



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، ریشه و توان - ۲ سوال

۵۱- کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) هر عدد حقیقی دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند.
- (۲) هر عدد حقیقی دارای یک ریشه پنجم است.
- (۳) هر عدد حقیقی دارای یک ریشه سوم است.
- (۴) اعداد ۳ و -۳ ریشه‌های چهارم ۸۱ هستند.

۵۲- کدام عدد بین دو عدد صحیح ۷ و ۸ قرار می‌گیرد؟

- $\sqrt[3]{504}$ (۲) $\sqrt[3]{340}$ (۱)
- $\sqrt[3]{625}$ (۴) $\sqrt[4]{2100}$ (۳)

ریاضی ۱، ریشه ۴ام - ۴ سوال

۵۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ ($a, b \geq 0, a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$)

- $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ (ب) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (الف)
- $(\sqrt[n]{a})^n = a$ (د) $a > b \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ (ج)
- ۲ (۲) ۱ (۱)
- ۴ (۴) ۳ (۳)

۶۰- کدام یک از عبارت‌های زیر همواره درست است؟ ($a, b \in \mathbb{R}$)

- (۱) برای هر دو عدد a و b رابطه $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ برقرار است.
- (۲) برای نمایش ریشه‌های دوم عدد m به کار می‌رود. ($m > 0$)
- (۳) ریشه n ام عدد a است اگر $b^n = a$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$)

(۴) برای هر a داریم: $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$ (m عدد صحیح و k عدد طبیعی است).

-۵۷ - اگر a و b منفی و n زوج باشد، حاصل عبارت $\sqrt[n]{a^n} \times \sqrt[n]{\left(\frac{b}{a}\right)^n} \times \sqrt[n]{(ab)^n}$ کدام است؟

- $ab^{\frac{n}{2}}$ (۲)

$b^{\frac{n}{2}}$ (۱)

- $b^{\frac{n}{2}}$ (۴)

$\frac{b^{\frac{n}{2}}}{a}$ (۳)

-۶۶ - چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

الف) اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $a^{21} > a^{17}$

ب) ریشه چهارم مثبت اعداد مثبت از ریشه دوم مثبتشان کوچکتر است.

ج) $\sqrt[3]{-0/1} < -\sqrt[4]{0/1}$

د) اگر $a^0 > a^5$ باشد، آنگاه $a^{11} > a^6$ است.

۱ (۲)

۰ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

ریاضی ۱، توان‌های گویا - ۶ سوال

-۵۸ - اگر $a = 32$ و $r = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار عددی کدام‌یک از گزینه‌های زیر از سایر گزینه‌ها بزرگ‌تر است؟

a^{r-s} (۲)

$\frac{a^r}{a^{s-r}}$ (۱)

$\left((\sqrt{a})^r\right)^s$ (۴)

$\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r}}}{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{s}}}$ (۳)

-۶۹ - حاصل عبارت $(1+\sqrt{2})(\sqrt{3-2\sqrt{2}})(\sqrt[3]{2\times\sqrt{2}})$ کدام است؟

۱ (۲)

$\sqrt[3]{2}$ (۱)

$\sqrt[12]{27}$ (۴)

$\sqrt[24]{27}$ (۳)

- ۷۰ - حاصل عبارت $(\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}})(\sqrt[3]{2-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{6+4\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{4})$ کدام است؟

۴۷۲ (۲)

۲۶۲ (۱)

۱۶۶۲ (۴)

۸۶۲ (۳)

- ۵۴ - اگر $a < 1 < b$ باشد، آنگاه کدام گزینه درست نیست؟

$\sqrt[3]{b} < \sqrt{b}$ (۲)

$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ (۱)

$b^2 < a^4$ (۴)

$\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{b}$ (۳)

- ۵۵ - اگر $a > 0$ و نامساوی $\sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a}$ برقرار باشد، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

۱) ریشه چهارم مثبت a از ریشه پنجم a کوچک‌تر است.

۲) توان چهارم a از توان سوم a بزرگ‌تر است.

$0 < a < 1$ (۳)

۴) عدد a به توان هر عدد گویایی برسد، مثبت خواهد بود.

- ۵۶ - حاصل عبارت رو به رو کدام است؟

$$\frac{\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}} \times 5^{\frac{3}{4}} \times 10^{-\frac{4}{3}}}{(\sqrt{20})^{\frac{2}{3}} \times (25)^{-\frac{2}{3}}}$$

$\frac{\frac{1}{212}}{5}$ (۲)

$\frac{\frac{1}{212}}{2}$ (۱)

$\frac{\frac{5}{212}}{5}$ (۴)

$\frac{\frac{5}{212}}{2}$ (۳)

ریاضی ۱، عبارت‌های جبری - ۳ سوال -

- ۵۳ - عبارت $2 - 3x^2 + 3x$ مضرب کدام یک از عبارت‌های زیر است؟

x + 2

2x - 1

x - 1

2x + 1

۲) پ و ب

۱) پ و ت

۴) الف و پ

۳) الف و ت

-۶۱ - اگر $a = \frac{3}{4}$ و $b = -\frac{3}{4}$ هر دو مثبت باشند، آنگاه مقدار $(a+b)^{-3}$ کدام است؟

۲۴ $\sqrt{3}$ (۲)

۱ (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{72}$ (۴)

۷۲ (۳)

-۶۵ - اگر $x = 1 + \sqrt{3}$ و $y = 2 - \sqrt{3}$ باشد، حاصل $x^{-2} + \frac{y^{-1}}{2}$ کدام است؟

۰ (۲)

-۲ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)

ریاضی ۱، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن - ۵ سوال

-۶۲ - چند مثلث قائم‌الزاویه وجود دارد که اضلاع آن سه عدد زوج متولی باشند؟

۱ (۲)

۰ صفر

۴) بی‌شمار (۴)

۲ (۳)

-۶۳ - اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۵ سال است. اگر ۵ سال دیگر حاصل ضرب سن آنها ۳۰۰ شود، ۱۰ سال بعد مجموع سن دو برادر کدام است؟

۵۰ (۴)

۵۵ (۳)

۴۰ (۲)

۴۵ (۱)

-۶۴ - معادله $0 = (-x^2 + x - 1)(x + 2)$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱ (۲)

۰ صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

-۶۷ - اگر در حل معادله $13 = 2x(4x - 3)$ به روش مربع کامل، آن را به شکل $b = \frac{b}{a^2}(x - a)^2$ بازنویسی کنیم، حاصل کدام است؟

$\frac{113}{9}$ (۲)

۱۲ (۱)

$\frac{130}{9}$ (۴)

۱۴ (۳)

$$-68 \text{ در معادله } \left(\sqrt[4]{\frac{1}{3}}\right)^{n-9} = \sqrt[5]{n^{10}} \text{ کدام است؟ (1)} \\ (n > 1)$$

۸ (۲)

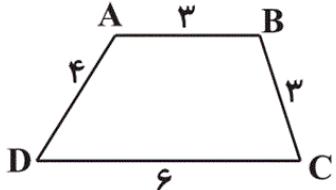
۴ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

هندسه ۱، قضیه تالس - ۴ سوال

-۹۱- اگر ساق‌های ذوزنقه شکل زیر را از سمت رأس‌های A و B امتداد دهیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند، آنگاه محیط مثلث MAB چقدر است؟ (AB || CD) (۱)



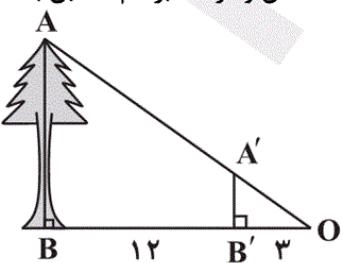
- ۸ (۱)
۹ (۲)
۱۰ (۳)
۷/۵ (۴)

