



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۷۱- نمایش مختصاتی یک رابطه، وقتی تابع است که هر خط موازی محور ... ها نمودار تابع را ... در یک نقطه قطع کند.

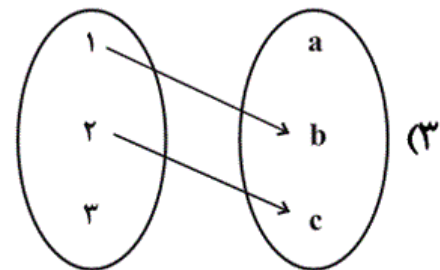
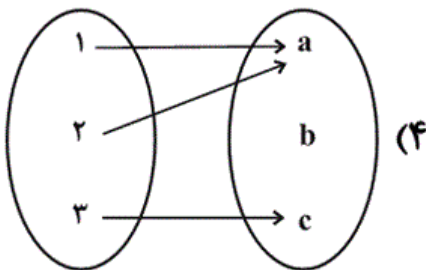
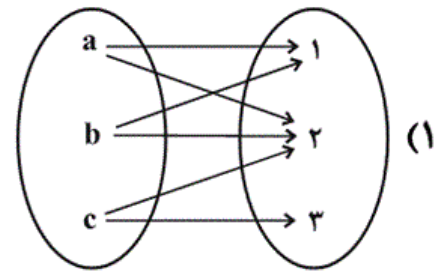
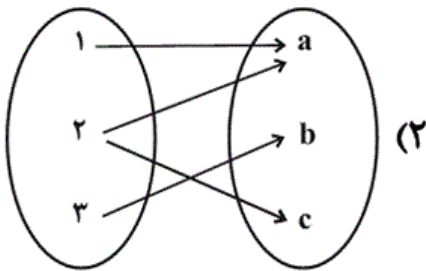
(۲) x ها، حداکثر

(۱) x ها، حداقل

(۴) y ها، حداکثر

(۳) y ها، حداقل

۷۲- کدامیک از گزینه‌های زیر تابع است؟



۷۳- اگر $f: A \rightarrow B$ و $f(x) = (x-1)^2$ باشد، در این صورت برد تابع f کدام است؟

(۴) $\{-9, -1, 0, 1, 9\}$

(۳) $\{0, 1, 4, 9\}$

(۲) $\{0, 1\}$

(۱) $\{-1, 0, 1\}$

۷۴- کدامیک از ضابطه‌های زیر مربوط به یک تابع ثابت است؟

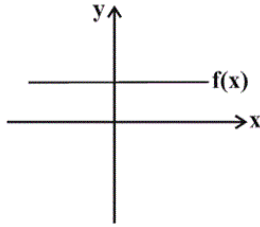
$$f(x) = \begin{cases} -4 & , x \geq 1 \\ 4 & , x < 1 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -5 \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{1}{x} \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x \end{cases} \quad (۱)$$

۷۵- در نمودار تابع روبه‌رو، اگر $f(5) = 3$ باشد، در این صورت حاصل $f(-\frac{2}{5})$ کدام است؟ (خط داده شده موازی محور X هاست.)



$-\frac{2}{5}$ (۲)

-۳ (۱)

$-\frac{5}{2}$ (۴)

۳ (۳)

۷۶- اگر f یک تابع ثابت باشد که دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است، در این صورت چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

$f(k+1) = f(k)$ (پ)

$f(kx) = kf(x)$ (ب)

$f(x) = f(-x)$ (آ)

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۷- اگر f یک تابع ثابت باشد و در این تابع $f(2a + 3b + 5) = 2f(a) + 3f(b) + 5$ باشد، در این صورت حاصل $f(-5) + f(3)$ کدام

است؟

صفر (۴)

$-\frac{5}{2}$ (۳)

$-\frac{5}{4}$ (۲)

۱۰ (۱)

