$  یک بازه بسته است.



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

دقت کنید که هر بازه  $A_n$  یک نوار موازی محور  $x$  ها یا  $y$  هاست که ضرب دکارتی هر دو نوار یک مستطیل به ابعاد طول بازه‌ها می‌باشد، پس داریم:

$$\text{طول بازه } A_n : (n+2) - (1-2n) = 3n+1$$

$$\text{طول بازه } A_{n-1} : (n-1+2) - (1-2(n-1)) = 3n-2$$

$$S = (3n+1) \times (3n-2) = 130 = 13 \times 10 \Rightarrow 3n+1 = 13 \Rightarrow n = 4$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عزیزالله علی اصغری)

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \{3, 6, 9\} \\ B = \{3, 5, 7\} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A - B = \{6, 9\} \\ B \cup A = \{3, 5, 6, 7, 9\} \end{array} \right\} \xrightarrow{(A-B) \times (B \cup A)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (6, 3), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (6, 9) \\ (9, 3), (9, 5), (9, 6), (9, 7), (9, 9) \end{array} \right\}$$

زوج مرتب  $(3, 9)$  در آن وجود ندارد.

توجه:  $A - B = \{6, 9\}$  مجموعه مولفه‌های اول این ضرب دکارتی است. پس هیچ زوج مرتبی با مولفه اول غیر از ۶ و ۹ نخواهیم داشت.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد حالت‌هایی که ۲ مهرهٔ خارج شده هم‌رنگ باشند، برابر است با:

$$\binom{3}{2} + \binom{3}{2} = 3 + 3 = 6$$

↓            ↓  
 ۲ مهرهٔ سیاه    ۲ مهرهٔ سفید

تعداد حالت‌هایی که ۲ مهرهٔ خارج شده هم‌رنگ نباشند، برابر است با:

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 = 9$$

↓            ↓  
 ۱ مهرهٔ سیاه    ۱ مهرهٔ سفید

بنابراین تعداد اعضای این فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 2^3 + 9 \times 2^2 = 6 \times 8 + 9 \times 4 = 84$$

↓            ↓  
 پرتاب ۲ سکه    پرتاب ۳ سکه

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به قوانین احتمال داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B') = P[(A' \cap B)'] = 1 - P(A' \cap B) = 1 - P(B - A)$$

$$= 1 - (P(B) - P(A \cap B)) = 1 - P(B) + P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) - P(A - B) + P(A \cup B')$$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A) + P(A \cap B)$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر پیشامدهای ابتلا به بیماری‌های قلبی و ریوی را به ترتیب با  $A$  و  $B$  نمایش دهیم، داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/25 - 0/15 = 0/1$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر  $A$  پیشامد بخش‌پذیری بر ۵ و  $B$  پیشامد بخش‌پذیری بر ۳ باشد، داریم:

$$n(A) = \left[ \frac{99}{5} \right] - \left[ \frac{9}{5} \right] = 19 - 1 = 18$$

$$n(B) = \left[ \frac{99}{3} \right] - \left[ \frac{9}{3} \right] = 33 - 3 = 30 \xrightarrow{n(S)=90} n(B') = 60$$

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{99}{15} \right] - \left[ \frac{9}{15} \right] = 6 - 0 = 6$$

$$n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B) = 18 - 6 = 12$$

$$n(A \cup B') = n(A) + n(B') - n(A \cap B') = 18 + 60 - 12 = 66$$

$$\Rightarrow P(A \cup B') = \frac{n(A \cup B')}{n(S)} = \frac{66}{90} = \frac{11}{15}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳ ✓

۲

۱



فرض می‌کنیم:  $P(d) = 2x$  و  $P(a) = P(b) = P(c) = x$

پس:  $P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow x + x + x + 2x = 1$

$$\Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5} \Rightarrow P(a) = P(b) = P(c) = \frac{1}{5}, P(d) = \frac{2}{5}$$

بنابراین:

$$P(\{a, d\}) = P(a) + P(d) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$P(1) = 1^2 x, \quad P(2) = 2^2 x, \quad P(3) = 3^2 x$$

$$P(4) = 4^2 x, \quad P(5) = 5^2 x, \quad P(6) = 6^2 x$$

و می‌دانیم  $P(S) = 1$  پس داریم:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow x + 4x + 9x + 16x + 25x + 36x = 1 \Rightarrow 91x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{91}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال اول بودن} = P(\{2, 3, 5\}) = (4 + 9 + 25)x = \frac{38}{91}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$A \times B = C \times D \Rightarrow A = C, B = D \Rightarrow A \times D = C \times B$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر مجموعه‌های جدید را  $A_1$  و  $B_1$  بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$|A_1| = 3 + 3 = 6, \quad |B_1| = 5 + 3 = 8$$

