



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۰۸- انحراف معیار داده‌های ۲, ۴, ۵, ۹ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{20}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{26}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{8}}{2}$

۱۰۹- میانگین وزن یک نوع کنسرو ماهی ۳۰۰ گرم است. اگر تقریباً ۹۶ درصد کنسروهای تولید شده این کارخانه وزنی بین ۲۷۰ گرم تا ۳۳۰ گرم داشته باشند، در این صورت انحراف معیار وزن این نوع کنسرو تقریباً چند است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸/۵ (۳) ۳۰ (۴) ۱۵

۱۱۰- اگر واریانس داده‌های b ، $2a+1$ ، $a+4$ و $c+1$ برابر صفر باشد، انحراف معیار داده‌های a, a, a, b, b, c, c کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\frac{22}{7}}$ (۲) $\frac{22}{7}$ (۳) $\sqrt{\frac{10}{7}}$ (۴) $\frac{10}{7}$

ریاضی و آمار ۳ - ۱۰ سوال

۸۱- با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی مضرب ۵ ساخته می‌شود؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۸ (۳) ۴۰ (۴) ۱۶

۸۲- اگر $\binom{n}{2} = P(n-2, 2) + 8$ باشد، حاصل عبارت $\binom{n}{5}$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۵۶ (۳) ۳۶ (۴) ۶۴

۸۳- با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ چند عدد ۴ رقمی زوج کوچک‌تر از ۶۰۰۰ می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۴۸ (۴) ۳۶

۸۴- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴) ۶۰

۸۵- خانواده‌ای دارای ۵ فرزند است. پیشامد آنکه چهارمین فرزند، دومین پسر خانواده باشد، دارای چند عضو است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۳

۸۶- در یک بازی ۱۶ نفره، به هر شخص یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۱۸,۰۰۰ را نسبت می‌دهیم. اگر با پرتاب ۳ تاس و مجموع اعداد برآمده، برنده

مشخص شود، احتمال برنده شدن شماره ۱۰ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{18}$ (۲) $\frac{5}{18}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۸۷- هریک از اعداد دورقمی که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ می‌توان نوشت را روی کارت‌هایی نوشته سپس آن‌ها را با هم مخلوط کرده و یک کارت به

تصادف خارج می‌کنیم، چقدر احتمال دارد عدد روی کارت مضرب ۶ باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

- (۱) $\frac{5}{16}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۸۸- حسین ۴ خودکار قرمز مختلف، ۳ خودکار آبی مختلف و ۲ خودکار مشکی مختلف دارد. او به طور تصادفی ۳ خودکار را انتخاب می‌کند.

احتمال آنکه حداکثر ۲ خودکار انتخابی قرمز باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{21}$ (۲) $\frac{19}{21}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{20}{21}$

۸۹- احتمال آنکه فردا باران بیارد $\frac{3}{4}$ کمتر از احتمال آن است که فردا باران نیارد. با چه احتمالی فردا باران می‌بارد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{3}{10}$

۹۰- یازده بازیکن فوتبال تیم ملی به طور تصادفی عکسی کنار هم‌دیگر در یک ردیف می‌گیرند. اگر کاپیتان و دروازه‌بان دو نفر متفاوت باشند،

احتمال آن که بین این دو نفر حداقل یک نفر قرار بگیرد، کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{11}$ (۲) $\frac{10}{11}$ (۳) $\frac{1}{11}$ (۴) $\frac{2}{11}$

ریاضی و آمار ۲ - ۱۰ سوال -

۱۱۱- نمودار تابع $y = |ax - b|$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۳ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۶ قطع می‌کند. در این صورت $|a| + |b|$

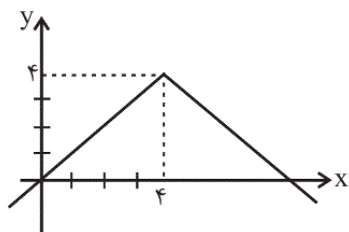
کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۸

۱۱۲- نمودار توابع $f(x) = -|x - 3|$ و $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ -2, & x < 0 \end{cases}$ در چند نقطه با یکدیگر برخورد دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۳- ضابطه نمودار تابع قدرمطلقى زیر کدام است؟



