



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

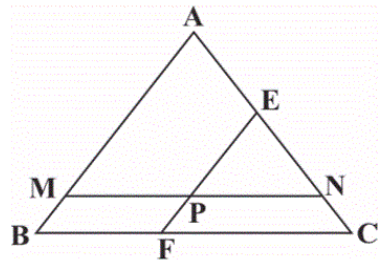
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



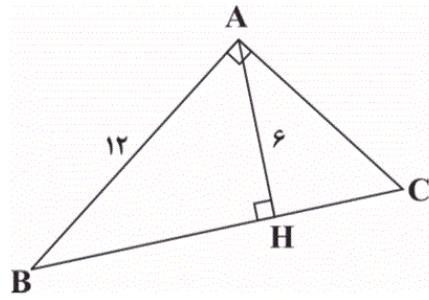
۹۶- در مثلث  $ABC$  داریم:  $BC = 8$  و  $AC = 6$ ، خط  $MN$  به موازات  $BC$  و به طول ۶ رسم شده است و خط  $EF$  به موازات  $AB$  از وسط  $MN$



گذشته است. طول  $EC$  کدام است؟

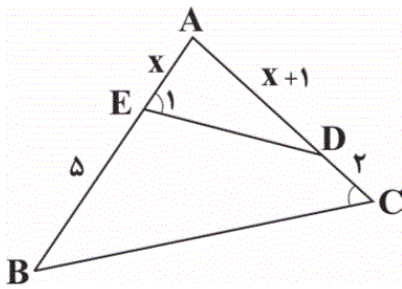
- (۱)  $3/25$
- (۲)  $3/75$
- (۳)  $2/5$
- (۴)  $2$

۹۷- در مثلث قائم‌الزاویه مقابل، طول ضلع  $AC$  کدام است؟



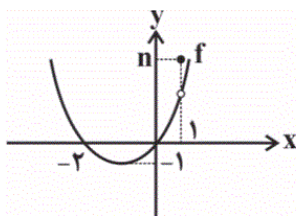
- (۱)  $4\sqrt{3}$
- (۲)  $4\sqrt{2}$
- (۳)  $6\sqrt{2}$
- (۴)  $6\sqrt{3}$

۹۸- اگر در شکل زیر  $\widehat{E} = \widehat{C}$  باشد، مساحت چهارضلعی  $EDCB$  چند برابر مساحت مثلث  $ABC$  است؟



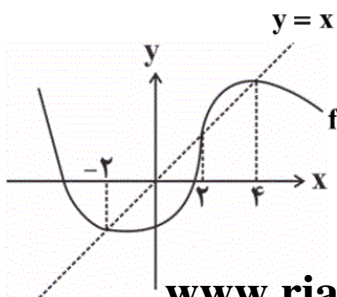
- (۱)  $1/4$
- (۲)  $1/3$
- (۳)  $3/4$
- (۴)  $1/2$

۹۹- اگر تابع  $y = f(x)$  با نمودار زیر با تابع  $g(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c, & x \neq 1 \\ 4, & x = 1 \end{cases}$  برابر باشد، مقدار  $n + b + c$  کدام است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) ۳
- (۴) ۵

۱۰۰- اگر شکل زیر نمودار تابع  $f(x)$  باشد، دامنه تابع  $y = \sqrt{f(x) - x}$  کدام است؟



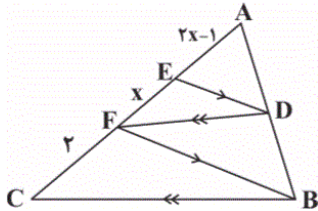
- (۱)  $(-\infty, -2] \cup [2, 4]$
- (۲)  $[-2, 2]$
- (۳)  $[2, +\infty)$
- (۴)  $[-2, 2] \cup [4, +\infty)$

۱۱۱- معادله دو ضلع مربع به صورت  $4y - 3x = 0$  و  $8y - 6x = 20$  می‌باشد. بدون در نظر گرفتن واحد، نسبت محیط مربع به مساحت مربع کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۳

۱۱۲- حاصل جمع جواب‌های معادله  $\frac{2x}{x+7} + \frac{3}{x-2} = \frac{2x+1}{2x-4}$  چقدر است؟

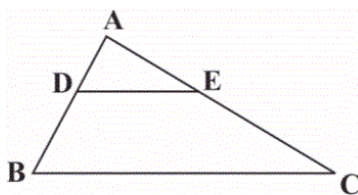
- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{8}{5}$  (۴)  $\frac{10}{5}$



۱۱۳- در شکل مقابل مقدار  $x$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۴- در شکل زیر  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$ ،  $BC = 4$  و  $AB + AC = 5$  است. محیط دوزنقه  $DECB$  چند برابر محیط مثلث  $ADE$  است؟



- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲)  $\frac{8}{3}$  (۳)  $\frac{25}{9}$  (۴)  $\frac{26}{9}$

۱۱۵- فاصله دو خط موازی  $y = \frac{a}{6}x + 4$  و  $y = -\frac{b}{3}x - 1$  برابر ۳ است. حاصل  $ab$  کدام است؟

- (۱) -۱۶ (۲) ۱۶ (۳) -۳۲ (۴) ۳۲

۱۱۶- معادله  $mx^2 + (m-4)x - \frac{4}{m} = 0$  با ریشه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  مفروض است. اگر  $\alpha^2 + \beta^2$  برابر ۱ باشد، آنگاه حاصل  $3\alpha^2 - 2\alpha - \beta$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) -۵ (۴) -۳

۱۱۷- تعداد جواب‌های معادله رادیکالی  $\sqrt{4x-3} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x}$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۱۸- عمودمنصف‌های دو ضلع  $AC$  و  $BC$  و میانه  $CM$  از مثلث  $\triangle ABC$  در نقطه  $P$  یکدیگر را قطع می‌کنند. در این صورت کدام نتیجه‌گیری لزوماً صحیح است؟

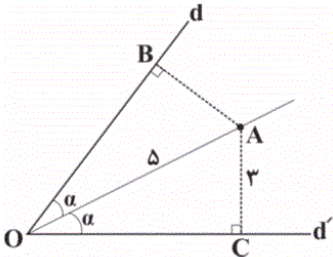
(۱)  $\triangle ABC$  قائم‌الزاویه است.