۷۸- در تابع $f = \{(3, 2), (a, b-2), (5, 2a-b)\}$ خروجی مستقل از ورودی است. حاصل $a-b$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۷۹- اگر رابطه $f = \{(a+1, b-a), (b^2, b-2), (a+b, -4)\}$ یک تابع ثابت باشد، در این صورت میانگین اعضای دامنه کدام است؟

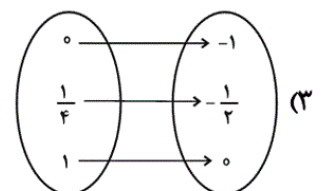
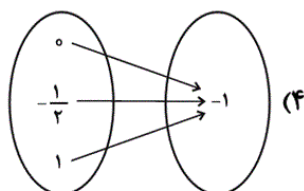
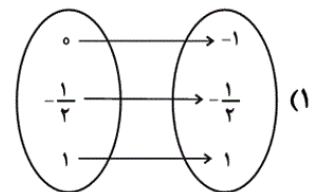
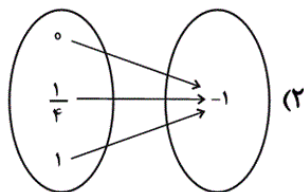
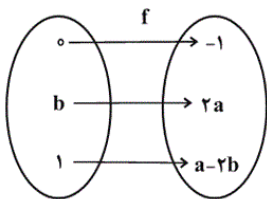
$-\frac{1}{3}$ (۴)

صفر (۳)

$\frac{7}{3}$ (۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

۸۰- رابطه f تابعی است که برد آن یک عضو دارد. کدام نمایش پیکانی صحیح است؟



۸۱- اگر تابع $f(x) = (k-6)x^2 + (m-1)x + 3mk$ تابعی ثابت باشد، حاصل $f(4)$ کدام است؟

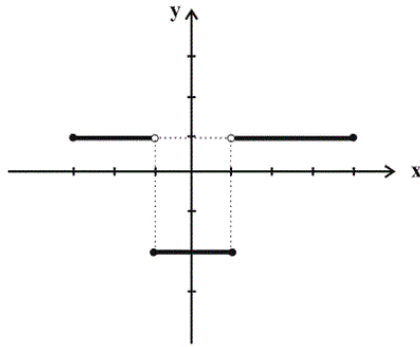
(۴) -۶

(۳) ۶

(۲) -۱۸

(۱) ۱۸

۸۲- کدام یک از گزینه‌های زیر نشان‌دهنده ضابطه تابع زیر می‌باشد؟



$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -3 \leq x \leq 4 \\ -2 & , -1 < x < 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -3 < x < 4 \\ -2 & , -1 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -3 \leq x \leq -1 \\ -2 & , -1 < x < 1 \\ 1 & , 1 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad (۳)$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -3 \leq x < -1 \\ -2 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & , 1 < x \leq 4 \end{cases} \quad (۴)$$

$$A = \frac{f(0) - f(2)}{3f(-1)}$$

۸۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & , x \geq 0 \\ \sqrt{x+1} & , -1 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

(۴) $-\frac{3}{8}$

(۳) $-\frac{1}{8}$

(۲) $-\frac{1}{9}$

(۱) $-\frac{2}{9}$

۸۴- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 8 & , x \geq 2 \\ -2 & , 1 \leq x < 2 \\ 3 & , 0 \leq x < 1 \\ x^2 + 8 & , -1 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، آنگاه حاصل $f(2) + f(\sqrt{3}) + f(\frac{\sqrt{2}}{2}) + f(-1)$ کدام است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۶

(۲) -۱

(۱) -۱۳

۸۵- اگر $f(x) = \begin{cases} a+x, & x \geq 1 \\ -2ax, & x \leq 1 \end{cases}$ معرف یک تابع باشد، حاصل $f(2) + f(-1)$ کدام است؟

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۸۶- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x-2, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x+1, & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

