



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی پایه ، آمار - 10 سوال

۱۱۱- چند تا از متغیرهای زیر کیفی اسمی است؟

- | | |
|------------------------------|---------------------------------|
| الف) سطح تحصیلات | ب) گروه خونی |
| پ) نوع بارندگی (باران - برف) | ت) میزان بارندگی برحسب میلی‌متر |
| ث) رنگ اتومبیل‌ها | ج) شاخص توده بدن |
| ۲ (۱) | ۴ (۳) |
| ۳ (۲) | ۵ (۴) |

۱۱۲- اختلاف میانه و میانگین داده‌های آماری ۲, ۲, ۲, ۴, ۵, ۱, ۴, ۱, ۳, ۴ کدام است؟

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۱۳- اگر برای ۱۰ داده آماری $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{10}$ بدانیم که میانگین x_1, x_2, x_3 با میانگین x_4, \dots, x_{10} برابر است. انحراف معیار

داده‌ها چقدر است؟

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۱۴- واریانس داده‌های کمتر از چارک اول در مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۳۱ کدام است؟

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۱۵- اگر میانگین داده‌های $\frac{1}{4}x_1 + 1, \frac{1}{4}x_2 + 1, \dots, \frac{1}{4}x_n + 1$ برابر ۴ باشد، میانگین داده‌های $3x_1 - 2, \dots, 3x_n - 2$ و

$3x_1 - 2$ کدام است؟

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۱۶- قدرمطلق اختلاف از میانگین داده‌هایی برابر ۲, ۲, ۲, ۳, ۳ است. اگر مجموع این داده‌ها ۱۵ باشد، ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۱۷- انحراف معیار ۱۱ داده آماری برابر با ۳ است. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است از بین آن‌ها حذف شود، واریانس ۱۰

داده باقی‌مانده کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۹/۵ (۳) ۹/۹ (۴) ۱۰

۱۱۸- میانگین و واریانس ۱۸ داده آماری به ترتیب ۸ و ۴ است. اگر به دو برابر هر یک از داده‌ها چهار واحد اضافه کنیم، ضریب

تغییرات داده‌های جدید نسبت به داده‌های اولیه چگونه است؟

- (۱) ۰/۱ کاهش می‌یابد. (۲) ۰/۰۵ کاهش می‌یابد.
(۳) ۰/۱ افزایش می‌یابد. (۴) ۰/۰۵ افزایش می‌یابد.

۱۱۹- فرض کنید ۲۳ داده آماری متمایز داریم. میانگین داده‌های کوچکتر از چارک اول ۹/۸ و میانگین داده‌ها از خود چارک اول تا

قبل از چارک سوم ۱۸ و میانگین باقی‌مانده داده‌ها نیز ۲۱ است. میانگین تمام این ۲۳ داده کدام است؟

- (۱) ۱۱/۵ (۲) ۱۵/۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۱۲۰- در ۲۰ داده آماری که اعداد طبیعی متمایزند، چارک سوم ۳۶ و چارک اول ۱۵ است. حداقل دامنه تغییرات این داده‌ها کدام است؟

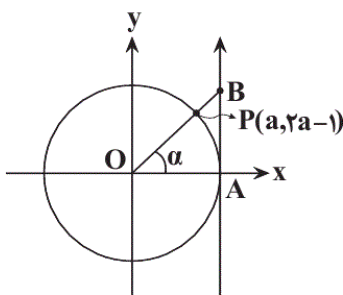
- (۱) ۳۱ (۲) ۲۱ (۳) ۴۲ (۴) ۴۱

ریاضی ۳ - دوازدهم، مثلثات - ۳ سوال

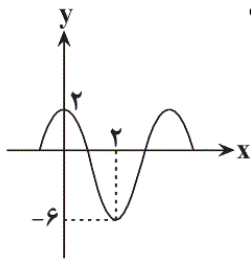
۱۰۰- اگر $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 3$ باشد، آن‌گاه حاصل $\sin \theta \cos \theta$ کدام است؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۵

۹۷- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، مساحت مثلث AOB چقدر است؟ $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$



- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{3}{8}$
(۴) $\frac{1}{2}$



۹۸- اگر نمودار زیر مربوط به تابع $y = a \sin \pi(\frac{1}{4} - bx) + c$ باشد، مقدار تابع به ازای $x = \frac{7}{3}$ کدام است؟

(۱) $-2\sqrt{3} - 2$

(۲) $2\sqrt{3} - 2$

(۳) -4

(۴) $-3\sqrt{3}$

ریاضی 3 - دوازدهم، تابع - 7 سوال

۹۹- اگر به ازای هر عدد حقیقی داشته باشیم: $(fog)^{-1}(2x-4) = \frac{x}{2}$ و $g(x) = 2x^3 + 1$. آن گاه نمودار وارون تابع $f(x)$ محور y ها را

با چه عرضی قطع می کند؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۹۱- در تابع درجه سوم $f(x) = -x^3 + ax^2 + x + 2$ ، رابطه $f(\frac{3}{4}) - f(2) + f(-\frac{3}{4}) = 5$ برقرار است. مقدار $f(1) + f(2)$ کدام است؟

(۴) ۳۲

(۳) -۱۶

(۲) -۳۲

(۱) ۱۶

۹۲- حدود m کدام باشد تا تابع $f = \{(5, 6), (3, m^2 - m), (-4, 2), (4, m^2 - m)\}$ یک تابع صعودی باشد؟

(۲) $[-2, 1] \cup [2, 3]$

(۱) $(-2, 1) \cup (2, 3)$

(۴) $[-2, 3] - (-1, 2)$

(۳) $[-2, 3] - [-1, 2]$

۹۳- اگر داشته باشیم:

$$\frac{f}{g} = \{(4, -5), (2, -\frac{3}{5})\} \text{ و } g = \{(4, 1-n), (-2, 1), (2, 5), (-3, n+2)\}, f = \{(1, 3), (4, m), (2, -n^2+1), (-3, 1)\}$$

آن گاه حاصل $n - m$ کدام است؟

(۴) ۱۳

(۳) ۸

(۲) -۷

(۱) ۱۷

۹۴- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \geq 0 \\ ax + b & x < 0 \end{cases}$ یک به یک باشد، آن گاه حدود قابل قبول برای a و b کدام است؟

(۴) $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 2 \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 2 \end{cases}$

(۲) $\begin{cases} a = 1 \\ b \geq 2 \end{cases}$

(۱) $\begin{cases} a > 0 \\ b \leq 2 \end{cases}$

۹۵- اگر $f = \{(5, 2), (3, 4), (1, 8), (6, 9)\}$ و $g(x) = 2f(x+2) - 3$ باشد و داشته باشیم: $(gof)(a) = 15$ ، a کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۶

(۲) ۴

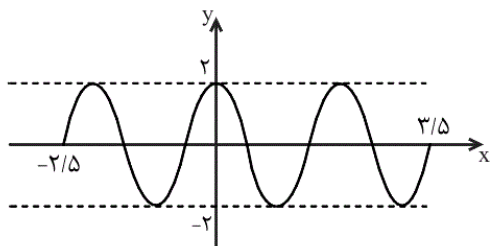
(۱) ۵

۹۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - x + 5$ و دامنه $D_f = [1, +\infty)$ مفروض است. وارون این تابع محور x ها را با چه طولی قطع می کند؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{1+\sqrt{26}}{2}$ (۳) $\frac{1-\sqrt{26}}{2}$ (۴) نقطه برخورد ندارد.

ریاضی 3 - دوازدهم - گواه ، **مثلثات** - 4 سوال -

۱۰۷- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin\pi(\frac{1}{4} + bx)$ است. a, b کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۲/۵
(۳) ۳
(۴) ۳/۵

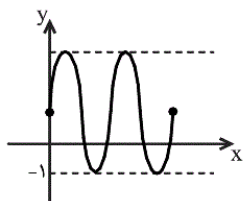
۱۰۸- تابع $y = -\frac{1}{4} \sin(3\pi x)$ در بازه $[-\frac{1}{4}, 1]$ چند بار بیش‌ترین مقدار را دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۹- اگر $f(x) = 2 \cos x + 3f(\frac{\pi}{3})$ ، آنگاه مینیمم تابع $y = f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۱۰- شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ ، در بازه $[0, \frac{4}{3}]$ است. $a + b$ کدام است؟