(۲) مثلث  $\triangle ABC$  متساوی الساقین و  $AB = AC$  است.

(۳) مثلث  $\triangle ABC$  قائم‌الزاویه و متساوی الساقین است.

(۴) مثلث  $\triangle ABC$  متساوی الساقین و  $CA = CB$  است.

۱۱۹- در شکل زیر دایره‌ای به مرکز  $O$  رسم می‌کنیم به طوری که از نقطه  $A$  بگذرد. فاصله نقطه  $B$  از محل برخورد دایره با خط  $d$  چقدر است؟



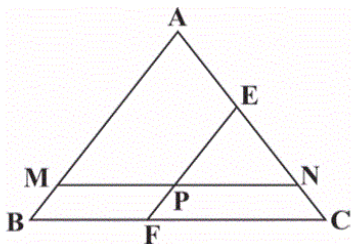
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۲۰- در مثلث  $\triangle ABC$  داریم:  $BC = ۸$  و  $AC = ۶$ ، خط  $MN$  به موازات  $BC$  و به طول ۶ رسم شده است و خط  $EF$  به موازات  $AB$  از وسط  $MN$  گذشته است. طول  $EC$  کدام است؟



۳/۲۵ (۱)

۳/۷۵ (۲)

۲/۵ (۳)

۲ (۴)

## ریاضی ۲ - گواه - ۱۰ سوال

۱۰۱- خطی با شیب  $-\frac{۳}{۴}$  از نقطه  $A\left(۲, \frac{۵}{۲}\right)$  گذشته و محورهای مختصات را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصله این دو نقطه تقاطع کدام است؟

$۷\frac{۲}{۳}$  (۴)

$۷\frac{۱}{۳}$  (۳)

$۶\frac{۲}{۳}$  (۲)

$۶\frac{۱}{۳}$  (۱)

۱۰۲- تعداد جواب‌های معادله  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$  کدام است؟

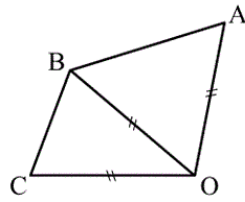
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

۱۰۳- در شکل زیر، کدام گزینه لزوماً صحیح است؟



(۱) O روی نیمساز  $\widehat{ABC}$  واقع است.

(۲) B روی نیمساز  $\widehat{AOC}$  واقع است.

(۳) O روی عمودمنصف AC واقع است.

(۴) B روی عمودمنصف AC واقع است.

۱۰۴- مثلث PQR را در نظر بگیرید. نیمسازهای دو زاویه داخلی P و Q در نقطه S همدیگر را قطع می‌کنند. نقطه S لزوماً:

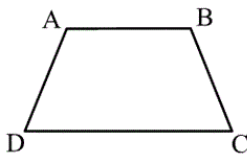
(۱) روی عمودمنصف PR قرار دارد.

(۲) خارج مثلث PQR قرار دارد.

(۳) روی پاره خط PR قرار دارد.

(۴) روی نیمساز زاویه PRQ قرار دارد.

۱۰۵- در دوزنقه زیر، نقطه‌ای که از دو سر قاعده CD به یک فاصله و همچنین از قاعده AD و ساق CD به یک فاصله است، حاصل برخورد ..... است.



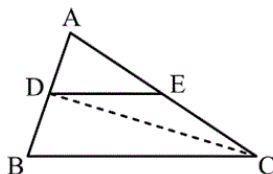
(۱) نیمسازهای  $\widehat{C}$  و  $\widehat{D}$

(۲) عمودمنصف‌های دو ساق

(۳) عمودمنصف CD و نیمساز زاویه D

(۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز وسط‌های قاعده‌ها

۱۰۶- در شکل زیر،  $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$  و  $DE \parallel BC$ . مساحت مثلث ADE چند درصد مساحت مثلث DEC است؟



۷۰ (۱)

۷۵ (۲)

۷۸ (۳)

۸۴ (۴)

۱۰۷- در مثلث ABC که در آن  $AB = ۸$ ،  $AC = ۱۰$  و  $BC = ۱۲$  است، نقاط D، E و F به ترتیب وسط‌های اضلاع AB، AC و BC هستند.