۴) $y > -2$

۳) $y \geq -2$

۲) $y < -2$

۱) $y \leq -2$

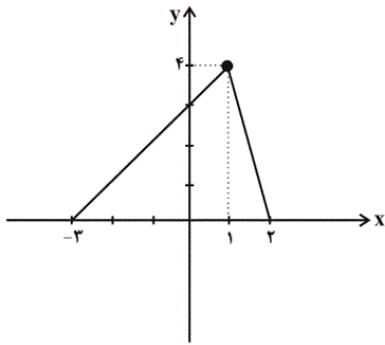
۸۷- ضابطه تابع $C(n) = \begin{cases} 0, & 1 \leq n \leq 4 \\ 10, & n = 5 \\ 20, & n = 6 \\ 30, & n = 7 \\ 40, & n = 8 \end{cases}$ به صورت خلاصه شده مطابق کدام گزینه است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

$$C(n) = \begin{cases} 0, & 1 \leq n \leq 4 \\ 10(n-5), & 5 \leq n \leq 8 \end{cases} \quad (2)$$

$$C(n) = \begin{cases} 0, & 1 \leq n \leq 4 \\ 10n, & 5 \leq n \leq 8 \end{cases} \quad (1)$$

$$C(n) = \begin{cases} 0, & 1 \leq n \leq 3 \\ 10(n-4), & 4 \leq n < 9 \end{cases} \quad (4)$$

$$C(n) = \begin{cases} 0, & 1 \leq n \leq 4 \\ 10(10-n), & 5 \leq n \leq 9 \end{cases} \quad (3)$$



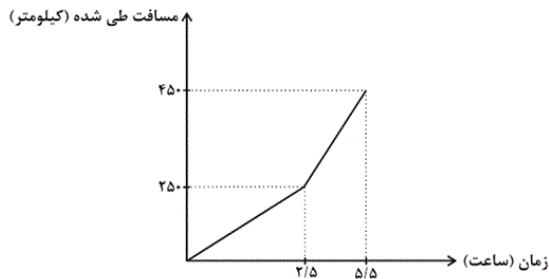
$$f(x) = \begin{cases} 4x - 8 & , 1 \leq x \leq 2 \\ -x + 3 & , -3 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} -4x + 8 & , 1 \leq x \leq 2 \\ x + 3 & , -3 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

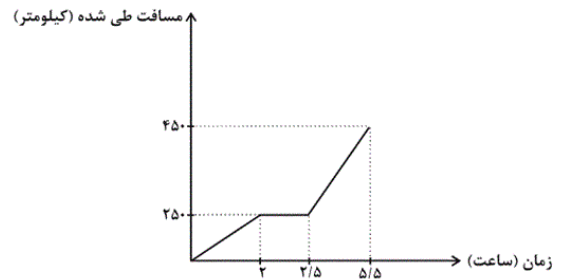
$$f(x) = \begin{cases} -4x - 8 & , 1 \leq x \leq 2 \\ -x - 3 & , -3 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = \begin{cases} -4x + 8 & , 0 \leq x \leq 2 \\ x + 3 & , -3 \leq x \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

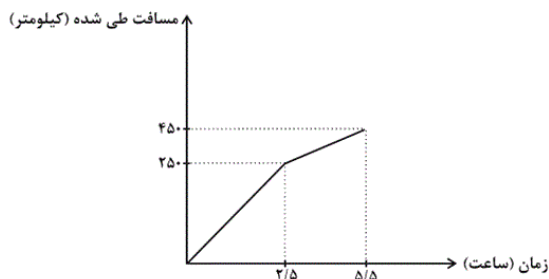
۸۹- قطاری از تهران به سمت شاهرود حرکت می‌کند، اگر مسیر تهران تا سمنان را در مدت ۲ ساعت طی کند و در سمنان به مدت ۰/۵ ساعت توقف داشته باشد و دوباره به حرکت خود ادامه دهد بعد از ۳ ساعت به شاهرود می‌رسد. اگر فاصله تهران تا سمنان ۲۵۰ کیلومتر و فاصله سمنان تا شاهرود ۲۰۰ کیلومتر باشد، کدام نمودار زیر حرکت این قطار را توصیف می‌کند؟