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

ریاضی 3 - دوازدهم - گواه ، **تابع** 6 سوال -

۱۰۱- در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2|x|$ ، مقدار $f\left(-\frac{1}{4}f(\sqrt{3})\right)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱/۷۵ (۲) ۲/۲۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۲/۷۵

۱۰۲- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ ، آنگاه مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $g \circ f$ و خط به معادله $y = 3$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴/۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۱۰۳- اگر $f(x) = \sqrt{x+|x+2|}$ ، دامنه تابع $f(-x)$ کدام است؟

(۴) $x \geq 1$

(۳) $x \leq 1$

(۲) $x \geq -1$

(۱) $x \leq -1$

۱۰۴- تابع $y = x|x-2|$ در یک بازه، نزولی است. ضابطه معکوس آن در این بازه، کدام است؟

(۲) $1 - \sqrt{1-x}; x < 1$

(۱) $1 - \sqrt{1+x}; x < 0$

(۴) $1 - \sqrt{1-x}; 0 < x < 1$

(۳) $1 + \sqrt{1-x}; 0 < x < 1$

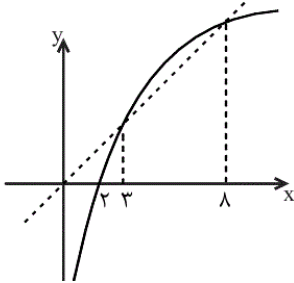
۱۰۵- شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ ، کدام است؟

(۱) $(0, 2]$

(۲) $[2, 3]$

(۳) $[2, 8]$

(۴) $[3, 8]$



۱۰۶- دو تابع $f = \{(5, 2), (7, 3), (1, 4), (3, 6), (9, 1)\}$ و $g(x) = \sqrt{5x+9}$ مفروض اند. اگر $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$ باشد، a کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۱۱-

(ایمان کاظمی)

سطح تحصیلات (دیپلم، فوق دیپلم و کارشناسی و ...) کیفی ترتیبی است.
گروه خونی کیفی اسمی است.
نوع بارندگی کیفی اسمی است.
میزان بارندگی بر حسب میلی‌متر (عدد یا مقدار دارد) کمی پیوسته است.
رنگ اتومبیل‌ها کیفی اسمی است.
شاخص توده بدن کمی پیوسته است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱

۱۱۲-

(عمیدرضا دهقانی)

برای بدست آوردن میانه با مرتب کردن داده‌ها داریم:

۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۴, ۴, ۴, ۵, ۵

اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، عدد وسطی، میانه است.

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+2+2+3+4+4+4+5+5}{11} = 3$$

۴

۳

۲

۱

۱۱۳-

(مصطفی کرمی)

چون داده‌ها صعودی مرتب شده‌اند، تنها زمانی میانگین X_1, X_2, X_3 با میانگین X_8 و X_{10} برابر است که تمامی داده‌ها با هم برابر باشند و بنابراین واریانس و انحراف معیار آن‌ها صفر است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲

۱

(ممتد پوار مسنی)

میانہ در داده‌های ۱, ۲, ..., ۳۰ برابر ۱۵/۵ است. حال میانہ داده‌های ۱, ۲, ..., ۱۵ برابر ۸ است، پس باید واریانس داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ را

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4 \quad \text{حساب کنیم:}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{9+4+1+0+1+4+9}{7} = 4$$

(ریاضی ۲، صفحہ‌های ۱۵۳ تا ۱۵۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معری ملا، مضانی)

