رياضي عمومي - ۱۰ سوال

۱۰۱-خط مماس بر منحنی $f(x)=x^{۲}+۴x+۱$ در نقطه‌ای به عرض ۶ روی منحنی (در ربع دوم)، محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۳ ۲) ۳- ۳) ۴ ۴) ۴-

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۲-در تابع $f(x)=e^{x}.\mathrm{Ln}(x^{۲}\sqrt{x})$ مقدار $f'(۱)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $۲/۵e$ ۳) $\frac{۱}{e}$ ۴) وجود ندارد.

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۳-عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع $y=\sqrt{x}$ که با خط $y=۲x$ موازی باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۴-اگر دو منحنی $f(x)=x^{۳}-ax^{۲}+۱۲x-۷$ و $g(x)=x^{۲}+bx+۵$ در نقطه‌ای به طول ۲، بر هم مماس باشند، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۵-اگر مشتق $f(\sin x)$ برابر $\tan x$ باشد، $f'(\tan x)$ کدام است؟

۱) $\tan ۲x$ ۲) $\cot ۲x$ ۳) $\frac{۱}{۲}\tan ۲x$ ۴) $\frac{۱}{۲}\cot ۲x$

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۶-تابع $y=[mx]-|m[x]|$ به ازای کدام مقادیر صحیح و غیر صفر m، در نقطهٔ $x=۱$ مشتق‌پذیر است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۱ و -۱ ۴) هیچ مقدار

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۷-در چه نقطه‌ای از منحنی به معادلهٔ $xy^{۲}+yx^{۲}+۱۶=۰$، خط مماس بر منحنی، عمود بر محور yهاست؟

۱) $(۴,-۲)$ ۲) $(۲,-۴)$

۳) $(-۲,۴)$ ۴) چنین نقطه‌ای وجود ندارد.

۱۰۸-مشتق تابع $y=\ln(|\sin x-\cos x(e^{2x-1})|)$ در $x=0$ کدام است؟

۱) $\frac{e}{2}$ ۲) $2-e$ ۳) $2+\frac{e}{2}$ ۴) صفر

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۹-تابع $y=(x+m)\sqrt{x^2-4x+4}$ در تمام نقاط $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. مقدار **m** کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲- ۳) هر مقدار **m** ۴) هیچ مقدار **m**

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۰-اگر $f(x)=\sqrt{x^2+2x-3}$ و $g(x)=\frac{2}{1-x}$ باشد، حاصل عبارت $f.(2f'g+fg')$ کدام است؟ $(x\in \mathbb{R}-(-3,1])$

۱) ۲- ۲) ۲ ۳) ۴- ۴) ۴

آزمون ۳۰ آذر

رياضي پايه - ۱۰ سوال -

۱۱۱-مساحت مثلث متساوی‌الساقینی که ارتفاع وارد بر قاعدهٔ آن ۳ واحد است ۱۲ واحد مربع می‌باشد؛ محیط این مثلث چند واحد است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۲-در مثلث **ABC**، نیمسازهای زوایای خارجی **B** و **C** را امتداد می‌دهیم تا هم‌دیگر را در نقطهٔ **M** قطع کنند. سپس از **M** خطی به موازات **BC** رسم می‌کنیم تا امتداد اضلاع **AB** و **AC** را به‌ترتیب در **D** و **E** قطع کند. اگر محیط چهارضلعی **BCED** برابر ۳۰ سانتی‌متر باشد، طول پاره‌خط **DE** کدام است؟ $(BC=5)$

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷/۵ ۴) ۲۰

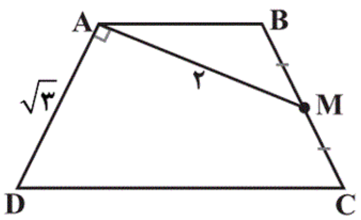
آزمون ۳۰ آذر

۱۱۳-در مثلث **ABC** از نقطه **H** واقع بر ضلع **AB**، عمودمنصف آن را رسم می‌کنیم تا امتداد **AC** را در نقطهٔ **D** قطع کند. اگر $CD=CB$ و $A\hat{D}H=15^\circ$ باشد، بزرگ‌ترین زاویهٔ خارجی مثلث **ABC** چند درجه است؟