-۹۳- در مثلث ABC هر یک از اضلاع AB و AC را به چهار قسمت مساوی تقسیم و نقاط متناظر را به هم وصل کرده‌ایم. اگر مجموع طول سه پاره خط موازی که نقاط متناظر را به هم وصل کرده‌اند برابر ۱۸ باشد، طول ضلع BC چقدر است؟ (۲)

- ۱۲ (۲)
۸ (۴)

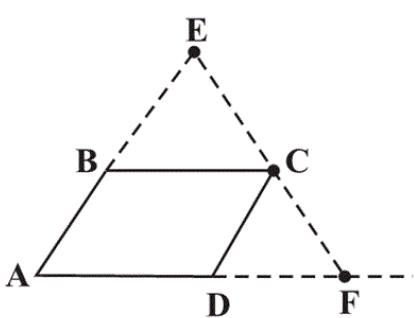
- ۹ (۱)
۱۵ (۳)

-۹۶- شخصی برای اندازه‌گیری ارتفاع یک درخت، مطابق شکل از یک شاخص (A'B') استفاده می‌کند. اگر شخص دیگری بخواهد زمانی که نوک سایه درخت در نقطه B' قرار می‌گیرد از همان شاخص استفاده کند، باید آن را چند متر به درخت نزدیک کند تا نوک سایه شاخص و درخت بر هم منطبق باشند؟ (۱)



- ۲/۴ (۱)
۳ (۲)
۳/۲ (۳)
۳/۶ (۴)

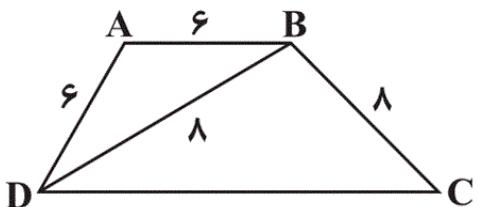
-۹۸- خط دلخواهی از رأس C از متوازی الاضلاع ABCD می‌گذرانیم تا امتداد اضلاع AB و AD را به ترتیب در نقاط E و F قطع کند. اگر باشد، آنگاه AF چند برابر AE است؟ (۲)



- $\frac{1}{3}$ (۱)
 $\frac{2}{3}$ (۲)
 $\frac{3}{4}$ (۳)
 $\frac{5}{6}$ (۴)

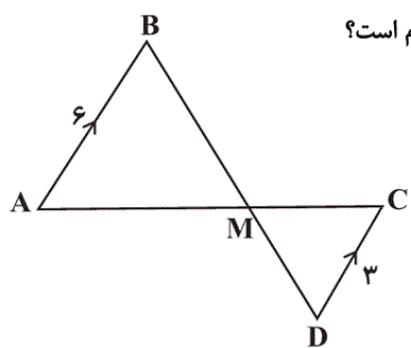
هندسه ۱، تشابه مثلث‌ها - ۶ سوال

۹۹- در شکل روبرو $ABCD$ ذوزنقه است. طول قاعده CD کدام است؟



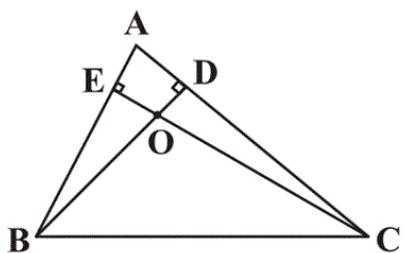
- ۱۰) ۱
- ۱۳) ۲
- ۱۲) ۳
- ۳۲) ۴

۱۰۰- در شکل مقابل، $\frac{AM}{MD} = k$ باشد، حاصل $\frac{BM}{MC} = k$ است. اگر $DC = ۳$ ، $AB = ۶$ و $AB \parallel DC$ است.



- ۴k) ۱
- ۲) ۲
- k) ۳
- $\frac{4}{k}$) ۴

۹۷- در مثلث زیر، BD و CE به ترتیب ارتفاع‌های وارد بر ضلع‌های AB و AC هستند. کدام تشابه لزوماً برقرار نمی‌باشد؟



- \triangle $ABC \sim \triangle ADE$ (۱)
- \triangle $ABD \sim \triangle ACE$ (۲)
- \triangle $OBE \sim \triangle ODC$ (۳)
- \triangle $AED \sim \triangle OBC$ (۴)

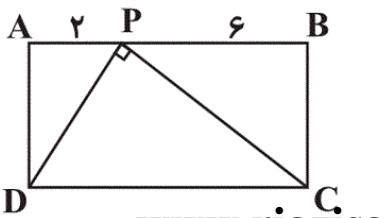
۹۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$) AH ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $AB = ۶$ و $CH = ۹$ باشند، طول ارتفاع AH کدام است؟

- $3\sqrt{2}$ (۲)
- ۳) ۴
- $\frac{9}{2}$ (۳)

۹۵- در مثلث ABC ، میانه AM را رسم می‌کنیم. اگر $\hat{BAC} = \hat{AMC}$ ، آنگاه نسبت $\frac{AM}{AB}$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)
- $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳)
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

۹۶- در مستطیل $ABCD$ ، اگر $AP = ۲$ و $PB = ۶$ باشد، اندازه PD کدام است؟



(۱) اطلاعات مسئله کافی نیست.

- $2\sqrt{3}$ (۲)
- ۴) ۳
- $4\sqrt{3}$ (۴)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، دایره مثلثاتی - ۳ سوال

-۷۷ - اگر α و β دو زاویه در دایره مثلثاتی باشند، به طوری که α در ربع سوم، آن‌گاه $\sin\beta \cos\alpha > 0$ و $\cos\beta \tan\alpha < 0$ کدامیک از زوایای زیر می‌تواند باشد؟

170° (۲)

80° (۱)

280° (۴)

260° (۳)

-۸۱ - اگر $\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$ باشد، بزرگ‌ترین بازه برای m کدام است؟

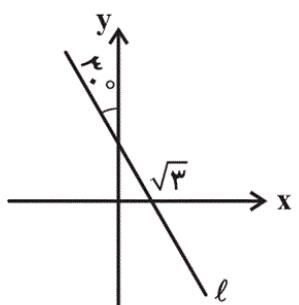
$(\frac{3}{\lambda}, \frac{5}{\lambda})$ (۲)

$(\frac{3}{\lambda}, \frac{2\sqrt{3}+1}{\lambda})$ (۱)

$(\frac{3}{\lambda}, \frac{5}{\lambda})$ (۴)

$[-\frac{3}{\lambda}, \frac{5}{\lambda}]$ (۳)

-۸۴ - اگر خط ℓ مطابق شکل زیر باشد، معادله آن کدام است؟



$$y = \sqrt{3}x + 3 \quad (۱)$$

$$y = \sqrt{3}x - 3 \quad (۲)$$

$$y = -\sqrt{3}x - 3 \quad (۳)$$

$$y = -\sqrt{3}x + 3 \quad (۴)$$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، روابط بین نسبت‌های مثلثاتی - ۵ سوال

-۸۷ - اگر $\sin\alpha = \frac{\sqrt{m^2-1}}{-m}$ و α در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد، $\tan\alpha$ کدام است؟

$-\sqrt{m^2-1}$ (۲)

$\sqrt{m^2-1}$ (۱)

$1-m^2$ (۴)

m^2-1 (۳)

$$(\sin x \neq 0, -1) \text{ کدام است؟ } A = \frac{A}{1 + \sin x} = \sin x \text{ اگر } -\lambda$$

$\cos^2 x$ (۲)

$\sin^2 x$ (۱)

$\cot^2 x$ (۴)