اگر هر یک از داده‌های آماری را در مقدار ثابتی ضرب کنیم و یا با مقدار ثابتی جمع کنیم، میانگین آن‌ها نیز در همان مقدار ثابت ضرب و یا با همان مقدار ثابت جمع می‌شود، بنابراین:

$$\frac{1}{2}x_1 + 1, \frac{1}{2}x_2 + 1, \dots, \frac{1}{2}x_n + 1 \Rightarrow \text{میانگین} = 4$$

$$3x_1 + 6, 3x_2 + 6, \dots, 3x_n + 6 \Rightarrow \text{میانگین} = 6 \times (4) = 24$$

$$3x_1 - 2, 3x_2 - 2, \dots, 3x_n - 2 \Rightarrow \text{میانگین} = 24 - 8 = 16$$

(ریاضی ۲، صفحہ‌های ۱۵۳ تا ۱۵۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید علیزاده)

$$|x_i - \bar{x}| = 2, 2, 2, 3, 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_5 - \bar{x})^2}{5}$$

$$= \frac{(2)^2 + (2)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (3)^2}{5} = \frac{30}{5}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\Rightarrow \sigma^2 = 6 \Rightarrow \sigma = \sqrt{6}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲

۱

$$\bar{x}_2 = 2\bar{x}_1 + 4 = 2(8) + 4 = 20$$

$$\sigma_2 = 2\sigma_1 = 2(2) = 4$$

$$\Rightarrow CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{2}{8} = 0.25$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{4}{20} = 0.2$$

$$CV_2 - CV_1 = 0.2 - 0.25 = -0.05$$

بنابراین ضریب تغییرات ۰/۰۵ کاهش می‌یابد.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲

۱

(مهم‌مهری زیریون)

با توجه به تعداد داده‌ها، چارک اول و چارک سوم به ترتیب داده‌های ششم و هجدهم خواهند بود. بنابراین تعداد داده‌های قبل از چارک اول ۵ تا، تعداد داده‌ها از خود چارک اول تا قبل چارک سوم ۱۲ تا و تعداد داده‌ها از خود چارک سوم به بعد ۶ تا داده خواهد بود. بنابراین میانگین این سه دسته داده با هم به شکل زیر محاسبه خواهد شد:

$$\frac{5 \times 9 / 8 + 12 \times 18 + 6 \times 21}{23} = 17$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۳)

□۴

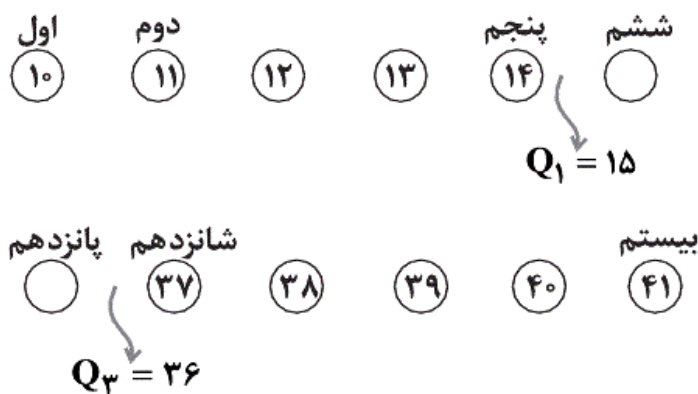
□۳✓

□۲

□۱

(سروش موئینی)

در ۲۰ داده آماری میانه بین دهمی و یازدهمی است. چارک اول میانگین داده پنجم و ششم و چارک سوم میانگین داده پانزدهم و شانزدهم است.



پس با توجه به متمایز بودن داده‌های آماری، مقادیر داده‌ها باید ۴۰ و ۴۱ و ۳۷ و ۳۸ و ۳۹ در راست و ۱۴ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ در چپ باشند تا دامنه تغییرات حداقل شود. $41 - 10 = 31$: حداقل دامنه تغییرات

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۶۱ و ۱۶۲)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

در ابتدا فرض مسأله را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 3 \Rightarrow \sin \theta + \cos \theta = 3(\sin \theta - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow 4 \cos \theta = 2 \sin \theta \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2$$

حال از رابطه بالا استفاده می‌کنیم تا مقدار $\sin \theta \cos \theta$ را به دست بیاوریم.