(۱) $y = |x + 4| + 4$

(۲) $y = -|x + 4| + 4$

(۳) $y = |x - 4| + 4$

(۴) $y = -|x - 4| + 4$

۱۱۴- تابع $y = -|2x - 5|$ به صورت تابع دو ضابطه‌ای کدام است؟

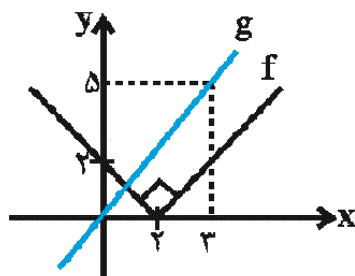
(۲) $y = \begin{cases} -2x + 5, & x \geq \frac{5}{2} \\ 2x - 5, & x < \frac{5}{2} \end{cases}$

(۱) $y = \begin{cases} 2x - 5, & x \geq \frac{5}{2} \\ -2x + 5, & x < \frac{5}{2} \end{cases}$

(۴) $y = \begin{cases} 2x - 5, & x \geq \frac{2}{5} \\ -2x + 5, & x < \frac{2}{5} \end{cases}$

(۳) $y = \begin{cases} 2x - 5, & x \leq \frac{2}{5} \\ -2x + 5, & x > \frac{2}{5} \end{cases}$

۱۱۵- نمودار تابع‌های f و g به صورت زیر است، حاصل $(f + g)(1)$ چند برابر $\frac{1}{3}$ است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۱۶- اگر $f = \{(7, 0), (3, 6), (-3, 5), (1, 3)\}$ و $g = \{(2, 2), (7, 4), (3, 1)\}$ باشد، در این صورت تابع $f + g$ کدام است؟

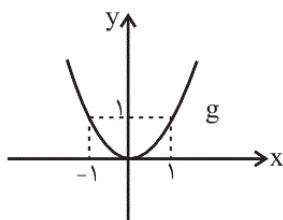
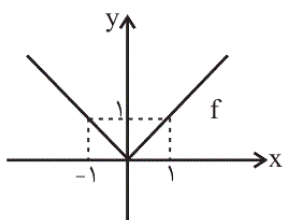
(۲) $\{(7, 7), (3, 3)\}$

(۱) $\{(4, 7), (7, 3)\}$

(۴) $\{(3, 7)\}$

(۳) $\{(7, 4), (3, 7)\}$

۱۱۷- اگر نمودار تابع‌های f و g به صورت زیر باشند، حاصل عبارت $\frac{(f + g)(2)}{(f - g)(-3)}$ کدام است؟ (g تابع درجه دوم است.)



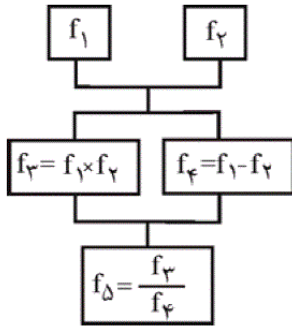
(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $-\frac{2}{3}$

۱۱۸- اگر $f_1(x) = 2x + 1$ و $f_2(x) = x - 3$ باشند، با توجه به درخت زیر، $f_5(4)$ کدام است؟



(۱) $\frac{5}{4}$

(۲) $\frac{17}{6}$

(۳) $\frac{22}{9}$

(۴) $\frac{9}{8}$

۱۱۹- اگر $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = 9x^2 - 4$ باشند، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

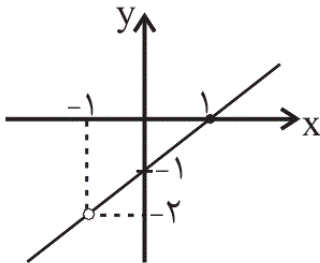
(۲) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{4}{9}, \frac{3}{2} \right\}$

(۱) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{3}, \frac{3}{2} \right\}$

(۴) $\mathbb{R} - \left\{ -\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\}$

(۳) $\mathbb{R} - \left\{ -\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right\}$

۱۲۰- اگر $f(x) = x^2 - 1$ و تابع $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ به صورت نمودار زیر باشد، حاصل $\frac{g(2)}{(f+g)(1)}$ کدام است؟



(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{4}{3}$

ریاضی و آمار ۳ - گواه - ۱۰ سوال

۹۱- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۷، ۸، ۹، چند عدد چهار رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

(۴) ۳۰۰

(۳) ۳۲۰

(۲) ۳۶۰

(۱) ۷۲۰

۹۲- حاصل عبارت $\frac{(3!)!}{5!}$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{6}{5}$