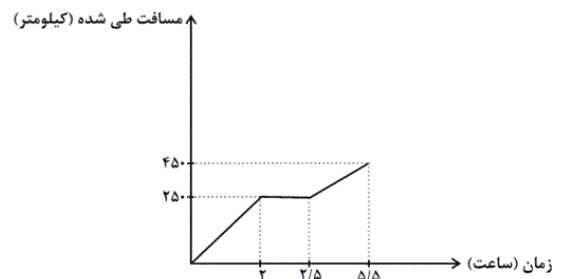
(۲)



(۱)

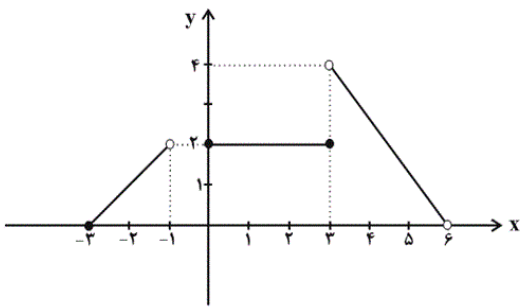


(۴)



(۳)

۹۰- در تابع شکل زیر حاصل $f(4) + f(-2) + f(2)$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۱

(۴) $\frac{17}{3}$

۷۱-

(هادی پلاور، صفحه‌ی ۲۲ تا ۲۴)

نمودار مختصاتی یک رابطه، وقتی تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

۴

۳

۲

۱

۷۲-

(مهمربقیرایی، صفحه‌ی ۲۲ تا ۲۴)

نمایش پیکانی یک رابطه وقتی تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود که با توجه به این تعریف نمودار مربوط به گزینه‌ی «۴» تابع است.

۴

۳

۲

۱

۷۳-

(مهری ملارمضانی، صفحه‌ی ۲۲ تا ۲۴)

با توجه به ضابطه تابع داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} f : A \rightarrow B \\ f(x) = (x-1)^2 \end{array} \right.$$

x	$f(x) = (x-1)^2$
-۲	$f(-۲) = (-۲-۱)^2 = (-۳)^2 = ۹$
-۱	$f(-۱) = (-۱-۱)^2 = (-۲)^2 = ۴$
۰	$f(۰) = (۰-۱)^2 = (-۱)^2 = ۱$
۱	$f(۱) = (۱-۱)^2 = ۰^2 = ۰$
۲	$f(۲) = (۲-۱)^2 = ۱^2 = ۱$

پس برد تابع $R_f = \{۰, ۱, ۴, ۹\}$ می‌باشد.

۴

۳

۲

۱

تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = C \end{cases}$ را که در آن مجموعه $R = \{C\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند، در تابع ثابت برد تابع تنها شامل یک عضو است که با توجه به این تعریف، گزینه‌ی «۳» تابعی ثابت است.

 ۴ ۳ ۲ ۱

نمودار مربوط به یک تابع ثابت با ضابطه $f(x) = C$ می‌باشد که به‌ازای هر مقدار ورودی، خروجی تابع ثابت است، لذا با توجه به $f(5) = 3$ نتیجه می‌گیریم ضابطه تابع $f(x) = 3$ است و در این حالت داریم:

$$f\left(-\frac{2}{5}\right) = 3$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

در تابع ثابت همواره به ازای هر مقدار ورودی، خروجی تابع مقدار ثابتی دارد، حال به بررسی موارد می‌پردازیم:

$$f(x) = C \Rightarrow \text{الف) } f(x) = f(-x) \Rightarrow C = C$$

این رابطه فقط به‌ازای $k = 1$ برقرار است. $f(kx) = kf(x) \Rightarrow C = kC$ ب)

این رابطه همواره برقرار است. $f(k+1) = f(k) \Rightarrow C = C$ پ)

پس دو مورد از موارد ذکر شده همواره صحیح است.