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 2 + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{5}{2}$$

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(ممدرامین، روان‌بخش)

طول ضلع AB برابر $\tan \alpha$ می‌باشد. پس مساحت مثلث AOB برابر

$$S = \frac{1}{2} \times AB \times OA \xrightarrow{OA=1} S = \frac{1}{2} \times \tan \alpha \quad \text{است با:}$$

مختصات نقطه P روی دایره مثلثاتی به صورت $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ می‌باشد.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow (2a - 1)^2 + a^2 = 1$$

$$\Rightarrow 5a^2 - 4a + 1 = 1 \Rightarrow a = \begin{cases} 0 & \text{غقق} \\ \frac{4}{5} & \text{قق} \end{cases}$$

پس $\cos \alpha$ برابر $\frac{4}{5}$ می‌باشد و $\sin \alpha$ برابر $\frac{3}{5}$.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

شکل داده شده، فرمت تابع $\cos x$ را دارد. پس فقط $a = 4$ صحیح است و داریم:

$$f(x) = 4 \cos \frac{\pi}{2} x - 2$$

$$\xrightarrow{x = \frac{7}{3}} f\left(\frac{7}{3}\right) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{7}{3}\right) - 2 = 4 \cos \frac{7\pi}{6} - 2$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{7}{3}\right) = 4 \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) - 2 = 4\left(-\cos \frac{\pi}{6}\right) - 2$$

$$= -4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 = -2\sqrt{3} - 2$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶، ۴۰ و ۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسین اسفینی)

-۹۹

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

داریم:

$$(f \circ g)^{-1}(2x - 4) = \frac{x}{2} \Rightarrow (g^{-1} \circ f^{-1})(2x - 4) = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(2x - 4)) = \frac{x}{2} \quad (*)$$

محل برخورد نمودار وارون تابع $f(x)$ با محور y ها، همان $f^{-1}(0)$ است. پس کافی است در رابطه $(*)$ ، x را ۲ قرار دهیم:

$$\xrightarrow{x=2} g^{-1}(f^{-1}(2(2) - 4)) = \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(0)) = 1 \xrightarrow{f^{-1}(0) = \alpha} g^{-1}(\alpha) = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = g(1) \xrightarrow{g(x) = 2x^3 + 1} \alpha = 2(1)^3 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$\xrightarrow{\alpha = f^{-1}(0)} f^{-1}(0) = 3$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا $f\left(\frac{3}{2}\right) + f\left(-\frac{3}{2}\right)$ را حساب کرده، سپس $f(2)$ را کم می‌کنیم:

$$f\left(\frac{3}{2}\right) + f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left(-\left(\frac{3}{2}\right)^3 + a\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} + 2\right)$$

$$+ \left(-\left(-\frac{3}{2}\right)^3 + a\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} + 2\right)$$

$$= 2a\left(\frac{9}{4}\right) + 4 = \frac{9}{2}a + 4$$

$$f(2) = -8 + 4a + 2 + 2 = 4a - 4$$

حال:

بنابراین:

$$f\left(\frac{3}{2}\right) + f\left(-\frac{3}{2}\right) - f(2) = \left(\frac{9}{2}a + 4\right) - (4a - 4) = \frac{a}{2} + 8 = 5$$

$$\Rightarrow a = -6$$

پس:

$$f(x) = -x^3 + (-6x^2) + x + 2$$

$$\Rightarrow f(1) + f(2) = (-1 - 6 + 1 + 2) + (-8 - 24 + 2 + 2) = -32$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴

۳

۲ ✓

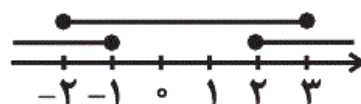
۱

باتوجه به صعودی بودن تابع f داریم:

$$2 \leq m^2 - m = m^2 - m \leq 6 \Rightarrow 2 \leq m^2 - m \leq 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2 - m \geq 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Rightarrow m \in (-\infty, -1] \cup [2, +\infty) & (1) \\ m^2 - m \leq 6 \Rightarrow m^2 - m - 6 \leq 0 \Rightarrow m \in [-2, 3] & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} [-2, -1] \cup [2, 3] = [-2, 3] - (-1, 2)$$



(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$g(-2) = 0 \Rightarrow n + 2 = 0 \Rightarrow n = -2$$

حال تابع $\frac{f}{g}$ را تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(4, \frac{m}{1-n} \right), \left(2, \frac{1-n^2}{5} \right) \right\} = \left\{ \left(4, -5 \right), \left(2, \frac{-3}{5} \right) \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{1-n} = -5 \xrightarrow{n=-2} \frac{m}{3} = -5 \Rightarrow m = -15$$

$$\Rightarrow n - m = -2 + 15 = 13$$

در نتیجه:

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۴

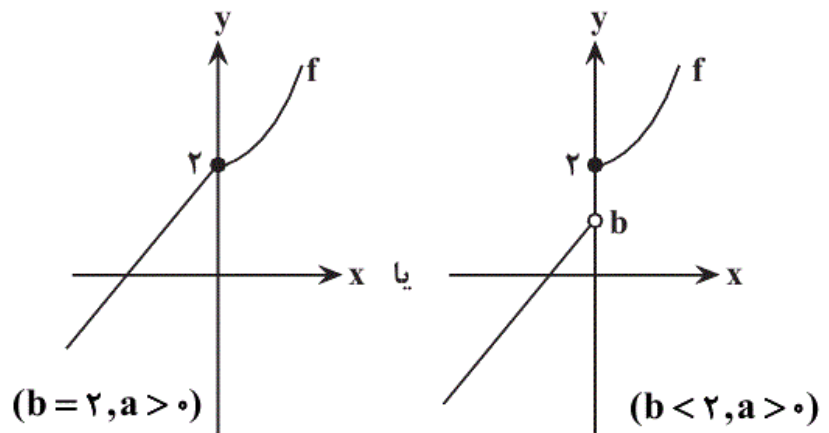
(سعید نصیری)

برای آن که تابع $f(x)$ یک‌به‌یک باشد، باید:

(۱) شیب خط $ax + b$ باید مثبت باشد. ($a > 0$)

(۲) عرض از مبدأ خط باید کوچک‌تر یا مساوی ۲ باشد. ($b \leq 2$)

با توجه به شرایط فوق، نمودار $f(x)$ به یکی از حالت‌های زیر می‌تواند باشد:



(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$g(f(a)) = 15 \xrightarrow{f(a)=t} g(t) = 15$$

$$\Rightarrow g(t) = 2f(t+2) - 3 = 15 \Rightarrow f(t+2) = 9$$

$$\xrightarrow{f(6)=9} t+2=6 \Rightarrow t=4$$

$$f(a) = 4 \Rightarrow a = 3$$

در نتیجه:

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ممدیوار مسنی)

اگر وارون تابع با محور طول‌ها در نقطه‌ای مانند $(\alpha, 0)$ برخورد کند، این نقطه بر روی $f(x)$ به شکل $(0, \alpha)$ است. پس داریم:

$$f(0) = 5 \Rightarrow \alpha = 5$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سراسری ریاضی - ۹۲)

تابع را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = a \cos b\pi x$$

ماکزیمم تابع برابر ۲ است بنابراین: $|a| = 2$.از طرفی $y(0) = 2$ ، پس:

$$y(0) = a \times \cos 0 = a \Rightarrow a = 2$$

هم‌چنین نمودار تابع در بازه $[-2/5, 3/5]$ سه بار تکرار شده است، در نتیجه:

$$3T = 3/5 - (-2/5) = 6$$

$$\Rightarrow T = 2$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

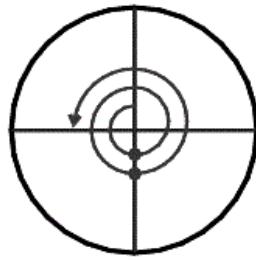
(سؤال ۲۵۰ کتاب آبی ریاضی دوازدهم)

می‌دانیم $-1 \leq \sin(3\pi x) \leq 1$ پس $-\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2}\sin(3\pi x) \leq \frac{1}{2}$ می‌باشد و

بیشترین مقدار آن برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد. تابع وقتی بیشترین مقدار می‌شود که

$$\sin(3\pi x) = -1 \text{ باشد.}$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \Rightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq 3\pi x \leq 3\pi$$

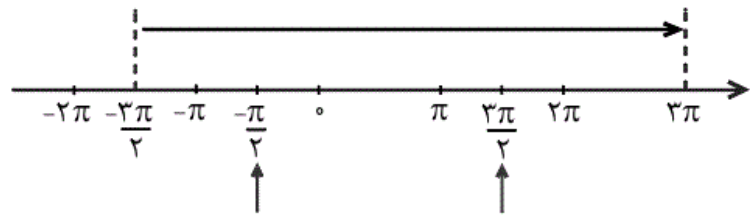


مطابق شکل در بازه‌ی $-\frac{3\pi}{2}$ تا 3π در دو نقطه

نسبت مثلثاتی سینوس برابر -1 می‌شود.