۱) ۱۰۵ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۴۵

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۴-در شکل مقابل، مساحت ذوزنقهٔ ABCD کدام است؟ $(BM = MC)$



۱) $۲\sqrt{۳}$

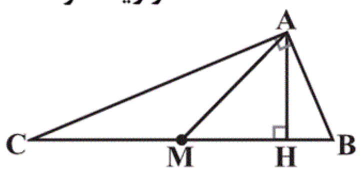
۲) $\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$

۳) $۴\sqrt{۳}$

۴) $\frac{۸\sqrt{۳}}{۳}$

آزمون ۳۰ آذر

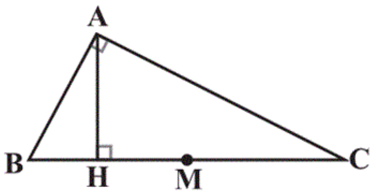
۱۱۵-در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC که $\hat{A} = ۹۰°$، میانهٔ AM و ارتفاع AH را رسم کرده‌ایم. اگر $AH = HM$، آنگاه زاویهٔ متوسط مثلث ABC چند برابر زاویهٔ کوچک آن است؟



۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۶-در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC شکل مقابل $\hat{B} = ۷۵°$ و فاصلهٔ نقطهٔ H تا نقطهٔ M وسط ضلع BC برابر $۴\sqrt{۳}$ است. مساحت مثلث ABC چقدر است؟



۱) ۲۴

۲) ۳۲

۳) ۳۶

۴) ۴۸

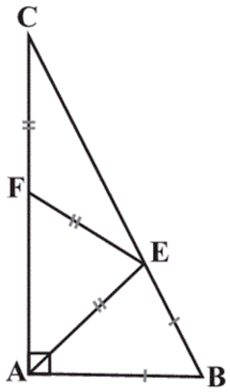
آزمون ۳۰ آذر

۱۱۷-در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازهٔ میانه‌های وارد بر دو ضلع قائم برابر ۵ و ۴ است. طول وتر مثلث کدام است؟

۱) $۲\sqrt{\frac{۱۳}{۳}}$
۲) $۲\sqrt{\frac{۲۳}{۵}}$
۳) $۲\sqrt{\frac{۴۱}{۵}}$
۴) $۲\sqrt{\frac{۵۲}{۳}}$

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۸-در مثلث قائم‌الزاویهٔ روبـرو $(\widehat{A}=90^\circ)$، $BE=BA$ و $AE=EF=FC$ اسـت.



اندازهٔ زاویهٔ $\widehat{B}$ چند درجه است؟

۱) ۷۵

۲) ۷۲

۳) ۶۷/۵

۴) ۶۲/۵

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۹-دایره‌ای به شعاع ۵ درون یک لوزی به مساحت ۱۲۰ محاط شده است. محیط این لوزی چقدر است؟

۱) ۱۲ ۲) ۴۸ ۳) ۶۰ ۴) ۷۲

آزمون ۳۰ آذر

۱۲۰-در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، عمودی از وسط یک ضلع به ضلع دیگر وارد می‌کنیم. پای عمود، ضـلع دوم را بـه چـه نسـبتی تقسیم می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۱– گزینهٔ «۴»

(علی شهرابی)

ابتدا مختصات نقطه‌ای با طول منفی را که عرض آن ۶ است، بدست می‌آوریم:

$$x^۲+۴x+۱=۶ \Rightarrow x^۲+۴x-۵=۰ \Rightarrow (x-۱)(x+۵)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=۱ & \times \\ x=-۵ & \checkmark \end{cases}$$ (در ربع دوم $x<۰$ است.)

$$f'(x)=۲x+۴ \Rightarrow f'(-۵)=-۶$$

معادلهٔ خط گذرنده از نقطهٔ $(-۵,۶)$، با شیب -۶ را می‌نویسیم:

$$y-۶=-۶(x+۵) \Rightarrow y=-۶x-۲۴$$

برای بدست آوردن طول نقطهٔ برخورد خط فوق با محور x ها، کافیست y را صفر قرار دهیم.