مجموع محیط دو چهارضلعی DEFB و DECF برابر کدام است؟

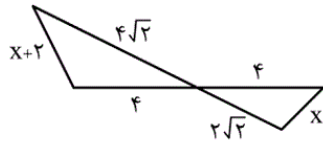
۴۸ (۴)

۴۲ (۳)

۳۶ (۲)

۳۰ (۱)

۱۰۸- با توجه به شکل زیر،  $x$  کدام است؟



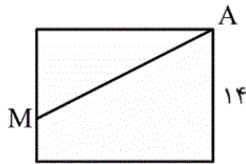
(۱) ۲

(۲)  $\sqrt{2}$

(۳)  $\sqrt{2}-1$

(۴)  $2(\sqrt{2}+1)$

۱۰۹- در شکل زیر، پاره‌خط  $AM$  مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های  $\frac{5}{9}$  تقسیم کرده است. اگر قطر مستطیل ۲۵ واحد باشد،



پاره‌خط  $AM$  چند واحد است؟

(۱) ۲۱

(۲) ۲۳

(۳)  $9\sqrt{7}$

(۴)  $10\sqrt{6}$

۱۱۰- در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{1}{x}$ ، چند تا از موارد زیر صحیح است؟

الف) با افزایش  $x$ ، در یک بازه، از دامنه تعریف تابع مقادیر تابع کاهش می‌یابد.

ب) دامنه تابع  $\mathbf{R} - \{0\}$  است.

پ) نمودار تابع از نواحی اول و سوم عبور می‌کند.

ت) نمودار تابع محور  $x$  ها را قطع می‌کند.

(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

## ریاضی ۲- گواه - سوالات موازی - ۱۰ سوال

۱۲۱- خطی با شیب  $-\frac{3}{4}$  از نقطه  $A\left(2, \frac{5}{2}\right)$  گذشته و محورهای مختصات را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصله این دو نقطه تقاطع کدام است؟

(۴)  $7\frac{2}{3}$

(۳)  $7\frac{1}{3}$

(۲)  $6\frac{2}{3}$

(۱)  $6\frac{1}{3}$

۱۲۲- مجموع ریشه‌های معادله  $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۳

(۲) ۲

(۱) -۱

۱۲۳- تعداد جواب‌های معادله  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$  کدام است؟

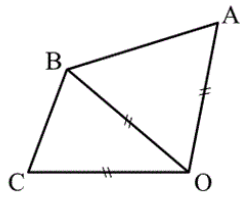
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۲۴- در شکل مقابل، کدام گزینه لزوماً صحیح است؟



(۱) O روی نیمساز  $\widehat{ABC}$  واقع است.

(۲) B روی نیمساز  $\widehat{AOC}$  واقع است.

(۳) O روی عمودمنصف AC واقع است.

(۴) B روی عمودمنصف AC واقع است.

۱۲۵- مثلث PQR را در نظر بگیرید. نیمسازهای دو زاویه داخلی P و Q در نقطه S همدیگر را قطع می‌کنند. نقطه S لزوماً:

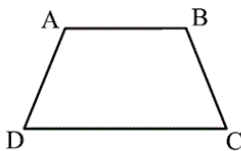
(۱) روی عمود منصف PR قرار دارد.

(۲) خارج مثلث PQR قرار دارد.

(۳) روی پاره‌خط PR قرار دارد.

(۴) روی نیمساز زاویه PRQ قرار دارد.

۱۲۶- در دوزنقه زیر، نقطه‌ای که از دو سر قاعده CD به یک فاصله و همچنین از قاعده AD و ساق CD به یک فاصله است، حاصل برخورد ..... است.



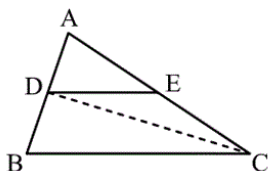
(۱) نیمسازهای  $\widehat{D}$  و  $\widehat{C}$

(۲) عمودمنصف‌های دو ساق

(۳) عمودمنصف CD و نیمساز زاویه D

(۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز وسط‌های قاعده‌ها

۱۲۷- در شکل زیر،  $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$  و  $DE \parallel BC$ . مساحت مثلث ADE چند درصد مساحت مثلث DEC است؟



۷۰ (۱)

۷۵ (۲)

۷۸ (۳)

۸۴ (۴)



۱۲۸- اگر  $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10}$ ، آنگاه  $b$  چه کسری از  $a + c$  است؟

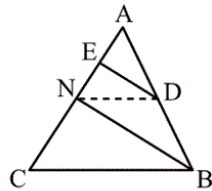
$\frac{3}{7}$  (۴)

$\frac{7}{3}$  (۳)

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{5}{2}$  (۱)

۱۲۹- در شکل زیر،  $DN \parallel BC$ ،  $DE \parallel BN$ ،  $AE = 4$  و  $EN = 6$ . اندازه  $AC$  کدام است؟



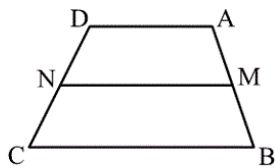
۱۸ (۱)

۲۰ (۲)

۲۴ (۳)

۲۵ (۴)

۱۳۰- در ذوزنقه  $ABCD$  وسط اضلاع  $AB$  و  $CD$  را به هم وصل کرده‌ایم. اگر مساحت چهار ضلعی  $MBCN$  دو برابر مساحت چهار ضلعی  $AMND$  باشد، نسبت  $\frac{BC}{AD}$  کدام است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۴ (۴)

(امیرمهر سلطانی)

چون دو خط موازی هستند، پس شیب آن‌ها با هم برابر است.

$$m = -\frac{b}{a} = \frac{a}{b}$$

برای دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  فاصله

دو خط برابر است با: 
$$\text{فاصله دو خط موازی} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{|4 - (-1)|}{\sqrt{1^2 + m^2}} = \frac{5}{\sqrt{1 + m^2}} \Rightarrow \sqrt{1 + m^2} = \frac{5}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} m^2 + 1 = \frac{25}{9} \Rightarrow m^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow m = \pm \frac{4}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{4}{3} \Rightarrow a = 8, b = -4 \Rightarrow a \times b = -32 \\ m = -\frac{4}{3} \Rightarrow a = -8, b = 4 \Rightarrow a \times b = -32 \end{array} \right.$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