این نکته را از روی محور زیر می‌توانید دقیق‌تر

بررسی کنید.



در نقاط مشخص شده سینوس برابر -1 است.

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در رابطه داده شده $x = \frac{\pi}{3}$ را قرار می‌دهیم.

$$f(x) = 2 \cos x + 3f\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{3}} f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{2} + 3f\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow -2f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2}$$

$$f(x) = 2 \cos x - \frac{3}{2}$$

بنابراین:

مینیمم تابع f به ازای $\cos x = -1$ حاصل می‌شود و برابر $-2 - \frac{3}{2} = \frac{-7}{2}$

(مثالت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به نمودار، تابع در بازه $(\frac{4}{3}, 0)$ دو بار تکرار شده است، بنابراین:

$$2T = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3}$$

از طرفی دوره تناوب تابع با توجه به ضابطه آن $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ برابر با

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \text{ است، لذا:}$$

$$T = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{3} \Rightarrow |b| = 3$$

همچنین مینیمم تابع برابر با -1 است، بنابراین:

$$y_{\min} = 1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2$$

با توجه به اینکه مقدار تابع در $x = 0$ برابر با یک است و بلافاصله بعد از آن

افزایش می‌یابد، پس $a \sin(b\pi x)$ باید مثبت باشد، بنابراین a و b

هم‌علامت‌اند، پس:

$$b = -3 \text{ و } a = -2 \text{ یا } b = 3 \text{ و } a = 2$$

در نتیجه $a + b = -5$ یا $a + b = 5$.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶، ۴۰ و ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا توجه کنید که $\sqrt{3} \approx 1/7$ ، پس: $f(x) = x^2 - 2[x]$

$$\Rightarrow f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 \times 1 = 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}f(\sqrt{3}) = -\frac{1}{2} \times 1 = -0/5$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})\right) = (-0/5)^2 - 2[-0/5]$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})\right) = 0/25 - 2(-1) = 2/25$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۱۴ تا ۵۱۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

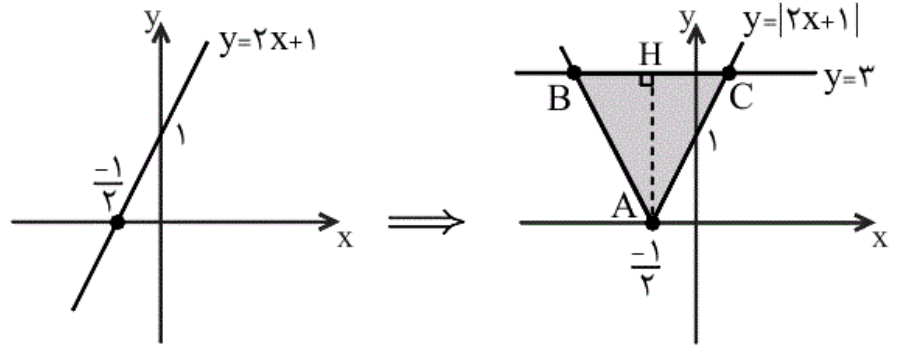
 ۱

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + x \\ g(x) = \sqrt{4x+1} \end{cases} \Rightarrow (g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sqrt{4f(x)+1}$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1|$$

می‌خواهیم مساحت ناحیه محدود به نمودار به معادله $y = |2x+1|$ و خط به

معادله $y = 3$ را به دست آوریم:



با توجه به شکل رسم شده، مساحت مثلث ABC مورد نظر سؤال است که

برای به دست آوردن آن باید طول BC را محاسبه کنیم.