 ۴ ۳ ۲ ۱

فرض مي‌کنيم ضابطه تابع ثابت $f(x) = C$ باشد، در اين صورت به‌ازاي هر مقدار ورودی، خروجی تابع مقدار ثابت C است. لذا داريم:

$$f(2a + 3b + 5) = 2f(a) + 3f(b) + 5$$

$$\Rightarrow C = 2C + 3C + 5 \Rightarrow 4C + 5 = 0 \Rightarrow C = -\frac{5}{4} \quad (1)$$

$$f(-5) + f(3) = C + C = 2C \xrightarrow{(1)} 2 \times \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{5}{2}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون خروجی مستقل از ورودی است، پس تابع f ثابت است و تمام مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌ها با یکدیگر برابر هستند، لذا داريم:

$$f = \{(3, 2), (a, b - 2), (5, 2a - b)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b - 2 = 2 \Rightarrow b = 4 & (1) \\ 2a - b = 2 \xrightarrow{(1)} 2a - 4 = 2 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$a - b = 3 - 4 = -1$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در تابع ثابت مؤلفه‌های دوم همه زوج مرتب‌ها با یکدیگر برابرند، لذا داریم:

$$f = \{(a+1, b-a), (b^2, b-2), (a+b, -4)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b-2 = -4 \Rightarrow b = -2 & (1) \\ b-a = -4 & (1) \rightarrow -2-a = -4 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

پس رابطه تابع به فرم زیر است:

$$f = \{(3, -4), (4, -4), (0, -4)\}$$

میانگین اعضای دامنه تابع برابر است با:

$$\text{میانگین اعضای دامنه} = \frac{3+4+0}{3} = \frac{7}{3}$$

 ۴

 ۳

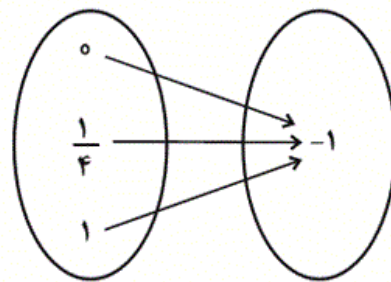
 ۲

 ۱

چون برد تابع تک عضوی است، پس تابع ثابت است و اعضای مجموعه دوم همگی با یکدیگر برابرند، لذا داریم:

$$\begin{cases} 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ a - 2b = -1 \Rightarrow -\frac{1}{2} - 2b = -1 \Rightarrow -2b = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

پس نمایش پیکانی تابع به صورت زیر می‌باشد:


 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۸۱

(امیر زرانروز، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷)

در ضابطه تابع ثابت، مقدار y به x بستگی ندارد، لذا باید x ها را حذف کنیم. برای این منظور ضرایب x و x^2 را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$k - 6 = 0 \Rightarrow k = 6, \quad m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع } f} f(x) = 3 \times (1) \times (6) = 18 \Rightarrow f(4) = 18$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۲

(امیر وریانی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۲۹)

دقت کنید تابع در هر قسمت از دامنه یک تابع ثابت می‌باشد، لذا ضابطه آن به صورت چند ضابطه‌ای و مطابق گزینه‌ی «۴» می‌باشد.

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۳

(امیر زرانروز، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

برای محاسبه $f(0)$ و $f(2)$ باید از ضابطه بالایی f و برای محاسبه $f(-1)$ باید از ضابطه پایینی f استفاده کنیم:

$$f(0) = 0^2 - 0 = 0, \quad f(2) = 2^2 - 2 = 2$$

$$f(-1) = \sqrt{-1+10} = \sqrt{9} = 3$$

$$\Rightarrow A = \frac{0-2}{3 \times (3)} = \frac{-2}{9}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(فرداد روشنی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

برای محاسبه $f(2)$ از ضابطه اول، برای محاسبه $f(\sqrt{3})$ از ضابطه دوم، برای محاسبه $f(\frac{\sqrt{2}}{2})$ از ضابطه سوم و برای محاسبه $f(-1)$ از ضابطه چهارم استفاده می‌کنیم.