(امیرمحمدر سلطانی)

$$\alpha\beta = \frac{-\frac{4}{m}}{m} = \frac{-4}{m^2}, \quad \alpha + \beta = -\frac{m-4}{m}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(-\frac{m-4}{m}\right)^2 - 2\left(\frac{-4}{m^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 - 8m + 16}{m^2} + \frac{8}{m^2} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 8m + 24}{m^2} = 1$$

$$\Rightarrow m^2 - 8m + 24 = m^2 \Rightarrow 8m = 24 \Rightarrow m = 3$$

$$\Rightarrow \text{معادله: } 3x^2 - x - \frac{4}{3} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری } \alpha \text{ در معادله}} 3\alpha^2 - \alpha - \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow 3\alpha^2 - \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 3\alpha^2 - 2\alpha - \beta = 3\alpha^2 - \alpha - (\alpha + \beta) = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیرمحمدر سلطانی)

$$\sqrt{4x-3} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x-3 + 3x+1 - 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) = 2-x$$

$$\Rightarrow 8x-4 = 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1})$$

$$\Rightarrow 4x-2 = (\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1})$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 16x^2 - 16x + 4 = 12x^2 - 5x - 3$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 11x + 7 = 0$$

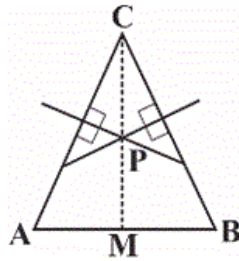
۴

۳

۲

۱ ✓

(میلار منصوری)



در هر مثلث، سه عمودمنصف هم‌رسند. پس **CM** علاوه بر اینکه میانه **AB** است، ارتفاع وارد بر آن و عمودمنصف نیز هست. در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع با میانه برابر است. پس **CA = CB**.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴ ✓

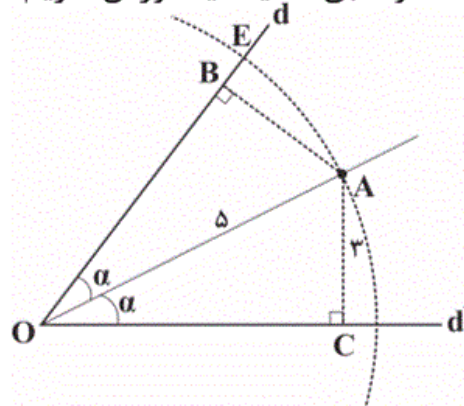
۳

۲

۱

(سعید نصیری)

فاصله هر نقطه روی نیمساز زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. پس **BA** برابر ۳ است و طبق قضیه فیثاغورس داریم:



$$OB^2 = AO^2 - AB^2 \Rightarrow OB = 4 \xrightarrow{OA=OE} BE = 5 - 4 = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میلار منصوری)

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{AN}{6} = \frac{6}{8} \Rightarrow AN = 4/5$$

$$\Rightarrow NC = AC - AN = 6 - 4/5 = 1/5$$

از طرفی:

$$EP \parallel AM \Rightarrow \frac{NE}{NA} = \frac{NP}{NM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{NE}{4/5} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow NE = 2/25$$

بنابراین:

$$EC = NE + NC = 2/25 + 1/5 = 3/25$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

از تشابه دو مثلث  $\triangle ABC$  و  $\triangle AHC$  داریم:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AH}{AB} \xrightarrow{AC=x} BC = 2x$$

طبق قضیه فیثاغورس:  $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$$\Rightarrow 12^2 + x^2 = 4x^2 \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

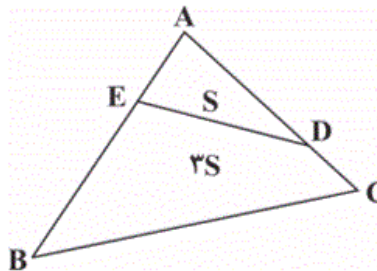
۱ ✓

(رضا ذاکر)

دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  به حالت (ز ز) متشابه‌اند. پس اضلاع روبرو به زاویه‌های برابر در دو مثلث با همدیگر متناسبند:

$$\frac{x+1}{x+5} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x = 3$$

پس  $k = \frac{1}{2}$  نسبت تشابه دو مثلث و  $k^2 = \frac{1}{4}$  نسبت مساحت دو مثلث می‌باشد. بنابراین با فرض  $S_{AED} = S$  داریم:



$$\frac{S_{EDCB}}{S_{ABC}} = \frac{3S}{3S+S} = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا ضابطه تابع  $f(x)$  را می‌یابیم:

$$f(x) = a(x - 0)(x + 2), (x \neq 1)$$

$$x_{\text{رأس}} = \frac{0 + (-2)}{2} = -1 \Rightarrow S(-1, -1)$$

مختصات رأس سهمی در ضابطه تابع  $f$  صدق می‌کند:

$$-1 = a(-1)(-1 + 2) \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x(x + 2) = x^2 + 2x, (x \neq 1)$$

چون تابع  $f$  با تابع  $g(x) = x^2 + bx + c$  برابر است، پس اولاً

$b = 2$  و  $c = 0$  بوده و ثانیاً به ازای  $x = 1$  نیز باید داشته باشیم

$$f(1) = g(1)$$

$$f(1) = g(1) \xrightarrow{\text{نمودار}} n = 4$$

$$\Rightarrow n + b + c = 4 + 2 + 0 = 6$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.