برای این منظور باید نقاط تقاطع خط $y = 3$ با نمودار $y = |2x+1|$ را مشخص کنیم.

$$\begin{cases} y = 3 \\ y = |2x+1| \end{cases} \Rightarrow |2x+1| = 3 \Rightarrow 2x+1 = \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x_C = 1 \\ 2x+1 = -3 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow x_B = -2 \end{cases}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$$

تابع $f(-x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$f(-x) = \sqrt{-x + |-x + 2|} = \sqrt{|x - 2| - x}$$

باید زیر رادیکال نامنفی باشد، لذا:

$$|x - 2| - x \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2: \cancel{x} - 2 - \cancel{x} \geq 0 \Rightarrow -2 \geq 0 & \text{غقق} \\ x < 2: -x + 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases}$$

بنابراین، دامنه تابع $f(-x)$ ، $x \leq 1$ است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

 ۴

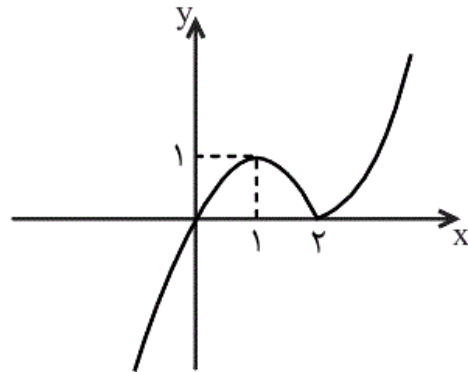
 ۳

 ۲

 ۱

اگر نمودار تابع را رسم کنیم با ضابطه‌بندی خواهیم داشت:

$$y = x|x-2| = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & x < 2 \end{cases}$$



این تابع وقتی $1 < x < 2$ نزولی است که برد آن در این فاصله، $0 < y < 1$ خواهد بود. پس دامنهٔ تابع معکوس آن در این فاصله، $0 < x < 1$ است که مربوط به ضابطهٔ $y = -x^2 + 2x$ می‌باشد.

$$y = -x^2 + 2x \Rightarrow -y = x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow 1 - y = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow (x-1)^2 = 1 - y$$

$$\xrightarrow{1 < x < 2} x - 1 = \sqrt{1 - y} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{1 - y}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{1 - x} \quad (0 < x < 1)$$

(تابع) (ریاضی)، صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۲۴ تا ۲۹

 ۴

 ۳

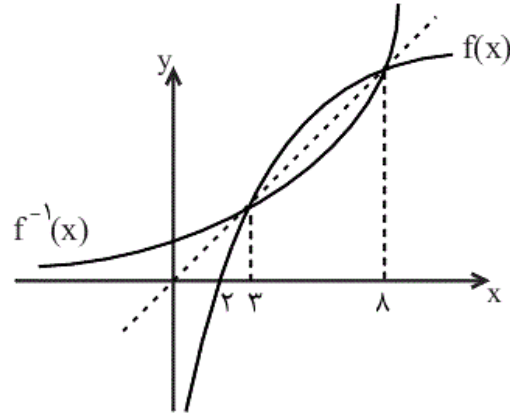
 ۲

 ۱

برای پیدا کردن دامنه، باید عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار دهیم.

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$

حال با توجه به شکل تابع f ، نمودار f^{-1} را رسم می‌کنیم که قرینه نمودار f نسبت به خط $y = x$ است.



همانطور که در شکل دیده می‌شود در بازه $[3, 8]$ نمودار $y = x$ بالاتر یا

مساوی منحنی $f^{-1}(x)$ است. پس دامنه تابع، بازه $[3, 8]$ است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲، ۵۳ و ۵۷ تا ۶۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به اینکه $g^{-1} \circ f^{-1} = (f \circ g)^{-1}$ داریم:

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = \lambda \Rightarrow (f \circ g)^{-1}(a) = \lambda \Rightarrow (f \circ g)(\lambda) = a$$

با توجه به توابع f و g ، مقدار $(f \circ g)(\lambda)$ را می‌یابیم:

$$a = (f \circ g)(\lambda) = f(g(\lambda)) = f(\sqrt{5 \times \lambda + 9}) = f(7)$$

$$\xrightarrow{(7, 3) \in f} f(7) = 3 \Rightarrow a = 3$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۲ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