$$۰=-۶x-۲۴ \Rightarrow x=-۴$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

۱   ۲   ۳   ۴ ✓

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۲– گزینهٔ «۲»

(یغما کلانتریان)

ابتدا تابع داده شده را به شکل ساده‌تر، بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=e^x.Ln(x^۲\sqrt{x})=e^xLnx^{\frac{۵}{۲}}=\frac{۵}{۲}e^xLnx$$

حال مشتق آن را در نقطهٔ $x=۱$ محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{۵}{۲}(e^xLnx+\frac{e^x}{x}) \xrightarrow{x=۱} f'(۱)=\frac{۵}{۲}e=۲/۵e$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۱   ۲ ✓   ۳   ۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۳- گزینهٔ «۱» (رضا آزاد)

خط مماس، موازی خط $y = 2x$ است، پس شیب خط مماس برابر با ۲ می‌باشد.

$$f' = \frac{1}{2\sqrt{x}} = 2 \Rightarrow \underbrace{x = \frac{1}{16}}_{\text{طول نقطه تماس}}$$

$$\text{نقطهٔ تماس}: \left| \begin{array}{l} x = \frac{1}{16} \\ y = \frac{1}{4} \end{array} \right. \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - \frac{1}{4} = 2\left(x - \frac{1}{16}\right)$$

عرض از مبدأ $x = 0 \Rightarrow y - \frac{1}{4} = -\frac{1}{8} \Rightarrow y = \frac{1}{8}$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹، ۷۲ و ۷۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۳۰ آذر

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 - ax^2 + 12x - 7 \Rightarrow f(2) = 25 - 4a \\ g(x) = x^2 + bx + 5 \qquad \Rightarrow g(2) = 9 + 2b \end{array} \right\} \Rightarrow 2a + b = 8(*)$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 3x^2 - 2ax + 12 \Rightarrow f'(2) = 24 - 4a \\ g'(x) = 2x + b \qquad \Rightarrow g'(2) = 4 + b \end{array} \right\} \Rightarrow 4a + b = 20(*)$$

با مقایسهٔ (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$a = 6\,,\, b = -4 \Rightarrow a + b = 2$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۵- گزینهٔ «۳» (یغما کلانتریان)

$$f(\sin x)\xrightarrow{\text{مشتق}}\cos x\times f'(\sin x)=\tan x$$

$$\Rightarrow \cos x\times f'(\sin x)=\frac{\sin x}{\cos x}$$

$$f'(\sin x)=\frac{\sin x}{\cos^{۲} x}\Rightarrow f'(\sin x)=\frac{\sin x}{۱-\sin^{۲} x}\Rightarrow f'(x)=\frac{x}{۱-x^{۲}}$$

$$\Rightarrow f'(\tan x)=\frac{\tan x}{۱-\tan^{۲} x}=\frac{۱}{۲}\tan ۲x$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۶- گزینهٔ «۱» (محمدجواد محسنی)

ابتدا شرط پیوستگی در $x=۱$ را بررسی می‌کنیم: $(m>۰)$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to۱^{+}} y=[m^{+}]-|m|=m-m=۰\\ \lim\limits_{x\to۱^{-}} y=[m^{-}]-۰=m-۱\\ y(۱)=[m]-|m|=m-m=۰\end{array}\right\}\Rightarrow m-|m|=m-۱\Rightarrow m=۱$$

اگر $m=۱$ آنگاه $y=[x]-|[x]|$ که به ازای $x>۰$ تابع ثابت و مشتق‌پذیر است.

دقت داشته باشید که به ازای $m<۰$، تابع در نقطهٔ $x=۱$ ناپیوسته خواهد بود.