$\tan^2 x$ (۳)

- ۹۰ - حاصل عبارت $(2 \cos^2 \theta - 1)^2 \times (1 + \tan^2 \theta)$ کدام است؟

$4 \cot^2 \theta$ (۴)

$4 \sin^2 \theta$ (۳)

$2 \tan^2 \theta$ (۲)

$\cos^2 \theta$ (۱)

- ۷۹ - اگر زاویه β به گونه‌ای در ربع سوم قرار داشته باشد که $|\sin \beta| = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos \beta + \tan \beta$ کدام است؟

$\frac{11\sqrt{2}}{12}$ (۲)

$\frac{-5\sqrt{2}}{12}$ (۱)

$\frac{-11\sqrt{2}}{12}$ (۴)

$\frac{5\sqrt{2}}{12}$ (۳)

- ۷۲ - ساده شده عبارت $\tan^2 \theta \times (1 - \cos^2 \theta) \times (1 + \tan^2 \theta)$ کدام گزینه است؟

$\tan^4 \theta$ (۲)

$\frac{1}{\tan^2 \theta}$ (۱)

$\frac{1}{\tan^4 \theta}$ (۴)

$\tan^4 \theta$ (۳)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه و توان - ۱ سوال

- ۷۱ - کدام گزینه درست نیست؟

۱) هر عدد حقیقی دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند.

۲) هر عدد حقیقی دارای یک ریشه پنجم است.

۳) هر عدد حقیقی دارای یک ریشه سوم است.

۴) اعداد ۳ و ۳ - ریشه‌های چهارم ۸۱ هستند.

دانلود از سایت ریاضی سرا

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه کدام - ۲ سوال -

-۷۸ - اگر a و b منفی و n زوج باشد، حاصل عبارت $\sqrt[n]{a^n} \times \sqrt[n]{\left(\frac{b}{a}\right)^n} \times \sqrt[n]{(ab)^n}$ کدام است؟ (۱)

$-ab^{\frac{n}{2}}$ (۲)

$-b^{\frac{n}{2}}$ (۴)

$b^{\frac{n}{2}}$ (۱)

$\frac{b^n}{a}$ (۳)

-۸۲ - چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ (۱)

$\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ (ب) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (الف)

$(\sqrt[n]{a})^n = a$ (د) $a > b \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ (ج)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، توان های گویا - ۴ سوال -

-۸۰ - اگر $s = \frac{1}{3}$ و $r = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار عددی کدامیک از گزینه‌های زیر از سایر گزینه‌ها بزرگ‌تر است؟ (۱)

a^{r-s} (۲)

$\frac{a^r}{a^{s-r}}$ (۱)

$((\sqrt{a})^r)^s$ (۴)

$\frac{(\frac{1}{a})^{\frac{1}{r}}}{(\frac{1}{a})^{\frac{1}{s}}}$ (۳)

-۷۹ - اگر $a < 1 < b$ باشد، آنگاه کدام گزینه درست نیست؟ (۱)

$\sqrt[3]{b} < \sqrt{b}$ (۲)

$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ (۱)

$b^r < a^s$ (۴)

$\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ (۳)

-۷۵ - اگر $a > 0$ و نامساوی $\sqrt[4]{a} > \sqrt[3]{a}$ برقرار باشد، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

۱) ریشهٔ چهارم مثبت a از ریشهٔ پنجم a کوچک‌تر است.

۲) توان چهارم a از توان سوم a بزرگ‌تر است.

۳) $0 < a < 1$

۴) عدد a به توان هر عدد گویایی برسد، مثبت خواهد بود.

-۷۶ - حاصل عبارت $\sqrt{x^4 + 2x^3 + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ به ازای $x = -2$ کدام است؟

$x^4 - x$ (۲)

$x^4 + x + 2$ (۱)

۲ (۴)

$x^4 - x + 2$ (۳)

ریاضی ۱- سوالات موازی ، عبارت های جبری - ۵ سوال -

-۷۳ - عبارت $2x^2 + 3x - 2$ مضرب کدام یک از عبارت‌های زیر است؟

ت) $x + 2$

پ) $2x - 1$

ب) $x - 1$

الف) $2x + 1$

۲) پ و ب

۱) پ و ت

۴) الف و پ

۳) الف و ت

-۸۳ - اگر $a = 3$ و $b = -4$ هر دو مثبت باشند، $(a+b)^{-3}$ کدام است؟

$24\sqrt{3}$ (۲)

۱ (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{72}$ (۴)

۷۲ (۳)

-۸۵ اگر $x = 1 + \sqrt{3}$ و $y = 2 - \sqrt{3}$ باشد، حاصل کدام است؟

۰ (۲)

-۲ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)

-۸۶ اگر مقدار $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ باشد، آن‌گاه مقدار $\tan \alpha + \cot \alpha$ کدام می‌تواند باشد؟

$2\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۱)

۸ (۴)

$4\sqrt{2}$ (۳)

-۸۸ حاصل عبارت $(\sqrt[3]{2} - 2\sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(\sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt{2}})$ کدام است؟

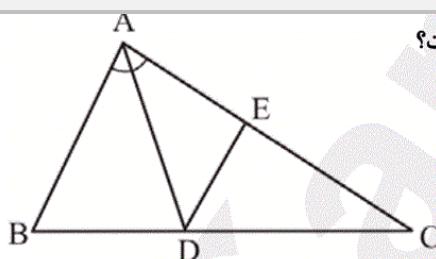
۱ (۲)

$\sqrt[3]{2}$ (۱)

$12\sqrt{27}$ (۴)

$24\sqrt{27}$ (۳)

هندسه ۱ - گواه، قضیه تالس - ۴ سوال



۱۰۱ در شکل زیر، $AD = 5$ ، $AB = 6$ ، $AC = 6$. $DE \parallel AB$ نیمساز زاویه A است و $EC = ?$ کدام است؟

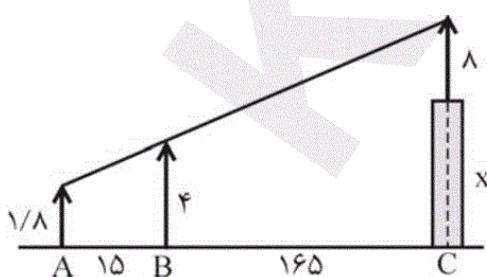
۱۲ (۱)

۱۲/۵ (۲)

۱۳/۵ (۳)

۱۵ (۴)

۱۰۲ در شکل زیر، دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع $1/8$ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستاست، بلندی برج چند متر است؟

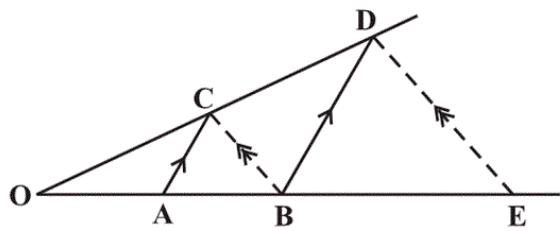


۲۰/۲ (۱)

۱۹/۸ (۲)

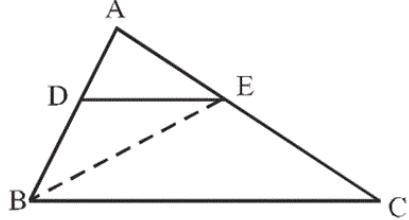
۲۰/۸ (۳)

۲۱/۲ (۴)



- ۱) $\frac{1}{3}$
- ۲) $\frac{2}{3}$
- ۳) $\frac{11}{3}$
- ۴) $\frac{2}{10}$

۱۰۴ - در مثلث ABC ، پاره خط DE موازی ضلع BC است و $AD = \frac{4}{5}DB$. مساحت مثلث EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟



- ۱) ۲
- ۲) $\frac{2}{25}$
- ۳) $\frac{2}{5}$
- ۴) $\frac{2}{75}$

هندسه ۱ - گواه ، تشابه مثلث ها - ۶ سوال

۱۰۵ - مثلثی به اضلاع 3 ، a و b با مثلثی به طول اضلاع 3 ، 4 و 5 متشابه است. دو مثلث قابل انطباق نیستند. بیشترین مقدار محیط برای مثلث اول کدام است؟

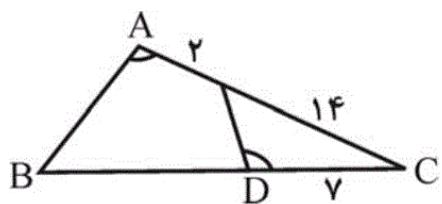
۱۳/۵ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

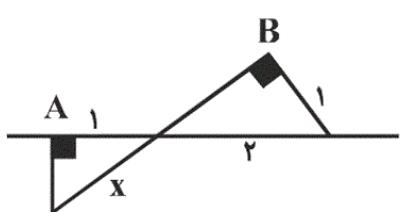
۷/۲ (۱)

۱۰۶ - در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول BD چند واحد است؟



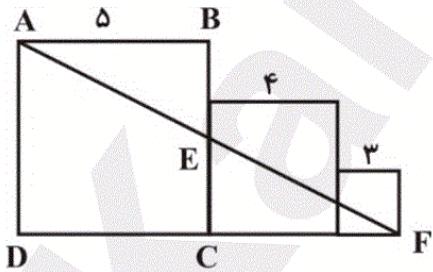
- ۱) ۲۲
- ۲) ۲۳
- ۳) ۲۴
- ۴) ۲۵

۱۰۷ - در شکل مقابل دو زاویه A و B قائم‌اند. مقدار x چقدر است؟



- ۱) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- ۲) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
- ۳) $\frac{4}{3}$
- ۴) $\frac{3}{2}$

۱۰۸ - در شکل زیر سه مربع به اضلاع ۳، ۴ و ۵ در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. طول پاره‌خط BE چقدر است؟



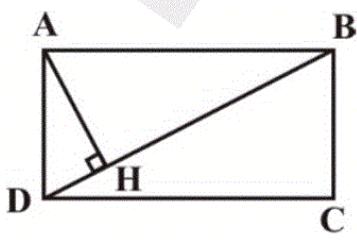
۲(۱)

$\frac{27}{12}$ (۲)

$\frac{25}{12}$ (۳)

$\frac{25}{3}$ (۴)

۱۰۹ - اگر در مستطیل شکل زیر، $BC = 2$ ، $AB = 2\sqrt{3}$ و آنگاه فاصله نقطه H از ضلع AB کدام است؟



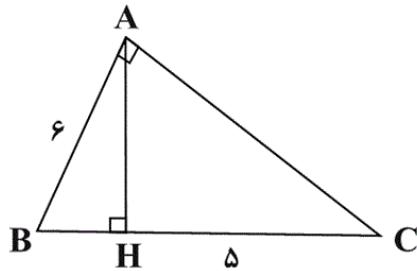
۱(۱)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۱۱۰ - با توجه به شکل، مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC کدام است؟ ($HC = 5$)



۱۵ (۱)

$6\sqrt{5}$ (۲)

$5\sqrt{6}$ (۳)

$9\sqrt{5}$ (۴)

-۵۱

(علی ارجمند)

هر عدد مثبت دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند.

(ریاضی ا، توانهای گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۳۷ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱

(علی ارجمند)

-۵۲

$$\begin{cases} \gamma^3 = 343 \\ \lambda^3 = 512 \end{cases} \Rightarrow 343 < x < 512 \Rightarrow \gamma < \sqrt[3]{x} < \lambda$$

$$\begin{cases} \gamma^4 = 2401 \\ \lambda^4 = 4096 \end{cases} \Rightarrow 2401 < x < 4096 \Rightarrow \gamma < \sqrt[4]{x} < \lambda$$

(ریاضی ا، توانهای گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۳۷ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱

(سعید آذرهزین)

-۵۹

مورد «ب» نادرست است:

$$\sqrt{4+9} \neq \sqrt{9} + \sqrt{4}$$

(ریاضی ا، توانهای گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۴

۳

۲

۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر a و b منفی باشند، رابطه $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ برقرار نیست.

گزینه «۲»: برای نمایش ریشه دوم مثبت عدد m به کار می‌رود.

گزینه «۴»: اگر k زوج باشد، a باید مثبت باشد.

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

۱

۲✓

۳

۴

$$\begin{cases} \sqrt[n]{a^n} = |a| = -a \\ \sqrt[n]{\left(\frac{b}{a}\right)^n} = \frac{b}{a} \\ \sqrt[n]{(ab)^n} = |ab| = ab \end{cases} \Rightarrow -a \times \frac{b}{a} \times ab = -b^3$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

۱

۲

۳

۴

الف) هرگاه m و n فرد و $a > m$ باشد، برای اعداد $a < 1$ داریم:

$$a^n > a^m, \text{ پس درست است.}$$

ب) ریشه چهارم مثبت عدد مثبت a از ریشه دوم مثبت آن زمانی کوچکتر است

که $a > 1$ باشد و اگر $a < 1$ باشد ریشه چهارم مثبت a بزرگتر از ریشه دوم

مثبت است. پس «ب» نادرست است.

ج) نادرست است، زیرا:

$$\begin{aligned} 0 < a < 1 &\Rightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[n+1]{a} \Rightarrow \sqrt[4]{0/1} < \sqrt[5]{0/1} \\ &\xrightarrow{\times(-1)} -\sqrt[4]{0/1} > -\sqrt[5]{0/1} \Rightarrow \sqrt[4]{-0/1} > -\sqrt[5]{0/1} \end{aligned}$$

د) اگر $a^6 > a^{10}$ باشد آنگاه:

$$a^6 > a^{10} \xrightarrow{0 < a < 1} a^6 > a^{11} \quad \text{و} \quad a^6 > a^{10} \xrightarrow{-1 < a < 0} a^6 < a^{11}$$

(ریاضی ا، توانهای گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۴

۳

۲

۱

$$\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r}}}{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{s}}} = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r}}}{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{s}}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r}-\frac{1}{s}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{s}} = a^{\frac{s}{r}} = a^{\frac{s}{r}}$$

$$\left((\sqrt{a})^r\right)^s = (\sqrt{a})^{s \times \frac{1}{r}} = (a^{\frac{1}{r}})^s = a^{\frac{s}{r}}$$

(ریاضی ا، توانهای گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱

(ابراهیم نبضی)

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow (1+\sqrt{2})(\sqrt{3-2\sqrt{2}}) = (1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)$$

$$= (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = 2-1 = 1$$

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[4]{2^4} = \sqrt[3]{2^1} = \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{2^7} = 2\sqrt[3]{2^7}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ابراهیم نبضی)

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2\sqrt{2}} &= \sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2} \\ \sqrt{2\sqrt[3]{2}} &= \sqrt{\sqrt[3]{16}} = \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \times \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{2}{3}}$$

$$= 2^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{2^7} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{2-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{6+4\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{4} : \text{پرانتز دوم}$$

$$= \sqrt[6]{(2-\sqrt{2})^2} \times \sqrt[6]{6+4\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{16}$$

$$= \sqrt[6]{(6-4\sqrt{2})(6+4\sqrt{2})} \times \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{36-32} \times \sqrt[6]{16}$$

$$= \sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{2^2} \times \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[6]{2^6} = 2 \Rightarrow \text{کل عبارت} = 2\sqrt[3]{2} \times 2 = 4\sqrt[3]{2}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی ارجمند)