(۱) $\frac{1}{20}$

۹۳- از میان ۷ کشتی گیر و ۵ وزنه بردار، به چند طریق می توان ۳ نفر را انتخاب کرد به طوری که حداقل یک نفر از آن ها کشتی گیر باشد؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۲۰۰

۹۴- یک مجموعه Π عضو ۵۵ زیرمجموعه $(\Pi - 2)$ عضو دارد، Π کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۹۵- در پرتاب یک سکه و دو تاس با هم، چند برآمد وجود دارد؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴) ۷۲

۹۶- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند، پیشامد $(A - B) \cup (B - A)$ معادل کدام گزینه است؟

- (۱) نه A رخ دهد و نه B .
 (۲) حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد.
 (۳) دقیقاً یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.
 (۴) حداکثر یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.

۹۷- دو پیشامد A و B ناسازگار هستند و $P(A) = \frac{2}{5}P(B)$ است. اگر $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$ باشد، $P(A)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۸- یک صفحه دایره ای شکل عقربه دار، با ۴ رنگ سفید، آبی، قرمز، سیاه به ترتیب با زاویه های 15° ، 9° ، 7° و 5° درست شده است. با

چرخش تصادفی، با کدام احتمال عقربه در ناحیه سفید قرار نمی گیرد؟

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۹۹- در یک عدد سه رقمی بدون صفر، احتمال آنکه لاقل دو رقم آن یکسان باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{81}$ (۲) $\frac{11}{27}$ (۳) $\frac{17}{36}$ (۴) $\frac{49}{81}$

۱۰۰- از بین اعداد طبیعی کوچک تر از ۲۵، عددی را به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آن که عدد انتخاب شده عدد اول نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{25}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{8}{25}$ (۴) $\frac{7}{8}$

-۱۰۱

(امیر زرانروز)

در روش مصاحبه، مصاحبه‌گر همان آمارگیر و مصاحبه‌شونده، پاسخ‌گو است.

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۲

(امیر زرانروز)

موارد (آ) و (ب) متغیر کمی با مقیاس اندازه‌گیری نسبتی هستند.

مورد (پ) متغیر کمی با مقیاس اندازه‌گیری فاصله‌ای است.

مورد (ت) متغیر کیفی با مقیاس اندازه‌گیری ترتیبی است.

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۳

(مهمد بهیرایی)

طبق متن کتاب درسی آماره در نمونه و پارامتر در جامعه آماری کاربرد دارد و پارامتر همواره ثابت است.

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه ۹۳)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۴

(مهمد بهیرایی)

وضعیت هوا را وقتی که از نظر بارانی، آفتابی و ابری بررسی می‌کنیم یک متغیر کیفی با مقیاس اندازه‌گیری اسمی است.

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

(موسا عفتی)

$$\bar{x} = \frac{125 + 90 + 110 + 85 + 115 + 75 + x}{7} = x$$

$$\Rightarrow 7x = 600 + x \Rightarrow x = 100$$

$$\Rightarrow \bar{x}' = \frac{x + x + 10 + x + 2}{3} = \frac{312}{3} = 104$$

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(موسا عفتی)

$$\bar{x} = \frac{4 + 6 + 3 + x + 8 + 12}{5} = 7$$

$$\Rightarrow 35 = 33 + x \Rightarrow x = 2$$

$$4, 6, 7, 9, 13 \Rightarrow \text{میانه} = 7$$

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کوروش داوردی)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. سپس میانه و بعد از آن میانه نیمه اول و میانه نیمه دوم داده‌ها را پیدا می‌کنیم؛ اختلاف آن‌ها دامنه میان چارکی است.

$$2, 3, 3, 4, \quad 5, 6, \quad 7, 9, 10, 11$$

چارک سوم چارک اول

$$\frac{5+6}{2} = 5.5$$

$$Q_3 - Q_1 = 9 - 3 = 6 \quad \text{دامنه میان چارکی}$$

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا میانگین داده‌ها را می‌یابیم:

$$\bar{x} = \frac{2+4+5+9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (9-5)^2}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{9+1+0+16}}{2} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱می‌دانیم تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها بین $\bar{x} - 2\sigma$ و $\bar{x} + 2\sigma$ قرار دارند؛