توجه کنید که به ازای $m=۰$، تابع ثابت $y=۰$ می‌شود که در $x=۱$ مشتق‌پذیر است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۳۰ آذر

$$\Rightarrow y' = \frac{-y^{۲} - ۲xy}{x^{۲} + ۲xy}$$

در نقطه‌ای که خط مماس بر منحنی، عمود بر محور yهاست، شیب خط مماس برابر با صفر است، پس:

$$y' = ۰ \Rightarrow \frac{-y_۰^{۲} - ۲x_۰y_۰}{x_۰^{۲} + ۲x_۰y_۰} = ۰ \Rightarrow -y_۰^{۲} - ۲x_۰y_۰ = ۰$$

$$\Rightarrow -y_۰(y_۰ + ۲x_۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} y_۰ = ۰ \\ y_۰ = -۲x_۰ \end{cases}$$

جواب $y_۰ = ۰$ در معادلهٔ منحنی صدق نمی‌کند و قابل قبول نیست، با جایگذاری $y_۰ = -۲x_۰$ در معادلهٔ منحنی داریم:

$$xy^{۲} + yx^{۲} + ۱۶ = ۰ \xrightarrow{y_۰ = -۲x_۰} x_۰(-۲x_۰)^{۲} - ۲x_۰(x_۰^{۲}) + ۱۶ = ۰$$

$$\Rightarrow ۴x_۰^{۳} - ۲x_۰^{۳} + ۱۶ = ۰ \Rightarrow ۲x_۰^{۳} + ۱۶ = ۰ \Rightarrow x_۰^{۳} = -۸$$

$$\Rightarrow x_۰ = -۲ \,,\, y_۰ = -۲x_۰ = ۴$$

پس نقطهٔ موردنظر $(-۲,۴)$ است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۸- گزینهٔ «۲» *(مهری ملارمضانی)*

$$y' = \frac{(\sin x - (\cos x)e^{۲x-۱})'}{\sin x - (\cos x)e^{۲x-۱}} = \frac{\cos x - ((-\sin x)e^{۲x-۱} + ۲e^{۲x-۱}\cos x)}{\sin x - (\cos x)e^{۲x-۱}}$$

$$y'(۰) = \frac{۱ - (۲e^{-۱})}{-e^{-۱}} = ۲ - e$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۰۹– گزینهٔ «۲» *(رضا آزاد)*

می‌دانیم تابع $y=|x-a|$ در همهٔ نقاط به جز $x=a$ مشتق‌پذیر است و تابع $y=(x-a)^n|x-a|$ $(n\in \mathbb{N})$ در همهٔ نقاط مشتق‌پذیر است.

$$y=(x+m)\sqrt{(x-۲)^۲}=(x+m)|x-۲|$$

برای آنکه تابع در همهٔ نقاط مشتق‌پذیر باشد باید $m=-۲$.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۰– گزینهٔ «۱» *(علی شهرابی)*

عبارت خواسته شده را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f.(۲f'g+fg')=\underbrace{۲ff'}_{(f^۲)'}g+f^۲g'=(f^۲)'g+f^۲g'=(f^۲g)'$$

ابتدا تابع $f^۲g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(f^۲g)(x)=f^۲(x)g(x)=(\sqrt{x^۲+۲x-۳})^۲\times\frac{۲}{۱-x}$$

$$=(x^۲+۲x-۳)\times\frac{۲}{۱-x}=\frac{۲(x-۱)(x+۳)}{-(x-۱)}=-۲(x+۳)=-۲x-۶$$

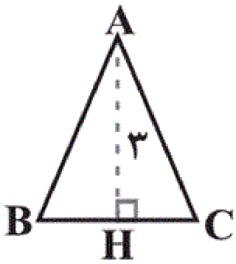
حالا مشتق می‌گیریم: $(f^۲g)'(x)=(-۲x-۶)'=-۲$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۱- گزینهٔ «۴» (عباس اسدی امیرآبادی)



$$S = \frac{۱}{۲} AH \times BC \Rightarrow ۱۲ = \frac{۳}{۲} \times BC \Rightarrow BC = \frac{۲۴}{۳} = ۸$$

$$\Rightarrow BH = \frac{BC}{۲} = ۴$$

$$\Rightarrow AB^۲ = BH^۲ + AH^۲ \Rightarrow AB^۲ = ۱۶ + ۹ = ۲۵$$

$$\Rightarrow AB = ۵ \Rightarrow AC = ۵$$

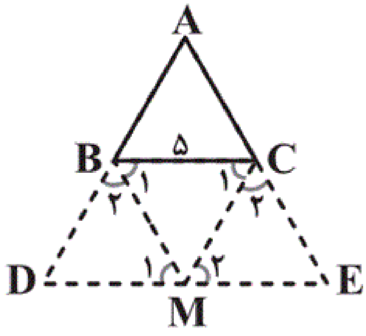
$$\Rightarrow \text{محیط} = ۵ + ۵ + ۸ = ۱۸$$