با توجه به اینکه $a < 1$ و $b > 1$ است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 0 < a^{\frac{1}{n}} < a < \sqrt[n]{a} < 1 \\ 1 < \sqrt[n]{b} < b^{\frac{1}{n}} < \sqrt{b} < b \end{cases} \Rightarrow a^{\frac{1}{n}} < b^{\frac{1}{n}}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

(عاطفه قان‌محمدی)

-۵۵

با توجه به اطلاعات سؤال، کاملاً مشخص است که $a < 1$ ، بنابراین هرچه به توان

بزرگ‌تر از یک برسد کوچک‌تر شده و هرچه از آن ریشه بزرگ‌تری بگیریم، بزرگ‌تر

می‌شود. بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۷ تا ۶۰)

 ۴ ۳ ۲✓ ۱

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{1}{16^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{4}} \times 5^{\frac{3}{4}} \times 10^{-\frac{4}{3}}}{(\sqrt{20})^{\frac{1}{2}} \times 25^{-\frac{1}{3}}} &= \frac{\left(2^4\right)^{\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}} \times 5^{\frac{3}{4}} \times (2 \times 5)^{-\frac{4}{3}}}{\left(20^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \times (5^2)^{-\frac{1}{3}}} \\ &= \frac{2^{(4 \times \frac{1}{4})} \times 5^{(\frac{3}{4} - \frac{4}{3})} \times 2^{-\frac{4}{3}}}{(2^2 \times 5)^{\frac{1}{2}} \times 5^{-\frac{4}{3}}} = \frac{2^{1-\frac{4}{3}} \times 5^{-\frac{7}{12}}}{2^2 \times 5^{\frac{1}{2}-\frac{4}{3}}} = \frac{2^{-\frac{1}{3}} \times 5^{-\frac{7}{12}}}{2^2 \times 5^{-1}} \\ &= \frac{5^{1-\frac{7}{12}}}{2^{(\frac{2}{3}+\frac{1}{3})}} = \frac{5^{\frac{5}{12}}}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

 ۱ ۲ ۳ ۴با تجزیه عبارت $2x^2 + 3x - 2$ داریم:

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3x - 2 &= (x^2 + 2x) + (x^2 + x - 2) \\ &= x(x+2) + (x+2)(x-1) = (x+2)(x+x-1) \\ &= \boxed{(x+2)(2x-1)} \end{aligned}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

 ۱ ۲ ۳ ۴

می‌توان نوشت:

$$(a+b)^{\sqrt{3}} = (a-b)^{\sqrt{3}} + \sqrt{ab} = 6 + \sqrt{4} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = 12$$

$$\Rightarrow (a+b)^{\sqrt{3}} = 12 \xrightarrow{a,b>0} a+b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (a+b)^{-\sqrt{3}} = \frac{1}{(a+b)^{\sqrt{3}}} = \frac{1}{(2\sqrt{3})^{\sqrt{3}}} = \frac{1}{8 \times \sqrt{27}}$$

$$= \frac{1}{24 \times \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{24 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{72}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های ببری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

✓

۳

۲

۱

$$a^{-P} = \frac{1}{a^P}$$

$$\begin{aligned} x^{-2} &= \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(1+\sqrt{3})^2} = \frac{1}{1+3+2\sqrt{3}} = \frac{1}{4+2\sqrt{3}} \times \frac{4-2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} \\ &= \frac{4-2\sqrt{3}}{16-12} = \frac{4-2\sqrt{3}}{4} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{4} = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \\ y^{-1} &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3} \\ \Rightarrow x^{-2} + \frac{y^{-1}}{2} &= \frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{4-\sqrt{3}+\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

اضلاع مثلث را به صورت $x+4$, $x+2$ و x در نظر می‌گیریم:

$$x^2 + (x+2)^2 = (x+4)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 = x^2 + 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases} \rightarrow \text{چون زوج به دست آمد قابل قبول است. غرقق}$$

(ریاضی ا، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 5 \Rightarrow x = y + 5 \\ (x + 5)(y + 5) = 300 \end{array} \right\} \Rightarrow (x + 5)x = 300 \Rightarrow x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 20)(x - 15) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -20 \\ x = 15 \end{cases} \quad \checkmark \Rightarrow y = 15 - 5 = 10 \text{ سال}$$

۱۰ سال دیگر سن برادر بزرگ‌تر $15 + 10 = 25$ سال و سن برادر کوچک‌تر

$$25 + 20 = 45$$

$10 + 10 = 20$ سال خواهد بود. پس:

(ریاضی ا، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای حل معادله $ax^2 + bx = c$ ($a \neq 0$) به روش مربع کامل، ابتدا کل عبارات را بر ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم. سپس مربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم. لذا داریم:

$$8x^2 - 6x = 13 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{4}x = \frac{13}{8}$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = \frac{13}{8} + \frac{9}{64} \Rightarrow \left(x - \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{113}{64} \Rightarrow$$

اگر معادله بالا را با معادله $(x - a)^2 = b$ مقایسه کنیم، نتیجه می‌گیریم:

$$a = \frac{3}{8}, b = \frac{113}{64} \Rightarrow \frac{b}{a^2} = \frac{113}{64} \times \frac{64}{9} = \frac{113}{9}$$

(ریاضی ا، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱

۲

۳✓

۴

$$\left(\sqrt[4]{\frac{1}{3}}\right)^{n-1} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{3^{10}}} \Rightarrow \sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}} = \sqrt[5]{3^{10}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n-1}{4}} = 3^{\frac{10}{5}} \Rightarrow 3^{-\frac{n-1}{4}} = 3^{\frac{2}{5}}$$

$$\Rightarrow -\frac{n-1}{4} = \frac{2}{5} \Rightarrow (n-1)n = -8 \Rightarrow n^2 - 9n + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (n-1)(n-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=8 \end{cases}$$

توجه کنید با توجه به معادله اولیه و شرط صورت سوال $n \neq 1$ است.

(ریاضی ا، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱، ۷۰ و ۷۱)

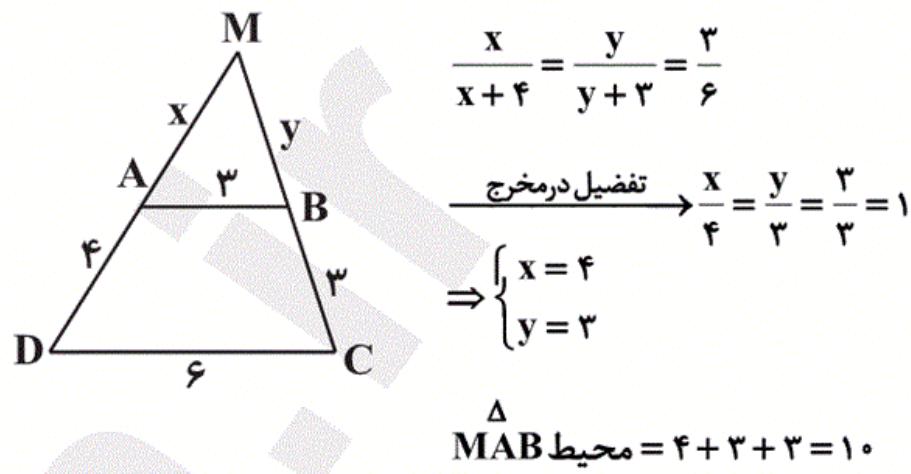
۱

۲

۳✓

۴

در ذوزنقه $ABCD$ ، $AB \parallel DC$ است، پس طبق قضیه تالس داریم:



(میرسه ا و صفحه های میر)

۱

۲✓

۳

۴

$$\frac{EF}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow EF = \frac{BC}{4}$$

به همین ترتیب برای دو پاره خط دیگر نیز داریم:

$$MN = \frac{BC}{2}, PQ = \frac{3BC}{4}$$

$$\frac{BC}{4} + \frac{BC}{2} + \frac{3BC}{4} = 18 \Rightarrow \frac{BC + 2BC + 3BC}{4} = 18$$

$$\Rightarrow 6BC = 72 \Rightarrow BC = 12$$

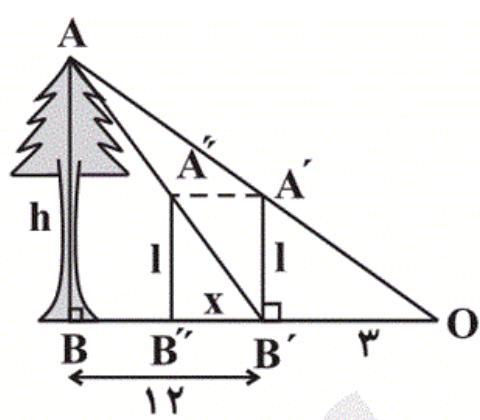
(میرسه ا و صفحه های میر)

۱

۲

۳✓

۴



$$A'B' \parallel AB \Rightarrow \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{15} = \frac{1}{h}$$

همچنین در مثلث $AB'B$:

$$A''B'' \parallel AB \Rightarrow \frac{B'B''}{BB'} = \frac{A''B''}{AB} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{1}{h}$$

از مقایسه طرفین دو تساوی بالا داریم:

$$\frac{x}{12} = \frac{3}{15} \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2.4$$

(هنرمه از صفحه های ۳۷ و ۳۸)

۱

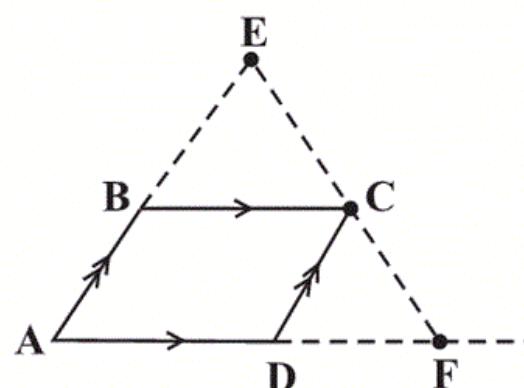
۲

۳

۴ ✓

(صیغه مشتق نظر)

-۹۸-



$$\left\{ \begin{array}{l} BC \parallel AF \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{CF}{EF} \\ DC \parallel EF \Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{EC}{EF} = \frac{EF - CF}{EF} = 1 - \frac{CF}{EF} = 1 - \frac{AB}{AE} \end{array} \right.$$

۱

۲

۳ ✓

۴

چون $\hat{A}BD = \hat{B}DC$ و $AB \parallel DC$ مورب است، پس دو مثلث $A\hat{D}B = B\hat{C}D$ متساوی الساقین هستند، پس $\hat{A}DB = \hat{B}CD$ و BDC و ABD دو مثلث به حالت تساوی دو زاویه، متشابه‌اند. پس داریم:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow$$

$$\frac{6}{8} = \frac{x}{DC} \Rightarrow DC = \frac{6x}{6} = \frac{3x}{3}$$

(هنرسه ا، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

 ✓

چون $\hat{D} = \hat{B}$ و $\hat{A} = \hat{C}$ است و در نتیجه دو مثلث AMB و CMD به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. داریم:

$$\frac{AM}{MC} = \frac{BM}{MD} = \frac{AB}{CD} = \frac{6}{3} = 2$$

برای به دست آوردن $\frac{AM}{MD}$ از رابطه زیر کمک می‌گیریم:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{AM}{MC} \times \frac{MC}{BM} \times \frac{BM}{MD} = 2 \times \frac{1}{k} \times 2 = \frac{4}{k}$$

(هنرسه ا، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

 ✓

دو مثلث ACE و ABD در حالت دو زاویه برابر متشابه هستند. پس گزینه «۲»

درست است؛ در نتیجه $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ و چون زاویه A در

دو مثلث ABC و ADE یکسان است، پس این دو مثلث به حالت دو ضلع

متناضب و زاویه بین برابر، متشابه هستند و گزینه «۱» نیز درست است. دو مثلث

ODC و OBE نیز به حالت دو زاویه برابر متشابه هستند، پس گزینه «۳» نیز

درست است.

(هنرسه ا، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱✓

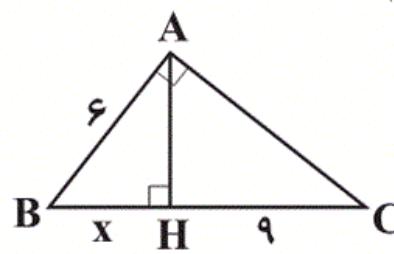
۲

۳

۴

(امیرحسین ابوالهبور)

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 36 = x(x+9)$$

$$\Rightarrow x^2 + 9x - 36 = 0$$

$$\Rightarrow (x+12)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -12 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\triangle ABH : AH^2 = AB^2 - BH^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow AH = 3\sqrt{3}$$

(هنرسه ا، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

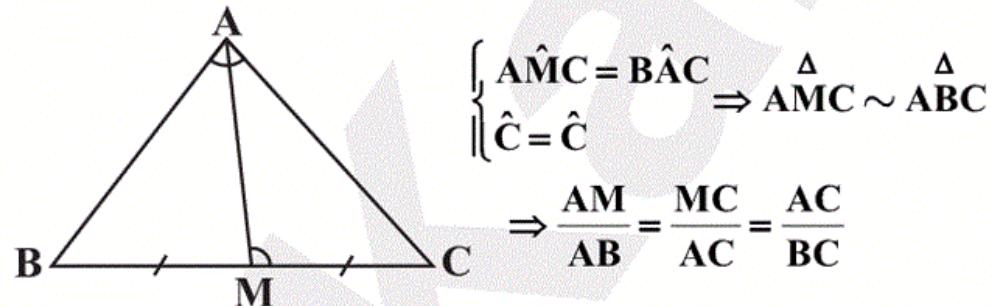
۱

۲

۳

۴✓

(فرشاد فرامرزی)

نقطه M وسط BC است، پس داریم:

$$\frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC^2 = \sqrt{2}AC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{\sqrt{2}}AC$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هنرسهه ا، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۳✓

۲

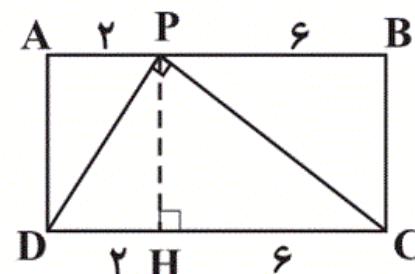
۲

۱

(ندا کریمیان)

در مثلث قائم‌الزاویه CPD ، اگر PH ارتفاع رسم شده از رأس P باشد، آنگاه

طبق روابط طولی داریم:



$$PD^2 = DH \times CD = AP \times AB = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow PD = 4$$

(هنرسهه ا، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۳

۲✓

۲

۱

(علی ارجمند)

$$\alpha \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha > 0 & \xrightarrow{\cos \beta \tan \alpha < 0} \cos \beta < 0 \\ \cos \alpha < 0 & \xrightarrow{\sin \beta \cos \alpha > 0} \sin \beta < 0 \end{cases}$$

در ربع سوم

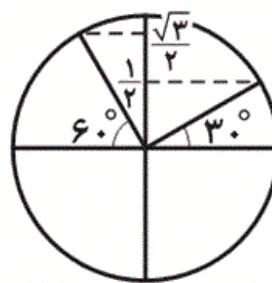
بنابراین زاویه β هم در ربع سوم است. با توجه به گزینه‌ها، تنها زاویه 26° در ربع سوم قرار دارد.