$$f(2) = 4 - 8 = -4$$

$$f(\sqrt{3}) = -2$$

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3$$

$$f(-1) = 1 + 8 = 9$$

$$f(2) + f(\sqrt{3}) + f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + f(-1) = -4 - 2 + 3 + 9 = 6$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(فرداد روشنی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

برای تابع بودن باید به ازای نقاط مشترک دامنه (در اینجا $x=1$) هر دو ضابطه مقدار یکسانی داشته باشند، لذا داریم:

$$a + 1 = -2a \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{3}$$

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{3} & , x \geq 1 \\ \frac{2}{3}x & , x \leq 1 \end{cases}$$

پس ضابطه تابع به فرم

از ضابطه بالایی و برای محاسبه $f(-1)$ از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$f(2) + f(-1) = 2 - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times (-1) = 1$$

۴

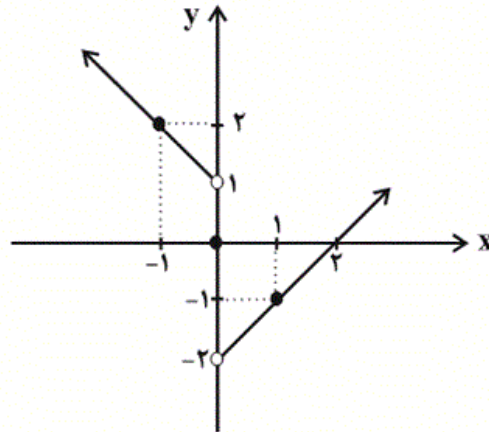
۳

۲

۱ ✓

برای پیدا کردن برد تابع، بهتر است نمودار آن را رسم کنیم و تغییرات y را بررسی کنیم. برای رسم نمودار، از روش نقطه‌یابی استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x-2, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x+1, & x < 0 \end{cases}$$



$$R_f = \{y > -2\}$$

پس برد این تابع برابر است با:

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به ضابطه‌ی تابع به ازای $1 \leq n \leq 4$ مقدار تابع صفر و به ازای $n \geq 5$ مقدار تابع مضرب صحیحی از عدد ۱۰ می‌باشد که به ازای $n \geq 4$ ضابطه‌ی تابع را می‌توان به صورت $10(n-4)$ در نظر گرفت، پس ضابطه‌ی تابع به صورت زیر می‌باشد:

$$C(n) = \begin{cases} 0, & 1 \leq n \leq 3 \\ 10(n-4), & 4 \leq n < 9 \end{cases}$$

دقت کنید در ضابطه‌ی دوم مقدار $n = 9$ در دامنه‌ی ضابطه‌ی دوم علامت مساوی ندارد، پس در دامنه‌ی تابع نیز قرار ندارد.

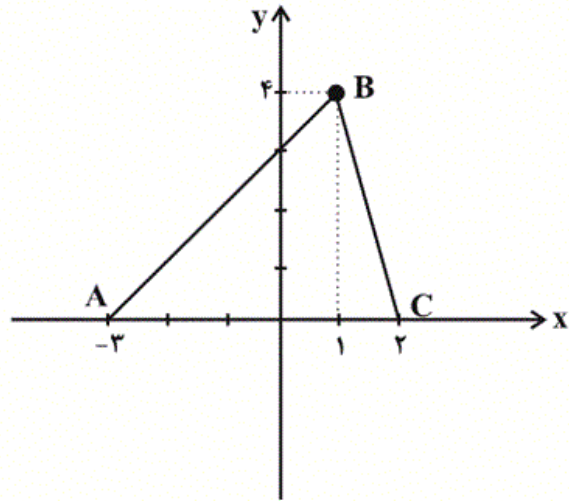
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