(مساحت و قضیهٔ فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷، ۴۶، ۴۷ و ۵۷ تا ۵۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۲- گزینهٔ «۱» (محمد زریون)



فرض $\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases}$

$$\begin{cases} BC \parallel DE\ ,\ BM \text{ خط مورب} \Rightarrow \hat{B}_1 = \widehat{M}_1 \\ \xrightarrow{\hat{B}_1=\hat{B}_2} \hat{B}_2 = \widehat{M}_1 \Rightarrow DBM \text{ مثلث متساوی الساقین} \Rightarrow DB = DM \end{cases}$$

$$BC \parallel DE, CM \text{ خط مورب} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{M}_2 \xrightarrow{\hat{C}_1=\hat{C}_2} \hat{C}_2 = \hat{M}_2$$

$\Rightarrow$ مثلث ECM متساوی‌الساقین است. $\Rightarrow EC = ME$ (۲)

$$BCED \text{ محیط چهارضلعی} = ۳۰ = BC + CE + DE + DB$$

$$= BC + CE + EM + MD + DB$$

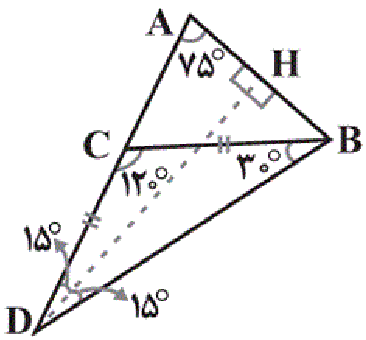
$$\xrightarrow[EC=ME]{DB=DM} BC + ۲(EM + MD) = ۳۰$$

$$\xrightarrow{BC=۵} ۲(EM + MD) = ۲۵ \Rightarrow EM + MD = DE = ۱۲/۵$$

(هندسه و استدلال) (هندسه ۱، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴ و ۲۲ تا ۲۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۳۰ آذر



$$A\hat{D}H = B\hat{D}H = ۱۵^\circ \Rightarrow C\hat{D}B = ۳۰^\circ = C\hat{B}D$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D\hat{C}B = ۱۲۰^\circ \\ D\hat{A}H = D\hat{B}H = ۷۵^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\hat{C}B = ۶۰^\circ \\ A\hat{B}C = ۴۵^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{بزرگ ترین زاویه خارجی } \overset{\Delta}{ABC}} ۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ = ۱۳۵^\circ$$

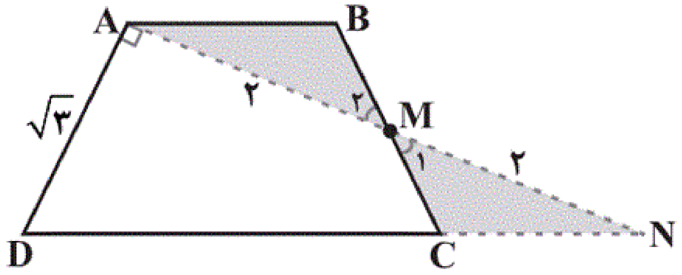
(هندسه و استدلال) (هندسه ۱، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴ و ۱۷ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۴– گزینهٔ «۱»

(رسول محسنی‌منش)

AM را امتداد می‌دهیم تا امتداد DC را در N قطع کند. مثلث‌های هاشورخورده، هم‌نهشتند. در نتیجه $MN = ۲$ و مساحت مثلث ADN با مساحت ذوزنقهٔ ABCD برابر است. در نتیجه داریم:



$$S_{ABCD} = S_{\overset{\Delta}{ADN}} = \frac{۱}{۲} AD.AN = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times ۴ = ۲\sqrt{۳}$$