(ریاضی ا، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

 ۴ ۲ ۱ ۳

(امین نصرالله)

-۸۱



بیشترین مقدار $\sin \alpha$ در این بازه $= \sin 90^\circ = 1$

$$\frac{1}{2} < \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < 2m - \frac{1}{4} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} < 2m \leq \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{3}{8} < m \leq \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow m \in \left(\frac{3}{8}, \frac{5}{8}\right]$$

(ریاضی ا، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

 ۴ ۲ ۱ ۳

$$m = -\sqrt{3} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$\Rightarrow y - 0 = -\sqrt{3}(x - \sqrt{3}) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 3$$

(ریاضی ا، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

 ۴ ۲ ۱ ۳

$$= -\sqrt{\frac{1}{m^2}} = -\left(-\frac{1}{m}\right) = \frac{1}{m}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{m^2 - 1}}{-m}}{\frac{1}{m}} = -\sqrt{m^2 - 1}$$

(ریاضی اول میلادی، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱

۲

۳

۴

(میراث مشتق نظری)

-۸۹

$$1 - \frac{A}{1 + \sin x} = \sin x \Rightarrow \frac{1 + \sin x - A}{1 + \sin x} = \sin x$$

$$\Rightarrow 1 + \sin x - A = \sin x (1 + \sin x)$$

$$\Rightarrow 1 + \cancel{\sin x} - A = \cancel{\sin x} + \sin^2 x \Rightarrow A = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$$

(ریاضی اول میلادی، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱

۲

۳

۴

(حسن نصرتی ناهوک)

-۹۰

$$\text{عبارت مورد نظر} = \frac{1 - (2 \cos^2 \theta - 1)^2}{\cos^2 \theta} = \frac{1 - (4 \cos^4 \theta - 4 \cos^2 \theta + 1)}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1 - 4 \cos^4 \theta + 4 \cos^2 \theta - 1}{\cos^2 \theta} = \frac{4 \cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = 4 \sin^2 \theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \text{نکته:}$$

(ریاضی اول میلادی، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱

۲

۳

۴

(علی ارجمند)

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow |\cos \beta| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 + \tan^2 \beta = \frac{1}{\cos^2 \beta} \Rightarrow 1 + \tan^2 \beta = \frac{4}{2} \Rightarrow \tan^2 \beta = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \tan \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \beta + \tan \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{12}$$

(ریاضی ۱، مثبات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

(کلیده بعذری)

$$\left. \begin{array}{l} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \\ 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \times \sin^2 \theta \times \frac{1}{\cos^2 \theta} = \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \right)^2 = \tan^4 \theta$$

(ریاضی ۱، مثبات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

 ۱ ۲ ۳ ✓ ۴

(کلیمه بعذری)

هر عدد مثبت دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند.

(ریاضی ا، توانهای گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۷ تا ۵۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(عاطفه ثان محمدی)

-۷۸

$$\begin{cases} \sqrt[n]{a^n} = |a| = -a \\ \sqrt[n]{\left(\frac{b}{a}\right)^n} = \frac{b^n}{a^n} \Rightarrow -a \times \frac{b^n}{a^n} \times ab = -b^n \\ \sqrt[n]{(ab)^n} = |ab| = ab \end{cases}$$

(ریاضی ا، توانهای گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(سعید آذرخزین)

-۸۲

مورد «ب» نادرست است:

$$\sqrt{4+9} \neq \sqrt{9} + \sqrt{4}$$

(ریاضی ا، توانهای گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۸ تا ۵۴)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

(علی ارجمند)

$$\frac{a^r}{a^{s-r}} = a^{r-s} = 32^{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)} = \left(2^5\right)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{5}{12}}$$

$$a^{r-s} = \left(2^5\right)^{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)} = \left(2^5\right)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{5}{12}}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r}}}{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{s}}} = \frac{\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{32}\right)^{-1} = 32 = 2^5$$

$$\left((\sqrt{a})^r\right)^s = \left(\sqrt{32}\right)^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = \left(2^5\right)^{\frac{1}{6} \times \frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{12}}$$

(ریاضی ا، توان‌های کویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ملیمه بعفری)

-۷۴-

با توجه به اینکه $a < 0$ و $b > 1$ است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 0 < a^r < a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < 1 \\ 1 < \sqrt[3]{b} < \sqrt[3]{b} < \sqrt{b} < b < b^r \end{cases} \Rightarrow a^r < b^r$$

(ریاضی ا، توان‌های کویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی ارجمند)

با توجه به اطلاعات سؤال، کاملاً مشخص است که $a < 0$ ، بنابراین هرچه به توان بزرگ‌تر از یک برسد کوچک‌تر شده و هرچه از آن ریشه بزرگ‌تری بگیریم، بزرگ‌تر می‌شود. بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۷ تا ۶۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سهند ولی‌زاده)

$$\begin{aligned} \sqrt{x^4 + 2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} &= \sqrt{(x^2 + 1)^2} + \sqrt{(x + 1)^2} \\ &= x^2 + 1 + |x + 1| \xrightarrow{x < -1} x^2 + 1 - x - 1 = x^2 - x \end{aligned}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$= x(x+2) + (x+2)(x-1) = (x+2)(x+x-1)$$

$$= \boxed{(x+2)(2x-1)}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می توان نوشت:

(ریاضی مبتدا و نظری)

$$(a+b)^4 = (a-b)^4 + 4ab = 1 + 4 \times \frac{3}{4} = 12$$

$$\Rightarrow (a+b)^4 = 12 \xrightarrow{a,b>0} a+b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (a+b)^{-4} = \frac{1}{(a+b)^4} = \frac{1}{(2\sqrt{3})^4} = \frac{1}{8 \times \sqrt{27}}$$

$$= \frac{1}{24 \times \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{24 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{72}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

✓

۱

(مسن تهاجمی)

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

$$x^{-2} = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(1+\sqrt{3})^2} = \frac{1}{1+3+2\sqrt{3}} = \frac{1}{4+2\sqrt{3}} \times \frac{4-2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4-2\sqrt{3}}{16-12} = \frac{4-2\sqrt{3}}{4} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{4} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

$$y^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x^{-2} + \frac{y^{-1}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{4-\sqrt{3}+\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

✓

۱

(علی ارجمند)

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = 1 - 2(\sin \alpha \cos \alpha)^2 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \sqrt{2}$$

(ریاضی ا، مثالات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ابراهیم نجفی)

-۸۸

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2 - 2\sqrt{2} + 1} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow (1 + \sqrt{2})(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}) = (1 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1)$$

$$= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 2 - 1 = 1$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{2} \times \sqrt{\sqrt{2}}} = \sqrt[3]{\sqrt{2} \times \sqrt[4]{2}} = \sqrt[3]{2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{2^{\frac{3}{4}}} = \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[12]{2^2} = \sqrt[4]{2^2}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{DE}{AB} \xrightarrow{DE=AE} \frac{EC}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{AC - EC}{AB} \Rightarrow \frac{EC}{20} = \frac{20 - EC}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{5} = \frac{20 - EC}{3} \Rightarrow 100 - 5EC = 3EC$$

$$\Rightarrow 8EC = 100 \Rightarrow EC = 12.5$$

(۱۰۰٪ و ۲۰٪ از مجموع امتیازات)