بنابراین:

$$\bar{x} - 2\sigma = 270 \Rightarrow 300 - 2\sigma = 270 \Rightarrow 2\sigma = 30 \Rightarrow \sigma = 15$$

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم که اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد، همه داده‌ها برابرند. پس:

$$2a+1 = a+4 \Rightarrow a=3$$

$$\xrightarrow{a=3} 2a+1=7 \Rightarrow \begin{cases} c+1=7 \Rightarrow c=6 \\ b=7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a, a, a, b, b, c, 6 \Rightarrow 3, 3, 3, 7, 7, 6, 6$$

$$\bar{x} = \frac{3 \times 3 + 2 \times 7 + 2 \times 6}{7} = 5$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{3(3-5)^2 + 2(7-5)^2 + 2(6-5)^2}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{12+8+2}{7}} = \sqrt{\frac{22}{7}}$$

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۸۱

(امیر هوشنگ فمسه)

اعداد را در دسته‌های مختلف، دسته‌بندی می‌کنیم. اعدادی که رقم یکان آن‌ها صفر و یا ۵ باشد.

$$\text{رقم یکان صفر باشد: } \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{1}{10} = 12$$

$$\text{رقم یکان ۵ باشد: } \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{1}{10} = 9$$

$$\xrightarrow{\text{طبق اصل جمع}} 12 + 9 = 21$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فاطمه فهیمیان)

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2 \times 1} = \frac{n^2 - n}{2}$$

$$P(n-3, 2) = \frac{(n-3)!}{(n-5)!} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-5)!}$$

$$= (n-3)(n-4) = n^2 + 12 - 7n$$

$$\frac{n^2 - n}{2} = n^2 + 12 - 7n + 8 \Rightarrow n^2 - 13n + 40 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 169 - 160 = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n_1 = \frac{13 - \sqrt{9}}{2} = 5 \Rightarrow \binom{5}{5} = 1 \\ n_2 = \frac{13 + \sqrt{9}}{2} = 8 \Rightarrow \binom{8}{5} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1} = 56 \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فاطمه فهیمیان)

با توجه به ارقام داده شده اولین رقم از سمت چپ باید ۱ باشد و رقم یکان،

$$\frac{1}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{3}{1} = 36 \quad \text{یکی از ارقام ۰، ۶ و ۸ باشد.}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

باید سه عضو از پنج عضو مجموعه A انتخاب کنیم، بنابراین باید کل حالت‌های ترکیب ۳ از ۵ را محاسبه کنیم. (ترتیب مهم نیست).

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)! \times 3!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 10$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

وقتی چهارمین فرزند، دومین پسر است یعنی در ۳ فرزند قبلی یک پسر وجود دارد که به $\binom{3}{1}$ حالت امکان پذیر است. از طرفی فرزند پنجم هم

پسر و هم دختر می‌تواند باشد، پس کلاً این پیشامد دارای $\binom{3}{1} \times 2$ عضو است.
 $3 \times 2 = 6$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$$

برای آنکه مجموع اعداد روشده برابر ۱۰ باشد، داریم:

$$1 + 4 + 5 = 10 \Rightarrow 3! = 6 \text{ حالت}$$

$$1 + 3 + 6 = 10 \Rightarrow 3! = 6 \text{ حالت}$$

$$2 + 3 + 5 = 10 \Rightarrow 3! = 6 \text{ حالت}$$

$$2 + 4 + 4 = 10 \Rightarrow 3 \text{ حالت}$$

$$2 + 2 + 6 = 10 \Rightarrow 3 \text{ حالت}$$

$$3 + 3 + 4 = 10 \Rightarrow 3 \text{ حالت}$$

$$n(A) = 3 \times 6 + 3 \times 3 = 27 \Rightarrow P(A) = \frac{27}{216} = \frac{1}{8}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا پورقلی)

با توجه به سؤال تکرار مجاز است. $n(S) = 4 \times 4 = 16$: کل اعداد دورقمی
 اعدادی بر ۶ بخش پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیرند.
 عددی بر ۲ بخش پذیر است که زوج باشد. عددی بر ۳ بخش پذیر است که
 جمع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد.

$$A = \{12, 42, 24\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{16}$$

اعداد زوج و بخش پذیر بر ۳

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(رهم مشتاق نظم)

پیشامد آنکه هر سه خودکار قرمز باشد، متمم پیشامد آن است که حداکثر
 ۲ خودکار قرمز باشد.

$$\text{احتمال آنکه هر سه خودکار قرمز باشد} = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4}{\frac{9 \times 8 \times 7}{3!}}$$

$$= \frac{4}{\frac{72 \times 7}{6}} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$$

$$p = 1 - \frac{1}{21} = \frac{21-1}{21} = \frac{20}{21}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

دو پیشامد باران باریدن و باران نباریدن، متمم یکدیگرند، پس مجموع احتمال این دو پیشامد برابر با ۱ است.