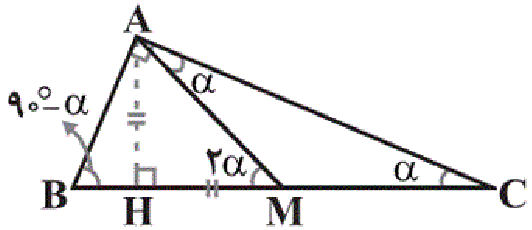
(مساحت و قضیهٔ فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱ و ۴۰ تا ۴۷)

۱ ✓ | ۲ | ۳ | ۴

۱۱۵– گزینهٔ «۳»

(حسین حاجیلو)

می‌دانیم $BM = CM = AM$، پس $C\hat{A}M = M\hat{C}A = \alpha$. از طرفی مثلث AHM قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است؛ پس $A\hat{M}H = ۴۵^\circ$ بنابراین:



زاویهٔ خارجی: $A\hat{M}H = ۲\alpha \Rightarrow ۲\alpha = ۴۵^\circ \Rightarrow$ زاویهٔ کوچک: $\alpha = ۲۲/۵^\circ$

$\Rightarrow$ زاویهٔ متوسط: $۹۰^\circ - \alpha = ۶۷/۵^\circ$

پس خواستهٔ مسئله برابر است با $\frac{۶۷/۵^\circ}{۲۲/۵^\circ} = ۳$.

(مساحت و قضیهٔ فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷ و ۴۰ تا ۴۲)

۱ | ۲ | ۳ ✓ | ۴

$$\Rightarrow \frac{a^2}{16} = \frac{a^2}{4} - 16\times 3 \Rightarrow 16\times 3 = \frac{3}{16}a^2 \Rightarrow a = 16$$

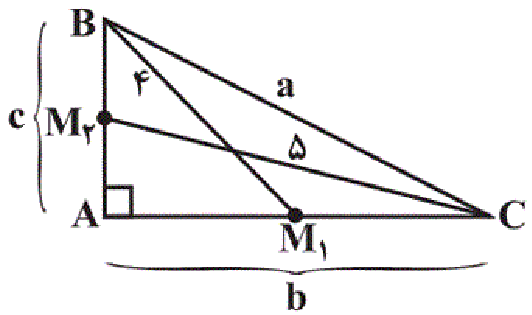
$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{AH\times BC}{2} = \frac{4\times 16}{2} = 32$$

(مساحت و قضیهٔ فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۴۶، ۴۷ و ۵۷ تا ۶۵)

۱   ۲✓   ۳   ۴

۱۱۷- گزینهٔ «۳»

(محمدمصطفی ابراهیمی)



$$\overset{\Delta}{ABM_1} : c^2 + (\frac{b}{2})^2 = 4^2 \Rightarrow c^2 + \frac{b^2}{4} = 16$$

$$\overset{\Delta}{ACM_2} : b^2 + (\frac{c}{2})^2 = 5^2 \Rightarrow b^2 + \frac{c^2}{4} = 25$$

حالا طرفین عبارت بالا را با هم جمع می‌کنیم:

$$b^2 + c^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{c^2}{4} = 25 + 16 \Rightarrow \frac{5b^2}{4} + \frac{5c^2}{4} = 41$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}\underbrace{(b^2 + c^2)}_{a^2} = 41$$

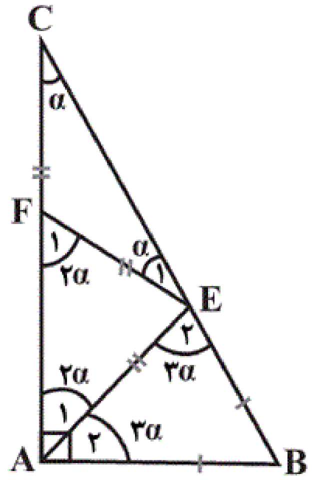
$$\Rightarrow a^2 = \frac{41\times 4}{5} \qquad \Rightarrow a = 2\sqrt{\frac{41}{5}}$$

(مساحت و قضیهٔ فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

۱   ۲   ۳✓   ۴

۱۱۸- گزینهٔ «۲» (مهرداد ملوندی)

$\overset{\Delta}{EFC}$ در رأس F متساوی‌الساقین است، پس فرض می‌کنیم $\widehat{E}_1 = \widehat{C} = \alpha$.