$$f(x) - x \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq x$$

قسمت‌هایی از نمودار تابع  $f(x)$  که بالاتر یا روی خط  $y = x$  قرار دارد، در دامنه  $y$  قرار دارد، یعنی:

$$D_y = (-\infty, -2] \cup [2, 4]$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دو ضلع داده شده موازی هستند. بنابراین فاصله دو خط  $(d)$  برابر طول ضلع مربع است.

$$\begin{cases} 4y - 3x = 0 \\ 4y - 3x - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|0 - (-10)|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} = \frac{4 \times (2)}{2^2} = 2$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرمحمدر سلطانی)

$$\frac{2x}{x+7} + \frac{3}{x-2} = \frac{2x+1}{2x-4}$$

مخرج مشترک

$$\frac{2 \times 2x(x-2)}{(x-2)(x+7) \times 2} + \frac{3 \times (x+7) \times 2}{(x-2)(x+7) \times 2} = \frac{(2x+1)(x+7)}{2(x-2) \times (x+7)}$$

$$\xrightarrow{x \neq 2, -7} 4x(x-2) + 6(x+7) = (2x+1)(x+7)$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 8x + 6x + 42 = 2x^2 + 15x + 7$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 17x + 35 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 289 - 280 = 9$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{17 \pm 3}{2 \times 2} = \begin{cases} x = 5 & \text{ق ق} \\ x = 3/5 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5 + 3/5 = 8/5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(سعید نصیری)

طبق قضیه تالس:

$$ED \parallel FB \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EF} \quad (1)$$

$$(FD \parallel BC) \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FC} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{AE}{EF} = \frac{AF}{FC}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{x} = \frac{3x-1}{2} \Rightarrow 3x^2 - x = 4x - 2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ ق ق}, x = \frac{2}{3} \text{ ق ق}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۱)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(مهردار قاجی)

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow DE = \frac{1}{3}BC = \frac{4}{3} \quad (1), AD = \frac{1}{3}AB, AE = \frac{1}{3}AC$$

$$\Rightarrow AD + AE = \frac{1}{3}(AB + AC) = \frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow DB = \frac{2}{3}AB, EC = \frac{2}{3}AC$$

$$\Rightarrow DB + EC = \frac{2}{3}(AB + AC) = \frac{10}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\text{محیط DEC B}}{\text{محیط ADE}} = \frac{DB + EC + DE + BC}{AD + AE + DE}$$

$$\xrightarrow{(3),(2),(1)} \frac{\frac{10}{3} + \frac{4}{3} + 4}{\frac{5}{3} + \frac{4}{3}} = \frac{26}{9}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

$$\Rightarrow 3 = \frac{|4 - (-1)|}{\sqrt{1^2 + m^2}} = \frac{5}{\sqrt{1 + m^2}} \Rightarrow \sqrt{1 + m^2} = \frac{5}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} m^2 + 1 = \frac{25}{9} \Rightarrow m^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow m = \pm \frac{4}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{4}{3} \Rightarrow a = 8, b = -4 \Rightarrow a \times b = -32 \\ m = -\frac{4}{3} \Rightarrow a = -8, b = 4 \Rightarrow a \times b = -32 \end{array} \right.$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱



(امیرمهمر سلطانی)

$$\alpha\beta = \frac{-\frac{4}{m}}{m} = \frac{-4}{m^2}, \quad \alpha + \beta = -\frac{m-4}{m}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(-\frac{m-4}{m}\right)^2 - 2\left(\frac{-4}{m^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 - 8m + 16}{m^2} + \frac{8}{m^2} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 8m + 24}{m^2} = 1$$

$$\Rightarrow m^2 - 8m + 24 = m^2 \Rightarrow 8m = 24 \Rightarrow m = 3$$

$$\Rightarrow \text{معادله: } 3x^2 - x - \frac{4}{3} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری } \alpha \text{ در معادله}} 3\alpha^2 - \alpha - \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow 3\alpha^2 - \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 3\alpha^2 - 2\alpha - \beta = 3\alpha^2 - \alpha - (\alpha + \beta) = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیرمهمر سلطانی)

$$\sqrt{4x-3} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x-3 + 3x+1 - 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) = 2-x$$

$$\Rightarrow 8x-4 = 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1})$$

$$\Rightarrow 4x-2 = (\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1})$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 16x^2 - 16x + 4 = 12x^2 - 5x - 3$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 11x + 7 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 112}}{8} = \frac{11 \pm 3}{8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1/75 & \text{غ ق ق} \\ x = 1 & \text{غ ق ق} \end{cases} \text{ بنابراین معادله جواب ندارد.}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

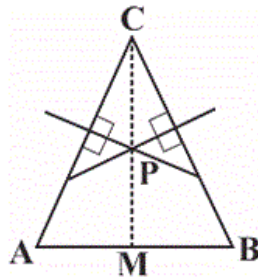
۴

۳

۲

۱ ✓

(میلاز منصوری)



در هر مثلث، سه عمود منصف هم‌رسند. پس  $CM$  علاوه بر اینکه میانه  $AB$  است، ارتفاع وارد بر آن و عمود منصف نیز هست. در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع با میانه برابر است. پس  $CA = CB$ .