اگر احتمال باریدن باران را با $P(A)$ و احتمال نباریدن را با $P(A')$ نشان دهیم، داریم:

$$\begin{cases} P(A) + P(A') = 1 \\ P(A) + \frac{3}{4} = P(A') \end{cases}$$

معادله دوم را در معادله اول قرار می‌دهیم:

$$P(A) + P(A') = 1 \xrightarrow{P(A') = P(A) + \frac{3}{4}} P(A) + P(A) + \frac{3}{4} = 1$$

$$\Rightarrow 2P(A) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{8}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا احتمال (پیشامد A') آن که دروازه‌بان و کاپیتان کنار هم قرار بگیرند را حساب می‌کنیم.

$$n(S) = 11!$$

$$n(A') = 10! \times 2!$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{10! \times 2!}{11!} = \frac{10! \times 2}{11 \times 10!} = \frac{2}{11}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{2}{11} = \frac{9}{11}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

این تابع از نقاط $(۰, ۶)$ و $(۳, ۰)$ می‌گذرد، پس:

$$(۰, ۶) \Rightarrow |۰ - b| = ۶ \Rightarrow |b| = ۶ \Rightarrow b = \pm ۶$$

$$(۳, ۰) \Rightarrow |۳a - b| = ۰ \Rightarrow ۳a - b = ۰$$

$$\Rightarrow b = ۳a \Rightarrow \pm ۶ = ۳a \Rightarrow a = \pm ۲$$

$$|a| + |b| = ۲ + ۶ = ۸$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زراندوز)

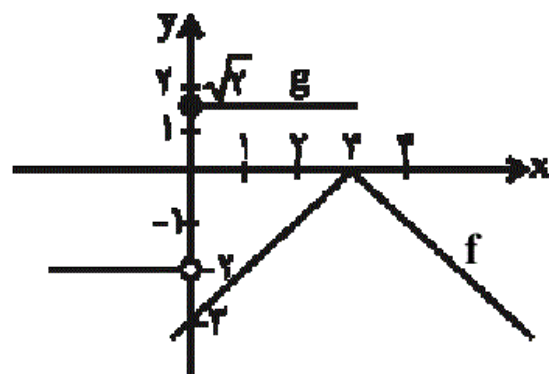
$$f(x) = -|x - ۳| = \begin{cases} -(x - ۳), & x \geq ۳ \\ x - ۳, & x < ۳ \end{cases} = \begin{cases} -x + ۳, & x \geq ۳ \\ x - ۳, & x < ۳ \end{cases}$$

x	۳	۴
y	۰	-۱

x	۳	۲	۰
y	۰	-۱	-۳

نمودار تابع g هم از دو نیم خط افقی تشکیل می‌شود. حالا نمودار تابع f

و g را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



پس دو نمودار f و g نقطه برخوردی ندارند.

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

 ۴

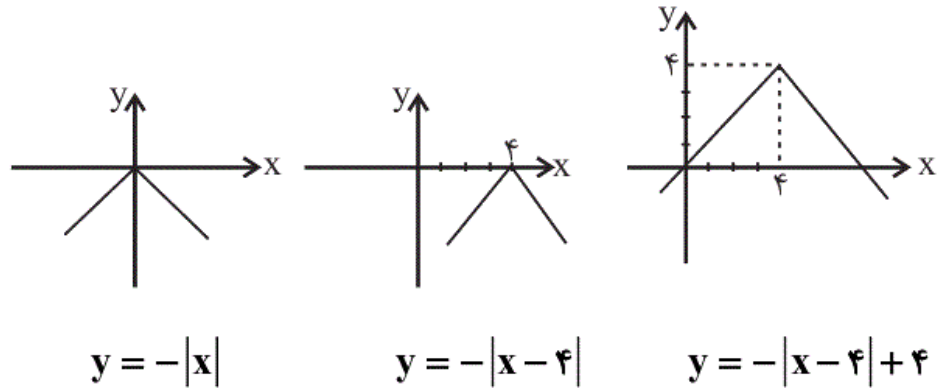
 ۳

 ۲

 ۱

به کمک انتقال تابع $y = -|x|$ چهار واحد به راست و چهار واحد به بالا،

نمودار داده شده به دست می‌آید. پس ضابطه آن برابر است با:



(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y = -|2x-5| = \begin{cases} -(2x-5) & , 2x-5 \geq 0 \\ (2x-5) & , 2x-5 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -2x+5 & , x \geq \frac{5}{2} \\ 2x-5 & , x < \frac{5}{2} \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار تابع f برابر $f(x) = |x-2|$ می‌باشد و نمودار g برابر

$$g(x) = \frac{5}{3}x \text{ است، چون:}$$

$$A(0,0)$$

$$B(3,5)$$

$$m = \frac{5-0}{3-0} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{5}{3}x$$

$$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = |1-2| + \frac{5}{3}(1) = 1 + \frac{5}{3} = \frac{8}{3} = 8 \times \frac{1}{3}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ریمع مشتاق نظم)

$$D_f = \{7, 3, -3, 1\}, D_g = \{2, 7, 3\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{7, 3\}$$

$$\begin{cases} (f+g)(7) = f(7) + g(7) = 0 + 4 = 4 \\ (f+g)(3) = f(3) + g(3) = 6 + 1 = 7 \end{cases} \Rightarrow f+g = \{(7, 4), (3, 7)\}$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمد بهیرایی)

با توجه به نمودار توابع f و g داریم:

$$f(x) = |x|, g(x) = x^2$$

$$\Rightarrow (f+g)(2) = f(2) + g(2) = 2 + 4 = 6$$

$$\Rightarrow (f-g)(-3) = f(-3) - g(-3) = 3 - (-3)^2 = 3 - 9 = -6$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = \frac{6}{-6} = -1$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(محمد بهیرایی)

$$f_3(x) = (2x+1)(x-3)$$

$$f_4(x) = (2x+1) - (x-3)$$

$$\Rightarrow f_5(x) = \frac{(2x+1)(x-3)}{(2x+1) - (x-3)}$$

$$\Rightarrow f_5(4) = \frac{9 \times 1}{9-1} = \frac{9}{8}$$

(ریاضی و آمار، (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۳)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(موسا عفتی)

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$= \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{x \mid 9x^2 - 4 = 0\} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right\}$$

(ریاضی و آمار، (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

(محمد بهیرایی)

با توجه به نمودار تابع $\frac{f}{g}$ که در نقطه‌ای به طول $x = -1$ تعریف نشده

است (نقطه توخالی)، پس $x = -1$ ریشه $g(x) = 0$ است. از طرفی

ضابطه تابع $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ برای $x \neq -1$ به صورت $x-1$ است. پس:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2 - 1}{g(x)} = x - 1 \Rightarrow g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{g(2)}{(f+g)(1)} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی و آمار، (۲)، تابع، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۳)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

برای زوج بودن عدد مورد نظر دو حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول: رقم یکان صفر باشد:

$$\boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{1} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} 6 \times 5 \times 4 = 120$$

حالت دوم: رقم یکان ۲ یا ۸ باشد. از طرفی صفر نمی‌تواند در جایگاه یکان

هزار باشد، پس:

$$\boxed{5} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{2} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} 5 \times 5 \times 4 \times 2 = 200$$

تعداد کل حالت‌ها طبق اصل جمع برابر است با:

$$120 + 200 = 320$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{(3!)!}{5!} = \frac{(3 \times 2 \times 1)!}{5!} = \frac{6!}{5!} = \frac{6 \times 5!}{5!} = 6$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه ۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

راه حل اول: حداقل یک نفر کشتی‌گیر باشد یعنی یا یک کشتی‌گیر و دو وزنه‌بردار،

یا ۲ کشتی‌گیر و یک نفر وزنه‌بردار و یا هر سه کشتی‌گیر باشند. بنابراین:

$$\begin{aligned} & \binom{7}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{7}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{7}{3} \\ &= 7 \times \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{7!}{2! \times 5!} \times 5 + \frac{7!}{3! \times 4!} \\ &= 7 \times 10 + 21 \times 5 + 35 = 70 + 105 + 35 = 210 \end{aligned}$$