۱

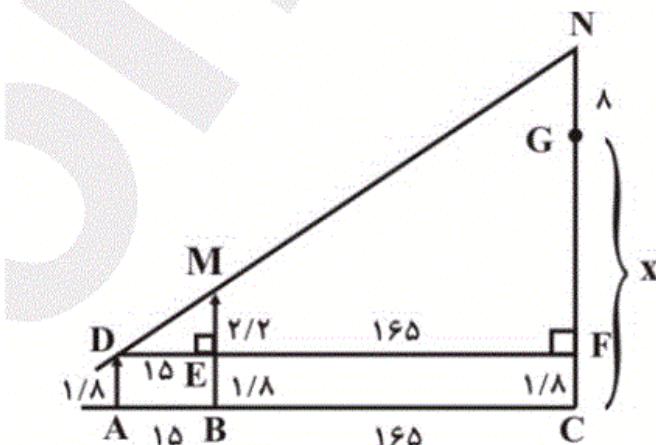
۲

۳ ✓

۴

از نقطه **D** خطی عمود بر **MB** و **NC** رسم می‌کنیم تا این دو پاره خط را به ترتیب

در **E** و **F** قطع کند، در نتیجه:



$$\begin{cases} AD = BE = FC = 1/8 \\ ME = MB - EB = 4 - 1/8 = 2/2 \\ FG = GC - FC = x - 1/8 \end{cases}$$

ME || **NF** تعمیم قضیه تالس $\frac{DE}{DF} = \frac{ME}{NF}$ داریم: **DFN**

$$\Rightarrow \frac{15}{15+165} = \frac{2/2}{(x+8)-1/8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{22}{62+10x} \Rightarrow 62 + 10x = 264 \Rightarrow 10x = 202$$

$$\Rightarrow x = 20.2$$

(۳۷ و ۳۴ هندسه و مفاهی)

۱

۲

۳

۴ ✓

$$AC \parallel BD \Rightarrow \frac{OC}{CD} = \frac{OA}{AB} \quad (1)$$

$$BC \parallel ED \Rightarrow \frac{OC}{CD} = \frac{OB}{BE} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{BE}$$

$$\Rightarrow BE = \frac{5}{3} = \frac{3+1}{3} = 1\frac{1}{3}$$

(میانه های متساوی اند)

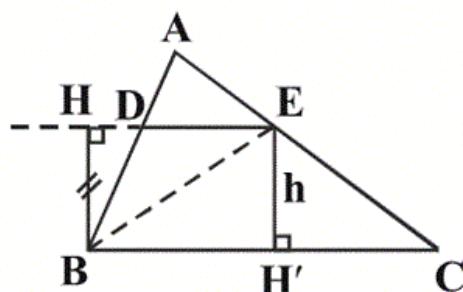
۱

۲

۳

۴ ✓

مطابق شکل از آن جا که $BH = EH' = h$ ، داریم: $DE \parallel BC$ پس:



$$\frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EBD}} = \frac{\frac{1}{2}h \cdot BC}{\frac{1}{2}h \cdot DE} = \frac{BC}{DE} \quad (*)$$

$$AD = \frac{4}{5}DB \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{4}{5} \quad \text{طبق فرض}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AD}{DB + AD} = \frac{4}{5+4} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{4}{9} \quad (1)$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \xrightarrow{(1)} \frac{DE}{BC} = \frac{4}{9} \quad \text{: تعمیم قضیه تالس}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{9}{4} = 2/25$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EBD}} = \frac{BC}{DE} = 2/25$$

(میانگین مساحت های همنام و مساحت های)

۱

۲

۳ ✓

۴

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{a}{3} = \frac{b}{5} \Rightarrow a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{4} + \frac{15}{4} = 9 \\ \frac{3}{5} = \frac{a}{3} = \frac{b}{4} \Rightarrow a = \frac{9}{5}, b = \frac{12}{5} \Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5} = 7.2 \end{array} \right.$$

بنابراین بیشترین محیط برابر ۹ است. دقت کنید که در هر حالت جای **a** و **b** می‌تواند

عوض شود که تأثیری در محیط مثلث ندارد.

(هنرسه ا، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱

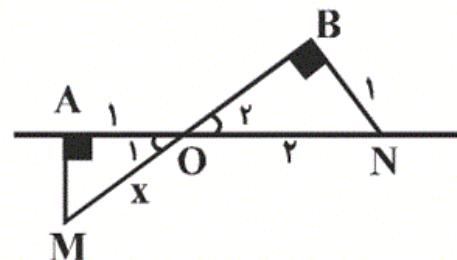
۲

۳

۴

با نوشتن قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه OBN ، داریم:

$$\text{OB} = \sqrt{\text{ON}^2 - \text{BN}^2} = \sqrt{3}$$



$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{cases} \quad (\text{متقابل به رأس})$$

بنابراین دو مثلث OAM و OBN به حالت تساوی زاویه‌ها با هم متشابه‌اند و با

نوشتن تناسب بین اجزای متناظر آن دو، داریم:

$$\frac{\text{OM}}{\text{ON}} = \frac{\text{OA}}{\text{OB}} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

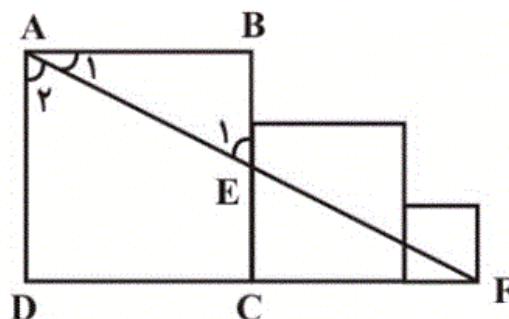
(هنرسه ا، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۲

۲✓

۱



$$\begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{E}_1 &= 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{D} &= 90^\circ \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \hat{E}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \Delta \text{ABE} \sim \Delta \text{ADF}$$

حال نسبت تشابه این دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{BE}}{\text{AD}} = \frac{\text{AB}}{\text{DF}} \Rightarrow \frac{\text{BE}}{5} = \frac{5}{3+4+5} \Rightarrow \frac{\text{BE}}{5} = \frac{5}{12} \Rightarrow \text{BE} = \frac{25}{12}$$

(هنرسه ا، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

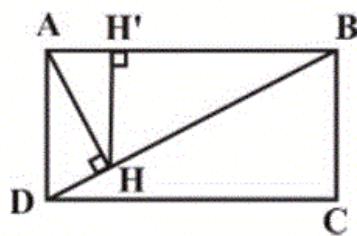
۴

۲✓

۲

۱

(کتاب سه‌بعدی - با تغییر)

در مثلث قائم‌الزاویه ABD ، داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 12 + 4 = 16 \Rightarrow BD = 4$$

$$AB^2 = BD \cdot BH \Rightarrow 12 = 4 \times BH \Rightarrow BH = 3$$

حال اگر از H ، عمود HH' را بر ضلع AB رسم کنیم، داریم:

$$HH' \parallel AD \Rightarrow \frac{HH'}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow \frac{HH'}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow HH' = \frac{3}{2}$$

(مناسه و مفهومی ۱۶۲ و ۱۶۳)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب سه‌بعدی)

$$AB^2 = BH \times BC \xrightarrow{BH=x} 36 = x(x+5) \Rightarrow x^2 + 5x - 36 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x+9)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-9 \end{cases} \text{ غ.ق.ق.}$$

$$BC = x+5 = 4+5 = 9$$

حال:

$$AC^2 = CH \times BC = 5 \times 9 = 45 \Rightarrow AC = 3\sqrt{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

(مناسه و مفهومی ۱۶۲ و ۱۶۳)

۴✓

۳

۲

۱