$\widehat{F}_1$ زاویهٔ خارجی $\overset{\Delta}{EFC}$ است، پس $\widehat{F}_1 = ۲\alpha$.

$\overset{\Delta}{AEF}$ در راس E متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{A}_1 = \widehat{F}_1 = ۲\alpha$.

$\widehat{E}_2$ زاویهٔ خارجی $\overset{\Delta}{AEC}$ است، پس:

$$\widehat{E}_2 = \widehat{A}_1 + \widehat{C} = ۲\alpha + \alpha = ۳\alpha$$

$\overset{\Delta}{ABE}$ در راس B متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{A}_2 = \widehat{E}_2 = ۳\alpha$.

چون زاویهٔ A، قائمه است، پس: $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = ۹۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha + ۳\alpha = ۹۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۱۸^\circ$

در مثلث ABC، زاویه‌های B و C متمم هستند، پس:

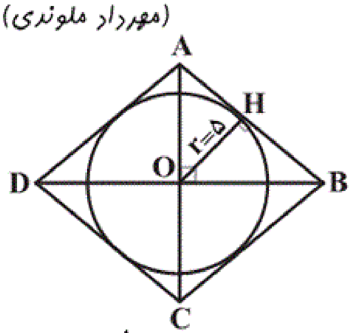
$$\widehat{B} = ۹۰^\circ - \widehat{C} = ۹۰^\circ - ۱۸^\circ = ۷۲^\circ$$

(هندسه و استدلال) (هندسه ۱، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۳۰ آذر

۱۱۹- گزینهٔ «۲» (مهرداد ملوندی)



مطابق شکل، محل تقاطع قطرهای لوزی، مرکز دایره (O) است.

در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAB، طول ارتفاع وارد بر وتر برابر با شعاع دایره است، یعنی $OH = r = ۵$.

از طرفی طبق فرض، مساحت لوزی برابر ۱۲۰ است، پس مساحت $\overset{\Delta}{OAB}$ برابر $\frac{۱۲۰}{۴} = ۳۰$ خواهد بود. در $\overset{\Delta}{AOB}$ با نوشتن رابطهٔ مساحت، طول ضلع AB و نهایتاً محیط لوزی به‌دست می‌آید:

$$S_{\overset{\Delta}{OAB}} = \frac{۱}{۲} AB \times OH \Rightarrow ۳۰ = \frac{۱}{۲} AB \times ۵ \Rightarrow AB = ۱۲$$

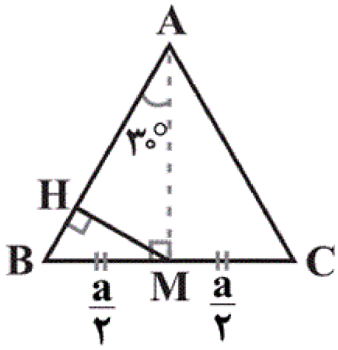
$$\Rightarrow \text{محیط لوزی} = ۴AB = ۴۸$$

(مساحت و قضیهٔ فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲، ۴۶، ۴۷ و ۶۳ تا ۶۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۰- گزینهٔ «۴» *(حسین حاجیلو)*

مطابق شکل، اگر از نقطهٔ M به A وصل کنیم، AM ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع و مثلث MAB در رأس M قائم‌الزاویه خواهد بود، از طرفی AM نیمساز زاویهٔ A نیز هست، داریم:



ارتفاع مثلث : $AM = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$

$$\begin{cases} AM^{۲} = AH.AB \\ BM^{۲} = BH.AB \end{cases} \Rightarrow \frac{AM^{۲}}{BM^{۲}} = \frac{AH}{BH}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{BH} = \left(\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}a}{\frac{a}{۲}}\right)^{۲} = ۳$$

(مساحت و قضیهٔ فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۵)

۱ | ۲ | ۳ | ۴✓

آزمون ۳۰ آذر