راه حل دوم: می‌توانیم از متمم استفاده کنیم:

(همه وزنه‌بردار) $n - n$ (کل) $= n$ (حداقل یک کشتی‌گیر) n

$$= \binom{12}{3} - \binom{5}{3} = 220 - 10 = 210$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

$$\binom{n}{n-2} = 55 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! [n-(n-2)]!} = 55$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 55 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2} = 55$$

$$\Rightarrow n(n-1) = 110 \Rightarrow n(n-1) = 11 \times 10 \Rightarrow n = 11$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

فضای نمونه هر کدام از آزمایش‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

سکه دو حالت و هر تاس ۶ حالت دارد. پس: $n(S) = 2 \times 6 \times 6 = 72$

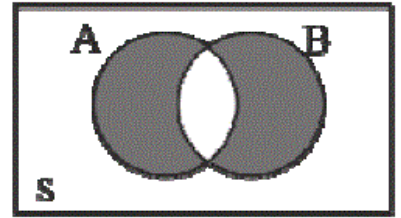
(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه ۱۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

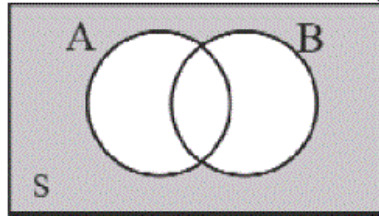
با توجه به نمودار ون، دقیقاً یکی از دو پیشامد **A** یا **B** رخ دهد یعنی:

$$(A - B) \cup (B - A)$$



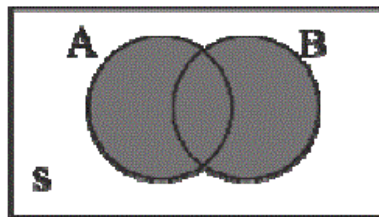
نه **A** رخ دهد و نه **B** رخ دهد، برابر است با:

$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$



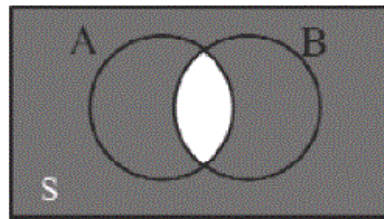
حداقل یکی از دو پیشامد **A** یا **B** رخ دهد، برابر است با:

$$A \cup B$$



حداکثر یکی از دو پیشامد **A** یا **B** رخ دهد، برابر است با:

$$(A \cap B)'$$



(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

(فارج از کشور ۱۸)

با توجه به اینکه **A** و **B** دو پیشامد ناسازگار هستند، داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (*)$$

همچنین طبق فرض داریم:

$$P(A) = \frac{2}{5} P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{5}{2} P(A), P(A \cup B) = \frac{7}{10}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{7}{10} = \frac{5}{2} P(A) + P(A) \Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{7}{2} P(A)$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{5}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

(سراسری انسانی)

$$n(S) = 50^\circ + 70^\circ + 90^\circ + 150^\circ = 360^\circ$$

احتمال آنکه روی ناحیه سفید قرار گیرد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{150^\circ}{360^\circ} = \frac{5}{12}$$

احتمال آنکه روی ناحیه سفید قرار نگیرد:

$$P(A') = 1 - P(A) \Rightarrow P(A') = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

(ریاضی و آمار، (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(سراسری انسانی ۸۷)

ابتدا احتمال آنکه هر سه رقم متفاوت باشند را حساب می‌کنیم سپس از ۱ کم می‌کنیم.

$$n(S) = 9 \times 9 \times 9 = 9^3$$

همه ارقام متفاوت باشند = A' ، لااقل دو رقم آن یکسان باشد = A

$$\Rightarrow n(A') = 9 \times 8 \times 7$$

$$P(A') = \frac{9 \times 8 \times 7}{9^3} = \frac{56}{81}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{56}{81} = \frac{81 - 56}{81} = \frac{25}{81}$$

(ریاضی و آمار، (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(کتاب آبی)

ابتدا اعداد اول کوچکتر از ۲۵ را مشخص می‌کنیم:

$$A' = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{9}{24}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{9}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

دقت کنید که فضای نمونه تعداد کل اعداد طبیعی کوچکتر از ۲۵ است،

$$n(S) = 24$$

پس:

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