$$|A_1 \times B_1| = |A_1| \times |B_1| = 6 \times 8 = 48$$

$$|A \times B| = |A| \times |B| = 3 \times 5 = 15$$

$$|A_1 \times B_1| - |A \times B| = 48 - 15 = 33$$

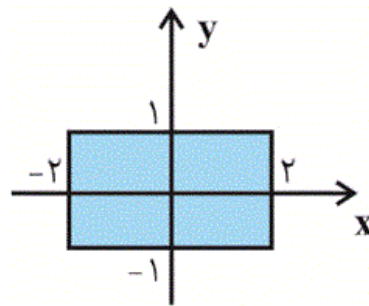
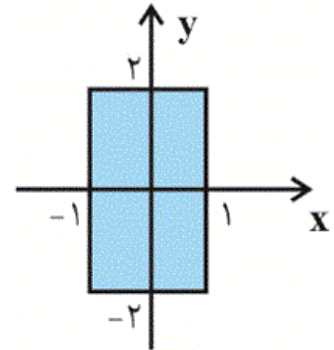
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

 $A \times B$  $B \times A$ 

بنابراین نمودار  $(A \times B) - (B \times A)$ ، معادل نمودار گزینه «۳» است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$A \times B = \left\{ (1,1), (1,3), (1,5), (2,1), (2,3) \right. \\ \left. , (2,5), (3,1), (3,3), (3,5) \right\}$$

واضح است که طبق تعریف ضرب دکارتی دو مجموعه، زوج مرتب‌های  $(1,1)$ ،  $(1,3)$ ،  $(3,1)$  و  $(3,3)$  در مجموعه  $B \times A$  نیز وجود دارند. پس ۵ زوج مرتب در  $A \times B$  می‌توان یافت که به  $B \times A$  تعلق نداشته باشند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» درباره یافتن نمونه‌ای خاص یا فراوانی در یک جامعه آماری هستند و در نتیجه به علم احتمال مربوط نمی‌شوند.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

مطابق شکل، پیشامد مطلوب  $(A \cup B) \cap C$  است که این پیشامد به این معناست که  $A$  یا  $B$  رخ داده  $(A \cup B)$  و همزمان  $C$  نیز اتفاق افتاده است (یعنی اشتراک  $C$  با  $A \cup B$ ).

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$P(A' \cup B') = 0/8 \Rightarrow 1 - P(A \cap B) = 0/8 \Rightarrow P(A \cap B) = 0/2$$

$$P(A \cup B') = 0/6 \Rightarrow 1 - P(A' \cap B) = 0/6 \Rightarrow P(B - A) = 0/4$$

$$\Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0/4 \Rightarrow P(B) = 0/6$$

$$P(A' \cup B) = 0/7 \Rightarrow 1 - P(A \cap B') = 0/7 \Rightarrow P(A \cap B') = 0/3$$

$$\Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/3 \Rightarrow P(A) = 0/5$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/6 - 0/2 = 0/9$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$P(D \cup E) = P(D) + P(E) - P(D \cap E)$$

$$= \frac{n(D)}{n(A)} + \frac{n(E)}{n(A)} - \frac{n(D \cap E)}{n(A)}$$

$$\Rightarrow P(D \cup E) = \frac{6}{18} + \frac{9}{18} - \frac{3}{18} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

-۱۵۹

$$P(\{a, b\}) = P(a) + P(b) = \frac{5}{12}$$

$$P(\{a, c\}) = P(a) + P(c) = \frac{3}{4}$$

$$\frac{P(a) + P(b) + P(c) = 1}{\phantom{P(a) + P(b) + P(c) = 1}} \rightarrow P(b) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{P(a) + P(b) = \frac{5}{12}}{\phantom{P(a) + P(b) = \frac{5}{12}}} \rightarrow P(a) = \frac{5}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(a) \times P(b) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

بدیهی است که احتمال استخدام شدن حسین از دو نفر دیگر کم تر است که آن را با  $x$  نشان می دهیم. در نتیجه:

$$P(\text{حسین}) = x \Rightarrow P(\text{رضا}) = 3x$$

$$\Rightarrow P(\text{علی}) = 2(3x) = 6x$$

می دانیم که مجموع احتمالات در هر فضای نمونه ای برابر یک است. لذا:

$$x + 3x + 6x = 1 \Rightarrow 10x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

در نتیجه:

$$P(\text{علی}) = 6x = 6 \times \frac{1}{10} = 0.6$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