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴ ✓

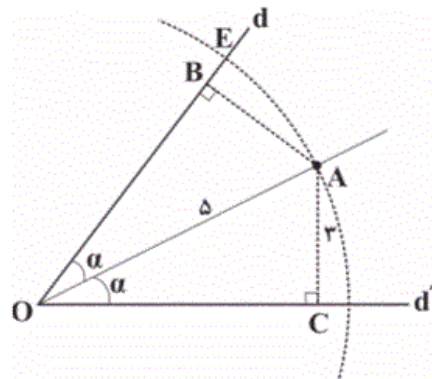
۳

۲

۱

(سعید نصیری)

فاصله هر نقطه روی نیمساز زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. پس  $BA$  برابر ۳ است و طبق قضیه فیثاغورس داریم:



$$OB^2 = AO^2 - AB^2 \Rightarrow OB = 4 \xrightarrow{OA=OE} BE = 5 - 4 = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میلاز منصوری)

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{AN}{6} = \frac{6}{8} \Rightarrow AN = 4/5$$

$$\Rightarrow NC = AC - AN = 6 - 4/5 = 1/5$$

از طرفی:

$$EP \parallel AM \Rightarrow \frac{NE}{NA} = \frac{NP}{NM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{NE}{4/5} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow NE = 2/25$$

بنابراین:

$$EC = NE + NC = 2/25 + 1/5 = 3/25$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴

۳

۲✓

۱

$$\Rightarrow y = \frac{-3}{4}x + 4$$

$$\text{محل برخورد با محور } y \text{ ها: } x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(0, 4)$$

$$\text{محل برخورد با محور } x \text{ ها: } y = 0 \Rightarrow \frac{-3}{4}x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{4}x = -4 \Rightarrow x = \frac{16}{3} \Rightarrow B(\frac{16}{3}, 0)$$

$$AB = \sqrt{\left(\frac{16}{3} - 0\right)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{\frac{256}{9} + 16}$$

$$AB = \sqrt{\frac{256 + 144}{9}} = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3} = \frac{18 + 2}{3} = 6\frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی)

توجه می‌کنیم که  $x \neq 2$  و  $x \neq -2$  زیرا ریشه‌های مخرج هستند.  
با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرج‌ها  $((x-2)(x+2))$  داریم:

$$(x-2)^2 + x(x+2) = 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4 = 8 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

$x = 2$  قابل قبول نیست، پس  $x = -1$  و معادله فقط یک ریشه دارد.  
(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی)

چون  $OA = OC$ ، پس  $O$  از دو سر پاره‌خط  $AC$  به یک فاصله است. یعنی  $O$  روی عمودمنصف  $AC$  واقع است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

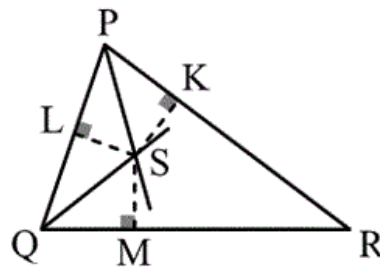
۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

مطابق شکل:



$S$  روی نیمساز  $\widehat{P}$  قرار دارد، بنابراین از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی: (۱)  $SK = SL$

$S$  روی نیمساز  $\widehat{Q}$  قرار دارد، بنابراین از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی: (۲)  $SL = SM$

$$\xrightarrow{(1), (2)} SK = SM$$

تساوی اخیر نشان می‌دهد نقطه  $S$  از دو ضلع زاویه  $R$  به یک فاصله است، یعنی  $S$  روی نیمساز زاویه  $\widehat{R}$  قرار دارد.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴✓

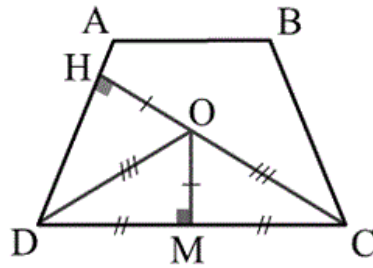
۳

۲

۱

(کتاب آبی)

برای آنکه نقطه‌ای از دو سر قاعده  $CD$  به یک فاصله باشد باید روی عمودمنصف  $CD$  واقع باشد. برای آنکه نقطه‌ای از قاعده  $CD$  و ساق  $AD$  به یک فاصله باشد باید روی نیمساز زاویه  $D$  واقع باشد، پس نقطه برخورد عمودمنصف قاعده  $CD$  و نیمساز زاویه  $D$ ، نقطه مورد نظر است.



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

ابتدا توجه کنید که چون  $DE \parallel BC$ ، پس طبق تعمیم قضیه تالس:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{7} \quad (*)$$

حال اگر از  $D$ ، عمود  $DH$  را بر  $AC$  وارد کنیم، داریم:

$$\frac{S(\triangle ADE)}{S(\triangle DEC)} = \frac{\frac{1}{2} DH \times AE}{\frac{1}{2} DH \times EC} = \frac{AE}{EC} = \frac{AE}{AC - AE}$$

$$\frac{(*)}{\frac{3}{7-3}} = \frac{3}{4} = 75\%$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۱)

۴

۳

۲✓

۱

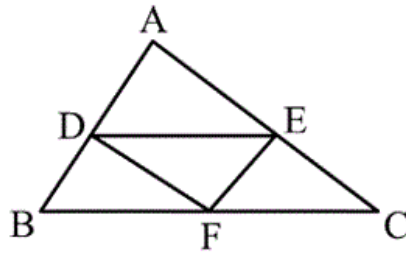
باتوجه به رابطه  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{BF}{FC} = 1$  و براساس عکس قضیه تالس،

واضح است که  $EF \parallel AB$  و  $DF \parallel AC$ ،  $DE \parallel BC$

و در نتیجه چهارضلعی‌های

$DECF$  و  $DEFB$ ، هر دو

متوازی‌الاضلاع هستند.



$$\text{محیط } DEFB = 2BF + 2BD = BC + AB = 12 + 8 = 20$$

$$\text{محیط } DECF = 2FC + 2EC = BC + AC = 12 + 10 = 22$$

بنابراین مجموع محیط‌های این دو چهارضلعی، برابر ۴۲ است.