این تابع یک تابع چند ضابطه‌ای است، زیرا نمودار آن از بخش‌های مختلفی تشکیل شده است و هر بخش یک تابع خطی می‌باشد که ضابطه هر یک را با توجه به محدوده دامنه آنها می‌یابیم:



$$\text{AB معادله خط: } A \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$m_{AB} = \frac{4-0}{1-(-3)} = \frac{4}{4} = 1$$

$$y-0 = 1(x-(-3)) \Rightarrow y = x+3$$

$$\text{BC معادله خط: } B \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow m_{BC} = \frac{4-0}{1-2} = -4 \Rightarrow y-0 = -4(x-2) \Rightarrow y = -4x+8$$

$$f(x) = \begin{cases} -4x+8 & , 1 \leq x \leq 2 \\ x+3 & , -3 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

قطار مسافت بین تهران و سمنان را با سرعت بیشتری طی کرده، زیرا مسافت ۲۵۰ کیلومتر را در دو ساعت طی کرده یعنی در هر ساعت ۱۲۵ کیلومتر، ولی مسافت بین سمنان و شاهرود را با سرعت $\frac{۲۰۰}{۳}$ کیلومتر بر ساعت طی کرده است، پس باید شیب نمودار مسافت طی شده بین تهران تا سمنان بیشتر باشد. از طرفی قطار در سمنان ۰/۵ ساعت توقف داشته است، پس نمودار آن در این مدت به صورت یک تابع ثابت است.

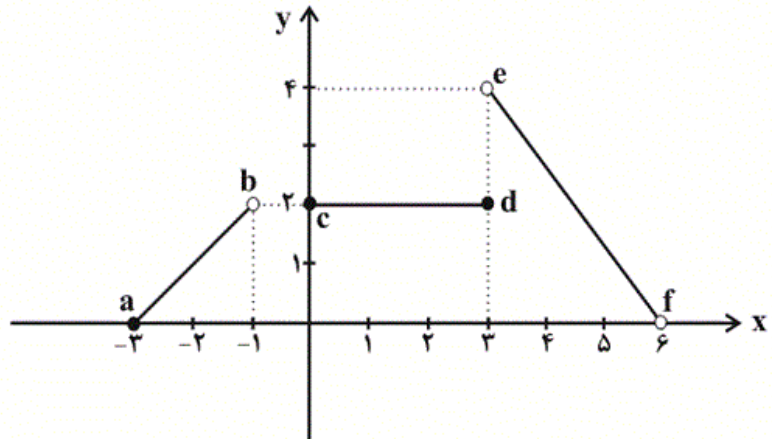
 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

برای به دست آوردن مقادیر تابع ابتدا باید ضابطه تابع را تعیین کنیم که با توجه به شکل، هر سه قسمت نمودار خطی می‌باشند که برای به دست آوردن ضابطه آنها داریم:



$$\text{ab ضابطه: } a \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}, b \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$m_{ab} = \frac{2-0}{-1-(-3)} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y-0 = 1(x-(-3)) \Rightarrow y = x+3$$

$$\text{cd ضابطه: } y = 2$$

$$\text{ef ضابطه: } e \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, f \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$m_{ef} = \frac{0-4}{6-3} = -\frac{4}{3} \Rightarrow y-0 = -\frac{4}{3}(x-6) \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x+8$$

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & , -3 \leq x < -1 \\ 2 & , 0 \leq x \leq 3 \\ -\frac{4}{3}x+8 & , 3 < x < 6 \end{cases}$$

حال برای به دست آوردن $f(4)$ از ضابطه سوم، $f(-2)$ از ضابطه اول و $f(2)$ از ضابطه دوم استفاده می‌کنیم:

$$f(4) = -\frac{4}{3} \times 4 + 8 = \frac{-16}{3} + 8 = \frac{8}{3}$$

$$f(-2) = -2 + 3 = 1$$

$$f(2) = 2$$

$$f(4) + f(-2) + f(2) = \frac{8}{3} + 1 + 2 = \frac{17}{3}$$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