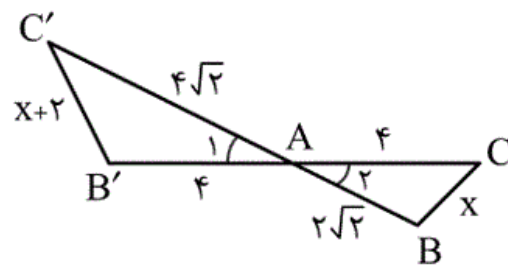
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



دو مثلث  $ABC$  و  $AB'C'$  بنا به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین آنها با هم متشابه‌اند، زیرا:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \\ \frac{AC}{AC'} = \frac{AB}{AB'} \text{ , (زیرا: } \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{)} \end{array} \right.$$

پس نسبت  $\frac{BC}{B'C'}$  نیز برابر نسبت تشابه است و داریم:

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x = x+2 \Rightarrow \sqrt{2}x - x = 2 \Rightarrow x(\sqrt{2}-1) = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = 2(\sqrt{2}+1)$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

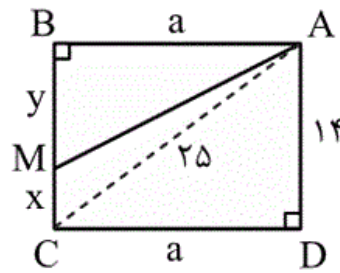
۴

۳

۲

۱

در مثلث قائم‌الزاویه  $ACD$  می‌توان نوشت:



$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \Rightarrow 625 = 196 + a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 429 (*)$$

از طرفی طبق فرض سؤال:

$$\frac{S(ABM)}{S(ADCM)} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{S(ABM)}{S(ABM) + S(ADCM)} = \frac{5}{5+9}$$

$$\frac{S(ABM)}{S(ABCD)} = \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{\frac{ay}{2}}{14a} = \frac{5}{14} \Rightarrow y = 10 (**)$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABM$ ، می‌توان نوشت:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 \Rightarrow AM^2 = a^2 + y^2$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} AM^2 = 429 + 100 = 529$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{529} = 23$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۶)

 ۴

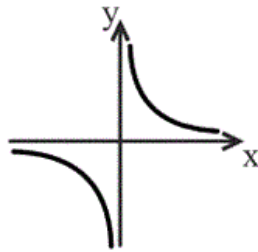
 ۳

 ۲

 ۱

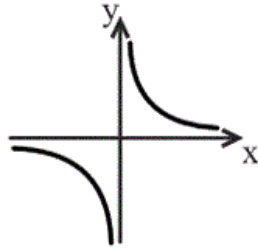


(کتاب آبی)



هر یک از موارد را بررسی می‌کنیم:  
الف) درست است. با توجه به نمودار تابع که به صورت روبه‌رو است، در هر بازه دلخواه که تابع تعریف شده باشد با افزایش مقادیر  $x$ ، مقادیر  $y$  کاهش می‌یابد.

ب) درست است. تابع به ازای همه مقادیر حقیقی به جز  $x = 0$  تعریف شده است، پس:  $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$



پ) درست است. نمودار تابع  $y = \frac{1}{x}$  به صورت است که از نواحی اول و سوم عبور می‌کند.

ت) نادرست است. با توجه به شکل، نمودار تابع محور  $x$  ها را قطع نمی‌کند.  
(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\text{محل برخورد با محور } x \text{ ها: } y = 0 \Rightarrow \frac{-3}{4}x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{4}x = -4 \Rightarrow x = \frac{16}{3} \Rightarrow B\left(\frac{16}{3}, 0\right)$$

$$AB = \sqrt{\left(\frac{16}{3} - 0\right)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{\frac{256}{9} + 16}$$

$$AB = \sqrt{\frac{256 + 144}{9}} = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3} = \frac{18 + 2}{3} = 6\frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

با فرض  $x^2 = t \geq 0$ ، معادله  $t^2 - 3t + 2 = 0$  حاصل می‌شود. مجموع ضرایب این معادله صفر است، پس:

$$t_1 = 1 \text{ و } t_2 = 2$$

در نتیجه:

$$x^2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1 \text{ و } x_2 = -1$$

$$x^2 = 2 \Rightarrow x_3 = \sqrt{2} \text{ و } x_4 = -\sqrt{2}$$

ریشه‌ها دو به دو قرینه‌اند؛ بنابراین مجموع آنها صفر است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

توجه می‌کنیم که  $x \neq 2$  و  $x \neq -2$  زیرا ریشه‌های مخرج هستند. با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرج‌ها  $((x-2)(x+2))$  داریم:

$$(x-2)^2 + x(x+2) = 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4 = 8 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

$x = 2$  قابل قبول نیست، پس  $x = -1$  و معادله فقط یک ریشه دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

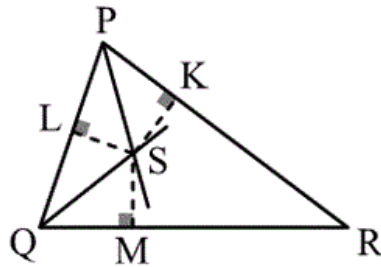
(کتاب آبی)

چون  $OA = OC$ ، پس  $O$  از دو سر پاره‌خط  $AC$  به یک فاصله است. یعنی  $O$  روی عمودمنصف  $AC$  واقع است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

مطابق شکل:



S روی نیمساز  $\widehat{P}$  قرار دارد، بنابراین از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی:

$$SK = SL \quad (1)$$

S روی نیمساز  $\widehat{Q}$  قرار دارد، بنابراین از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی:

$$SL = SM \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} SK = SM$$

تساوی اخیر نشان می‌دهد نقطه S از دو ضلع زاویه R به یک فاصله است، یعنی S روی نیمساز زاویه PRQ قرار دارد.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

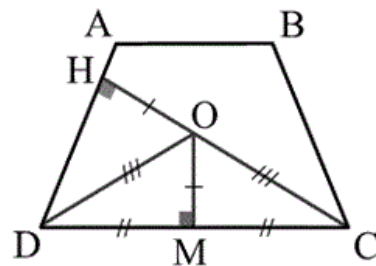
۴

۳

۲

۱

برای آنکه نقطه‌ای از دو سر قاعده CD به یک فاصله باشد باید روی عمودمنصف CD واقع باشد. برای آنکه نقطه‌ای از قاعده CD و ساق AD به یک فاصله باشد باید روی نیمساز زاویه D واقع باشد، پس نقطه برخورد عمودمنصف قاعده CD و نیمساز زاویه D، نقطه مورد نظر است.



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

$$\frac{S(\triangle ADE)}{S(\triangle DEC)} = \frac{\frac{1}{2}DH \times AE}{\frac{1}{2}DH \times EC} = \frac{AE}{EC} = \frac{AE}{AC - AE}$$

$$(*) \frac{3}{7-3} = \frac{3}{4} = 75\%$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

-۱۲۸

راه حل اول:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{6}b \\ c = \frac{10}{6}b \end{cases} \Rightarrow a + c = \left(\frac{5}{6} + \frac{10}{6}\right)b$$

$$\Rightarrow a + c = \frac{15}{6}b \Rightarrow \frac{b}{a+c} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

راه حل دوم:

اگر  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، آنگاه  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ .

$$\frac{a}{5} = \frac{c}{10} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{a+c}{5+10} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{b}{a+c} = \frac{6}{5+10} = \frac{2}{5}$$

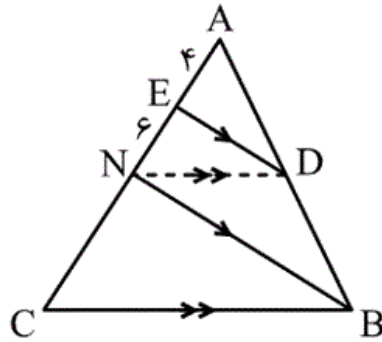
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۴

۳

۲ ✓

۱



چون  $ED \parallel NB$ ، با به کار بردن قضیه تالس در مثلث  $ANB$ ، داریم:

$$\frac{AE}{EN} = \frac{AD}{DB} \quad (*)$$

چون  $ND \parallel CB$ ، با به کار بردن قضیه تالس در مثلث  $ABC$ ، داریم:

$$\frac{AN}{NC} = \frac{AD}{DB} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{AE}{EN} = \frac{AN}{NC}$$

۴ ✓

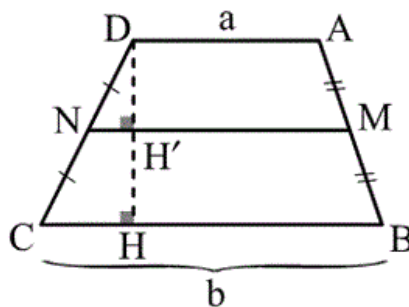
۳

۲

۱

از آنجا که  $\frac{DN}{NC} = \frac{AM}{MB} = 1$ ، با فرض  $AD = a$  و  $BC = b$ ،

داریم:



$$\begin{cases} MN = \frac{a+b}{2} \\ MN \parallel AD \parallel BC \end{cases}$$

از موازی بودن  $MN$  با  $AD$  و  $BC$ ، می توان نتیجه گرفت که دو چهار ضلعی  $AMND$  و  $MBCN$  دوزنقه هستند، مطابق شکل از  $D$ ، عمود  $DH$  را بر  $BC$  وارد می کنیم و نقطه ی تقاطع  $DH$  با  $MN$  را  $H'$  می نامیم، داریم:

$$S(MBCN) = 2S(AMND)$$

$$\frac{(MN + BC) \times HH'}{2} = 2 \times \frac{(AD + MN) \times DH'}{2} \quad (*)$$

دانلود از سایت ریاضی سرا

با به کار بردن قضیه تالس در مثلث CDH، داریم:

$$\frac{DH'}{H'H} = \frac{DN}{NC} = 1 \Rightarrow DH' = H'H$$

پس:

$$\xrightarrow{(*)} \frac{MN + BC}{2} = AD + MN$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{2} + b = a + \frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{2} + b = 2 \left( a + \frac{a+b}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{(a+b) + 2b}{2} = 2a + (a+b)$$

$$\Rightarrow a + 3b = 4a + 2(a+b) \Rightarrow b = 5a \Rightarrow \frac{BC}{AD} = 5$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